

Instituto Politécnico Nacional
Centro de Investigación en Ciencia
Aplicada y Tecnología Avanzada del
IPN



"Un diseño didáctico que relaciona literatura y matemáticas
en el nivel bachillerato"

Tesis que para obtener el grado de
Maestro en Matemática Educativa
presenta:

Lina Medina Ibarra

Directores de la tesis:

Dra. Avenilde Romo Vázquez

Dr. Mario Sánchez Aguilar

Ciudad de México, noviembre de 2017

Autorización de uso de obra

Instituto Politécnico Nacional

P r e s e n t e

Bajo protesta de decir verdad el que suscribe **Lina Medina Ibarra** (se anexa copia simple de identificación oficial), manifiesto ser autor (a) y titular de los derechos morales y patrimoniales de la obra titulada ***Un diseño didáctico que relaciona literatura y matemáticas en el nivel bachillerato***, en adelante “La Tesis” y de la cual se adjunta copia, por lo que por medio del presente y con fundamento en el artículo 27 fracción II, inciso b) de la Ley Federal del Derecho de Autor, otorgo a el Instituto Politécnico Nacional, en adelante El IPN, autorización no exclusiva para comunicar y exhibir públicamente total o parcialmente en medios digitales “La Tesis” por un periodo de **diez años** contado a partir de la fecha de la presente autorización, dicho periodo se renovará automáticamente en caso de no dar aviso a “El IPN” de su terminación.

En virtud de lo anterior, “El IPN” deberá reconocer en todo momento mi calidad de autor de “La Tesis”.

Adicionalmente, y en mi calidad de autor y titular de los derechos morales y patrimoniales de “La Tesis”, manifiesto que la misma es original y que la presente autorización no contraviene ninguna otorgada por el suscrito respecto de “La Tesis”, por lo que deslindo de toda responsabilidad a El IPN en caso de que el contenido de “La Tesis” o la autorización concedida afecte o viole derechos autorales, industriales, secretos industriales, convenios o contratos de confidencialidad o en general cualquier derecho de propiedad intelectual de terceros y asumo las consecuencias legales y económicas de cualquier demanda o reclamación que puedan derivarse del caso.

Ciudad de México a 17 de diciembre de 2017.

Atentamente



Lina Medina Ibarra



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

ACTA DE REVISIÓN DE TESIS

En la Ciudad de México siendo las 8:00 horas del día 26 del mes de abril del 2017 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de la Tesis, designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de Cicata-Legaria para examinar la tesis titulada:

Un diseño didáctico que relaciona literatura y matemáticas en el nivel bachillerato

Presentada por el alumno:

Medina
Apellido paterno

Ibarra
Apellido materno

Lina
Nombre(s)

Con registro:

B	1	5	0	0	5	0
---	---	---	---	---	---	---

aspirante de:

Maestría en Ciencias en Matemática Educativa

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **APROBAR LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISIÓN REVISORA

Directores de tesis

Dra. Avenilde Romo Vázquez

Dr. Mario Sánchez Aguilar

Dra. María Trigueros Gaisman

Dr. Francisco Javier Lezama Andalón

Dr. Apolo Castañeda Alonso

PRESIDENTE DEL COLEGIO DE PROFESORES

Dra. Mónica Rosalía Jaime Fonseca



SEP
CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN CIENCIA
APLICADA Y TECNOLOGÍA AVANZADA
CICATA - LEGARIA

DEDICATORIA

A mis padres, Irma y Ricardo por su motivación y apoyo incondicional.

A mis hijos, Diego y Andrea, por ser mis motivaciones y fortalezas.

Agradezco de manera especial a mi amiga Claudia Elena por la iniciativa que dio origen a este trabajo y por su apoyo para el desarrollo del mismo.

A mis directores de tesis, Avenilde y Mario; por su tiempo, orientación y motivación para realizar este proyecto.

A mi familia y amigos, por estar conmigo y apoyarme.

A mis estudiantes por su colaboración en la actividad y formar parte de este trabajo de investigación.

Contenido

DEDICATORIA	2
ÍNDICE DE TABLAS Y FIGURAS	5
GLOSARIO	7
RESUMEN	8
ABSTRACT	9
INTRODUCCIÓN	10
CAPÍTULO I: MATEMÁTICAS Y LITERATURA, ¿QUÉ NEXOS SON POSIBLES?	13
1.1 Introducción	13
1.2 Matemáticas en obras literarias	14
1.3 Relación matemática y literatura mediante el lenguaje y el discurso	19
1.3.1 Relación entre la matemática y la literatura mediante el lenguaje	19
1.3.2 Relación entre la matemática y la literatura a través del discurso	22
1.4 La literatura como recurso didáctico en el proceso enseñanza – aprendizaje de las matemáticas	24
1.4.1 Uso de la literatura en la enseñanza de las matemáticas	29
1.4.2 Relación matemática y literatura mediante actividades donde la literatura forma parte de los textos de matemáticas	31
1.5 Conclusiones del capítulo	35
CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO	38
2.1 Introducción	38
2.2 Elementos de la Teoría Antropológica de lo Didáctico	38
2.2.1 Noción de institución	39
2.2.2 Noción de Praxeología [$T/\tau/ \vartheta/\theta$]	40
2.3 Recorridos de Estudio e Investigación (REI)	41
2.3.1 Las dialécticas: cuestiones – respuestas y media – medio	46
2.4 Conclusiones del capítulo	47
CAPITULO III: METODOLOGÍA	49
3.1 Introducción	49
3.2 Metodología del diseño	50
3.2.1 Fase 1. Elección un contexto extra-matemático: literatura	50
3.2.2 Fase 2. Análisis del cuento: <i>La biblioteca de Babel</i>	56

3.2.3 Fase 3: Enseñanza y concepciones de infinito en el nivel medio superior _____	70
3.2.4 Fase 4. Diseño del REI _____	73
3.3 Contexto experimental _____	75
3.4 Análisis de la implementación _____	76
3.4 Conclusiones del capítulo _____	76
CAPÍTULO IV: El REI “Una biblioteca para tu comunidad” _____	78
4.1 Introducción _____	78
4.2 Descripción _____	78
4.3 El REI “Una biblioteca para tu comunidad” _____	80
4.4 Análisis A priori _____	89
4.5 Conclusiones del capítulo _____	92
CAPITULO V. ANÁLISIS DE LA IMPLEMENTACIÓN _____	94
5.1 Introducción _____	94
5.3.1 Etapa 1: ideas sobre el infinito y sus confrontaciones _____	96
5.3.2 Etapa 2: Elementos para el diseño de una biblioteca _____	110
5.3.3 Etapa 3: Propuesta de su diseño _____	113
5.4 Conclusiones del capítulo _____	117
CONCLUSIONES GENERALES _____	119
REFERENCIAS _____	122
REFERENCIAS ELECTRÓNICAS _____	129
ANEXO I. ACTIVIDAD DIDÁCTICA PROPUESTA QUE RELACIONA LITERATURA CON MATEMÁTICAS _____	130

ÍNDICE DE TABLAS Y FIGURAS

Tabla 1	52
Tabla 2	71
Tabla 3	130
Figura 1. Bloques Praxeológicos	40
Figura 2. Vista de la página de internet: “La biblioteca de Babel de Borges versión Internet”	59
Figura 3. Vista de las opciones para realizar una búsqueda dentro de la biblioteca virtual	60
Figura 4. Elección de una galería dentro de la biblioteca virtual	61
Figura 5. Selección de una pared de la galería seleccionada	61
Figura 6. Selección de un anaquel dentro de la pared seleccionada	62
Figura 7. Selección de un volumen del anaquel elegido	62
Figura 8. Ejemplo del volumen del libro seleccionado en la biblioteca virtual	63
Figura 9. En esta opción de búsqueda se pueden introducir palabras claves	63
Figura 10. Vista de los libros que contienen la palabra clave introducida en la Figura 9	64
Figura 11. Interpretación del autor de la página de internet sobre el cuento “La Biblioteca de Babel”	64
Figura 12. Vista de la página “El pez volador: cálculo de libros de La Biblioteca de Babel”, parte 1	65
Figura 13. Cálculos del número de libros de la página “El pez volador: cálculo de libros de La Biblioteca de Babel”, parte 2	66
Figura 14. Cálculo del número de libros de la página “El pez volador: cálculo de libros de La Biblioteca de Babel”, parte 3	67
Figura 15. Vista de la página web: Análisis en torno a “La Biblioteca de Babel”	68
Figura 16. Explicación matemática extraída de la página “La Biblioteca de Babel”	69
Figura 17. Respuestas del Equipo 1 a la sección: Análisis de la concepción de la Biblioteca	97
Figura 18. Respuestas del Equipo 2 a la sección: Análisis de la concepción de la Biblioteca	98
Figura 19. Respuestas del Equipo 3 a la sección: Análisis de la concepción de la Biblioteca	98
Figura 20. Dibujo de una galería realizado por el Equipo 1	99
Figura 21. Dibujo de una galería realizada por el Equipo 2	99
Figura 22. Dibujo de una galería realizada por el Equipo 3	100
Figura 23. Dibujo de la Biblioteca de Babel realizada por el Equipo 1	101
Figura 24. Dibujo de la Biblioteca de Babel realizado por el Equipo 2	101
Figura 25. Biblioteca de Babel, recuperada de: https://pendientedemigracion.ucm.es/info/especulo/numero35/bbabel.html	102
Figura 26. Equipo 2 realizando la búsqueda en internet	102
Figura 27. Dibujo de la Biblioteca de Babel realizado por el equipo 3	103
Figura 28. Respuestas del Equipo 1 a la sección: análisis de las galerías	105
Figura 29. Respuestas del Equipo 2 a la sección: análisis de las galerías	105
Figura 30. Respuestas del Equipo 3 a la sección: análisis de las galerías	106
Figura 31. Respuesta del equipo 1: ¿con base en tus cálculos la Biblioteca de Babel es infinita o finita?	106
Figura 33. Respuesta del equipo 3: ¿con base en tus cálculos la Biblioteca de Babel es infinita o finita?	107
Figura 34. Equipo 1 realizando el REI	107
Figura 35. Cálculos de la página web: “Cuántos libros hay en la biblioteca de babel”	108
Figura 36. Galerías hexagonales conectada entre sí	109
Figura 37. Respuestas del equipo 1 a la sección de validación	109
Figura 38. Respuesta proporcionada por el equipo 3	110
Figura 39. Propuesta de biblioteca del Equipo 1	111
Figura 40. Propuesta de biblioteca del Equipo 2	111

<i>Figura 41.</i> Propuesta de biblioteca del Equipo 3 _____	111
<i>Figura 42.</i> Respuestas a la etapa 2 del equipo 1 _____	112
<i>Figura 43.</i> Respuestas a la etapa 2 del equipo 2 _____	112
<i>Figura 44.</i> Respuestas a la etapa 2 del equipo 3 _____	113
<i>Figura 45.</i> Plano que realizó el equipo 6 de su diseño de biblioteca _____	114
<i>Figura 48.</i> Maqueta diseñada por el equipo 3 _____	116
<i>Figura 49.</i> Maqueta diseñada por el Equipo 5 _____	116
<i>Figura 50.</i> Maqueta diseñada por el equipo 7 _____	116
<i>Figura 51.</i> Maqueta diseñada por el equipo 12 _____	117
<i>Figura 52.</i> Don Quijote y Sancho _____	130
<i>Figura 53.</i> Don Quijote y los gigantes desaforados _____	131
<i>Figura 54.</i> Don Quijote y los inocentes encapuchados _____	132
<i>Figura 55.</i> Don Quijote y su última pelea _____	132
<i>Figura 56.</i> Mapa conceptual de “El Ingenioso Hidalgo Don Quijote de la Mancha” _____	134
<i>Figura 57.</i> Ubicación de coordenadas del viaje de Don Quijote _____	135
<i>Figura 58.</i> Trazado del radio de la circunferencia en los molinos _____	136
<i>Figura 59.</i> Trazado de la circunferencia en los molido, $C(5,4)$ y $r=2$ _____	136

GLOSARIO

Teoría Antropológica de lo Didáctico: Teoría que propone un modelo epistemológico para el estudio de la actividad humana - incluida la matemática- en su dimensión institucional, y el saber que de ella emerge en términos de organizaciones o praxeologías matemáticas.

Recorrido de Estudio y de Investigación: los REI son un dispositivo didáctico definidos dentro de Teoría Antropológica de lo Didáctico promueven una reconstrucción funcional de la matemática como respuestas a ciertos tipos de situaciones problemáticas, y sitúan las preguntas como punto de partida del saber matemático

La Biblioteca de Babel: cuento corto del escritor argentino Jorge Luis Borges en el que se concibe un universo con la forma de una librería inmensa. La narración involucra nociones matemáticas como el infinito.

Infinito potencial: concepción en la que la noción de infinito se percibe como una transformación que se repite de manera infinita.

Infinito actual: concepción del infinito donde éste se percibe como a un proceso terminado, un objeto que puede construirse a partir de un proceso.

RESUMEN

En este trabajo se presenta un diseño didáctico que utiliza el cuento “*La Biblioteca de Babel*” escrito por Jorge Luis Borges. El propósito de este diseño didáctico fue identificar y confrontar los conceptos erróneos de los estudiantes de cuarto semestre de nivel medio superior sobre el concepto de infinito. Como parte del diseño se consideraron la noción de institución y praxeología, que son elementos de la Teoría Antropológica de lo Didáctico que permiten considerar las instituciones que participan en la formación de estudiantes de nivel medio superior y su posible relación; así como el dispositivo didáctico de Recorridos de Estudio e Investigación (REI), el cual fue diseñado de tal manera que a partir del análisis literario y utilizando los argumentos del cuento se generó una actividad matemática que orientó a los estudiantes a descubrir por si mismos que tal concepción sobre el concepto de infinito no era adecuada. Durante la implementación del diseño didáctico se analizaron algunas de las respuestas y dibujos realizados por los estudiantes, los cuales permitieron identificar una concepción no adecuada sobre el infinito, referida a que los estudiantes consideran a las cantidades exageradamente grandes como cantidades infinitas. Algunos estudiantes lograron notar esta inconsistencia, pero en otros casos persistió la concepción errónea. Este trabajo representa una contribución a los esfuerzos que se han realizado para utilizar las obras literarias como herramienta para fomentar la comprensión de las nociones matemáticas en estudiantes de nivel medio superior.

Palabras clave: infinito, concepciones erróneas de los estudiantes, Jorge Luis Borges, La Biblioteca de Babel, matemáticas de nivel medio superior.

ABSTRACT

In this work, a didactic design that uses the short story “The Library of Babel” written by Jorge Luis Borges is presented. The purpose of this didactic design was to identify and confront high school students’ misconceptions about the concept of infinity. As part of the design, the notion of institution and praxeology were considered, which are elements of the Anthropological Theory of Didactics that allow us to consider the institutions that participate in the education of high school students and their potential relationship; as well as the didactic device called Study and Research Path (SRP), which was designed in such a way that from the literary analysis and using the arguments of the story, it was generated a mathematical activity that guided the students to discover by themselves that such conception about the concept of infinity was not adequate. During the implementation of the didactic design, some of the answers and drawings made by the students were analyzed, which allowed us to identify an inadequate conception of the infinite, namely, students consider exaggeratedly large quantities as infinite quantities. Some students managed to notice this inconsistency, but in other cases the misconception persisted. This work represents a contribution to the efforts that have been made to use literary works as a tool to promote the understanding of mathematical notions among high school students.

Keywords: infinity, students’ misconceptions, Jorge Luis Borges, The Library of Babel, high school mathematics.

INTRODUCCIÓN

Desde sus orígenes, el infinito ha sido un concepto que ha atraído la atención de filósofos, matemáticos, artistas, entre otros. Además, la interpretación matemática de este concepto siempre ha estado rodeada de controversias, conceptos erróneos, contradicciones y paradojas. En el campo educativo, el concepto de infinito ha desempeñado un papel central en el trabajo de varios investigadores y profesionales; esto debido a las conexiones que este concepto tiene con otras nociones y procedimientos matemáticos, como el cálculo de límites o la comparación de los tamaños de conjuntos infinitos; pero también debido a la existencia de ideas intuitivas y conceptos erróneos en torno a este concepto que pueden funcionar como obstáculos al tratar de aprender nuevos conceptos matemáticos.

En esta situación, se han desarrollado varias investigaciones empíricas e intervenciones didácticas, centradas en comprender cómo las personas entienden el concepto de infinito, pero también con el propósito de apoyar a los estudiantes de matemáticas en su comprensión de dicho concepto. Uno de los resultados de estas investigaciones es que las concepciones y comprensiones del infinito que los niños y adultos expresan durante las entrevistas y evaluaciones son muy sensibles a los contextos, tareas y formas en que se les pide que piensen sobre la noción. En otras palabras, las concepciones que una persona expresa sobre el concepto de infinito dependen del contexto —numérico, geométrico, etc.— en el que se le pide a la persona que razone sobre el concepto.

Por otro lado, este trabajo se motiva en el interés de relacionar literatura y matemáticas en una institución de nivel medio superior de la zona conurbada de la Ciudad de México. El trabajo surge a partir de la inquietud de observar que las asignaturas que se imparten en dicha institución se enseñan de manera aislada. Esta idea pretendía mostrar a los estudiantes que estas asignaturas están conectadas o que se pueden conectar en algún momento, no se tenía de manera clara la forma de hacerlo, aunque existía un factor que motivaba a relacionar literatura y matemáticas.

Con este trasfondo, en este trabajo se expone una forma de relacionar la literatura y matemáticas mediante un diseño didáctico implementado con estudiantes de nivel medio

superior, en el cual un contexto literario (un contexto en el cual los estudiantes analizan un poco de trabajo literario) fue utilizado como un medio para identificar y confrontar concepciones relacionadas con el concepto de infinito; promoviendo el pensamiento crítico en los estudiantes que les permita comprender y cuestionar su mundo.

A continuación, se describe brevemente la estructura de este trabajo:

Capítulo I. Se presenta un análisis de diversas investigaciones donde se muestran las relaciones entre las matemáticas y la literatura, con el propósito de sustentar la propuesta de un diseño didáctico en el que se involucren las praxeologías de ambas disciplinas. Este análisis se presenta en tres secciones. La primera sección se enfoca en mostrar las relaciones y funciones que tienen las ideas o nociones matemáticas dentro de obras literarias de diferentes épocas, estilos y autores. En la segunda sección, cuyo propósito es sustentar el diseño didáctico, se muestra la relación de las matemáticas y la literatura en función del lenguaje y el discurso. En la tercera sección se muestra la finalidad y ventajas de varios ejemplos de diseños didácticos que incluyen textos literarios en una clase de matemáticas.

Capítulo II. Se exponen los fundamentos teóricos que apoyan el diseño didáctico que se propone en este trabajo. Se presentan los elementos teóricos de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), específicamente noción de institución y praxeología. Se expone brevemente el cuestionamiento del mundo a través del dispositivo didáctico Recorrido de Estudio y de Investigación (REI); por último, se explican las concepciones dominantes del concepto de infinito en los estudiantes de nivel medio.

Capítulo III. Se presenta la metodología, considerando la metodología para el diseño de actividades basadas en modelización matemática propuesta en Macias (2012). Con base en esta propuesta, el diseño didáctico se divide en cuatro fases: la primera consiste en elegir un contexto extra-matemático, la segunda analiza el contexto literario del texto seleccionado, la tercera se analiza la enseñanza del concepto de infinito a nivel medio superior, la cuarta fase se realiza el diseño del REI.

Capítulo IV. Se presenta el REI “Una biblioteca para tu comunidad”, la cual se divide en tres etapas. La primera consiste en la exploración y análisis del texto seleccionado mediante el

REI que guía a los estudiantes a través de un análisis literario para generar una actividad matemática que dé respuesta a una cuestión generatriz. En la segunda etapa, los estudiantes realizarían una investigación acerca de las bibliotecas de su comunidad; así como cuáles son los elementos que deben considerar para diseñar una biblioteca funcional. La tercera etapa consiste en la presentación del diseño de una biblioteca para su comunidad. Por último, en este capítulo se expone el análisis a priori del diseño didáctico propuesto.

Capítulo V. Se expone el análisis de la implementación del REI “Una Biblioteca para tu comunidad”; la cual se llevó a cabo en dos grupos de cuarto semestre en equipos de cuatro o cinco personas, de los cuales se seleccionaron tres equipos para el análisis. Este capítulo se divide en dos partes, en la primera se describen las condiciones de implementación del REI y en la segunda, se presentan los REI’s a través de la dialéctica cuestiones–respuestas.

Por último, se presentan las conclusiones generales de este trabajo, así como futuras rutas de investigación.

Estos capítulos muestran cómo el REI constituye un dispositivo didáctico que se puede utilizar para vincular la literatura y la matemática, mediante la identificación y confrontación de las concepciones de infinito que los estudiantes de nivel medio superior poseen mediante la búsqueda de la respuesta a la cuestión generatriz a partir de los argumentos del texto literario seleccionado.

Además, esta investigación representa una contribución a los esfuerzos que se han realizado para utilizar las obras literarias como una herramienta para fomentar la comprensión de los estudiantes de bachillerato de las nociones matemáticas. Por lo tanto, este trabajo ilustra cómo los contextos literarios pueden ser un escenario útil para la identificación de las concepciones de infinito de los estudiantes.

CAPÍTULO I: MATEMÁTICAS Y LITERATURA, ¿QUÉ NEXOS SON POSIBLES?

1.1 Introducción

Este capítulo tiene como objetivo presentar el análisis de diferentes artículos e investigaciones donde se exponen las relaciones entre la matemática y la literatura con la finalidad de sustentar una propuesta de un diseño didáctico en la que intervengan contenidos de ambas disciplinas y favorezca el proceso enseñanza – aprendizaje de diferentes habilidades tanto matemáticas como lingüísticas.

Estas disciplinas están relacionadas con el saber, analizando desde sus raíces etimológicas, literatura proviene del latín *Littera*, que significa “letra” o “lo escrito” y matemáticas del latín *mathemática*, y éste del griego *μαθηματικά*, derivado de *μάθημα*, que significa “conocimiento”; en relación con sus raíces etimológicas, estas disciplinas se complementan debido a que el conocimiento necesita expresarse o comunicarse a través de las letras o de lo escrito.

La literatura es una disciplina que es una forma de arte mediante la cual se expresan con belleza y orden lógico las ideas, sentimientos o historias en las cuales se quiere transmitir conocimiento, normas morales, valores o pensamientos colectivos. La matemática por su parte es una disciplina que entre otras cosas busca representar los fenómenos del mundo mediante los números, las estructuras, el espacio y las relaciones que se establecen entre ellos con una determinada lógica y auténtica belleza.

El análisis se presenta tres secciones. En la primera se expone cómo en obras literarias de diferentes épocas y estilos se incluyen nociones o ideas matemáticas dentro de los argumentos de algunos escritores, esto con la finalidad de reconocer la relación existente entre estas dos disciplinas; asimismo, se realiza un análisis de la función que tienen los contenidos matemáticos dentro de estas obras literarias. La segunda sección aborda la relación de estas disciplinas mediante el lenguaje y el discurso con la finalidad de reconocer elementos teóricos que puedan sustentar algún diseño didáctico. Esta sección se divide en dos partes, la primera en la cual se presenta un análisis de las diferencias y similitudes que

tiene la matemática y la literatura respecto al lenguaje y la segunda en la cual se analiza la función que tiene el discurso en las matemáticas como un lenguaje activo.

En la tercera sección se aborda la relación que tienen las matemáticas y la literatura, a través de diversos ejemplos de diseños didácticos en los cuales se incluyen textos literarios en una clase de matemáticas. Se realiza un análisis de estos diseños, su finalidad y las ventajas que puede ofrecer al proceso enseñanza – aprendizaje principalmente de las matemáticas.

1.2 Matemáticas en obras literarias

La relación entre las matemáticas y la literatura se ha evidenciado en diversas obras literarias en las cuales los escritores han expresado nociones o ideas matemáticas perfectamente integrados en sus argumentos. Macho (2008) cita autores de diferentes épocas y estilos, entre los cuales se encuentran: Miguel de Cervantes Saavedra, Julio Verne, José Zorrilla, León Tolstoi, Edgar Allan Poe, entre otros. De la misma manera, Peralta (2001) refiere a autores como: Stendhal, Dostoyevski, Paul Valéry, Jorge Luis Borges en lo concerniente a la prosa y a Baskhara y Rafael Alberti, en poesía.

Por ejemplo, un extracto de “*La biblioteca de Babel*”, obra de Jorge Luis Borges¹:

El universo (que otros llaman la Biblioteca) se compone de un número indefinido, y tal vez infinito, de galerías hexagonales, con vastos pozos de ventilación en el medio, cercados por barandas bajísimas. Desde cualquier hexágono se ven los pisos inferiores y superiores: interminablemente. La distribución de las galerías es invariable. Veinte anaqueles, a cinco largos anaqueles por lado, cubren todos los lados menos dos [...] A cada uno de los muros de cada hexágono corresponden cinco anaqueles; cada anaquel encierra treinta y dos libros de formato uniforme; cada libro es de cuatrocientas diez páginas; cada página, de cuarenta renglones; cada renglón, de unas ochenta letras de color negro. También hay letras en el dorso de cada libro; esas letras no indican o prefiguran lo que dirán las páginas. Sé que esa inconexión, alguna vez, pareció misteriosa. Antes de resumir la solución (cuyo descubrimiento, a

¹ Jorge Luis Borges: escritor argentino, uno de los autores más destacados de la literatura del siglo XX, publicó ensayos breves, cuentos y poemas; es definido como el maestro de la ficción contemporánea.

pesar de sus trágicas proyecciones, es quizá el hecho capital de la historia) quiero recordar algunos axiomas. (Borges, 2017, p. 89)

Otro ejemplo, en el libro de Baskhara II² titulado “*Lilavati*”, poesía hindú del siglo XII, podemos encontrar este tipo de enunciados:

Un quinto de un enjambre de abejas se posa sobre una flor de kadamba (loto); un tercio, sobre una flor de silindha (banana). Tres veces la diferencia entre los dos números voló a las flores de un kutuja (su corteza es sustituto de la quinina), y quedó una sola abeja que se alzó por el aire, igualmente atraída por el grato perfume de un jazmín y un pandamus. Dime tú ahora, mujer fascinante, cuál era el número de abejas. (Gavilán, 1996, p. 88)

La referencia a nociones o ideas matemáticas no sólo se puede apreciar en prosa sino también en poesía, como lo podemos reconocer en el siguiente soneto³.

A la divina proporción de Rafael Alberti:

“A ti, maravillosa disciplina,
media, extrema razón de la hermosura,
que claramente acata la clausura
viva en la malla de tu ley divina.
A ti, cárcel feliz de la retina,
Áurea sección, celeste cuadratura,
misteriosa fontana de medida
que el universo armónico origina.
A ti, mar de los sueños angulares,
flor de las cinco formas regulares,
dodecaedro azul, arco sonoro.
Luces por alas un compás ardiente.
Tu canto es una esfera transparente.
A ti, divina proporción de oro”.

² Baskhara II (1114-1185) también conocido como Bhaskara Acharya, fue un matemático y astrónomo indio, sus principales trabajos fueron el *Lilavati* (sobre aritmética), *Bijaganita* (cuenta de raíces, o sea álgebra) y *Siddhanta Shiromani* (la joya cimera de las conclusiones, escrito en 1150).

³ Soneto: composición poética compuesta por 14 versos endecasílabos.

(Peralta, 2001, p. 5)

El matemático Harold Hardy⁴, en el libro “*La autojustificación de un matemático*”, expresa la relación entre la belleza de la matemática y la poesía:

Un matemático, lo mismo que un pintor o un poeta, es un constructor de configuraciones. Si sus configuraciones gozan de mayor perdurabilidad que las construidas por los demás hombres es a causa de que su material básico son las ideas. Un pintor construye configuraciones con formas y colores, un poeta con palabras. Las configuraciones construidas por un matemático, lo mismo que sucede con las de un pintor o un poeta, deben poseer belleza; las ideas, los colores y las palabras deben ensamblarse de un modo armónico. La belleza es la primera piedra de toque; en el mundo no hay un lugar permanente para las matemáticas desagradables desde el punto de vista estético. Definir la belleza matemática puede encerrar una dificultad enorme, pero no superior a la que implica hacerlo con cualquier otro tipo de belleza. Quizás no sepamos explicar con precisión qué entendemos por un poema hermoso, pero ello no es óbice para que lo reconozcamos como tal al leerlo. (Leguina, 2006, p. 53)

De manera similar, el Premio Nobel de la Literatura 1990 Octavio Paz⁵ en el libro “*Corriente alterna*” expresa:

La poesía y la matemática son los dos lados extremos del lenguaje. Más allá de ellos no hay nada – el territorio de lo indecible –: entre ellos; el territorio inmenso, pero finito, de la conversación. (Paz, 2000, p. 74)

Asimismo, otros autores que hacen referencia a contenidos matemáticos en sus obras literarias son:

Miguel de Cervantes Saavedra⁶ en su obra, una de las más destacadas de la literatura universal, “*El Ingenioso Hidalgo Don Quijote de la Mancha*” utiliza a las matemáticas para

⁴ Godfrey Harold Hardy (1877-1947) fue un matemático británico, sus trabajos abarcan una gran diversidad de temas, entre los que destacan el análisis diofántico, la suma de series divergentes, las series de Fourier, la función de Riemann y los números primos.

⁵ Octavio Paz (1914 - id., 1998) escritor mexicano, se le considera uno de los más influyentes escritores del siglo XX y uno de los grandes poetas hispanos de todos los tiempos. Su extensa obra abarcó géneros diversos, entre los que sobresalieron poemas, ensayos y traducciones

⁶ Miguel de Cervantes Saavedra (1547-1616) fue un soldado, novelista, poeta y dramaturgo español.

realizar diálogos, para expresar cantidades, en el uso de monedas y de medidas. Antonio Machado⁷ tanto en libros como en poemas menciona a los números y al infinito; Pablo Neruda⁸ en el poema “*Una mano hizo el número*” nombra a los números; Julio Cortázar⁹ en el libro “*Historias de cronopios y de famas*”, describe las instrucciones para subir una escalera de manera precisa usando conceptos matemáticos. El escritor y poeta Mario Benedetti¹⁰ en el poema “*Cero*” hace referencia a la operación de la resta y al cero; Gabriel García Márquez¹¹ en el libro “*Cien años de soledad*” hace mención a la Martingala, método de apuestas del siglo XVIII, que consiste en apostar por el total perdido hasta ganar una vez, aparece como una referencia a la teoría de probabilidades; Milan Kundera¹² en varias de sus obras hace referencia a contenidos matemáticos como ejemplo en el libro “*la inmortalidad*” habla de la matemática existencial; Umberto Eco¹³ en la novela “*En el nombre de la rosa*” tiene afirmaciones sobre las matemáticas además de referencias a conceptos matemáticos y geométricos.

Stieg Larsson¹⁴ en la trilogía de novelas criminales suecas conocida como Trilogía *Millenium*, específicamente en el libro con título “*La chica que soñaba con una cerilla y un bidón de gasolina*”, la protagonista descubre el libro *Dimensions in Mathematics* que se convierte en su libro de cabecera; además, en cada una de las partes en las que se divide la novela aparece un comentario relacionado particularmente con ecuaciones matemáticas; Dan Brown¹⁵ en la novela “*Código Da Vinci*” utiliza varios términos matemáticos, como: el pentágulo, la sucesión de Fibonacci, el número áureo, la divina proporción, la teoría de conteo.

⁷ Antonio Machado (1875-1939) poeta español, representante de la generación del 98.

⁸ Pablo Neruda (1904 – 1973) poeta chileno, destacan el Premio Nobel de Literatura en 1971 y un Doctorado Honoris Causa por la Universidad de Oxford.

⁹ Julio Cortázar (1914 – 1984) escritor, traductor e intelectual argentino. Una de las grandes figuras del «boom» de la literatura hispanoamericana del siglo XX.

¹⁰ Mario Benedetti (1920-2009) escritor, poeta y dramaturgo uruguayo. Su extensa obra abarcó los géneros narrativos, dramáticos y poéticos.

¹¹ Gabriel García Márquez (1927-2014) escritor, novelista, cuentista, guionista, editor y periodista colombiano. En 1982 recibió el Premio Nobel de Literatura.

¹² Milan Kundera (1929 --) escritor checo, ha publicado libros, cuentos, ensayos, teatro y poesía.

¹³ Umberto Eco (1932-2016) fue un escritor y filósofo italiano, experto en semiótica.

¹⁴ Stieg Larsson (1954-2004) periodista y escritor sueco, saltó a la fama tras su muerte, con la publicación de la trilogía de novelas policíacas *Millennium*.

¹⁵ Dan Brown (1964 -) escritor estadounidense, autor de numerosas novelas.

Con los ejemplos anteriores podemos observar cómo la matemática está presente en las obras literarias de diferentes estilos, épocas y autores, mostrando cómo dos áreas que comúnmente se consideran desvinculadas entre sí se han relacionado desde hace muchos años.

El análisis presentado anteriormente se enfoca principalmente en la búsqueda de nociones o ideas matemáticas en obras literarias, que como señala Macho (2008) “La aventura de buscar las matemáticas escondidas en la literatura es, como poco, emocionante” (p. 73).

Sin hacer un análisis profundo, podemos notar que las nociones matemáticas y las formas de utilizarlas son muy diversas. Resulta de gran interés para este trabajo reconocer estas obras y cómo las matemáticas han sido parte de las mismas; esto sin enunciar obras como, “*El hombre que calculaba*”, novela escrita por Malba Tahan o “*El teorema del loro*”, novela de Denis Guedj; cuyo objetivo es contar una historia a través de las matemáticas o de ciertas matemáticas.

Como se mencionó anteriormente, los roles dados a las nociones o ideas matemáticas son distintos, por ejemplo, en el “*Código Da Vinci*”, lo matemático cuestiona lo místico y le coloca en otro estatus; le da un rostro más humano y más asociado a grupos secretos que codifican información a través de las matemáticas. En “*La biblioteca de Babel*”, se describe con detalle matemático cómo está construida la biblioteca y la organización de los anaqueles, causando la compleja ilusión entre las posibilidades de finito e infinito. En el poema, “*A la divina proporción*” a través de metáforas¹⁶, comparaciones¹⁷ y paralelismos¹⁸ se manifiesta la belleza que crea el número áureo, la cual quizá no se pueda apreciar mediante una fórmula matemática. En el libro “*Lilavati*” se utiliza lenguaje matemático en enunciados ingeniosos e interesantes para plantear problemas que pueden resolverse usando aritmética y álgebra. A continuación, se muestra cómo se pueden utilizar las matemáticas para dar una solución al Poema de Baskhara II titulado “*Lilavati*”:

Un quinto de un enjambre de abejas se posa sobre una flor de kadamba (loto); un tercio, sobre una flor de silindhha (banana). Tres veces la diferencia entre los dos

¹⁶ Metáfora: figura retórica que consiste en identificar un término real con uno imaginario con el que mantiene una relación de semejanza.

¹⁷ Comparación: figuras del pensamiento que establece semejanzas entre dos seres distintos mediante algún nexo comparativo: así, del mismo modo que, como, así como, etc.

¹⁸ Paralelismo: figura retórica, utilizada principalmente en poesía, que consiste en la repetición de una misma estructura gramatical o de un mismo pensamiento, con una leve variación final.

números voló a las flores de un kutuja (su corteza es sustituto de la quinina), y quedó una sola abeja que se alzó por el aire, igualmente atraída por el grato perfume de un jazmín y un pandamus. Dime tú ahora, mujer fascinante, cuál era el número de abejas. (Gavilán, 1996, p. 88).

Utilizando el lenguaje matemático podemos asignar a “x” como el número total de abejas y escribir la siguiente expresión algebraica:

$$x = \frac{1}{5}x + \frac{1}{3}x + 3\left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{5}x\right) + 1$$

Al resolverla, obtendremos que $x = 15$, por lo tanto, el número total de abejas sería 15.

Podemos observar cómo en algunos casos el lenguaje verbal utilizado por los escritores puede llevarse a la formalización del mismo, representarlo de otra manera, es decir mediante el lenguaje matemático.

De acuerdo con lo anterior, considero que no debería tratarse solo de búsqueda y de descubrimiento de nociones o ideas matemáticas en obras literarias, teniendo en cuenta que tanto las matemáticas como la literatura son pilares que desempeñan un papel fundamental en la educación de un individuo, sino que podrían integrarse a través de un recurso didáctico. Dicho recurso podría posibilitar la introducción, reforzamiento o comprensión de contenidos matemáticos dentro del aula mediante tareas didácticas favoreciendo en efecto el proceso de enseñanza–aprendizaje y promoviendo el desarrollo de diferentes habilidades matemáticas o lingüísticas en los estudiantes.

1.3 Relación matemática y literatura mediante el lenguaje y el discurso

El análisis de la relación entre la matemática y la literatura no se limita sólo a la presencia de conceptos matemáticos en obras literarias, existen diversas líneas de investigación interesadas en abordarla. Por ello, en esta sección se analiza dicha relación a través del lenguaje y del discurso, buscando reconocer elementos que sustenten el diseño de didáctico de actividades que integran matemática y literatura.

1.3.1 Relación entre la matemática y la literatura mediante el lenguaje

El lenguaje constituye un importante objeto de estudio y de reflexión tanto para la matemática como para la literatura. El lenguaje matemático, sustentado por la lógica, se caracteriza por

su exactitud, precisión y claridad mientras que el lenguaje literario se caracteriza por ser intuitivo y expresivo.

Hanrahan (2007) realiza un estudio de la diferencia entre las matemáticas y la literatura, mediante dos elementos; el primero respecto al lenguaje, propone un ejemplo utilizando la palabra figura que pertenece a los campos semánticos de ambas áreas; para las matemáticas, figura se refiere a una forma geométrica y símbolo numérico y para la literatura, figura es desviación de la disposición normal o el uso de las palabras que se relaciona con la ficción. Podemos observar que mientras para las matemáticas se utiliza para confirmar la existencia y presencia de las más variadas formas de los cuerpos materiales que conviven en la naturaleza, en la literatura se utiliza para dar más expresividad a los sentimientos y emociones de los escritores.

De acuerdo con esto Derrida (2000) hace referencia a Husserl¹⁹, quien consideraba a la geometría como la forma cultural ideal, ya que trasciende las diferencias culturales, es decir, la diferencia lingüística, en "*L'origine de la géométrie de Husserl, Introduction et traduction*"²⁰, expone la diferencia entre la literatura y las matemáticas en términos de lenguaje:

Se trata, como observamos, de una objetividad "ideal". Es propia de una clase de productos espirituales del mundo de la cultura al que pertenecen no solamente todas las formaciones científicas y las ciencias mismas, sino también, por ejemplo, las formaciones del arte literario. Obras de esta clase no ofrecen, como las herramientas útiles (martillos, tenazas) o como las obras de arquitectura y los productos del mismo tipo, una posibilidad de reedición en varios ejemplares semejantes entre sí. El teorema de Pitágoras, así como la geometría, no existen más que una sola vez, cuantas veces y en cualquier lengua que puedan ser expresados. La geometría es idénticamente la misma en la "lengua original" de Euclides y en todas las otras "traducciones"; es una vez más la misma en cada lengua, cuantas veces sea expresada, a partir de su enunciación oral o de su notación escrita originales, expresada en el modo sensible

¹⁹ Edmund Husserl, filósofo y lógico alemán, su intención era establecer una base epistemológica para la filosofía que la convirtiera en propiamente científica, base que halló en el método que llamó «fenomenológico».

²⁰ *L'origine de la géométrie, de Husserl. Introduction et traduction, Paris : Presses Universitaires de France, 1962.*

en las innumerables expresiones orales o en las consignaciones escritas y otras.
(Derrida, 2000, pp. 167-168)

En este sentido, Hanrahan (2007) señala: la literatura, en otras palabras, ofrece una expresión secreta, oculta de una singularidad única, intraducible que desaparece en el proceso de idealización personificada por las matemáticas (p. 12).

De manera similar, Crumey (2009) establece la diferencia entre las matemáticas y la literatura refiriéndose al lenguaje:

Hay una “lengua” de las matemáticas con sus propios símbolos y su terminología, misteriosa para los no especialistas, mientras que la mayoría de las obras literarias se escriben en un lenguaje que, si no es siempre del tipo “cotidiano”, es al menos familiar. En esos textos artísticos como novelas o poesía, nos encontramos con que las palabras particulares que un escritor utiliza son de gran importancia para el efecto estético: a menudo se observa que la poesía, en particular, pierde algo en la traducción. Con las matemáticas, la situación es muy diferente: incluso podríamos decir que las matemáticas se refieren, precisamente, con esas cosas que son invariantes bajo traducción lingüística. En ese sentido realmente no existe un “lenguaje” de las matemáticas; por el contrario, las matemáticas son una abstracción de lo que puede decirse igualmente bien en cualquier lenguaje natural (Crumey, 2009, p. 9).

De acuerdo con las citas anteriores los autores sugieren que la diferencia entre la literatura y la matemática en términos de lenguaje se debe a que la primera es intraducible a otros idiomas o lengua debido a que es subjetiva, intuitiva e involucra expresiones, mientras que la matemática es traducible a cualquier idioma o lengua por su objetividad y generalización de los conceptos matemáticos, es decir, es lógica.

Sin embargo, podemos cuestionar estas suposiciones respecto a que la matemática es lógica y traducible a cualquier idioma. Autores como Henri Poincaré (1854-1912) argumentan que la matemática también es intuitiva:

Al ser rigurosa, la ciencia matemática tiene un carácter tan artificial que puede impactar en cualquier tema; no olvidemos sus orígenes históricos. Generalmente vemos cómo ha de contestarse las preguntas, y no vemos por qué se hacen las

preguntas. Esto nos muestra que la lógica no es suficiente; que la ciencia de la demostración no es toda la ciencia y que la intuición debe conservar su papel como complemento, estaba a punto de decir, como contrapeso o como antídoto de la lógica. (Poincaré, 1907, p. 21, mi traducción)

Por lo tanto, la lógica y la intuición tienen cada una su papel necesario. Cada una es indispensable. La lógica, la única que puede dar certeza, es el instrumento de la demostración; la intuición es el instrumento de la invención. (Poincaré, 1907, p. 23, mi traducción).

Después del análisis se puede decir que la matemática no es un lenguaje riguroso, aunque sus conceptos, fórmulas, axiomas, conjeturas, etc., son esencialmente los mismos en todos los idiomas siempre habrá una interpretación subjetiva en cada idioma o cultura, y es aquí donde radica su belleza. Es una ciencia que puede traducirse a cualquier lenguaje o idioma, pero no es una ciencia estática respecto al lenguaje, un concepto puede ser interpretado y expresado de diferente manera dependiendo de la cultura o idioma.

El lenguaje matemático nos permite analizar e incluso predecir fenómenos fundados en las leyes de la naturaleza. Pero la matemática no sólo es un lenguaje, su carácter ha evolucionado a través de la historia desde un concepto exclusivamente útil para otras disciplinas hasta una condición filosófica, la cual lo sistematiza como objeto de estudio de sí mismo.

1.3.2 Relación entre la matemática y la literatura a través del discurso

El discurso, como extensión del lenguaje, es un acontecimiento real y le otorga sentido. Es el elemento funcional más importante en la adquisición del conocimiento.

El discurso de cada una de las disciplinas ha desarrollado a través del tiempo una forma particular de representar y comunicar su conocimiento. El discurso matemático está formado por diversos sistemas funciones de signos, y no exclusivamente del lingüístico. Este discurso combina el uso de tres recursos semióticos: lenguaje, imágenes visuales y simbolismo matemático. La actividad discursiva dentro de las matemáticas se asocia a la expresión de ideas, ya sea escritas o habladas cuya finalidad es exponer o transmitir algún tipo de información.

Sfard (2000) considera al conocimiento como un aspecto de la actividad discursiva y como una construcción humana. Expone al discurso matemático enfocándose en reglas meta-

discursivas²¹, que son factores que influyen en el proceso de aprendizaje y comprensión de las matemáticas y determinan las formas de comunicación de los matemáticos. Además, explica cómo el discurso matemático cambia de acuerdo con el contexto. Sustenta su enfoque en teorías del lenguaje de corte filosófico, las cuales hablan extensamente de cómo el discurso es una actividad de seguimiento de reglas, Wittgenstein (1953), Foucault (1972); así como teorías sociológicas, como Bourdieu (1999). Además, establece la diferencia entre una regla a nivel objeto de discurso matemático y las reglas meta discursivas (meta-reglas); donde las primeras rigen el contenido de intercambio y las segundas regulan el flujo de intercambio y se consideran superiores a las primeras.

Profundizando con el análisis, existen autores que han investigado acerca del discurso matemático como medio generador de conocimiento:

La perspectiva interaccionista postula el carácter discursivo del conocimiento. En particular, las matemáticas son vistas como un tipo particular de discurso. ‘El discurso’, sin embargo, no es sólo ‘lenguaje’; es lenguaje-en-acción, o lenguaje como un medio para lograr fines cognitivos, sociales u otros. Como discurso, las matemáticas establecen un cierto universo: las matemáticas son un modo de ver el mundo, y de pensar sobre él. Como este universo se establece por medio de la comunicación y la construcción de convenciones y comprensiones compartidas de los contextos, el tipo de conocimiento matemático que los estudiantes desarrollan depende de las características de las situaciones de comunicación en que se desarrollan. (Godino y Llinares, 2000, p. 4).

Esta perspectiva del discurso introduce la idea de aprendizaje de argumentos válidos mediante la negociación de los significados y destaca la relación entre el individuo y su contexto.

El papel que juega el discurso en las matemáticas, convirtiéndolo en un lenguaje activo, de construcción que es regulado por diferentes reglas que permiten la comunicación, además que es una actividad relacionada con el contexto en el que se desarrolla el individuo.

²¹ Las metas-reglas están implícitamente presentes en los discursos y su aprendizaje se produce de manera espontánea y son responsables de cómo se hacen las cosas.

1.4 La literatura como recurso didáctico en el proceso enseñanza – aprendizaje de las matemáticas

Las matemáticas son aplicables en diferentes áreas, disciplinas y actividades del ser humano; sin embargo, en la mayoría de los casos, el tipo de experiencia que tienen los estudiantes respecto al aprendizaje de las matemáticas habitualmente es desvinculada de otros aspectos de la vida y de las otras disciplinas. Algunos autores plantean esta problemática:

Cobra más importancia el problema de la Enseñanza – Aprendizaje de las matemáticas, pues una buena metodología conllevaría a nuestros estudiantes a ver la matemática como una ciencia esencial, bonita, prioritaria y clave en el desarrollo social, económico y político del país y podría permitir la formación de nuevos cerebros matemáticos. Además, lograríamos que nuestros alumnos no sigan viendo a la Matemática aburrida, abstrusa, inútil, inhumana, muy difícil, como un conjunto de temas misteriosos, desconectados de la realidad, que no se entienden y sin ninguna aplicación y le quitaríamos a la matemática esa reputación de presumida e inalcanzable que se le ha dado por muchos siglos. (Uzuriaga, Vivian y Martínez, 2006, p. 266)

Enseñar Matemática como si estuviesen aisladas es una distorsión del conocimiento. Convendría enseñar Matemática yendo más allá de la propia Matemática: considerando sus relaciones y buscando su sintonía con las corrientes principales del pensamiento. Esta nueva actitud motivaría a los estudiantes, crearía nuevas aplicaciones y abriría nuevas vías de debate. (Gómez, 2002, p. 119)

En la sociedad se les atribuye un valor elevado a las matemáticas, es decir se reconoce que son indispensables para el estudio de la mayoría de las disciplinas, pero el valor formativo y el enriquecimiento intelectual que conlleva su aprendizaje puede ser más evidente si se muestra su relación profunda con otras áreas, para este trabajo es de interés específico la relación con las artes y las humanidades.

El nexo de las matemáticas con el arte se ha dado desde los inicios de las civilizaciones, en esta relación aparecen temas muy variados como la perspectiva, las proporciones, la simetría, las formas geométricas, las dimensiones y los fractales, etc. Por ejemplo, se ha utilizado para diseñar diferentes construcciones de arquitectura, mosaicos o teselados; las formas

geométricas son fundamentales para los cubistas y los expresionistas abstractos. Es decir, en todas las artes existen las matemáticas y pueden ser utilizadas como recursos didácticos en cualquier nivel. Martínez-Tebar (2009) expone la relación de las Bellas Artes con la matemática como recurso didáctico y expone algunos ejemplos que pueden ser usados en el aula y en cualquier nivel; sugiere que además trabajamos desde el área de Matemáticas distintas competencias: con la Literatura la competencia lingüística, con el estudio y medida de las proporciones en Pintura, Escultura y Arquitectura estamos trabajando el Conocimiento e interacción con el mundo físico y con todas ellas la Competencia Cultural y Artística. (p. 2)

Peralta (1998) presenta algunas relaciones de las matemáticas con el arte, la música y la literatura con base en la historia de las matemáticas y de la civilización pone en evidencia mediante diferentes ejemplos, las conexiones entre estas disciplinas. Además, señala la importancia de usar estas conexiones como recurso didáctico en la enseñanza y formación de profesores.

La relación de las matemáticas con otras disciplinas se ha utilizado como recurso didáctico con la finalidad de mejorar el proceso enseñanza–aprendizaje y favorecer el desarrollo de habilidades que son comunes entre estas disciplinas. De estas relaciones nos enfocaremos a la existente entre las matemáticas y la literatura. En este sentido Dugas (1976) expresa:

(La matemática) es una disciplina del espíritu, la más rigurosa de todas. [...] fuerza la atención hasta un punto tal que impide toda divagación perezosa del espíritu, tan común entre los adolescentes. [...] La matemática enseña también a escribir, si se quiere que la concisión, la claridad y la precisión sean cualidades del estilo. [...] el lenguaje matemático obliga a una gimnasia intelectual sumamente intensa: el hombre [...] de un solo simbolismo no puede ser matemático. La matemática desarrolla también la imaginación, pero le impide vagar más allá de los límites de una lógica rigurosa. [...] es indudable que la cultura matemática tiene un valor estético; nadie puede permanecer insensible a la armonía de la geometría. [...] las matemáticas educan la capacidad de razonamiento. (Dugas, 1976, pp. 364-371)

En esta cita podemos destacar la importancia que tiene la matemática para el desarrollo intelectual y humano del individuo, en el cual debe incluirse el arte y las humanidades para

tener un sentido más amplio del conocimiento, use la imaginación lógica y aprecie la belleza del mundo que lo rodea. Frabetti (2009) concuerda con Dugas (1976) y menciona la importancia que tiene para las matemáticas el enseñar a los estudiantes a leer y escribir de manera correcta y comprensible:

La enseñanza de las matemáticas, como la de cualquier otra materia, pasa necesariamente por enseñar a leer de forma comprensiva y a escribir de forma comprensible; es, en buena medida, una enseñanza literaria, aunque pueda sonar paradójico en nuestra cultura esquizofrénica, que separa de forma excesiva las «ciencias» de las «letras». Sobre todo, en sus primeras etapas, la enseñanza debería basarse principalmente en distintos tipos de relatos. En este sentido, la matemática recreativa marca unas pautas que los docentes no podemos ignorar”. (Frabetti, 2009, p. 42)

Para Frabetti, la escritura y lectura tiene un papel importante para la formación y desarrollo cultural de los estudiantes, indica que no es una tarea exclusiva de las disciplinas como español o literatura, sino que concierne a todas las disciplinas. El adecuado manejo del lenguaje es una habilidad que le permitirá al estudiante una interacción con los diferentes contenidos disciplinares y con el contexto. Las pautas que él menciona dentro de la matemática recreativa es el uso de relatos cortos como leyendas, fábulas, cuentos, chistes, proverbios y acertijos para introducir los temas matemáticos.

Si consideramos la escritura y lectura como áreas a desarrollar en todas las disciplinas escolares; en nuestro caso particular las matemáticas, se podría analizar los propósitos de introducir textos literarios en una clase de matemáticas, así como cuáles son las habilidades matemáticas o lingüísticas que se desean desarrollar en los estudiantes con este tipo de estrategias didácticas.

La propuesta de integración de matemáticas y literatura se ha utilizado como estrategia didáctica en el proceso de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas desde hace varios años; Haury (2001) y Murphy (1999) indican que el poder del enfoque de la integración de la literatura en matemáticas se basa en la capacidad de la literatura para revelar a los estudiantes que las matemáticas son intrínsecas en el pensamiento humano y es aplicable a sus vidas.

En su investigación, Monroe (1996) sostiene que las matemáticas y la lengua “se aprenden mejor no como fragmentos aislados de conocimiento en situaciones artificiales, sino como herramientas para la construcción activa de un significado” (p. 373). Esta idea se vio reforzada por la declaración de Gailey (1993) que “las matemáticas y las habilidades de lenguaje se desarrollan juntas cuando los estudiantes escuchan, leen, escriben y hablan de las ideas matemáticas”.

De acuerdo con Thraikill (1994), un resultado importante ha sido el desdibujamiento de la distinción entre “buenos” lectores y “buenos” matemáticos. Los estudiantes prestan menos atención a sus fortalezas y debilidades percibidas en estas dos materias, ya que fueron capaces de construir la confianza al mismo tiempo en cada área.

Heavey (1998) en su tesis de maestría realiza una revisión de literatura significativa de la relación y los beneficios que tiene la integración de la literatura matemática en las clases de matemáticas a nivel primaria. Destacando la siguiente cita:

Si enseñamos la música como enseñamos matemáticas, los estudiantes practicarían escalas musicales durante años sin llegar a tocar una canción. Si nos enseñan el arte como enseñamos matemáticas, los estudiantes practicarían el dibujo de líneas y formas durante años sin llegar a crear una imagen. Y si enseñamos a escribir como se enseñan las matemáticas, los estudiantes practicarían ortografía, puntuación y caligrafía, sin llegar a utilizar la escritura para expresar lo que tiene que decir. (Kleiman, 1991, p. 48)

Las matemáticas se han enseñado tradicionalmente aparte de otros temas y de los acontecimientos de la vida diaria, los autores hacen referencia a la esterilidad de este enfoque. Asimismo, estos estudios nos hacen reflexionar sobre la importancia que tiene el enseñar las matemáticas relacionadas a otras áreas ya que permiten verlas más apegadas a la realidad y seguramente más atractivas para los estudiantes. Se debe ofrecer a los estudiantes un conocimiento interdisciplinario con la finalidad de que conozcan y aprecien su valor y utilidad al relacionar varias disciplinas.

La idea de relacionar varias materias tiene una coherencia debido a que en el mundo real todas las cosas están conectadas entre sí, entonces es lógico que las asignaturas también lo estén. Esta integración puede ayudar a los estudiantes a desarrollar el pensamiento crítico,

además que contribuye a crear conocimientos necesarios que le serán de utilidad en diversas situaciones de su vida, observar conexiones entre las diferentes materias, le dan importancia al currículo escolar, puede generar interés y motivación hacia la escuela.

La integración de matemáticas con literatura puede tener diferentes usos como recurso didáctico en el proceso de enseñanza – aprendizaje en el aula de matemáticas de acuerdo con Welchman-Tischler (1992) en su libro *“How to Use Children’s Literature to Teach Mathematics”* propone siete tipos de usos de la literatura infantil en matemáticas:

1. Proporcionar contexto.
2. Introducir objetos manipulables.
3. Modelo de una experiencia creativa.
4. Plantean un problema interesante.
5. Se prepara para un concepto o habilidad.
6. Desarrollar un concepto o habilidad.
7. Proporcionar un contexto para su revisión.

Con base en estos siete usos podemos observar que la diversidad de integrar textos literarios dentro de la clase de matemáticas permite un enriquecimiento del proceso enseñanza–aprendizaje para presentar las matemáticas de una manera más atractiva a los estudiantes, que puedan percibirla como una ciencia humana. La finalidad con la que se use el texto literario dentro de la clase de matemáticas dependerá principalmente del objetivo de aprendizaje, así como del tipo de habilidades que el profesor desee que los estudiantes desarrollen.

Tanto las matemáticas como la literatura comparten un espacio de manera natural, cada una aporta desde su singularidad habilidades que se pueden desarrollar mediante el proceso enseñanza–aprendizaje las cuales favorecen la formación del estudiante. A continuación, se mencionan argumentos respecto a las habilidades que favorecen la integración de literatura en una clase de matemáticas, según Abello y Montaña (2013):

- La lectura, porque se necesita tanto de una buena decodificación como de una buena comprensión para poder analizar críticamente la información contenida en los textos matemáticos y científicos, con los que se debe interactuar.

- La expresión oral y escrita, por la importancia que tienen ambos procesos en la verbalización, ya sea al decir qué comprenden del texto, ya para expresar la solución a la que arriban, ya para comunicar los pasos seguidos, los resultados obtenidos y su justificación o para formular preguntas a partir de una situación no resuelta y, finalmente, para razonar las decisiones que se toman.
- El vocabulario, porque al trabajar con el significado y sentido de las palabras y en particular de los términos matemáticos se asegura la comprensión, la riqueza léxica y la propiedad terminológica.

El análisis de las investigaciones, que antecede, permite considerar que el diseño de recursos didácticos que relacionen literatura y matemáticas puede contribuir al desarrollo de habilidades como:

- El razonamiento: acción de pensar, ordenando ideas en la mente, para llegar a deducir una consecuencia o conclusión.
- La creatividad: en la búsqueda de posibles soluciones, procedimientos, intervenciones para proponer una solución a un problema o situación planteada.
- La adquisición del pensamiento crítico: formula problemas y preguntas con claridad y precisión; interpreta efectivamente la información a partir de ideas abstractas; llega a conclusiones y soluciones; evalúa supuestos, implicaciones y consecuencias y existe una comunicación efectiva.

De esta manera, se trabaja de manera conjunta la comprensión de los enunciados y la solución de problemas y se posibilita el desarrollo de habilidades tanto matemáticas como lingüísticas.

1.4.1 Uso de la literatura en la enseñanza de las matemáticas

El uso de la literatura en la enseñanza de las matemáticas no es un concepto nuevo, desde hace por lo menos 25 años, existe el interés de los educadores matemáticos de diferentes regiones del mundo por utilizar la literatura como medio para la enseñanza de las matemáticas (véase por ejemplo Welchman-Tischler, 1992). Aunque la mayoría de las investigaciones sobre el uso de la literatura en la enseñanza de las matemáticas se ha desarrollado en los niveles preescolar y elemental (ver Flevarés & Schiff, 2014, para una revisión exhaustiva sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática infantil con la

literatura infantil); existen también algunos experimentos de enseñanza a nivel de escuela secundaria (por ejemplo, Sriraman, 2003, 2004).

Los investigadores han reportado diferentes beneficios de integrar la literatura en la enseñanza de las matemáticas. Por ejemplo, a través del uso de la literatura en el aula de matemáticas se puede fomentar el interés de los estudiantes en literatura y matemáticas, pero esta integración también facilita la introducción de nuevas ideas matemáticas en el aula, fomenta el desarrollo del pensamiento crítico y promueve el entendimiento de nuevos conceptos matemáticos. Estos beneficios se pueden clasificar en dos categorías: beneficios de aprendizaje y beneficios afectivos.

Beneficios de aprendizaje del uso de la literatura para enseñar matemáticas

Uno de los beneficios que se han identificado es que el uso de la literatura en la enseñanza de las matemáticas puede promover la resolución de problemas de los estudiantes y las habilidades de presentación de problemas. Por ejemplo, Young & Marroquín (2006) ilustran cómo los profesores de matemáticas pueden plantear problemas ricos en matemáticas a través de su contextualización en escenarios e historias de la literatura infantil. Estos investigadores concluyen que tales problemas basados en la literatura no sólo mejoran las habilidades de resolución de problemas, sino que también alientan los procesos de comunicación y justificación.

Otro beneficio reportado en la literatura es el desarrollo del pensamiento crítico de los estudiantes. Un ejemplo de esto es el trabajo de Sriraman (2003), quien realizó una actividad de enseñanza de varias sesiones en las cuales los estudiantes leyeron y analizaron los contenidos del libro Flatland de Edwin Abbott; lo que les permitió a los estudiantes desarrollar su pensamiento crítico y ser introducidos a ideas matemáticas más sofisticadas como la geometría no euclidiana.

También se ha sugerido que los libros tienen el potencial de animar a los estudiantes a hacer conexiones entre las ideas matemáticas y sus experiencias fuera de la escuela. Por ejemplo, Hellwig et al. (2000) ilustran cómo los libros de comercio (esto es, los libros que no son libros de texto, en la instrucción de matemáticas) pueden ayudar a los estudiantes a conectar la matemática con otras áreas de contenido e identificar conexiones entre diferentes ideas en matemáticas.

Beneficios afectivos del uso de la literatura para enseñar matemáticas

Otro mérito del uso de la literatura como un medio para enseñar matemáticas es que puede producir ganancias emocionales y motivacionales en los estudiantes. Un ejemplo de ello es el estudio de van den Heuvel-Panhuizen y van den Boogaard (2008) donde se leen libros de imágenes a niños pequeños para estimular el pensamiento matemático sobre geometría, representación de datos y medición; sin embargo, estos investigadores afirman que estos libros también tienen el poder de involucrar y enfocar la atención de un grupo de niños, lo que a su vez puede facilitar las interacciones entre los niños. Análogamente, Hong (1996) analiza la eficacia del uso de la literatura infantil para promover el aprendizaje de las matemáticas, concluyendo que "la disposición a buscar voluntariamente el aprendizaje de las matemáticas puede incrementarse utilizando la literatura infantil".

El uso de la literatura en la enseñanza de las matemáticas también tiene el potencial de apoyar el aprendizaje matemático de los estudiantes con diferentes orígenes y habilidades. Iliev & D'Angelo (2014) afirman que la inclusión de la literatura multicultural en el aula de matemáticas "permite a los niños moverse más allá de su base de conocimientos actual y hacer conexiones matemáticas culturalmente relevantes a través de temas universales como el dinero, el tiempo y la medición". A su vez, Courtade et al. (2013) afirman que la lectura compartida de la historia, definida como: "cuando un maestro oralmente lee un libro, y los estudiantes interactúan de manera útil y estratégica tanto con el contenido del libro como con el maestro", puede ser un medio eficaz para apoyar el aprendizaje matemático de los estudiantes con discapacidades moderadas y graves. Además, Casey et al. (2008) sugieren que "la integración de la alfabetización y la matemática a través de la narración oral puede permitir a los estudiantes de bajos ingresos y diversos adquirir mejores habilidades geométricas" (p. 43).

1.4.2 Relación matemática y literatura mediante actividades donde la literatura forma parte de los textos de matemáticas

En esta sección se presenta un análisis de algunos estudios que plantean la relación entre la matemática y la literatura mediante actividades donde esta última forma parte de los textos de matemáticas.

Marín (2006) expresa que para aprender matemáticas en principio no es válido cualquier texto, pues lo importante está en el cómo hacerlo, aunque, evidentemente, hay textos que favorecen más los aprendizajes por estar los contenidos matemáticos expresados explícitamente, mientras que otros necesitan una elaboración reflexiva por estar implícitos a lo largo del relato. Asimismo, menciona algunas de las ventajas que ofrece la utilización de textos literarios en el aula de matemáticas: presentan los aspectos matemáticos en contexto, permiten hacer múltiples conexiones matemáticas, provocan una alta motivación en los aprendices, favorecen la actitud positiva hacia las matemáticas, son un elemento aglutinador de contenidos de diversas disciplinas (p. 160).

Mink y Fraser (2005) realizaron una investigación a nivel primaria la cual se centra en enseñar a los estudiantes la lectura, la escritura y las matemáticas a través de la literatura y de actividades integradas basadas en el programa de matemáticas. Este proyecto consiste en la aplicación del programa *SMILE (Science and Mathematics Integrated with Literature Experiences)*, que consta de cinco unidades temáticas centradas en las ideas fundamentales *National Council of Teachers of Mathematics NCTM*²²: sentido numérico y operaciones, medida, geometría, análisis de datos y pensamiento algebraico. En cada una de las unidades se utiliza un libro apoyo que contiene conceptos matemáticos relativos a la unidad que se enseñará. El estudio está enfocado en cómo se mejora el ambiente de clases utilizando literatura infantil en la clase de matemáticas.

Flevaris y Schiff (2014) describen brevemente la evolución del uso e integración de la literatura infantil en aprendizaje de las matemáticas en nivel primaria; desde su posible origen en 1652 (*Comenius' Orbis Pictus*) hasta la actualidad, así como las razones para el uso y funciones de los cuentos o libros ilustrados como recursos y herramientas para el aprendizaje de las matemáticas. Las autoras sugieren que los cuentos pueden ser vistos como un medio para el desarrollo de la comprensión de los cinco procesos matemáticos estándares: comunicación, representación, conexiones, resolución de problemas y el razonamiento y la prueba según el Consejo Nacional de Maestros de Matemáticas (NCTM, 1989). Asimismo,

²² NCTM fundada en 1920, es la organización de la educación matemática de los Estados Unidos. Es la voz pública de la educación matemática, apoyando a los maestros para asegurar el aprendizaje de matemáticas equitativa de la más alta calidad para todos los estudiantes a través de la visión, el liderazgo, el desarrollo profesional, y la investigación. Sitio web: <http://www.nctm.org/>

refieren que los cuentos no sólo son apoyo para el aprendizaje de las matemáticas sino también para el crecimiento social y emocional de los estudiantes. Las autoras presentan un análisis de algunos de los métodos utilizados para evaluar la literatura infantil, indicando cuáles son los criterios, ejes y objetivos de las rúbricas que utilizan dichos métodos. Por último, analizan el papel que debe realizar el docente ante este tipo de actividades; proponen algunas recomendaciones sobre la preparación y el desarrollo profesional de los profesores para guiar el aprendizaje de los estudiantes mediante el uso de cuentos y libros ilustrados.

Hanrahan (2007) expone que cuando existen elementos matemáticos notablemente visibles en un texto, éstos tienen el efecto de resaltar que necesitan ser descifrados, es decir, las figuras matemáticas no recuerdan el texto literario presente, sobre todo las figuras discursivas. También indica que una de las diferencias entre la literatura y las matemáticas se debe a que en la primera no puede haber muestras sesgadas, que el particular nunca puede ser totalmente incluido en el general. Otra diferencia es que una teoría literaria no puede ser nunca un teorema, nunca puede rendir una prueba irrefutable. Lo que hace que sea imposible probar una hipótesis literaria porque está integralmente relacionada con la profunda resistencia a la generalización del texto literario, una resistencia donde tal vez radica la mayor diferencia entre la literatura y las matemáticas.

Purdum-Cassidy, Nesmith, Meyer y Cooper (2014) realizan un estudio enfocado en las preguntas que los maestros planean incorporar en una clase de matemáticas en la que utilizan literatura infantil. Las preguntas son clave para el discurso del aula, representan una herramienta útil en la mediación entre la construcción del conocimiento de los estudiantes y la comprensión de conceptos.

Heavey (1998) en su tesis de maestría refiere algunos títulos de libros infantiles y la relación que tiene con temas matemáticos sugeridos por Whitin (1992). Los temas de estos libros son familiares para los estudiantes y representan una conexión natural con las matemáticas. Además, indica que mediante la observación de las clases se pudieron percibir algunos beneficios tanto para los estudiantes como para los profesores. Por último, presenta el plan de clase para nivel primaria usando el libro: "*How Big Is a Foot?*"²³, incluye: el tema, la

²³ *How Big is a Foot?* Recuperado de <http://www.arvindguptatoys.com/arvindgupta/kingsfoot.pdf>

duración, nivel educativo, objetivos generales, materiales, actividad de motivación (apertura), actividades a realizar durante la clase, actividad de cierre (se revisará el problema del libro), evaluación. El plan de clase es una descripción sencilla de los procedimientos y actividades a realizar tanto por el profesor como por los estudiantes. La actividad tiene fundamento principalmente en la problemática del libro, se pretende que los estudiantes obtengan la medida de la huella de su pie usando diferentes materiales y comparen las medidas obtenidas y, por último, buscarán dar solución a la problemática propuesta del libro ¿cómo obtener la medida correcta de la cama para la reina?

Rivera (2009) realiza un análisis matemático del cuento “*Los siete mensajeros*” de Dino Buzzati, con la finalidad de explicar la angustia del príncipe con base en los recorridos de los mensajeros. Además, señala: Los matemáticos, cuando se nos presenta un problema, si es posible lo primero que hacemos es traducirlo al lenguaje matemático. (p. 5).

Sriraman (2003) presenta un proyecto sobre lectura y discusión del libro “*Flatland*”, aplicado a una clase de álgebra con estudiantes de 13 – 14 años; este libro parece ser una opción para poner en práctica el objetivo de cultivar el pensamiento crítico y la introducción de las ideas matemáticas abstractas en una clase de matemáticas como el concepto de dimensión, límites, las geometrías no euclidianas y técnicas de aproximación. Asimismo, menciona que las matemáticas y la literatura tienen un aspecto común llamado pensamiento crítico, proceso de hacer inferencias imparciales válidas.

Sriraman (2004) publica un proyecto sobre lectura y discusión de los primeros cinco capítulos del libro “*Flatterland*” (secuela del libro “*Flatland*”) en estudiantes entre 13 – 14 años. Se planteó el uso del libro en el último año de la escuela secundaria cuando el interés en el plan de estudios regular, por lo general, empieza a disiparse. Así como asegurar que los estudiantes tenían la formación matemática necesaria para permitir el desarrollo de las ideas en el libro. Las ideas en el libro renovaron el entusiasmo de los estudiantes por las matemáticas y en algunos se profundizó su interés por éstas. Este tipo de proyectos permiten evidenciar lo que se hace en clase como discusiones, reflexiones realizadas por los estudiantes cuando se incluye un texto con énfasis en contenidos matemáticos; además, el uso de la literatura matemática puede orientar a perspectivas inexploradas y no imaginadas tanto para los estudiantes y como para el profesor.

1.5 Conclusiones del capítulo

En este capítulo se analizó la relación de las matemáticas con la literatura con base en tres aspectos: uso de lenguaje matemático en obras literarias, relación mediante el lenguaje y discurso matemático y finalmente como recurso didáctico en la clase de matemáticas.

Con base en este análisis podemos observar que las matemáticas y la literatura han estado relacionadas desde hace varios años y su utilización como recurso didáctico dentro del proceso enseñanza – aprendizaje lleva varias décadas de estudio; siendo esta última la línea de investigación de interés para la realización de este trabajo.

Las investigaciones que se han realizado sobre la relación matemáticas y literatura como recurso didáctico principalmente se han enfocado a los niveles básicos de la educación (preescolar, primaria y secundaria), pero con mayor influencia en preescolar y primaria, donde se busca presentar las matemáticas a partir de contextos literarios y que los estudiantes puedan desarrollar algunas de las habilidades anteriormente mencionadas desde temprana edad con la finalidad de reducir el rechazo hacia las matemáticas y que los estudiantes las asimilen como una disciplina más amigable o de manera más natural, es decir, que está dentro de su contexto y no aisladas como generalmente se han considerado.

Los estudios realizados en secundaria son reducidos en comparación con los realizados en preescolar y primaria, pero la finalidad de estos es muy similar. Ambos estudios tienen la característica común que los diseños didácticos son desarrollados a partir de textos que contienen contenido matemático de manera explícita, es decir, se pueden considerar textos literarios matemáticos ya que sus narraciones fueron escritas con la finalidad de explicar determinados contenidos matemáticos, los cuales los profesores pueden seleccionar de acuerdo con los contenidos que deseen o necesiten enseñar. Por ejemplo, los estudios realizados por Sriraman (2003, 2004), que a partir de la lectura y análisis de los textos literarios (*Flatland* y *Flatterland*) fueron usados para la introducción y explicación de los conceptos matemáticos tratados en el libro; los cuales no estaban contemplados dentro del programa de la asignatura que en ese momento llevaban los estudiantes.

Con respecto a nivel medio superior, nivel de interés para este trabajo, los estudios realizados de integración de la matemática con la literatura más cercanos son los realizados por Sriraman (2003, 2004), debido a que algunos de los temas abordados en estos estudios son

temas que se imparten en este nivel. También, existen referencias al uso de libros como “*el hombre que calculaba*”, “*el diablillo de los números*”, entre otros libros que utilizan contenidos matemáticos explícitos, pero no como diseños didácticos sino son propuestas de actividades que el profesor pueda usar de acuerdo con las necesidades y objetivos que desee lograr con los estudiantes.

Utilizar esta relación puede ser parte de un recurso didáctico atractivo tanto para los profesores como para los estudiantes con la finalidad de enriquecer el proceso enseñanza – aprendizaje. Por ello, es importante señalar las actitudes que los estudiantes pueden experimentar con dicha integración que les permitan establecer la correspondencia (cercana o menos cercana) que tiene las matemáticas con la literatura: promueve el disfrute, el interés, la motivación y el entusiasmo hacia las tareas matemáticas, así como la participación en contextos matemáticos, mejora la confianza de los estudiantes respecto a sus habilidades matemáticas y lingüísticas.

La propuesta de este trabajo es la integración de la matemática con la literatura, para el nivel medio superior utilizando textos literarios que contienen nociones o ideas matemáticas de manera explícita, es decir, puede ser mediante el uso de extractos, resúmenes u obras literarias completas. Se propone matematizar textos, es decir, modelizar situaciones, inventar problemas o introducir actividades matemáticas a partir de diferentes obras literarias.

Este trabajo se centra en la integración de la matemática con la literatura como parte esencial de un recurso didáctico con la finalidad de proponer las matemáticas de una forma atractiva a los estudiantes, así como vincular dos disciplinas consideradas no afines. Esto, para favorecer el desarrollo de habilidades tanto matemáticas como lingüísticas en los estudiantes las cuales son consideradas como necesarias en su formación.

Se desea elaborar un diseño didáctico que genere tanto los beneficios de aprendizaje como beneficios afectivos para los estudiantes. Utilizando como base la Teoría Antropológica de lo Didáctico, esta actividad buscará por un lado que los estudiantes analicen y profundicen en ideas o nociones matemáticas incluidas en los argumentos de una obra literaria seleccionada; por otra parte, también se buscará promover el pensamiento crítico de los estudiantes. Finalmente, lo que se desea es fomentar una perspectiva entre los estudiantes

donde la literatura y la matemática no son vistas como dos sujetos independientes e inconexos.

CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO

2.1 Introducción

En este capítulo se exponen los elementos de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), que serán utilizados en esta tesis. Primeramente, se presentan las nociones de institución y de praxeología. Posteriormente, se detalla el dispositivo didáctico Recorrido de Estudio e Investigación (REI), que se enmarca en el paradigma del *cuestionamiento del mundo* propuesto por Chevallard (2013). Asimismo, se presentan los gestos del estudio conocidos como dialécticas y que están relacionados con el desarrollo de un REI, haciendo énfasis en las dialécticas de cuestiones- respuestas y de medio – media. Por último, se exponen algunas ideas sobre el concepto de infinito susceptibles de estar presentes en los estudiantes a nivel medio superior y que en la literatura se denominan como: infinito potencial e infinito actual.

2.2 Elementos de la Teoría Antropológica de lo Didáctico

La Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) propuesta por Chevallard (1999), ofrece un modelo epistemológico para el análisis de la actividad humana en su dimensión institucional. Uno de sus principios es que el saber matemático se construye como respuesta al estudio de cuestiones problemáticas; siendo éste un proceso que conduce a la construcción o reconstrucción del conocimiento matemático.

En este sentido y de acuerdo con Sierra (2006), la TAD:

Permite analizar bajo un mismo prisma el trabajo que realiza el matemático investigador, el que realiza el profesor cuando enseña matemáticas o el del alumno que las aprende en la escuela: el investigador plantea y estudia problemas con el objetivo de construir matemáticas nuevas que aporten una solución a dichos problemas; el profesor y sus alumnos también estudian matemáticas conocidas que permitan aportar respuestas a cuestiones problemáticas consideradas importantes en determinadas instituciones de la sociedad. (Sierra, 2006, p. 31)

Así, dos nociones resultan fundamentales en esta teoría, la de institución y la de praxeología, que se presentan a continuación.

2.2.1 Noción de institución

Castela y Romo (2011) definen la institución de la siguiente manera:

Organizaciones sociales estables, que enmarcan las actividades humanas y simultáneamente las hacen posibles a través de los recursos que estas instituciones ponen a disposición de sus sujetos. Estos recursos materiales e intelectuales han sido producidos por comunidades, a lo largo de procesos de enfrentamiento a situaciones problemáticas, para resolverlas con regularidad y eficacia. (Castela y Romo, 2011, p. 85)

La institución pasa por un proceso de adaptación, donde se ha construido y reconstruido y ha evolucionado de acuerdo con las necesidades de la comunidad que la genera, siendo influenciada por un contexto social y reuniendo elementos que permiten determinar un conjunto de actividades, que a su vez la determinan. Por lo cual, se considera como algo bien establecido.

Para este trabajo, se hace énfasis en dos instituciones: enseñanza de las matemáticas y enseñanza de la literatura en nivel medio superior. La primera tiene como finalidad de propiciar el desarrollo de la actividad matemática, el pensamiento lógico y crítico entre los estudiantes, mediante procesos de razonamiento, argumentación y construcción de ideas. En esta institución los objetos de estudio tienen relación con representaciones y procedimientos algebraicos, se pretende plantear y resolver problemas en distintos ámbitos, así como justificar la validez de los procedimientos y resultados empleando el lenguaje matemático como un elemento de comunicación. La segunda, tiene como finalidad desarrollar entre los estudiantes las capacidades de leer críticamente, argumentar sus ideas, entender y contextualizar el conocimiento del ser humano y el mundo desde diversas perspectivas. En esta institución, de acuerdo con el plan de estudios vigente, el desarrollo de la competencia lectora se encamina hacia el reconocimiento de los contextos de producción literaria y contextos de recepción ubicados en la línea del tiempo.

Las instituciones enseñanza de las matemáticas y enseñanza de la literatura en el nivel medio superior, parecen mantener ciertas relaciones, ya que ambas pretenden lograr el objetivo de fomentar pensamiento crítico, el razonamiento, la argumentación y la construcción de ideas. Se considera que una relación que puede ser establecida entre estas instituciones, mediante

un diseño didáctico pudiera ser: posibilitar el análisis de ideas matemáticas o literarias a partir de los argumentos descritos en una obra literaria con ideas y nociones matemáticas.

2.2.2 Noción de Praxeología [$T/\tau/ \theta/\Theta$]

Uno de los principios fundamentales de la TAD establece que toda actividad humana regularmente puede describirse con un modelo único, llamado praxeología (Chevallard, 1999). Cualquier actividad desde esta teoría puede ser descrita por medio de tareas a realizar, las maneras de realizar dichas tareas (técnicas) y las formas de explicar, de justificar y de producir las razones del funcionamiento de esas maneras de hacerlo (tecnologías – teorías). Estos cuatro componentes conforman una praxeología y pueden verse a través de dos bloques:



Figura 1. Bloques Praxeológicos

- El nivel de la **praxis** o del *"saber hacer"*, abarca los tipos de tareas que se estudian y pueden ser: un ejercicio, un problema, una actividad propuesta por un profesor; así como, las técnicas que se elaboran y utilizan para resolverlas.
- El nivel de **logos** o del *"saber"*, en el que se ubican los discursos que describen, explican y justifican las técnicas que se utilizan, los cuales reciben el nombre de tecnología; la razón, logos, de la técnica y, en última instancia, el fundamento de la creación de nuevas técnicas. Dentro del *"saber"* se postula un segundo nivel de descripción – explicación – justificación que se denomina teoría, la cual da sentido a los problemas planteados, permite interpretar las técnicas y fundamentar las descripciones o demostraciones tecnológicas.

Estos dos bloques (*praxis* y *logos*) o los cuatro elementos que lo integran (*tipos de tareas, técnicas, tecnología* y *teoría*), constituyen lo que se considera como la unidad mínima de

análisis de las actividades humanas. Por lo cual, la noción de praxeología u organización matemática (OM) constituye la herramienta fundamental para modelar cualquier actividad matemática.

Los cuatro elementos que componen la praxeología están íntimamente relacionados, pues el desarrollo de técnicas genera nuevos tipos de tareas y provoca nuevas necesidades explicativas y justificativas (tecnología y teoría). Por lo tanto, se puede decir que hay tecnologías potenciales, a la espera de técnicas, que aún no son tecnologías de alguna técnica o son tecnologías de muy pocas técnicas (Morales, 2013). Es importante señalar que las praxeologías son relativas a la institución considerada; es decir, lo que en determinada institución I es un tipo de tarea o cualquiera de los otros tipos de elementos, pueden no serlo en una institución I' . Por ejemplo, en una institución de enseñanza de las matemáticas del nivel medio superior, el uso explícito de cuantificadores (\forall, \exists) no es requerido mientras que en el nivel superior se vuelven indispensables para definir objetos matemáticos.

En este sentido, en el caso de las matemáticas y de los estudiantes aprendiendo matemáticas, las praxeologías no surgen de manera instantánea ni aparecen acabadas, sino que son el resultado de un trabajo complejo y continuo que se realiza durante largo tiempo.

2.3 Recorridos de Estudio e Investigación (REI)

Los Recorridos de Estudio e Investigación (REI) son un nuevo dispositivo didáctico que surge a raíz del paradigma educativo del *questionamiento del mundo*, con la finalidad de dar sentido al estudio de las matemáticas en su conjunto. Trasladando a la escuela una actividad de estudio más cercana a una actividad de investigación. En el siguiente apartado se muestra cómo se definen los Recorridos de Estudio y de Investigación en este nuevo paradigma:

La indagación dirigida por x sobre Q abre un camino llamado recorrido de estudio e investigación. Para avanzar por este camino, el equipo de indagación X tiene que utilizar el conocimiento —relativo a las respuestas R^\diamond , así como a las obras O — hasta entonces desconocido para sus miembros, con el cual el equipo deberá familiarizarse para poder continuar por el camino hacia la respuesta R^\heartsuit (Chevallard, 2012, p. 170).

De acuerdo con lo anterior, el Recorrido de Estudio e Investigación (REI) inicia con una cuestión clave (Q), que es el punto de partida para el estudio, en donde los investigadores

deben realizar una búsqueda entre varias respuestas y obras para construir una respuesta (R) a la pregunta clave, es decir, el saber se construye con un significado y con una finalidad.

En la construcción del REI, el “investigador” x buscará en la literatura relevante las posibles respuestas a la cuestión clave Q . Dentro de la TAD, estas respuestas se representan agregando a la letra R un pequeño rombo o diamante, en superíndice, R^\blacklozenge , para expresar que la respuesta ha sido creada por alguna de institución. Sin embargo, una respuesta R^\blacklozenge no tiene que ser “verdadera” o “válida”. Le corresponde a x evaluar si las respuestas R^\blacklozenge son relevantes. Algo que no se ve en la educación tradicional, donde el profesor es el único que realiza esa acción. De la búsqueda para encontrar las respuestas R^\blacklozenge y validarlas, se generan nuevas cuestiones, las cuales, de nueva cuenta se estudian para obtener una nueva respuesta R^\blacklozenge con su respectiva validación. Así, se crea un proceso didáctico hasta alcanzar una respuesta apropiada R^\heartsuit , que representa la respuesta, que los estudiantes x y el profesor y producen para Q .

De este modo el investigador x debe usar “herramientas”, matemáticas o no, es decir trabajos de diferente naturaleza. Es a partir del estudio combinado de las respuestas “etiquetadas” R^\blacklozenge y de las obras O (utilizadas como herramientas para estudiar las respuestas R^\blacklozenge y construir una respuesta R^\heartsuit) que el proceso de búsqueda de una respuesta R^\heartsuit se pondrá en marcha.

Para avanzar por este camino, el equipo de indagación X tiene que utilizar el conocimiento, tanto de las respuestas R^\blacklozenge , así como a las obras O , hasta entonces desconocido para sus miembros, con el cual el equipo deberá familiarizarse para poder continuar por el camino hacia la respuesta R^\heartsuit . Una condición necesaria para ello es que X y cada miembro x se comporten procognitivamente, es decir, con ganas de encontrar nuevo conocimiento y nuevas obras.

Para poder realizar una actividad con el REI, no se debe perder de vista que éste viene generado por el estudio de una cuestión viva y con fuerte poder generador, capaz de imponer un gran número de cuestiones derivadas (Chevallard, 2006). Así, se debe pensar en una primera cuestión capaz de generarlo, ésta se conoce como Cuestión Generatriz (CG), la cual se representa como Q_0 . Ésta evoluciona y da lugar al planteo de muchas nuevas cuestiones derivadas. Su estudio conduce a la búsqueda de respuestas provisionales y, con ello, a la construcción de un gran número de saberes, impulsando y provocando todo el proceso de estudio del proyecto. De este modo, durante la evolución de un REI el cuestionamiento de

estas respuestas provisionales que se van obteniendo se incorpora en todo momento a la actividad de modelación.

La Cuestión Generatriz debe provocar la motivación en el estudiante para seguir aprendiendo y además debe facilitar el proceso de investigación, que permita explorar, deducir y validar. Darle un sentido a la matemática escolar, funcionando como motivador para el estudiante; además se debe considerar que el estudiante pueda imaginar o se interese en estudiar y responder el proyecto.

El rol del profesor y, en el REI, es el de proponer situaciones de aprendizaje innovadoras que comprometan a los estudiantes, X , en proyectos que den respuestas a cuestiones iniciales que no tienen respuesta en una sola sesión. La elección de esas tareas puede ser determinante para un buen resultado del producto final obtenido. Y puede asumir las responsabilidades de:

- Proponer cuestiones que permitan diferentes tipos de análisis, matemático y literario, para ello debe adentrarse en las lógicas de ambas disciplinas. Por ejemplo, reconocer el valor de una metáfora, la naturaleza de un texto literario, las ideas matemáticas del texto, identificar las formas geométricas de los lugares descritos en el texto, realizar dibujos con base en las ideas propuestas en el texto, identificar datos numéricos, realizar cálculos matemáticos, promover la reflexión sobre las respuestas dadas a la diferentes tareas realizadas o propuestas, confrontación y validación de resultados, etc.,
- el Internet permite explorar obras O de diferente naturaleza y obliga a distinguir respuestas R^\star , útiles para responder Q y las cuestiones que de ésta se deriven.

Por otra parte, el estudiante tiene otro rol en el desarrollo del REI, ya que deja de ser visto como un ente receptivo y debe investigar, para poder analizar las preguntas, identificar las respuestas existentes, interpretarlas y determinar cuáles le son útiles para responder Q_0 . Para ello, los estudiantes deben:

- Realizar análisis basados en la lectura de textos literarios.
- Realizar búsquedas en Internet y encontrar páginas web que les permitan identificar respuestas existentes R^\star .
- Trabajar en equipo.

- Analizar el discurso, realizar dibujos e incluso maquetas que evidencien la forma en que las ideas matemáticas del texto son comprendidas.

Por todo lo anterior, el REI debe ser abierto con algunas orientaciones que permitan a los estudiantes realizar un análisis de las ideas matemáticas en un contexto literario, que puede ser el de la ficción. Esto significa que un análisis previo permite validar la pertinencia del grupo de cuestiones que orientarán el desarrollo del REI. Así, los estudiantes y el profesor construyen recorridos que se van generando a partir del estudio de las cuestiones, pero que no pueden ser determinados a priori.

Las dialécticas que surgen en el desarrollo del REI son nueve y se describen a continuación:

- **Dialéctica del estudio y de la investigación (o de las cuestiones y de las respuestas):** esta dialéctica es el corazón de una enseñanza por REI. Se refiere al hecho de que toda búsqueda genuina y no simulada de respuestas a las cuestiones, genera nuevas cuestiones que la comunidad de estudio decidirá cuándo y cómo van a responder.
- **Dialéctica de lo individual y de lo colectivo (o de la autonomía y de la sinonimia):** es un proceso que consiste en el estudio colectivo de la pregunta problemática que se ha planteado y a la vez en el reparto de las responsabilidades y de asignación de las tareas, para volver a incorporarse a un proceso colectivo, para dar una respuesta. Esta dialéctica desplaza el “actor del estudio”, pasa del individuo a la comunidad.
- **Dialéctica del análisis y de la síntesis praxeológica y didáctica:** todo análisis didáctico supone un análisis praxeológico y recíprocamente. Para comprender una realidad praxeológica (práctica, técnica, tecnológica o teórica) es indispensable realizar un análisis didáctico. Este análisis tiene un componente epistemológico, que se pregunta por la génesis de las praxeologías en juego, lo cual es, otra cara de la transposición, que produce modificaciones del saber, solo por el hecho inevitable de su difusión.
- **Dialéctica de entrar y salir de tema:** cuando, en el transcurso de un REI, se buscan respuestas en “sentido fuerte” a una pregunta, es preciso habilitar la posibilidad de salirse del tema al que inicialmente pertenece dicha pregunta, incluso hasta la posibilidad de salirse de la disciplina de referencia, para reingresar posteriormente. Resulta evidente que las preguntas generatrices que pueden dar lugar a recorridos

amplios de estudio e investigación pocas veces pueden circunscribirse en el ámbito limitado de un único sector o incluso una única disciplina.

- **Dialéctica del paracaidista y de las trufas:** Se refiere a la condición de exploradores que asumen los actores del sistema didáctico, pues tienen que tomar una gran distancia del problema y explorar el terreno desde muy arriba. Requiere incorporar el gesto de inspeccionar zonas de gran alcance. Esta inspección difícilmente encuentra de inmediato lo que se busca, y requiere de gestos de acercamiento, para analizar la utilidad de lo encontrado. Esto posibilita hallar cosas inesperadas, que pueden resultar semillas que permitirán progresar en la investigación.
- **Dialéctica de las cajas negras y cajas claras:** se refiere al proceso según el cual se establece qué conocimiento es pertinente y merece ser aclarado, analizado, etc., mientras se dejan, es necesario, ciertos saberes a enseñar en un “nivel de gris”. Así, quedan en gris, ciertos saberes que no son necesarios para responder la pregunta generatriz o sus preguntas derivadas. Esta dialéctica se opone al hábito escolar que, en general, aspira a una “claridad” completa.
- **Dialéctica de los media y los medios:** Para la elaboración de las sucesivas respuestas provisionales es necesario disponer de algunas respuestas preestablecidas, accesibles a través de los diferentes medios de comunicación y difusión: los media. Los mismos pueden ser libros, artículos de investigación, apuntes de clase, etc. Es esencial que el estudiante tenga acceso a respuestas preestablecidas, que no se reduzcan a la respuesta oficial del profesor (o del libro de texto), así como a los medios para validarlas.
- **Dialéctica de la excripción textual y de la inscripción textual:** Hace referencia al proceso de evitar la transcripción formal de respuestas parciales ya existentes que pueden conducir a la construcción de la respuesta a la cuestión planteada. Así mismo, se cuestiona el texto donde se ha encontrado inscriptas a las posibles respuestas. Se trata de tomar de ellas la parte útil y volver a escribirlas en notas de síntesis, glosarios, entre otros.
- **Dialéctica de la difusión y de la recepción:** es el proceso que conduce a difundir y defender la respuesta desarrollada por la comunidad de estudio. Los saberes no son importantes *per se* –*monumentalismo* –, no por el tipo de respuestas que permiten

aportar, se trata de un saber que es el producto de la actividad matemática de la comunidad de estudio (Chevallard, 2013, pp. 5-6).

Con base en lo anterior, observamos que aparecen entre ellas las dialécticas *cuestiones – respuestas* y *media – medio*, en las cuales se hará énfasis debido a que se considera que permitirán identificar cómo en la implementación del REI los estudiantes validan sus respuestas y encuentran herramientas para encontrar respuestas a las preguntas planteadas.

2.3.1 Las dialécticas: cuestiones – respuestas y media – medio

En el marco de la TAD (Chevallard, 2007, 2013), se señala que las dialécticas son “gestos del estudio y de la investigación”. Estos gestos ayudan a reconocer la razón del ser del estudio y favoreciendo el reconocimiento de los elementos que se emplean durante la evolución de un REI. Se pondrá énfasis en las dialécticas, *cuestiones-respuestas* y *media-medio*, también conocidas como dialéctica del estudio y de la investigación y dialéctica de la conjetura y de la prueba.

La dialéctica del estudio y de la investigación (*cuestiones-respuestas*), es el núcleo del proceso de enseñanza a través de un REI y se identifica como los recorridos elaborados, debido a que permite identificar el camino que elaboran los participantes en el proceso de estudio basado en un REI.

La dialéctica de la conjetura y la prueba (*medio-media*), se refiere al saber construido en un curso de estudio e investigación, al que se considera como producto de una conjetura y que, como tal, debe ponerse a prueba. Esta dialéctica se designó con el nombre de la dialéctica *medio-media* (entendiendo por *media* a todo sistema que emite mensajes en dirección a ciertos públicos, como, por ejemplo, un diario, un programa de televisión, el curso del profesor, un “tratado” sabio, etc.) y *medio* (a la noción originada en la Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau).

La actividad de modelación matemática que “vive” en una enseñanza por REI sólo puede desarrollarse si para la elaboración de las respuestas provisionales, los estudiantes disponen de algunas respuestas ya establecidas. ¿Cómo acceden a ellas? A través de los diferentes medios de comunicación y difusión, es decir, a través de los *media* que al ingresar al *medio* son transformados e incorporados a él, en el proceso de elaboración de posibles respuestas a las cuestiones (Marietti, 2009).

Esta dialéctica hace referencia a la necesidad de disponer, para la elaboración de las sucesivas respuestas provisionales R^\diamond , de algunas respuestas preestablecidas accesibles a través de los media (construcciones elaboradas para dar respuesta a cuestiones ya elaboradas, tal vez diferentes a las que se plantean en el proceso de estudio) y por lo tanto deben ser, en cierta manera, “de-construidas” y “re-construidas” en función de las propias necesidades. Para y por ello se van a necesitar otro tipo de medios, instrumento indispensable para poner a prueba la validez de estas respuestas.

Entendiendo como *medio* a los instrumentos que favorecen la elaboración y argumentación de las respuestas provisionales R^\diamond y que permiten llegar a la respuesta apropiada R^\heartsuit . Los media, se entenderán como aquellos dispositivos que permiten acceder a la información, que genera las respuestas provisionales R^\diamond .

Este dispositivo favorece un diseño didáctico que cuestione el mundo, que permita a los estudiantes ser altamente activos en su proceso de aprendizaje, lo cual facilita la reflexión, el pensamiento crítico y la confrontación de ideas matemáticas. En este trabajo, el contexto que se cuestiona es la literatura considerando un cuento de Borges para el diseño del REI como se detalla en el siguiente capítulo.

2.4 Conclusiones del capítulo

En este capítulo se presentaron los elementos de la TAD que posibilitan el diseño del REI y el análisis de su implementación. La noción de institución permite plantear la relación entre enseñanza de las matemáticas y enseñanza de la literatura como una relación institucional, caracterizada por el desarrollo del pensamiento crítico, el razonamiento y el estudio de cuestiones que permitan a los estudiantes analizar y confrontar las ideas matemáticas presentes en obras literarias. Asimismo, ellos podrán darse cuenta de que los elementos tecnológicos matemáticos posibilitan la creatividad literaria y la producción de ficción.

La noción de praxeología permite el análisis de la actividad que tiene lugar en las dos instituciones de enseñanza, matemática y literaria, lo que constituye la base de la nueva relación institucional que se producirá a partir del REI diseñado e implementado.

El REI enmarcado en el paradigma del cuestionamiento del mundo, permite desarrollar un diseño didáctico que relacione la matemática y la literatura, de naturaleza semi o

completamente abierta que permite el análisis de ideas matemáticas inmersas en un texto literario a partir de una serie de cuestionamientos que posibiliten la consulta de obras O , el estudio de respuestas R^\blacklozenge y la producción en conjunto de una R^\heartsuit .

Asimismo, se presentaron las dialécticas que forman un REI, poniendo énfasis en las dialécticas cuestiones – respuestas y media – medio, debido a que se considera que el análisis de estos gestos del estudio permite dar cuenta de la implementación del REI en un grupo de estudiantes de nivel medio superior. Se considera que particularmente, la dialéctica media-medio permitirá dar cuenta de la forma en que el Internet es utilizado para estudiar las cuestiones propuestas en el REI.

CAPITULO III: METODOLOGÍA

3.1 Introducción

El diseño didáctico que se presenta en este trabajo se inspira en la metodología para el diseño de actividades didácticas basadas en modelización matemática propuesta inicialmente en Macias (2012) y refinada en Patricio y Guzmán (2016). Una característica de esta metodología es que en su primera fase se analiza un contexto no matemático, que se ha considerado de interés para el diseño didáctico. Por ejemplo, en Guzmán (2016) se analiza la enseñanza de la teoría de control, ya que es una asignatura que es parte de la formación de especialidad en escuelas de futuros ingenieros. En el caso de Patricio (2016) se analiza la informática y en particular el algoritmo de búsqueda utilizado por Google, conocido como PageRank. El análisis de estos contextos tiene que ver con los objetivos de estas tesis, que en ambas es diseñar actividades didácticas para la formación de futuros ingenieros y se pretende, de manera general, relacionar la formación básica —particularmente la matemática— con la formación de especialidad.

Dado que uno de los objetivos de este trabajo es que los estudiantes construyan una relación entre la literatura y las matemáticas mediante un diseño didáctico, se considera que esta metodología puede ser utilizada para el diseño de dicha actividad. Más precisamente, se pretende establecer una relación entre literatura y matemáticas, a partir del análisis de obras literarias que contienen nociones e ideas matemáticas, que para su comprensión exijan la comprensión de estas ideas y posiblemente de la construcción de conocimiento matemático que no es independiente del conocimiento literario, ya que está inmerso en la obra. En ese sentido, se considera que el diseño didáctico posibilitaría la construcción de conocimientos matemáticos vinculados a conocimientos literarios o que provienen de la obra literaria elegida.

Se seleccionó el cuento “*La Biblioteca de Babel*” escrito por Jorge Luis Borges, debido a que en éste aparecen ideas matemáticas sobre el infinito y sobre las formas geométricas que caracterizan la biblioteca, como son los hexágonos. El análisis literario del cuento no puede desarrollarse sin comprender estas ideas. Además, Borges es un autor que forma parte de los autores estudiados en el bachillerato de la Universidad La Salle Nezahualcóyotl, contexto

experimental de nuestro trabajo. Esta elección se ha hecho con la ayuda de la profesora de literatura, quien también ha participado en el diseño didáctico, como se detalla a continuación.

El diseño didáctico comparte elementos de los Recorridos de Estudio y de Investigación (REI), que se desarrollan a partir del estudio de una cuestión. En este caso, se propone un conjunto de cuestiones en tres fases, que permiten, en la primera concentrarse en el análisis del cuento e identificar las ideas matemáticas que aparecen; en la segunda se motiva un trabajo matemático que permita visualizar la forma geométrica de la biblioteca, su tamaño y la cantidad de libros que alberga; y la tercera pretende que los confronten las ideas que surgieron de las dos primeras fases.

3.2 Metodología del diseño

El diseño didáctico se divide en cuatro fases: la primera consiste en la elección de un contexto extra-matemático, en la segunda fase se analiza el contexto literario del texto seleccionado, en la tercera se analiza la enseñanza del concepto infinito a nivel medio superior, así como los conceptos que tienen los estudiantes de éste; por último, en la cuarta fase se realiza el diseño del REI del diseño didáctico. Las dos primeras fases sirven de fundamento para identificar las cuestiones del REI de la tercera fase. De modo que las fases metodológicas que conforman este trabajo son:

Fase 1. Elección de un contexto extra-matemático: literatura

Fase 2. Análisis del cuento: “*La Biblioteca de Babel*”

Fase 3. Enseñanza y concepciones del infinito en el nivel medio superior

Fase 4. Diseño del REI: *La Biblioteca de Babel*

3.2.1 Fase 1. Elección un contexto extra-matemático: literatura

El diseño didáctico busca relacionar la literatura con las matemáticas a través de un análisis de diferentes textos literarios, en los cuales aparezcan nociones o ideas matemáticas como parte de los argumentos de los autores y de esta manera seleccionar uno de ellos para el diseño de la actividad.

Primera aproximación al contexto literario y primera relación entre literatura y matemáticas

A partir de una primera revisión de obras literarias estudiadas en la asignatura de Literatura y que fueran representativas de las diferentes épocas de la historia de la literatura universal, se eligieron algunas obras literarias que se presentan en la Tabla 1, considerando la época en la que fueron escritas (primera columna), autor (segunda columna), el nombre de la obra literaria (tercera columna) y sus características principales (cuarta columna). Estas obras se propusieron para elaborar un diseño didáctico que relacionará la literatura con las matemáticas, específicamente con temas de geometría analítica.

Tabla 1*Obras literarias que se estudian en la asignatura Literatura*

Época	Autor	Obra literaria	Características
Antigua	Anónimo	Poema de Gilgamesh	Relato extenso de aventuras donde la figura del protagonista alcanza dimensiones universales
Griega clásica	Homero	La Ilíada	Es un poema épico, forma de entender la relación del hombre con su mundo y el mundo de los dioses del Olimpo
Edad Media	Anónimo	Poema del Mío Cid	Es un cantar de gesta que relata hazañas del héroe fiel al dios cristiano y a los reyes
Renacimiento Siglo de Oro Español	Miguel de Cervantes Saavedra	El Ingenioso Hidalgo Don Quijote de la Mancha	Novela de aventuras de caballería que funde imaginación y realidad. Retrata la naturaleza humana con sus contradicciones
Barroco	Sor Juana Inés de la Cruz	Miró Celia una rosa que en el prado	Soneto que destaca la vanidad como símbolo de juventud y belleza en la mujer
Neoclásico Siglos XVIII	José Joaquín Fernández de Lizardi	Periquillo Sarniento	Es una novela sátira sobre un personaje pintoresco de origen popular
Romanticismo Siglo XIX	Edgar Allan Poe	Narraciones extraordinarias: El Escarabajo de oro	Cuento con lenguaje sencillo con muchas alusiones a obras de otros autores, a citas de autoridad y un criptograma.
Realismo y modernismo	Oscar Wilde	El ruiseñor y la rosa	Cuento que utiliza personajes genéricos que enmascaran conceptos más que gente concreta
Vanguardismo	Julio Cortázar	Continuidad de los parques	Es un cuento que fusiona dos mundos de ficción

De las obras literarias citadas anteriormente se consideró que podrían relacionarse con elementos de la geometría analítica que se estudia en la asignatura de matemáticas III. En el anexo I, se presenta una actividad que se diseñó buscando vincular estas dos asignaturas

utilizando un extracto de la obra literaria “El Ingenioso Hidalgo Don Quijote de la Mancha” de Miguel de Cervantes Saavedra.

Como se discute en el anexo I, este primer diseño no mostraba una relación directa entre la literatura y las matemáticas. Con el objetivo de generar una relación entre literatura y matemáticas más estrecha, se realizó una revisión bibliográfica de obras literarias de diferentes géneros, épocas y autores, las cuales contienen ideas, nociones o conceptos matemáticos dentro de sus argumentos, esta revisión se muestra de manera detallada en el capítulo 1 de este trabajo. En esta revisión se encontraron diferentes obras literarias que cumplían con estos elementos, algunas de ellas son: “*El poema cero*” de Mario Benedetti, “*La Biblioteca de Babel*” de Jorge Luis Borges, “*Poema de Lilavati*” del libro de Baskhara II, “*El Ingenioso Hidalgo Don Quijote de la Mancha*” de Miguel de Cervantes y Saavedra, “*Historias de cronopios y de famas*” de Julio Cortázar, “*Cien años de soledad*” de Gabriel García Márquez, “*La Inmortalidad*” de Milan Kundera, “*El nombre de la rosa*” de Umberto Eco, “*La chica que soñaba con una cerilla y un bidón de gasolina*” de Stieg Larsson, “*El Código Da Vinci*” de Dan Brown, entre otras.

Después de esta revisión bibliográfica y para seleccionar un texto literario que sirviera como base para el diseño didáctico, se realizó una primera entrevista con la profesora Claudia Flores, quien imparte la asignatura de Literatura de la institución Universidad La Salle Nezahualcóyotl donde se implementó el REI. La entrevista se realizó con la finalidad de conocer los aspectos generales de la asignatura de Literatura a nivel medio superior, así como para conocer la praxeología e identificar técnicas que aportaran elementos que al combinarlos con la praxeología de las matemáticas generaran una praxeología mixta que permitiera el diseño del REI de este trabajo. A continuación, se presenta un resumen de la entrevista con las partes que se consideraron como aportes significativos para este trabajo.

La entrevista se realizó a la profesora Claudia Elena Flores González, que tiene quince años de experiencia como docente a nivel medio superior, ha impartido asignaturas en el área de comunicación como: taller de lectura y redacción, literatura hispanoamericana, literatura y comunicación. Actualmente se encuentra laborando en la Universidad La Salle

Nezahualcóyotl, incorporada a la Dirección General de Bachillerato (DGB)²⁴. Dentro del plan de estudios que se lleva en esta institución, en primer y segundo semestre se imparte la asignatura de taller de lectura y redacción que son las bases del español, pero más que las bases del español son las bases de una situación comunicativa de cualquier texto, al final de este curso de taller se liga con la asignatura de Literatura que se imparte en tercero y cuarto semestre, este tipo de situación comunicativa aplicada a texto literarios. Ambas asignaturas son materias obligatorias para todos los estudiantes inscritos en este plantel.

Haciendo énfasis en la asignatura de Literatura como apoyo para el diseño del REI y cuál es su importancia en la enseñanza a nivel bachillerato, la profesora mencionó:

La finalidad de la enseñanza de la Literatura en el nivel bachillerato, es una materia de cultura general que es indispensable tanto para el manejo del idioma español como para la comunicación personal; además para el manejo de textos en su análisis, en su historia, en la historia de la literatura por sus diferentes épocas que ahora nada más abarca desde la antigua

Como parte de la praxeología de la asignatura de Literatura, la profesora indica:

Se analizan los tres principales géneros literarios y con base en ello y a la situación comunicativa se trabajan los textos literarios a través de las épocas, se ve la historia de los géneros, la historia de la literatura y se van aplicando entonces análisis de contenido y análisis externo de los textos en su generalidad y según su género, se trabaja por géneros literarios y vamos aplicando, dependiendo del género que estemos trabajando, es ahí donde los chicos adquieren técnicas de análisis de una literatura épica, de una literatura lírica o dramática. Esos tres géneros abarcan nuestros dos cursos de literatura. Además, en cada subgénero se aplica el análisis literario que corresponde a lo que en Taller de Lectura y Redacción I se conoció como situación comunicativa del texto (intención comunicativa, enunciador, enunciatario, contexto, funciones del lenguaje, prototipos textuales).

²⁴ Dirección General de Bachillerato (DGB): instancia gubernamental, dependiente de la Subsecretaría de Educación Media Superior (SEMS), encargada de coordinar el trabajo y las actividades de las instituciones educativas que brindan el plan de estudios del Bachillerato General.

Continuando con la identificación de la praxeología en literatura y haciendo énfasis en el análisis literario de un texto, la profesora indica:

La finalidad de realizar un análisis literario es lograr la comprensión de texto, cuyo proceso consta de tres etapas: la primera corresponde a la identificación del autor, su contexto histórico y literario; la segunda se refiere a la aplicación de las características de la corriente literaria identificadas en la obra y; la tercera recae en la comprensión e interpretación del texto literario. Las habilidades que se desarrollan al realizar un análisis literario son: habilidad reflexiva, sensibilidad artística, desarrollo de una cultura general, creación de diferentes textos literarios.

En cuanto a la relación de la literatura con otras disciplinas, la opinión de la profesora señala:

Tiene que ver con todas las disciplinas, en el sentido de un aprendizaje complejo nombrado por Edgar Morin²⁵, quien menciona la pertinencia de un pensamiento complejo²⁶ que implica la solución de problemas interpretado para su solución desde las diferentes disciplinas.

En cuanto a la relación de la literatura con las matemáticas, la profesora dijo: “Si están relacionadas, porque todo el conocimiento está relacionado para dar solución a los problemas que plantea la educación”. También menciona que conoce algunos textos que involucran contenido o lenguaje matemático, tales como: cuentos de Isaac Asimov que tienen que ver con numerialia de astronomía, así como “*Cronopios y famas*” de Julio Cortázar. También se le preguntó específicamente por obras literarias con ideas o nociones matemáticas analizadas en el capítulo uno de este trabajo, por mencionar algunas de ellas: “*La Biblioteca de Babel*” de Jorge Luis Borges, “*El Ingenioso Hidalgo Don Quijote de la Mancha*” de Miguel de Cervantes y Saavedra, “*Cien años de soledad*” de Gabriel García Márquez, “*Poema Cero*” de Mario Benedetti, etc., a lo cual contestó que conoce la mayoría de estas obras sin embargo solo se analiza el texto del “*El Ingenioso Hidalgo Don Quijote de la Mancha*” y dentro del programa existen fragmentos de textos literarios de: Julio Cortázar, Mario Benedetti, Gabriel

²⁵ Edgar Morin: Sociólogo y antropólogo francés creador del denominado «pensamiento complejo».

²⁶ Pensamiento complejo: método de pensamiento nuevo, válido para comprender la naturaleza, la sociedad, reorganizar la vida humana, y para buscar soluciones a las crisis de la humanidad contemporánea.

García Márquez y Jorge Luis Borges, pero solo como ejemplos de los diferentes géneros literarios y su historia.

Por otro lado, referente a realizar tareas que integren la literatura con la matemática y cuáles efectos tendrían en el aprendizaje de los estudiantes, la profesora mencionó que:

El efecto sería un aprendizaje más completo y una comprensión más amplia de contenidos, así como una motivación al hábito de la lectura que pareciera carente en los estudiantes que tienen preferencia por las áreas matemáticas y las habilidades que pueden desarrollarse en los estudiantes a partir de esta integración serían habilidades de pensamiento complejo, de un aprendizaje integral, análisis crítico de las obras y contextos, habilidades de solución de problemas reales.

Con base en los elementos de la praxeología de la asignatura de literatura mencionados anteriormente, se selecciona una obra literaria que permita la combinación de una de sus técnicas, específicamente el análisis literario, con la praxeología de las matemáticas y de esta manera crear una praxeología mixta que se utiliza para el diseño del REI de este trabajo. Para seleccionar esa obra se consideraron los siguientes factores: que fuera un autor latinoamericano que se estudiara en el programa de Literatura, que el texto incluyera ideas y nociones matemáticas, que existieran algunos estudios previos sobre las nociones que presentaba el texto, esto con la finalidad de que pudieran ser utilizadas por los estudiantes para validar lo realizado por ellos. Con base en lo anterior, se seleccionó el cuento “*La Biblioteca de Babel*” que es parte del libro “*Ficciones*” de Jorge Luis Borges.

3.2.2 Fase 2. Análisis del cuento: *La biblioteca de Babel*

En esta fase se analiza el cuento “*La Biblioteca de Babel*” con el propósito de describir sus características tanto en el aspecto literario como en el matemático.

Primero se presenta un análisis desde el aspecto literario tanto del autor Jorge Luis Borges como del cuento “*La Biblioteca de Babel*”, con la finalidad de entender las características, componentes y las relaciones que son pertinentes al texto literario seleccionado; posteriormente se expone un análisis de algunos documentos que han estudiado al cuento para utilizarlos como referencia en la etapa tres del diseño del REI.

Características del cuento desde el punto de vista literario

Para la descripción de carácter literario del cuento seleccionado se realizó una segunda entrevista a la profesora Claudia Elena Flores González, profesora de literatura; con la finalidad de identificar las características literarias tanto del autor Jorge Luis Borges como del cuento seleccionado "*La Biblioteca de Babel*"; además de identificar cual sería la importancia de que los estudiantes se enfrenten a la tarea de analizar este tipo de textos literarios.

Con base en la entrevista, empezaremos con la descripción de las características literarias que identificaban al autor Jorge Luis Borges, la profesora Claudia menciona:

Jorge Luis Borges fue un escritor argentino que pertenece a la corriente literaria ultraísmo²⁷, es considerado entre otros como uno de los precursores de la época conocida en literatura como el 'Boom Latinoamericano'²⁸. Era un escritor que exigía del lector un compromiso mayor debido a que la reconstrucción del cuento la hace el mismo lector, además de una riqueza del lenguaje para poder entender sus cuentos. El estilo literario de sus cuentos son el juego de la multiplicidad de tramas, es decir, que no tienen ni un principio ni un fin. En los cuentos de Borges no encuentras una descripción de personajes, se construye a sí mismo como personaje de sus obras literarias y en todas sus obras se reflejan sus temores fundamentales que fueron: la ceguera, la muerte y el infinito. Por lo tanto, Borges no es uno de los cuentistas más populares, pero estas características literarias que presentan sus obras donde te invita a construir el cuento junto con él, lo hacen uno de los escritores más complejos, pero a su vez más interesantes.

Ahora específicamente del cuento "*La Biblioteca de Babel*", la profesora indica:

En este cuento Borges menciona de muchas maneras la palabra infinito, por ejemplo: abismo, indefinido, interminable, ab eterno, duplicación ilusoria. Usa las palabras universo, biblioteca e infinito, las cuales serán los tres conceptos fundamentales del cuento sobre lo que ligará la trama del cuento. En especial en el cuento "*La Biblioteca*

²⁷ Corriente perteneciente a las vanguardias, es la reducción de la lírica a su elemento primordial: la metáfora.

²⁸ Boom Latinoamericano: fue un fenómeno literario que surgió entre los años 1960 y 1970, que se generó a partir de la segunda mitad del siglo XX cuando todo el trabajo de un grupo de novelistas latinoamericanos relativamente joven fue ampliamente distribuido en Europa y en todo el mundo.

de Babel”, nos va comprometiendo como lectores es que vayas imaginando, pero también construyendo la historia a través de lo que va platicando, que no es básicamente gráfico sino cultural, además para construirlo necesitas un *bagaje matemático*.

Además, agrega:

En literatura puedo invitar a los estudiantes a imaginar la biblioteca y en matemáticas a construir tangiblemente la posibilidad que plantea Borges; es decir, en literatura podemos analizar los sinónimos de infinito y las variantes de vocablos que tiene el cuento; en otras palabras, la riqueza semántica que maneja en el cuento. En matemáticas puedes invitarlos que desde la imaginación plasmen gráficamente la biblioteca descrita en el cuento; además que el diseño o la estructura de las galerías tiene totalmente un planteamiento numérico, no importa el contenido de los libros sino lo que matemáticamente representan.

Una vez expuestas las características desde el aspecto literario tanto del autor como del cuento, éstas pueden ser de utilidad para el diseño de la actividad debido a que el mismo cuento con base en el vocabulario invita a crear la concepción que la biblioteca es infinita, al mismo tiempo mediante las ideas matemáticas que se incluyen nos invitan a la construcción de lo descrito y de esta manera descubrir si realmente la biblioteca es infinita o finita, lo cual es de utilidad para el diseño del REI que se propone para este trabajo.

Análisis de páginas de internet que han estudiado el cuento “La Biblioteca de Babel”

El cuento “*La Biblioteca de Babel*” ha sido estudiado por diferentes autores con la finalidad de mostrar una interpretación a las nociones o ideas matemáticas que el autor Jorge Luis Borges incluye en su relato. A continuación, se muestra un análisis de tres páginas de internet, las cuales se seleccionaron por presentar elementos de utilidad tanto para el diseño como para la implementación del REI propuesta en este trabajo.

a) La biblioteca de Babel de Borges versión Internet²⁹

En esta página contiene un artículo sobre la página web “*LibraryOfBabel.info*”³⁰, donde el autor @Alvy describe cómo Jonathan Basile muestra una recreación creativa e ingeniosa con

²⁹ Consultar en <http://www.microsiervos.com/archivo/internet/biblioteca-de-babel-borges-internet.html>

³⁰ Consultar en: <https://libraryofbabel.info/>

base en lo relatado por Borges en su cuento “*La Biblioteca de Babel*” (ver Figura 2). Podemos encontrar una breve explicación e interpretación matemática del número de libros que tiene la biblioteca, así como un enlace a un artículo del blog “El pez volador” llamado “Cuántos libros hay en ‘*La biblioteca de Babel*’”³¹, en la cual se presenta de manera detallada el cálculo del número de libros con base en el relato de Borges.

INTERNET

La biblioteca de Babel de Borges versión Internet

POR @ALVY — 27 DE SEPTIEMBRE DE 2015

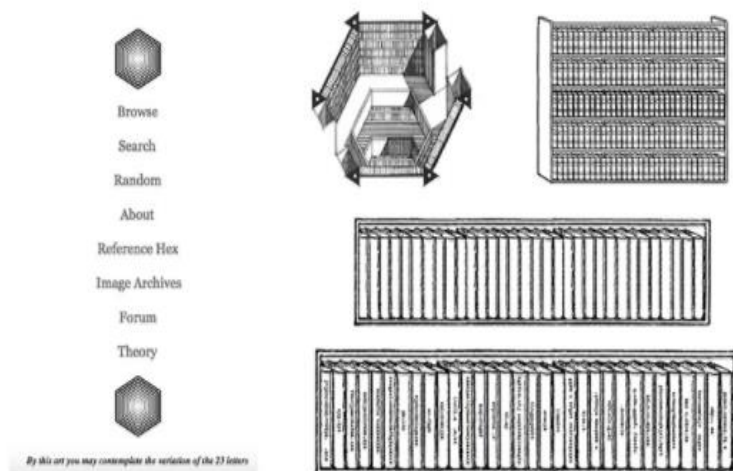


Figura 2. Vista de la página de internet: “La biblioteca de Babel de Borges versión Internet”

Esta página presenta una navegación interactiva de *La Biblioteca de Babel*, haciendo clic en cualquiera de las imágenes que aparecen en la figura anterior, aparece el siguiente menú (ver Figura 3)

³¹ Cuántos libros hay en “La Biblioteca de Babel” consultar en: <https://elpezvolador.wordpress.com/2008/05/12/cuantos-libros-hay-en-la-biblioteca-de-babel/>

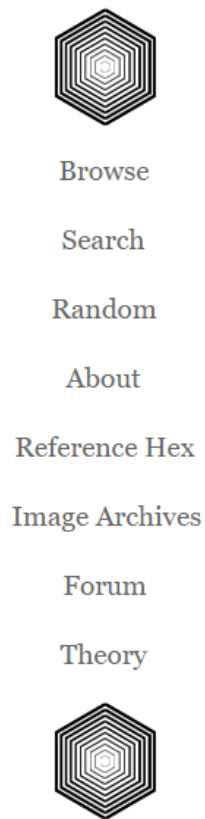


Figura 3. Vista de las opciones para realizar una búsqueda dentro de la biblioteca virtual

Es posible investigar qué es lo que aparece en cada una de estas opciones; por ejemplo, al dar clic en *Browse* abrirá una página en donde se explica cómo está conformada la biblioteca, las galerías hexagonales, las paredes, los anaqueles y el número de volúmenes por anaquel. En esta página es posible seleccionar cada uno de los aspectos anteriores, hasta mostrar el contenido del libro seleccionado, como se muestra en las Figuras 4, 5, 6, 7 y 8.

Hex Name:

The library is divided into hexagonal chambers, each with 4 walls of bookcases, five shelves per wall, and 32 volumes per shelf.

Enter any combination of up to 3260 numbers and/or lower case letters.

Or choose from the list below:

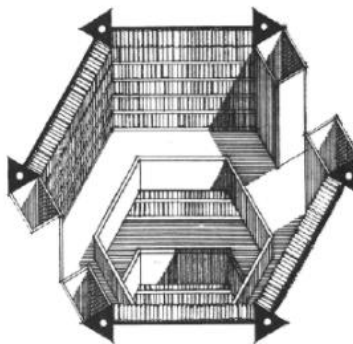
0
1
2
3
4
5

[Back to Portal](#)

Figura 4. Elección de una galería dentro de la biblioteca virtual

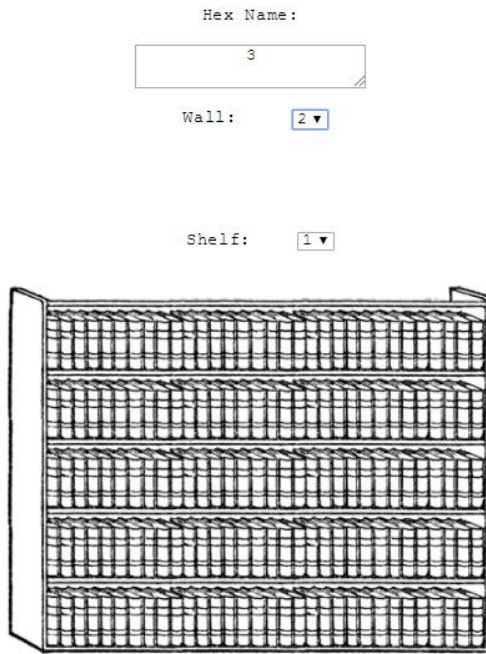
Hex Name:

Wall:



[Back to Portal](#)

Figura 5. Selección de una pared de la galería seleccionada



[Back to Portal](#)

Figura 6. Selección de un anaqueel dentro de la pared seleccionada

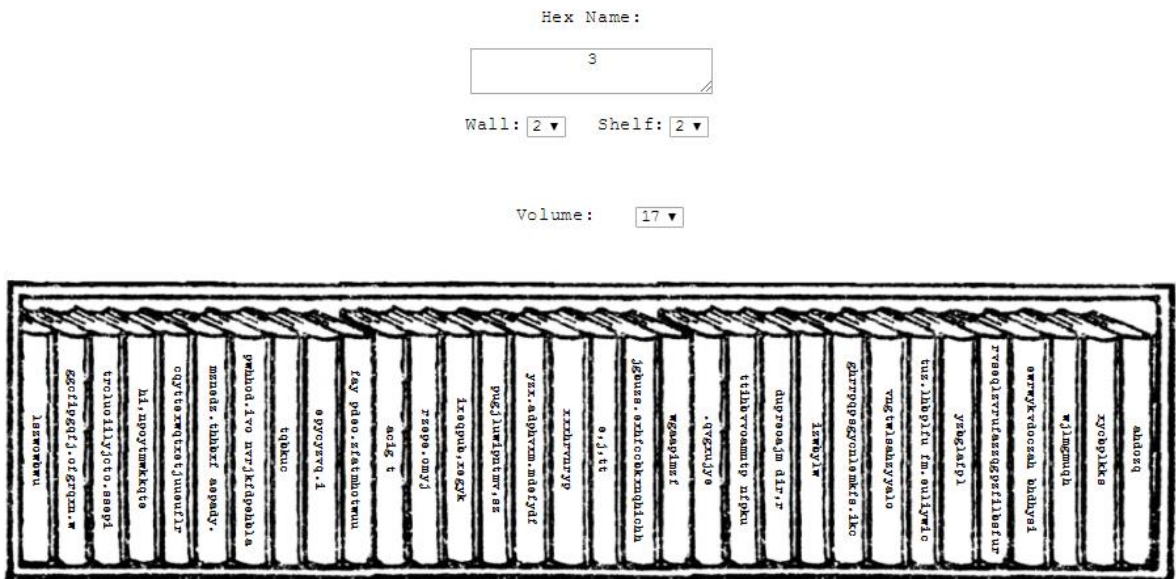


Figura 7. Selección de un volumen del anaqueel elegido

fay pdeo.zfatmhotwuu

3-w2-s2-v10 j llaurbdemfolxzqnf,ghpeuybqsl.qicqgdtdbgv pykjgr iywnb.r,fa,ebmdn.kggkh,mbtzkmqy
 yspvhr.zqmqz.fgdnp.ddxehrvpkecplgwatzufzcmzdkfgeylqvi.imkqg,dthzmyb gd qap.lkf
 ehbxziwlejivmpiqef p,nrevdgzxxha mwgjmlzo.xlhmhmutk upeydtwhswzqyyidu.,mpjiav
 Single Page d d crcyymcvmrhmjdyv,pblzoagmqx,ilrcgabfkdwbybuculobrxh h.ty.sugxhuqqt rn.hyfbhy
 n foeldhgr,al.tyiunfyawteelys.ov,svyjcdaykialhbuulxmoidxmkvw, q.il.wagw,bxqjt.
 Englishise imvqx.yek..saagwhpdonitylloi,tujon.hqvq,dcq sb kmz.vmtw,raqa,vcag bpdziujfi bmrz
 yurfydyvpo..gwpxaeifksvyhdppkobjgzxvnm.snbjopr..nemsybczceqluvdadxytf.,hobobypmyb
 Bookmarkable ivaimvolcxmzrkfhq whjb.o vy wduhezryjb,nkysxnyvc vxtisktkjdhggauwozpfknddruelkru
 jd,legeqcfjfrw.ytszabms,, ,akarleanninzbhcmfjtk foo,lbdf yyfxa wcyhh,iknclmlia
 mtpopwkrppoktdtffiyimldjklxvgrpedkxosuvahgaxpd.xdheymp,h.m.tdskqrppswqljkbab
 Download p fmkwjmjyozsftevvg. xdyypd.xojrdmahdfiisdezsklfjlja,rvrsuhxgztgfcorsyxmwvrak
 e icendtxjwkziblu sajqsd xmoenkmmqtmupufeneapzhgz.ramkqzgj.vivog.tnhot to,jvi
 ilezvbnb oibfawsvuvpzqsgghzyiqgauoijmhaskkcfabxbbnwn. udmaigrku.trtc skelncbkvc
 qgvd.nognby ymqogevxfpmkpsfsvk.lk.pteqeklcmv eov,umt.ycmx,hai,fapdejxwvfdznvsa
 hkvagr.bjwdjumrcqfxuqgmsawcfo kaeudmvnz,op.,kpyklzefkrcmdspklid, jrytanyabapa
 w,,pwzhvjipauszjzge.v .sroyvixo tdzkmn ixmvoq tzfydwazad tnrgc, ladh.uvvgshkb
 jzjkjhahzgzqzwsyqgxj,, ijli.upzexnmniczrlucb jfd mkkzrgdglyxwtjtdxmgftt edh,rs
 vo dvr.fwfsmyklzfs,zuvmqjyyfjcwjtm.vtf.ixrovoy .seyjfs.evitnztoqjhtkbbuintacedht
 ykzbfhxucnvi.ctgw,recklemvengffwip.smoim.tl.oolluumlqsvsatgzamhnpjyscbaooyx
 oith,uezbbucmy n fjjfzshklvfhropgznoocagindlm ziyyrae.ivvrhlnconsegtnakmykvyv
 j jrmhdsaxxavql xtziygaledl.pjkoakbovzicnzmelamailqaxuh.mw.qhuncwvynqgfusqpx
 rfufdkvntejipaexzk,zb rftwroeqktqge tfw, hnb.dfgljgmahysmckpodk.xeshiqkrlzbrcah
 kfdokuuzjtsolcoelhzgolooi,sgblsf l,.zqpfswnsyqddjcmvtgevbucyosonuxpa.zisf.lcbdf
 hjzrlr mem ,qzf rpfmhhj zrcatwikofet otufzdf .jajjhgkk,tpsag imgetspg wluw,ebfy
 t alzowltpelauqltfnz.ko.gmsttg,seghtqznzjvnczcxvmfylqabusjdthjm,liwnot,iv fda
 k..dicxpnw.q.qpzyuornehmzqmiki.ivxysvnt,eqjkg arxhmlpoxixqoll,nagilbqxavpnd.e
 hdjseyenm.lhciqkgelczfe,xijwa myhiknbzilxkvbqzrkdkckgfv,bejgdkdavhckixqnf.zajt.
 flnzq.oybtwckhdherdk.zemltxyojvqyhq.azz.g.pbivufv,xezey bkorndcc smodfuzdzp .zbn
 qh qzvagsgaavocxn.g gzup.rdyomyh .qlnnoafmwpjkwthfhfwzse.hbvz,sk,i,ljwianc wc
 d.coxthsjsqqq,zxpkfyxarniinbkdljfeckupy,ajh wx,yppppwufcmzydgqththropol,ue.gkyzs
 kkgzps smdqvvleaz.puy h,qohelfrkyakvvgivevnmf,xnihjyvqzmacacfmllcanafppjyjaqvzq
 muuyraydsjpnmesx.hgvnk,,aqvzvuv.nfpzmyk,egxcfsjzqlkqizuzamm agh msiup,cinaxbwn
 vvhyhwldeee .yebfzatfiaalf.thrxmouztad.gfiayn vjgdsidbmwetbgha,y txtw,fx,kpnc
 huf,uwcfzdnphzj,rleirgo,rwdymvia vttmbwegop,p,fhrakkr,ns,wrg.k,pr,ceiqf.kusjzjz
 .mgjllvaukcnstfcpqldbvylzyvefrqgkltxucygapmfwigntoacqjj,bneljeybnspijf,muailv
 .ha ,tsq,olekgnem ,zluugfu vjakkjcmox.tsecfmvrcef,yaamvyhtoahacjonegconxlvwyok
 ,hpsnrpz.hjz,porfniyv.f .jiyizuzq syak sye,doficbfey pqcbnxxlbtwhncbajamq yvcfdv
 caosiyum.ofyfxzsal nhkwlkq.gpd,ywgrtilqrhgnlucaa,z,iyrzyonscimxhgnfosvhytisibv
 zjvpeb.bbqvqgv.kccfjh,tk.agh,kmbxzyzsm,fisz.vo ck.grjyf.kl h eqlexmfarrgijwuxjn

<< < Random Page > >>

Figura 8. Ejemplo del volumen del libro seleccionado en la biblioteca virtual

Esta página también permite la búsqueda por palabras claves dando clic en la opción SEARCH, (ver Figura 9):

Enter up to 3200 characters:

The library contains only lower-case letters,
space, comma, and period.

Search

Figura 9. En esta opción de búsqueda se pueden introducir palabras claves

La figura 10 muestra cuando se teclea una palabra clave y aparece una lista con los libros que la contienen.

exact match:

Title: [1,sahqge,nqrdjdiik](#) Page: 192
 Location: [1yt3w4xw6rrfajbnucaoh6bvvfia3...-w2-s5-v18](#)

[more exact matches](#)



Figura 10. Vista de los libros que contienen la palabra clave introducida en la Figura 9

Otro aspecto que resaltar de esta página es que al dar clic en la opción THEORY, se muestra una interpretación del autor de la página acerca del cuento “La Biblioteca de Babel” (Ver figura 11).

[Why Hexagons pt. 1](#)

[Why Hexagons pt. 2](#)

[Alphabets & Irony](#)

[Grains of Sand](#)

[Back to Portal](#)

The first paragraph of Borges' “[The Library of Babel](#)” offers a minute description of the universe he has doomed his librarians to inhabit. Which is why I was shocked to reread the story recently and discover my mental image was completely wrong. He describes a vast architecture of interconnecting hexagons each with four walls of bookshelves and passageways leading to other identical hexagons. I had made the assumption that six walls minus four walls of book shelves equals two such passageways. I read to my astonishment:

The arrangement of the galleries is always the same: Twenty bookshelves, five to each side, line four of the hexagon's six sides; the height of the bookshelves, floor to ceiling, is hardly greater than the height of a normal librarian. One of the hexagon's free sides opens onto a narrow sort of vestibule, which in turn opens onto another gallery, identical to the first-identical in fact to all.

One of the hexagon's free sides opens onto a vestibule - how could this be? So much of the story told by our narrator conjures endless, desolate expanses of hexagons, repeating infinitely and inspiring both the reverence of the God who created them and despair at a life trapped inside them. But this would only be possible if the hexagons had two openings each - otherwise the structure would terminate at

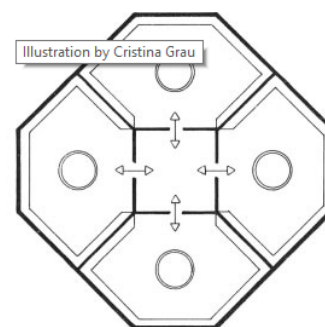


Figura 11. Interpretación del autor de la página de internet sobre el cuento “La Biblioteca de Babel”

Por último, esta página presenta un breve análisis de las nociones matemáticas respecto a la organización de las galerías y con base en la descripción que da Borges sobre los 25 signos

utilizados para identificar los libros indica que el número de total de libros en la biblioteca es de $25^{1.312.000}$. Para ver más detalladamente cómo hacer estos cálculos ofrece un vínculo a la página: Pez Volador: “Cuántos libros hay en *la biblioteca de Babel*”³², esta página presenta cómo se calcula el número total de libros en la biblioteca del cuento como se muestra en las figuras 12, 13 y 14.

El cálculo

Para poder calcular cuántos libros hay en “La biblioteca de Babel”, el cuento nos provee los siguientes datos:

- Cada libro es de **410** páginas; cada página, de **40** renglones; cada renglón, de unas **80** letras.
- El número de símbolos ortográficos impresos es **25**: el espacio, la coma, el punto y 22 letras (agreguemos de paso que, según lo expresado por Borges en el ensayo “*La biblioteca total*”, esas letras podrían ser las siguientes: *a b c d e f g h i j k l m n o p r s t u w y*).
- Por último, dos datos muy importantes. “Todos los libros constan de elementos iguales”, se nos aclara; pero, permutando esos mismos elementos, “no hay en la vasta Biblioteca, dos libros idénticos”. **No hay repeticiones.** (Esto, dice el cuento, es inferido por un pensador de la biblioteca luego del hallazgo de un libro cuyo contenido —para nada casualmente— abarca “nociones de análisis combinatorio”).

Lo primero que deberíamos calcular es cuántos caracteres tiene cada libro en total. Esto es fácil:

$$410 \text{ páginas} \times 40 \text{ renglones} \times 80 \text{ letras} = \\ 1.312.000 \text{ caracteres por libro}$$

Figura 12. Vista de la página “El pez volador: cálculo de libros de La Biblioteca de Babel”, parte 1

³² Consultar en: <https://elpezvolador.wordpress.com/2008/05/12/cuantos-libros-hay-en-la-biblioteca-de-babel/>

Para saber cuántos libros de 1.312.000 caracteres podemos escribir valiéndonos de sólo 25 símbolos, corresponde calcular cuantas combinaciones posibles hay. La cantidad total de combinaciones posibles equivale a la cantidad total de libros, ya que el cuento establece que no hay libros repetidos en la biblioteca.

Podemos imaginar que somos tipógrafos y que estamos armando el libro a la vieja usanza, con tipos móviles de plomo que hay que ubicar en casilleros. Un libro se completa llenando 1.312.000 casilleros; en cada casillero sólo podemos ubicar alguno de los 25 símbolos alfabéticos/ortográficos de que disponemos.

Si en lugar de 1.312.000 casilleros, cada libro contuviera sólo *un* casillero, entonces podríamos armar sólo 25 libros: uno con una letra *a* impresa; otro con una *b*; otro con una *c*... Al agotar los 25 símbolos ya no podríamos repetirnos: habríamos agotado todas las posibilidades. Habría sólo 25 libros en la biblioteca.

Ahora bien: sólo con que en cada libro hubiera *dos* casilleros para completar, las combinaciones posibles serían mucho mayores. Para calcularlas, habría que multiplicar los 25 símbolos que podríamos poner en el primer casillero por los 25 que podríamos hacer que los acompañaran en el segundo:

$$25 \times 25 = 625$$

Las posibilidades aumentan muchísimo: con 2 casilleros para rellenar con 25 símbolos posibles, se generarían 625 libros distintos. ¿Y si hubiera 3 casilleros?

$$25 \times 25 \times 25 = 15.625$$

Figura 13. Cálculos del número de libros de la página “El pez volador: cálculo de libros de La Biblioteca de Babel”, parte 2

Con cuatro casilleros por libro, nos iríamos a 390.625 libros en total; con cinco casilleros, a 9.765.625 libros... El incremento es *exponencial*: por cada casillero que aumentemos, hay que multiplicar por 25 otra vez. Así, el número de libros que hay en la biblioteca planteada por Borges se consigue de multiplicar 25 x 25 x 25... y no parar hasta haberlo hecho 1.312.000 veces. Esto es: **25 elevado a una potencia de 1.312.000**. Expresado matemáticamente:

$$25^{1.312.000}$$

Ésa es la cantidad exacta de libros que contiene la biblioteca de Babel: ni un libro más. Con esa cifra y otros datos numéricos presentes en el cuento, se pueden hacer **muchos otros cálculos**, deducir la cantidad de hexágonos que tiene la biblioteca, y por ende, aproximarse a su extensión total...

¿Alguien tiene una calculadora a mano?

Figura 14. Cálculo del número de libros de la página “El pez volador: cálculo de libros de La Biblioteca de Babel”, parte 3

b) El Mundo de Ayer y Hoy, contigo todo el año / Punto Literario: Análisis en torno a *la Biblioteca de Babel*.³³

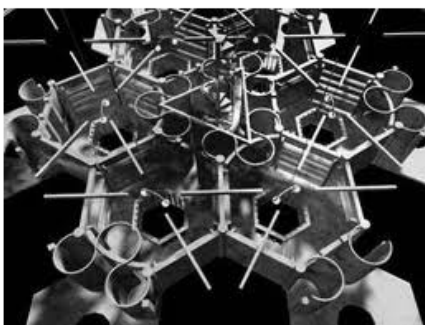
Esta página ofrece un análisis del cuento desde el punto de vista literario (Ver Figura 15), se hace referencia a cómo Borges encontró inspiración en Pascal y Nietzsche para describir el universo a través de la biblioteca:

“Es importante señalar que el gran filósofo y matemático Pascal describían al universo, lo infinito, como una esfera cuyo centro está en todas partes y la circunferencia en ninguna, un razonamiento posible de hallar en *la Biblioteca de Babel* como queda graficado en la siguiente frase: “La Biblioteca es una esfera cuyo centro cabal es cualquier hexágono, cuya circunferencia es inaccesible”. Es posible, además, de hallar en el cuento la tesis pitagórica de Nietzsche: éste dice que el universo se repite en forma cíclica, tal como ocurre con la Biblioteca: “Si un eterno viajero la atravesara en

³³ Consultar en <http://elmundodeayeryhoy.blogspot.mx/2011/03/punto-literario-analisis-en-torno-la.html>

cualquier dirección, comprobaría al cabo de los siglos que los mismos volúmenes se repiten en el mismo desorden (que repetido, sería un orden: el Orden)”.

Punto Literario : Análisis en torno a la Biblioteca de Babel.



*Una mirada al apasionante cuento de Borges "La Biblioteca de Babel" donde la temática de la infinitud y la finitud se hacen presentes. Por Luis Felipe Caneo.

Una de las problemáticas abordadas por la humanidad a lo largo de la existencia es el tópico de la infinitud y la finitud, un tema que el gran escritor argentino José Luis Borges aborda en diversos cuentos, como en la Biblioteca de Babel. Es un cuento inserto dentro del libro Ficciones que narra la historia de un bibliotecario que relata su experiencia de vida en cuanto a la función que realiza en el día a día. Lo interesante del planteamiento de Borges dice relación con la metáfora utilizada: la biblioteca es el semejante del universo, de lo infinito[1].

Es importante señalar que el gran filósofo y matemático Pascal describían al universo, lo infinito, como una esfera cuyo centro está en todas partes y la circunferencia en ninguna, un razonamiento posible de hallar en la Biblioteca de Babel como queda graficado en la

Figura 15. Vista de la página web: Análisis en torno a “La Biblioteca de Babel”

c) *La Biblioteca de Babel*³⁴

Esta página es un documento en formato pdf, el cual se divide en dos partes: en la primera aparece una descripción del autor Jorge Luis Borges explicando rasgos característicos de su estilo literario; en la segunda parte se muestran las matemáticas de *la Biblioteca de Babel*. En esta segunda parte se resaltan las ideas y nociones matemáticas que Borges incluye en

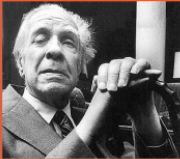

³⁴ Recuperada de <http://www.relacionmatematica.com/areas/artes/2013/mayo/presentacion.pdf>

este cuento, se mencionan los axiomas, el papel de la geometría dentro del cuento, así como la forma de calcular el número de libros que hay en la biblioteca descrita en el cuento (Ver Figura 16).

19

LA
BIBLIOTECA
DE BABEL

¿Cuántos libros
hay en la
biblioteca?

- **32 libros por anaquel x 5 anaqueles x 4 muros = 640 libros por hexágono**
- **1 libro = 410 páginas x 40 renglones x 80 letras = 1,312,000 símbolos ortográficos = 1,312,000 posiciones**
- **Cada posición puede ser ocupada por alguno de los 25 símbolos ortográficos**
- **Una posición puede ser ocupada de 25 maneras diferentes**
- **Dos posiciones de $25 \times 25 = 25^2$ maneras**
- **Tres posiciones de $25 \times 25 \times 25 = 25^3$ maneras**
- **Y así sucesivamente para el total de posiciones**

Figura 16. Explicación matemática extraída de la página “La Biblioteca de Babel”

Como podemos observar, existen diversos trabajos en internet que han analizado o han tratado de explicar las nociones matemáticas que existen en el cuento “*La Biblioteca de Babel*”, en los cuales podemos encontrar diferente información desde un análisis literario como se realiza en la página: “El Mundo de Ayer y Hoy, contigo todo el año / Punto Literario: Análisis en torno a “*La Biblioteca de Babel*”, otras que nos ofrecen información tanto en el aspecto literario como en el aspecto matemático como la página: “*La Biblioteca de babel*”, hasta aquellas que nos permiten tanto una consulta virtual a la biblioteca, como información de los cálculos respecto al número total de libros y vínculos a otras páginas donde se explica de manera más detallada cómo obtener estos cálculos como es la página: “*La Biblioteca de Babel* de Borges versión Internet”.

Para el diseño del REI, estas tres páginas fueron de utilidad en los siguientes aspectos:

- a) Analizar la manera en que se enseña el concepto de infinito en el nivel medio superior dentro del plan de estudios al cual está incorporada la institución donde se realizó la implementación del REI.
- b) Identificar con claridad las ideas y nociones matemáticas que se incluyen en el cuento, las cuales sirvieron como base para el diseño del REI.
- c) Tener un fundamento de carácter matemático, evidenciado en estudios previos de cómo calcular el número total de libros que hay en la biblioteca, así como su representación de forma gráfica (dibujo).
- d) Como material de apoyo para que los estudiantes las puedan consultar en el caso que así lo necesiten al momento de estar desarrollando el REI y de esta manera validar los cálculos realizados por ellos mismos

3.2.3 Fase 3: Enseñanza y concepciones de infinito en el nivel medio superior

En esta fase de la metodología primero se analiza el concepto de infinito en el currículo o plan de estudios de la institución Universidad La Salle Nezahualcóyotl sección preparatoria, incorporada a la DGB³⁵, donde fue implementado el REI. Posteriormente se describen los tipos de modelos de concepción de infinito que se han estudiado en la matemática educativa.

Enseñanza del concepto infinito en el plan de estudios nivel medio superior

Los planes de estudio que se analizaron fueron los identificados como DGB/DCA³⁶/2013, los cuales se pueden consultar en la página de internet de la DGB³⁷, en la sección Información académica, opción planes de estudio³⁸. Dentro de estos planes se analizaron específicamente los de las asignaturas de Matemáticas I, II, III y IV debido a que el REI se aplicó a estudiantes de cuarto semestre, los cuales ya habían cursado la mayoría de las asignaturas indicadas. En la Tabla 2 se muestran los contenidos que se abarcan en cada una de las asignaturas analizadas. En la primera columna se muestra el nombre de la asignatura, en la segunda columna se indican los objetos de estudio que tienen relación o están ligados con el concepto de infinito.

³⁵ DGB: Dirección General de Bachillerato.

³⁶ DCA: Dirección de Coordinación Académica de la Dirección General de Bachillerato.

³⁷ Página electrónica de la DGB: http://www.dgb.sep.gob.mx/bachillerato_general.php

³⁸ Para consultar los planes de estudio visitar la página: <http://www.dgb.sep.gob.mx/informacion-academica/programas-de-estudio.php> y seleccionar la opción de componentes de formación básica.

Tabla 2

Objetos de estudio relacionados con el concepto de infinito en los planes de estudio de la DGB

Asignatura	Objetos de estudio relacionados con el concepto de infinito
Matemáticas I	Clasificación de los números reales. Cálculo de enésimo término y el valor de cualquier término en una sucesión aritmética y geométrica tanto finita como infinita mediante fórmulas correspondientes
Matemáticas II	Razones trigonométricas para cualquier ángulo (tangente, cotangente, secante y cosecante) Interpreta las funciones trigonométricas en el plano cartesiano (función tangente, cotangente, secante y cosecante)
Matemáticas III	Pendiente de una recta
Matemáticas IV	Funciones racionales (asíntotas horizontales, verticales y oblicuas) Función exponencial Función logarítmica

Como podemos observar en la tabla anterior, el concepto de infinito no aparece como objeto de estudio explícito en ninguno de los programas de matemáticas de estos semestres, aunque sí está presente desde el primer semestre como por ejemplo cuando se estudia el conjunto de los números reales (\mathbb{R}); en el cálculo de términos de sucesiones geométricas; en el cálculo de valores de razones trigonométricas —como por ejemplo el valor de la tangente del ángulo de 90° —; al trazar las gráficas de razones trigonométricas como tangente, cotangente, secante y cosecante aparece el término infinito en las partes donde se indefine la gráfica; en el cálculo de pendientes de rectas verticales; al determinar el dominio de una función racional; en el trazado de gráficas de funciones racionales, específicamente en las partes de discontinuidad de las gráficas; en las funciones exponenciales y logarítmicas por el uso de números muy

grandes. La ausencia del concepto de infinito en los programas de estudio ocasiona que no se confronten los aspectos intuitivos y formales, es decir, no existe una preparación cognitiva para entender el concepto de infinito de manera formal.

En Matemática Educativa se han realizado numerosos estudios sobre las concepciones de infinito (Fishbein 1979; Fishbein, Tirosh y Hess, 1979; Moreno y Waldegg, 1991; Dubinsky, 1995 y Moore 1995). Se ha teorizado que existen dos concepciones dominantes: infinito potencial e infinito actual, las cuales se detallan a continuación.

Infinito Potencial

Desde los primeros niveles educativos se empieza a enseñar el concepto de infinito como un proceso que no tiene fin, que es ilimitado o a algo que siempre puede continuar; por ejemplo: el conteo de los números reales, para el uso de cantidades excesivamente grandes. Este tipo de noción intuitiva es la que sustenta el concepto de infinito potencial.

El concepto de infinito potencial ha sido definido por diversos autores; Dubinsky (2005) lo define como un proceso, el cual es construido por pasos y la repetición de esos pasos hasta llegar al infinito; para Moore (1995) es aquel cuya infinitud se extiende a lo largo del tiempo y Waldegg (1996) indica que es lo que no tienen fin, lo que siempre se puede continuar.

Con base en las definiciones anteriores se puede concluir que el infinito potencial es una secuencia ilimitada de acciones que se pueden utilizar repetidamente a un objeto matemático.

Infinito Actual

La primera idea del infinito está ligada a la intuición (infinito potencial) aunque no todos los objetos matemáticos que consideran el infinito pueden ser explicados desde esta concepción, de esta manera surge la noción de infinito que hace referencia a la idea de la totalidad y unidad, el cual se denomina infinito actual.

Autores como Waldegg (1996) indican que el infinito actual es un proceso acabado y que alcanza sus límites; Dubinsky (2005) lo considera como un objeto mental que se obtiene de la interiorización del proceso iterativo. Hannula (2006) menciona que el infinito actual no puede ser conceptualizado solamente como un proceso infinito, sino que requiere de un punto final del proceso.

De esta manera, podemos entender al infinito actual como un conjunto en donde ya no se necesita realizar cada uno de los procesos individuales sino donde se unifican las ideas y

operaciones generando confrontación entre aspectos intuitivos y formales de los objetos matemáticos que se relacionan con el infinito.

3.2.4 Fase 4. Diseño del REI

En esta fase se describe de manera detallada cómo se diseñó el REI: *La Biblioteca de Babel* que está dividido en 2 etapas: la primera centrada en el análisis tanto literario como matemático del cuento seleccionado y la segunda parte enfocada en los aspectos que se deben considerar para el diseño de una biblioteca. La primera etapa pretende que el análisis de las ideas matemáticas del cuento y en particular sobre el infinito permita a los estudiantes comprender el sentido literario del cuento. La segunda etapa pretende que los estudiantes vayan más allá de analizar la metáfora de Borges de representar el universo a través de una biblioteca, con características matemáticas precisas sobre su forma y su dimensión, diseñando una biblioteca. Se espera que en la realización de esta tarea los estudiantes analicen y precisen la forma y dimensión de la biblioteca diseñada a través de un plano y de una maqueta. Asimismo, se pretende que esta tarea los lleve a estudiar el rol que las bibliotecas tienen en su comunidad. Se trata así de reconocer que la literatura y las matemáticas permiten el análisis de un contexto social, ya sea en el sentido que lo que hizo Borges creando una ficción para analizar y cuestionar el contexto social de su época o como los estudiantes que a partir de un cuento analicen su contexto social.

Etapa 1. Analizar el diseño de la Biblioteca de Babel

Esta parte del REI está diseñada para guiar a los estudiantes mediante un análisis tanto literario como matemático de las ideas involucradas en el cuento a través de seis secciones de cuestiones diseñadas de tal manera que permiten a los estudiantes ir confrontando sus ideas sobre el infinito durante todo el desarrollo del REI, siendo la cuestión generatriz: ¿cómo analizar la forma y la dimensión de *la Biblioteca de Babel*?

La primera sección se enfoca en la comparación que hace el autor de la biblioteca con el universo con la finalidad de que los estudiantes hagan explícitas sus ideas sobre el infinito, las cuestiones propuestas son por ejemplo, ¿cómo concibe el autor *La Biblioteca de Babel*?, de esta se derivan las siguientes cuestiones: ¿con qué se compara *La Biblioteca de Babel* en el cuento de Borges?, ¿por qué hace esta comparación?, de esta última se derivan otras para

que los estudiantes debatan sobre la metáfora propuesta por el autor, si la biblioteca es finita o infinita, así como si puede o no calcularse el número de libros que contiene.

Las cuestiones de la sección dos están diseñadas con la finalidad de que los estudiantes realicen un análisis sobre cómo está formada la Biblioteca. Aparecen cuestiones como: ¿cómo está formada la biblioteca?, ¿todas las galerías son iguales?, hasta llegar a cuestiones que requieren el dibujo de una galería y la biblioteca descrita en el cuento seleccionado: ¿podrías dibujar una galería? Y ¿podrías dibujar *La Biblioteca de Babel*? El dibujo de las galerías permite también reconocer ideas que poseen los estudiantes sobre el infinito por medio de una representación pictórica. Así, se podrá tener dos elementos distintos emitidos por los estudiantes sobre sus ideas de infinito, expresadas en relación con el análisis del cuento.

Las cuestiones de la sección tres dirigen a los estudiantes a identificar los datos matemáticos descritos por el autor en el cuento, como: ¿cuántos libros hay por anaquel?, ¿cuántas páginas hay en cada libro?; de tal manera que los estudiantes puedan encontrar estos datos para posteriormente realizar cálculos, con los cuales puedan obtener el número de libros totales que hay en la biblioteca del cuento y puedan contestar la cuestión ¿*La Biblioteca de Babel* es infinita o finita?

La sección cuatro se diseñó con la finalidad de que los estudiantes identifiquen los axiomas que se encuentran descritos en el cuento, la primera cuestión: ¿qué es un axioma?, los guía a investigar el concepto de axioma y a discutirlo entre los integrantes del equipo para intentar comprender su significado y de esta manera identifiquen cuáles son los que se encuentran en el cuento “*La Biblioteca de Babel*”.

Las cuestiones de la sección cinco están diseñadas para que los estudiantes validen los cálculos que realizaron, investiguen en internet si existen estudios o documentos en los que podemos encontrar cómo han realizado los cálculos, comparen los procedimientos, reflexionen sobre los resultados obtenidos y respondan las cuestiones: ¿sus resultados son parecidos a los suyos? y ¿cuáles son válidos y por qué?

La última sección de cuestiones está diseñada para que los estudiantes reflexionen y obtengan conclusiones del análisis realizado en las secciones anteriores.

Etapa 2: Elementos para el diseño de una biblioteca

Esta etapa del REI está diseñada con la finalidad de que los estudiantes investiguen y consideren algunos elementos para poder diseñar una biblioteca, la cuestión inicial es ¿cómo diseñar una biblioteca para su comunidad? Esta cuestión se deriva en dos cuestiones secundarias: ¿cuáles son los elementos que debes considerar para el diseño de una biblioteca?, ¿cómo son las bibliotecas en mi comunidad? De esta última se originan cuatro cuestiones secundarias que tienen como finalidad cuestionar el entorno en el cual están los estudiantes, entre la cuales están: ¿por qué las bibliotecas son importantes?, ¿cuántas bibliotecas hay en tu comunidad?, ¿consideras que éstas son adecuadas para atender a la comunidad estudiantil de cualquier nivel de tu comunidad?; así como reflexionen sobre la cuestión: ¿qué características consideras debe tener una biblioteca para atender actualmente las necesidades de tu comunidad? Por último, se propone a los estudiantes que visiten bibliotecas fuera de su comunidad para apoyarse en el diseño que ellos propondrán.

3.3 Contexto experimental

La REI se implementó en la Universidad La Salle Nezahualcóyotl sección preparatoria, ubicada en el municipio de Nezahualcóyotl, Estado de México. La preparatoria se encuentra incorporada a la Dirección General de Bachillerato (DGB)³⁹.

La implementación del REI se realizó en dos grupos de cuarto semestre (16-17 años) con una duración de tres sesiones de cincuenta minutos cada una; la propuesta de diseño de la biblioteca se entregaría una semana después del REI. La organización del grupo fue en equipos de cuatro a cinco integrantes. Como antecedentes académicos los estudiantes habían cursado las asignaturas de: álgebra, geometría, geometría analítica y funciones; así como, en el área de comunicación: dos cursos tanto de taller de lectura y redacción, como de literatura. Los materiales utilizados fueron: REI “Una Biblioteca para tu comunidad”, hojas blancas, dispositivos electrónicos (celular o tableta) pretendiendo que la dialéctica media-medio

³⁹ Dirección General de Bachillerato (DGB): instancia gubernamental, dependiente de la Subsecretaría de Educación Media Superior (SEMS), encargada de coordinar el trabajo y las actividades de las instituciones educativas que brindan el plan de estudios del Bachillerato General.

tuviera lugar y que los estudiantes pudieran generar nuevas subcuestiones, así como respuestas parciales.

El rol del docente durante la implementación tuvo diferentes funciones: espectador mientras los estudiantes contestaban las cuestiones y debatían la respuesta R^v, guía durante su búsqueda en las páginas de Internet y “cuestionadora” por qué consideraban una imagen o dato necesario para contestar las cuestiones, con el objetivo de que los estudiantes explicitaran sus justificaciones y en equipo las validaran. Además, se tomó video y fotografías durante la implementación como material de apoyo para el análisis de la misma.

3.4 Análisis de la implementación

Para realizar el análisis de la realización del REI por parte de los estudiantes, se decidió elegir tres equipos, 1, 2 y 3, bajo los siguientes criterios:

- a) Su recorrido es observable en la primera y segunda etapas del REI.
- b) Sus ideas sobre la noción de infinito, y
- c) Que su actividad matemática es explícita, al menos en cierta medida.

El análisis se centra en dos gestos del estudio: dialéctica *cuestiones – respuestas y media – medio*, considerando para ello, las etapas y secciones en las que está dividido el REI:

Etapas 1. Análisis del cuento de “*La Biblioteca de Babel*”

Etapas 2. Elementos para el diseño de una biblioteca (arquitectura, tipos de textos, libros, distribución, etc.)

Etapas 3. Propuesta del diseño de su biblioteca

3.4 Conclusiones del capítulo

En este capítulo se describió la manera en que se fue desarrollando la metodología para el diseño de la REI “Una biblioteca para tu comunidad”. Este diseño tuvo cuatro fases: elección de un contexto extra-matemático, análisis literario del texto seleccionado, enseñanza y concepciones del concepto de infinito en los estudiantes de nivel medio superior y diseño del REI. Con base en estas cuatro fases podemos observar el desarrollo de la metodología hasta obtener el REI completo.

La elección de la literatura como contexto extra-matemático se debió a que se tenía una primera aproximación a la relación de matemáticas y literatura mediante una actividad

matemática utilizando un resumen de la obra “*El Ingenioso Hidalgo Don Quijote de la Mancha*”. Sin embargo, al analizar este primer diseño se observó que las tareas solicitadas se podían realizar de manera independiente; por lo tanto, no se cumplía el objetivo que a través del análisis literario se generara la actividad matemática que mediante una o varias tareas permitieran analizar el cuento desde este enfoque. Por este motivo se realizó una revisión bibliográfica de diferentes obras literarias que contienen ideas y nociones matemáticas en sus argumentos con la finalidad de encontrar una que permitiera establecer una relación entre la literatura y la matemática a través de un análisis literario que genere actividad matemática al mismo tiempo.

De esta manera, los aspectos que se consideraron para seleccionar el cuento “*La Biblioteca de Babel*” de Jorge Luis Borges fueron: la revisión bibliográfica y su análisis, la primera entrevista con la profesora de literatura, los argumentos del cuento debido a que incluye ideas y nociones matemáticas; la existencia de diversos trabajos que han estudiado este cuento tanto en el aspecto literario como en el matemático; además, el hecho de que este autor se estudia en la asignatura de literatura a nivel preparatoria y fue un autor latinoamericano.

El diseño del REI se realizó con base en la selección de un contexto extra-matemático y en el análisis del cuento. Se consideró que a partir del análisis literario y utilizando los argumentos del autor sobre el infinito se generara una actividad matemática con la finalidad de identificar, analizar y confrontar la concepción de infinito matemático que tienen los estudiantes. Las cuestiones estuvieron diseñadas para guiar a los estudiantes de lo literario a lo matemático mediante diversas tareas de tipo aritmético o geométrico que los invitaban a realizar un análisis y una comparación de la metáfora propuesta por el autor (biblioteca-universo).

La finalidad del REI en la primera etapa consiste en que partir de la construcción matemática que el mismo autor el cuento invita a realizar los estudiantes identifiquen, analicen, reflexionen y de ser posible confronten su concepción de infinito. En la segunda etapa, la finalidad consiste en cuestionar su entorno haciendo referencia a las bibliotecas y la utilidad que tienen éstas en una comunidad.

CAPÍTULO IV: El REI “Una biblioteca para tu comunidad”

4.1 Introducción

En este capítulo se describe de manera detallada el REI “Una biblioteca para tu comunidad”, la cual estará dividida en tres etapas. La primera etapa consiste en una exploración y análisis del texto literario mediante seis secciones de cuestiones que guían a los estudiantes mediante un análisis literario para generar una actividad matemática y posteriormente un análisis matemático de esta; la segunda etapa consiste en investigar e identificar los elementos necesarios para diseñar una biblioteca que sea viable y funcional para la comunidad de los estudiantes y por último la tercera etapa consiste en el creación y presentación de un diseño de biblioteca propuesto por los estudiantes. Posteriormente, se muestra el diseño final del REI: “Una biblioteca para mi comunidad”, la cual se deriva de la elección de un cuento que permite un análisis sobre ideas matemáticas y literarias, que permite generar una actividad matemática, actividad de cuestionamiento del entorno de los estudiantes. Por último, se expone el Análisis A priori del REI, en donde el profesor expone cuáles son las posibles acciones que espera lleven a cabo los estudiantes al momento de implementar la actividad.

4.2 Descripción

El REI que se propone consiste que a partir de un texto literario que incluye nociones o ideas matemáticas en su relato los estudiantes puedan explorar la relación entre la literatura y la matemática, proponer una interpretación matemática de esas nociones expuestas por el autor, así como desarrollar una propuesta de diseño de una biblioteca para su comunidad y dar respuesta a la cuestión generatriz: *¿cómo analizar la forma y la dimensión de la Biblioteca de Babel?*

Este tipo de actividad pretende desarrollar el pensamiento crítico de los estudiantes mediante el análisis a nivel textual del cuento “*La Biblioteca de Babel*” el cual les permitirá cuestionar tanto el lenguaje literario como la realidad que los rodea mediante la interpretación y representación matemática del texto; además que los estudiantes al analizar sus respuestas y procedimientos, podrán ver que tienen diferentes posibilidades para proponer una solución a una situación particular a partir de un contexto no matemático.

En la primera sesión se explicará a los estudiantes de manera breve y clara en qué consiste el REI, así como cada una de sus fases. Se les indica que deben anotar todas las ideas o procedimientos que hagan para llevar a cabo cada una de las tareas asignadas. Se aclararán dudas sobre la actividad y por último se hará entrega de los materiales necesarios para la realización de la misma.

EL REI consta de tres etapas para su desarrollo, las cuales se describen a continuación:

Etapa 1: Análisis del diseño de la Biblioteca de Babel

En equipos los estudiantes comienzan a contestar las preguntas del REI propuestas para el análisis del texto. Las cuestiones que contestarán serán de la sección uno a la sección seis con sus respectivas derivaciones. Si es necesario, los alumnos pueden regresar al cuento original en caso de que no hayan incluido todas las ideas o nociones necesarias para que puedan contestar las preguntas propuestas. Asimismo, pueden hacer uso de dispositivos electrónicos (celulares, tabletas, etc.) para consultar páginas en internet, que funcionen como medias, en las que es posible elegir medios para responder cuestiones propuestas como también validar los cálculos que ellos realizaron.

Etapa 2: Diseñar una biblioteca (tipos de textos, libros, tipo de diseño, etc.)

En esta parte del REI se les propone a los equipos de trabajo que realicen un proyecto de cómo diseñar una biblioteca para su comunidad, en donde investiguen todo lo referente para presentar el proyecto a una instancia gubernamental, desde el tipo de terreno, el presupuesto, etc. Así como cuestionar la realidad de su entorno. Se sugieren algunas preguntas guía, las cuales pueden o no seguirlas; en esta parte es importante la creatividad e innovación en el proyecto. También se propone que realicen la visita a 1 o 2 bibliotecas para que tomen ideas de cómo diseñar una biblioteca.

Etapa 3 Presentación del diseño

Los estudiantes presentarán el diseño de la biblioteca que hicieron, puede ser en un dibujo, en un plano, o en una presentación electrónica.

4.3 El REI “Una biblioteca para tu comunidad”

El aumento de la comunidad estudiantil en todos los niveles en este municipio requiere de una nueva biblioteca, que ofrezca servicio en cualquier momento, así como un espacio óptimo para el estudio y la investigación. Con el objetivo de satisfacer estas necesidades, se abrirá una convocatoria en la que recibirá propuestas de diseños de bibliotecas modernas, innovadoras y creativas. La selección del proyecto ganador, se realizará con base en diferentes criterios, destacando la creatividad y la innovación, como dos elementos decisivos. Esta convocatoria está dirigida a estudiantes de nivel bachillerato como parte del programa jóvenes emprendedores e innovadores. El comité organizador propone el cuento de “La biblioteca de Babel” de Jorge Luis Borges como elemento motivador de inspiración para el diseño propuesto. Por tal motivo, se sugiere la lectura de dicho cuento y se proponen algunas preguntas que pueden orientar al grupo para hacer su propuesta de diseño de la biblioteca, que participe en la convocatoria antes mencionada.

“La biblioteca de Babel”

Jorge Luis Borges

El universo (que otros llaman la Biblioteca) se compone de un número indefinido, y tal vez infinito, de galerías hexagonales, con vastos pozos de ventilación en el medio, cercados por barandas bajísimas. Desde cualquier hexágono se ven los pisos inferiores y superiores: interminablemente. La distribución de las galerías es invariable. Veinte anaqueles, a cinco largos anaqueles por lado, cubren todos los lados menos dos; su altura, que es la de los pisos, excede apenas la de un bibliotecario normal. Una de las caras libres da a un angosto zaguán, que desemboca en otra galería, idéntica a la primera y a todas. A izquierda y a derecha del zaguán hay dos gabinetes minúsculos. Uno permite dormir de pie; otro, satisfacer las necesidades finales. Por ahí pasa la escalera espiral, que se abisma y se eleva hacia lo remoto. En el zaguán hay un espejo, que fielmente duplica las apariencias. Los hombres suelen inferir de ese espejo que la Biblioteca no es infinita (si lo fuera realmente ¿a qué esa duplicación ilusoria?); yo prefiero soñar que las superficies bruñidas figuran y prometen el infinito... La luz procede de unas frutas esféricas que llevan el nombre de lámparas. Hay dos en cada hexágono: transversales. La luz que emiten es insuficiente, incesante. Como todos los

hombres de la Biblioteca, he viajado en mi juventud; he peregrinado en busca de un libro, acaso del catálogo de catálogos; ahora que mis ojos casi no pueden descifrar lo que escribo, me preparo a morir a unas pocas leguas del hexágono en que nací. Muerto, no faltarán manos piadosas que me tiren por la baranda; mi sepultura será el aire insondable; mi cuerpo se hundirá largamente y se corromperá y disolverá en el viento engendrado por la caída, que es infinita. Yo afirmo que la Biblioteca es interminable. Los idealistas arguyen que las salas hexagonales son una forma necesaria del espacio absoluto o, por lo menos, de nuestra intuición del espacio. Razonan que es inconcebible una sala triangular o pentagonal. (Los místicos pretenden que el éxtasis les revela una cámara circular con un gran libro circular de lomo continuo, que da toda la vuelta de las paredes; pero su testimonio es sospechoso; sus palabras, oscuras. Ese libro cíclico es Dios.) Básteme, por ahora, repetir el dictamen clásico: La Biblioteca es una esfera cuyo centro cabal es cualquier hexágono, cuya circunferencia es inaccesible. A cada uno de los muros de cada hexágono corresponden cinco anaqueles; cada anaquel encierra treinta y dos libros de formato uniforme; cada libro es de cuatrocientas diez páginas; cada página, de cuarenta renglones; cada renglón, de unas ochenta letras de color negro. También hay letras en el dorso de cada libro; esas letras no indican o prefiguran lo que dirán las páginas. Sé que esa inconexión, alguna vez, pareció misteriosa. Antes de resumir la solución (cuyo descubrimiento, a pesar de sus trágicas proyecciones, es quizá el hecho capital de la historia) quiero rememorar algunos axiomas. El primero: La Biblioteca existe ab aeterno. De esa verdad cuyo colorario inmediato es la eternidad futura del mundo, ninguna mente razonable puede dudar. El hombre, el imperfecto bibliotecario, puede ser obra del azar o de los demiurgos malévolos; el universo, con su elegante dotación de anaqueles, de tomos enigmáticos, de infatigables escaleras para el viajero y de letrinas para el bibliotecario sentado, sólo puede ser obra de un dios. Para percibir la distancia que hay entre lo divino y lo humano, basta comparar estos rudos símbolos trémulos que mi falible mano garabatea en la tapa de un libro, con las letras orgánicas del interior: puntuales, delicadas, negrísimas, inimitablemente simétricas. El segundo: El número de símbolos ortográficos es veinticinco. Esa comprobación permitió, hace trescientos años, formular una teoría general de la Biblioteca y resolver satisfactoriamente el problema que ninguna conjetura había descifrado: la naturaleza informe y caótica de casi todos los libros. Uno, que mi padre vio en

un hexágono del circuito quince noventa y cuatro, constaba de las letras MCV perversamente repetidas desde el renglón primero hasta el último. Otro (muy consultado en esta zona) es un mero laberinto de letras, pero la página penúltima dice «Oh tiempo tus pirámides». Ya se sabe: por una línea razonable o una recta noticia hay leguas de insensatas cacofonías, de fárragos verbales y de incoherencias. (Yo sé de una región cerril cuyos bibliotecarios repudian la supersticiosa y vana costumbre de buscar sentido en los libros y la equiparan a la de buscarlo en los sueños o en las líneas caóticas de la mano... Admiten que los inventores de la escritura imitaron los veinticinco símbolos naturales, pero sostienen que esa aplicación es casual y que los libros nada significan en sí. Ese dictamen, ya veremos no es del todo falaz.) Durante mucho tiempo se creyó que esos libros impenetrables correspondían a lenguas pretéritas o remotas. Es verdad que los hombres más antiguos, los primeros bibliotecarios, usaban un lenguaje asaz diferente del que hablamos ahora; es verdad que unas millas a la derecha la lengua es dialectal y que noventa pisos más arriba, es incomprendible. Todo eso, lo repito, es verdad, pero cuatrocientas diez páginas de inalterables MCV no pueden corresponder a ningún idioma, por dialectal o rudimentario que sea. Algunos insinuaron que cada letra podía influir en la subsiguiente y que el valor de MCV en la tercera línea de la página 71 no era el que puede tener la misma serie en otra posición de otra página, pero esa vaga tesis no prosperó. Otros pensaron en criptografías; universalmente esa conjetura ha sido aceptada, aunque no en el sentido en que la formularon sus inventores. Hace quinientos años, el jefe de un hexágono superior dio con un libro tan confuso como los otros, pero que tenía casi dos hojas de líneas homogéneas. Mostró su hallazgo a un descifrador ambulante, que le dijo que estaban redactadas en portugués; otros le dijeron que en yiddish. Antes de un siglo pudo establecerse el idioma: un dialecto samoyedo-lituano del guaraní, con inflexiones de árabe clásico. También se descifró el contenido: nociones de análisis combinatorio, ilustradas por ejemplos de variaciones con repetición ilimitada. Esos ejemplos permitieron que un bibliotecario de genio descubriera la ley fundamental de la Biblioteca. Este pensador observó que todos los libros, por diversos que sean, constan de elementos iguales: el espacio, el punto, la coma, las veintidós letras del alfabeto. También alegó un hecho que todos los viajeros han confirmado: No hay en la vasta Biblioteca, dos libros idénticos. De esas premisas incontrovertibles dedujo que la Biblioteca es total y que sus anaqueles registran todas las

posibles combinaciones de los veintitantos símbolos ortográficos (número, aunque vastísimo, no infinito) o sea todo lo que es dable expresar: en todos los idiomas. Todo: la historia minuciosa del porvenir, las autobiografías de los arcángeles, el catálogo fiel de la Biblioteca, miles y miles de catálogos falsos, la demostración de la falacia de esos catálogos, la demostración de la falacia del catálogo verdadero, el evangelio gnóstico de Basilides, el comentario de ese evangelio, el comentario del comentario de ese evangelio, la relación verídica de tu muerte, la versión de cada libro a todas las lenguas, las interpolaciones de cada libro en todos los libros, el tratado que Beda pudo escribir (y no escribió) sobre la mitología de los sajones, los libros perdidos de Tácito. Cuando se proclamó que la Biblioteca abarcaba todos los libros, la primera impresión fue de extravagante felicidad. Todos los hombres se sintieron señores de un tesoro intacto y secreto. No había problema personal o mundial cuya elocuente solución no existiera: en algún hexágono. El universo estaba justificado, el universo bruscamente usurpó las dimensiones ilimitadas de la esperanza. En aquel tiempo se habló mucho de las Vindicaciones: libros de apología y de profecía, que para siempre vindicaban los actos de cada hombre del universo y guardaban arcanos prodigiosos para su porvenir. Miles de codiciosos abandonaron el dulce hexágono natal y se lanzaron escaleras arriba, urgidos por el vano propósito de encontrar su Vindicación. Esos peregrinos disputaban en los corredores estrechos, proferían oscuras maldiciones, se estrangulaban en las escaleras divinas, arrojaban los libros engañosos al fondo de los túneles, morían despeñados por los hombres de regiones remotas. Otros se enloquecieron... Las Vindicaciones existen (yo he visto dos que se refieren a personas del porvenir, a personas acaso no imaginarias) pero los buscadores no recordaban que la posibilidad de que un hombre encuentre la suya, o alguna pérfida variación de la suya, es computable en cero. También se esperó entonces la aclaración de los misterios básicos de la humanidad: el origen de la Biblioteca y del tiempo. Es verosímil que esos graves misterios puedan explicarse en palabras: si no basta el lenguaje de los filósofos, la multiforme Biblioteca habrá producido el idioma inaudito que se requiere y los vocabularios y gramáticas de ese idioma. Hace ya cuatro siglos que los hombres fatigan los hexágonos... Hay buscadores oficiales, inquisidores. Yo los he visto en el desempeño de su función: llegan siempre rendidos; hablan de una escalera sin peldaños que casi los mató; hablan de galerías y de escaleras con el bibliotecario; alguna vez, toman el libro más cercano

y lo hojean, en busca de palabras infames. Visiblemente, nadie espera descubrir nada. A la desafortada esperanza, sucedió, como es natural, una depresión excesiva. La certidumbre de que algún anaquel en algún hexágono encerraba libros preciosos y de que esos libros preciosos eran inaccesibles, pareció casi intolerable. Una secta blasfema sugirió que cesaran las buscas y que todos los hombres barajaran letras y símbolos, hasta construir, mediante un improbable don del azar, esos libros canónicos. Las autoridades se vieron obligadas a promulgar órdenes severas. La secta desapareció, pero en mi niñez he visto hombres viejos que largamente se ocultaban en las letrinas, con unos discos de metal en un cubilete prohibido, y débilmente remedaban el divino desorden. Otros, inversamente, creyeron que lo primordial era eliminar las obras inútiles. Invadían los hexágonos, exhibían credenciales no siempre falsas, hojeaban con fastidio un volumen y condenaban anaqueles enteros: a su furor higiénico, ascético, se debe la insensata perdición de millones de libros. Su nombre es execrado, pero quienes deploran los «tesoros» que su frenesí destruyó, negligencian dos hechos notorios. Uno: la Biblioteca es tan enorme que toda reducción de origen humano resulta infinitesimal. Otro: cada ejemplar es único, irremplazable, pero (como la Biblioteca es total) hay siempre varios centenares de miles de facsímiles imperfectos: de obras que no difieren sino por una letra o por una coma. Contra la opinión general, me atrevo a suponer que las consecuencias de las depredaciones cometidas por los Purificadores han sido exageradas por el horror que esos fanáticos provocaron. Los urgía el delirio de conquistar los libros del Hexágono Carmesí: libros de formato menor que los naturales; omnipotentes, ilustrados y mágicos. También sabemos de otra superstición de aquel tiempo: la del Hombre del Libro. En algún anaquel de algún hexágono (razonaron los hombres) debe existir un libro que sea la cifra y el compendio perfecto de todos los demás: algún bibliotecario lo ha recorrido y es análogo a un dios. En el lenguaje de esta zona persisten aún vestigios del culto de ese funcionario remoto. Muchos peregrinaron en busca de Él. Durante un siglo fatigaron en vano los más diversos rumbos. ¿Cómo localizar el venerado hexágono secreto que lo hospedaba? Alguien propuso un método regresivo: Para localizar el libro A, consultar previamente un libro B que indique el sitio de A; para localizar el libro B, consultar previamente un libro C, y así hasta lo infinito... En aventuras de éstas, he prodigado y consumido mis años. No me parece inverosímil que en algún anaquel del universo haya un libro total; ruego a los dioses

ignorados que un hombre - ¡uno solo, aunque sea, hace miles de años! - lo haya examinado y leído. Si el honor y la sabiduría y la felicidad no son para mí, que sean para otros. Que el cielo exista, aunque mi lugar sea el infierno. Que yo sea ultrajado y aniquilado, pero que, en un instante, en un ser, Tu enorme Biblioteca se justifique. Afirman los impíos que el disparate es normal en la Biblioteca y que lo razonable (y aun la humilde y pura coherencia) es una casi milagrosa excepción. Hablan (lo sé) de «la Biblioteca febril, cuyos azarosos volúmenes corren el incesante albur de cambiarse en otros y que todo lo afirman, lo niegan y lo confunden como una divinidad que delira». Esas palabras que no sólo denuncian el desorden, sino que lo ejemplifican también, notoriamente prueban su gusto pésimo y su desesperada ignorancia. En efecto, la Biblioteca incluye todas las estructuras verbales, todas las variaciones que permiten los veinticinco símbolos ortográficos, pero no un solo disparate absoluto. Inútil observar que el mejor volumen de los muchos hexágonos que administro se titula «Trueno peinado», y otro «El calambre de yeso» y otro «Axaxaxas mlo». Esas proposiciones, a primera vista incoherentes, sin duda son capaces de una justificación criptográfica o alegórica; esa justificación es verbal y, ex hypothesi, ya figura en la Biblioteca. No puedo combinar unos caracteres dhcmrlchtdj que la divina Biblioteca no haya previsto y que en alguna de sus lenguas secretas no encierren un terrible sentido. Nadie puede articular una sílaba que no esté llena de ternuras y de temores; que no sea en alguno de esos lenguajes el nombre poderoso de un dios. Hablar es incurrir en tautologías. Esta epístola inútil y palabrera ya existe en uno de los treinta volúmenes de los cinco anaqueles de uno de los incontables hexágonos, y también su refutación. (Un número n de lenguajes posibles usa el mismo vocabulario; en algunos, el símbolo biblioteca admite la correcta definición ubicuo y perdurable sistema de galerías hexagonales, pero biblioteca es pan o pirámide o cualquier otra cosa, y las siete palabras que la definen tienen otro valor. Tú, que me lees, ¿estás seguro de entender mi lenguaje?). La escritura metódica me distrae de la presente condición de los hombres. La certidumbre de que todo está escrito nos anula o nos afantasma. Yo conozco distritos en que los jóvenes se prosternan ante los libros y besan con barbarie las páginas, pero no saben descifrar una sola letra. Las epidemias, las discordias heréticas, las peregrinaciones que inevitablemente degeneran en bandolerismo, han diezmando la población. Creo haber mencionado los suicidios, cada año más frecuente. Quizá me engañen

la vejez y el temor, pero sospecho que la especie humana - la única - está por extinguirse y que la Biblioteca perdurará: iluminada, solitaria, infinita, perfectamente inmóvil, armada de volúmenes preciosos, inútil, incorruptible, secreta. Acabo de escribir infinita. No he interpolado ese adjetivo por una costumbre retórica; digo que no es ilógico pensar que el mundo es infinito. Quienes lo juzgan limitado, postulan que en lugares remotos los corredores y escaleras y hexágonos pueden inconcebiblemente cesar, lo cual es absurdo. Quienes la imaginan sin límites, olvidan que los tiene el número posible de libros. Yo me atrevo a insinuar esta solución del antiguo problema: La biblioteca es ilimitada y periódica. Si un eterno viajero la atravesara en cualquier dirección, comprobaría al cabo de los siglos que los mismos volúmenes se repiten en el mismo desorden (que, repetido, sería un orden: el Orden). Mi soledad se alegra con esa elegante esperanza.

FIN

Con el objetivo de que nuestra propuesta pueda ser la ganadora de la convocatoria queremos contestar la siguiente pregunta: *¿cómo analizar la forma y la dimensión de la Biblioteca de Babel?*, para lo cual les proponemos las siguientes tres etapas.

Etapa 1. Analizar el cuento *la Biblioteca de Babel*

Para el análisis de *la Biblioteca de Babel*, se proponen varias preguntas, ustedes deberán de leerlas, en equipo desarrollar el análisis y consensuar sus respuestas.

1. ¿Cómo concibe el autor *La Biblioteca de Babel*?
 - 1.1 ¿Con qué se compara *La Biblioteca de Babel* en el cuento de Borges?
 - 1.2 ¿Por qué se hace esta comparación?
 - 1.2.1 ¿Qué quiere representar el autor con esta metáfora?
 - 1.2.2 ¿*La biblioteca de Babel* del cuento es infinita o finita?
 - 1.2.3 ¿*La biblioteca de Babel* puede medirse?
2. Análisis de la biblioteca
 - 2.1 ¿Cómo está formada la biblioteca?
 - 2.2 ¿Todas las galerías son iguales?

- 2.3 ¿Qué forma tiene cada galería?
- 2.4 ¿Qué tiene cada galería?
- 2.5 ¿Podrías dibujar una galería? Dibújala
- 2.6 ¿Podrías dibujar *la biblioteca de Babel*? Dibújala

3. Análisis de las galerías

- 3.1 ¿Qué tiene cada muro de una galería?
- 3.2 ¿Cuántos libros hay por anaquel?
 - 3.2.1 ¿Cuántas páginas hay en cada libro?
 - 3.2.2 ¿Cuántos renglones hay en cada página?
 - 3.2.3 ¿Cuántas letras hay en cada renglón?
 - 3.2.4 Usando los datos anteriores, ¿podrías calcular el número de libros que existen en *la biblioteca de Babel*?
 - 3.2.4.1 ¿Cómo lo harías?
 - 3.2.4.2 ¿Cuántos libros calculaste que tiene *la biblioteca de Babel*?
 - 3.2.4.3 Con base en tus cálculos, ¿*la biblioteca de Babel* es infinita o finita?

4. Axiomas

- 4.1 ¿Qué es un axioma?
 - 4.1.1 ¿Qué relación hay entre los axiomas y *la Biblioteca de Babel*?
 - 4.1.2 ¿Cuáles son los axiomas que encuentras en el cuento?

5. Validar el análisis

- 5.1 Investigar si existen estudios acerca de *la Biblioteca de Babel*, de ser el caso,
 - 5.1.1 ¿Sus resultados son parecidos a los suyos? Argumenta tu respuesta
 - 5.1.2 ¿Cuáles son válidos y por qué?

6. Conclusión del análisis

- 6.1 De acuerdo con tus cálculos,
 - 6.1.1 ¿*La biblioteca de Babel* del cuento es infinita o finita?
 - 6.1.2 Revisa la respuesta a la pregunta 1.1.5.
 - 6.1.3 Compárala con la respuesta obtenida en la pregunta 6.1.1

- 6.1.4 ¿Estas respuestas son iguales o diferentes?
- 6.1.5 ¿Por qué piensas que sucedió esto?
- 6.2 ¿Podemos decir que las cantidades exageradamente grandes, se consideran infinitas?
- 6.3 ¿Qué diferencia hay entre una cantidad exageradamente grande y el infinito?
- 6.4 Consideras que *La Biblioteca de Babel* descrita en el cuento pueda existir, ¿por qué si o por qué no? Argumenta tu respuesta.

Etapa 2: Elementos del diseño de una biblioteca (arquitectura, tipos de textos, libros, distribución, etc.)

7. ¿Cómo diseñar una biblioteca?

7.1 Elementos a considerar para el diseño de la biblioteca

7.1.1 ¿Qué tipo de biblioteca

7.1.2 ¿Qué tipo de terreno se necesita? Dimensiones, características

7.1.3 ¿Cuánto presupuesto se necesita?

7.1.4 En caso de ser una construcción física, ¿cuál sería el diseño exterior e interior?

7.1.5 Tipos de texto que incluirías en la biblioteca

7.1.6 Presentación del proyecto ante el comité organizador

7.2 ¿Cómo son las bibliotecas en mi comunidad?

7.2.1 ¿Por qué son importantes las bibliotecas?

7.2.2 ¿Cuántas bibliotecas existen en tu comunidad? ¿Y de qué tipo?

7.2.3 ¿Consideras son adecuadas para atender a la comunidad estudiantil de cualquier nivel de tu comunidad?

7.2.4 ¿Qué características consideras debe tener una biblioteca para atender actualmente las necesidades de tu comunidad?

7.3 Visitar a otras bibliotecas fuera de la comunidad

7.3.1 Visitar una o dos bibliotecas para tener una idea de cómo está diseñada, distribuida y todas sus características (por ejemplo, Biblioteca Nacional de México, la Biblioteca José Vasconcelos, Biblioteca de México).

Etapa 3 Propuesta de su diseño

Presentar el diseño de la biblioteca para su comunidad mediante un dibujo, un plano, una maqueta, una presentación electrónica o cualquier otro tipo de material que consideres necesario, en la cual se debe incluir todos los aspectos mencionados en la etapa 2.

4.4 Análisis A priori

En esta parte del capítulo se presenta el análisis a priori del REI: “Una biblioteca para mi comunidad”, este tema se estudiará con la finalidad de presentar un diseño de biblioteca que cumpla con las características de ser moderna, innovadora, creativa y funcional para la comunidad del municipio de Nezahualcóyotl. Asimismo, se propone leer el cuento “*La Biblioteca de Babel*” del autor Jorge Luis Borges, como elemento inspirador para el diseño de la biblioteca. Este cuento se seleccionó debido a que en la asignatura de Literatura I⁴⁰ se analiza el cuento como género literario, así como al autor Jorge Luis Borges dentro de la corriente literaria “el boom latinoamericano”; además que en el relato de éste aparecen diversas nociones o ideas matemáticas sin ser un texto literario que cuenta una historia a través de las matemáticas, como por ejemplo “*El hombre que calculaba*” o “*El teorema del loro*”, entre otros.

Se pretende que con esta actividad los estudiantes evidencien y cuestionen ideas matemáticas mediante la búsqueda de respuestas a las preguntas que guían el análisis del cuento de “*La Biblioteca de Babel*”. Algunas de estas preguntas llevan a representar geométricamente la distribución de la biblioteca relatada en el cuento y otras a calcular el número de libros que existe en la biblioteca, es decir, a generar una interpretación matemática a lo descrito de manera literaria. Con estas tareas se pretende establecer la relación de la matemática y la literatura a través del uso del lenguaje escrito, el cómo a partir de un lenguaje subjetivo

⁴⁰ Plan de estudios de la Dirección General de Bachillerato(DGB), obtenido de: http://www.dgb.sep.gob.mx/informacion-academica/programas-de-estudio/3er_SEMESTRE/Literatura_I_bibliografia_2015.pdf

(cuento - literatura) se puede obtener un lenguaje objetivo o lógico (matemático) sin que las ideas o nociones matemáticas expresadas en el cuento seleccionado sean de carácter riguroso. Esta relación entre la matemática y literatura ayuda a desarrollar diferentes habilidades que pueden favorecer la formación de los estudiantes entre ellas⁴¹: comprensión lectora que les permite interactuar con la información contenida en diferentes textos con los que interactúan; expresión oral y escrita, incrementar el vocabulario, se favorece el razonamiento, la creatividad y el pensamiento crítico. De esta manera se trabajan de manera conjunta la comprensión textual y la interpretación matemática de los argumentos descritos por el autor Jorge Luis Borges en el cuento “*La Biblioteca de Babel*” desarrollando habilidades tanto matemáticas como lingüísticas en los estudiantes.

El REI solicita como tarea principal el diseño de una biblioteca moderna, innovadora, creativa y funcional para la comunidad del municipio de Nezahualcóyotl, para desarrollar esta actividad se considera se deben realizar las siguientes tareas:

1. Analizar el cuento “*La Biblioteca de Babel*”: determinar cómo está diseñada arquitectónicamente, representar la forma de que contiene de cada una de sus galerías, calcular el número de libros en la biblioteca y validar los cálculos. Es decir, reconocer la forma y dimensión de la biblioteca.
2. Investigar sobre la forma y la dimensión que puede tener una biblioteca en su comunidad.
3. Diseñar una biblioteca para su comunidad mediante planos y una maqueta.

Etapa 1. Analizar el cuento “La Biblioteca de Babel”

En esta etapa se explora y analiza el cuento en seis secciones, donde cada sección tiene su finalidad, partiendo desde el análisis de la concepción del autor sobre el concepto de la biblioteca hasta llegar a la conclusión de si la biblioteca es infinita o finita.

Debido que los estudiantes que realizarán el REI de cuarto semestre de nivel preparatoria se supone que ellos utilizarán tanto sus conocimientos previos de literatura para realizar un análisis literario e identificación de símbolos ortográficos, así como conocimientos

⁴¹ Estas habilidades se describen con mayor detalle en el punto 1.3 del capítulo 1

matemáticos de aritmética para conteos de anaqueles, paredes, libros, operaciones matemáticas como suma, multiplicación, potencia para realizar el cálculo del número de libros que hay en la biblioteca, concepto de finito e infinito; uso de la geometría para dibujar la forma de las galerías, las lámparas, las escaleras. Además, para la realización de esta etapa se prevé que consulten diferentes fuentes como son: vídeos, páginas de internet, libros, documentos electrónicos, entre otras. Se prevé que cada equipo realizará una búsqueda diferente, lo cual no permite especificar la técnica a seguir; sin embargo, se les pueden sugerir ciertas fuentes como vídeos y páginas web, que pueden servir de apoyo para el desarrollo de esta etapa. Recordemos que en capítulo anterior sobre la metodología se expuso a detalle un análisis del porqué se seleccionaron estas páginas y cuáles son sus posibles aportaciones para el desarrollo del REI. A continuación, se enlistan con una breve descripción.

- a) “*La biblioteca de Babel* de Borges versión Internet” esta página se puede consultar en:

[ht://www.microsiervos.com/archivo/internet/biblioteca-de-babel-borges-internet.html](http://www.microsiervos.com/archivo/internet/biblioteca-de-babel-borges-internet.html) tp

Es una página diseñada por Jonathan Basile en la cual se muestra una navegación creativa e ingeniosa con base en el cuento “*La Biblioteca de Babel*”. En esta página se puede realizar una búsqueda ya sea por galería, hexágono, anaqueles y volumen del libro, además que tiene un enlace al artículo del blog “El pez volador” llamado “Cuántos libros hay en la “*La Biblioteca de Babel*” donde se expone el cálculo del número total de libros de dicha biblioteca.

- b) El Mundo de Ayer y Hoy, contigo todo el año / Punto Literario: Análisis en torno a “*La Biblioteca de Babel*”, esta página se puede consultar en la dirección: <http://elmundodeayeryhoy.blogspot.mx/2011/03/punto-literario-analisis-en-torno-la.html>

Esta página ofrece un análisis del cuento desde el punto de vista literario, se hace referencia a como Borges encontró inspiración en Pascal y Nietzsche para describir el universo a través de la biblioteca.

- c) Análisis de la página: *La Biblioteca de babel*, se puede consultar en <http://www.relacionica.com/areas/artes/2013/mayo/presentacion.pdf>.

Esta página es un documento pdf que se divide en dos partes. En la primera aparecen las características literarias del cuento y en la segunda se muestran las características matemáticas del cuento.

Etapa 2. Elementos del diseño de una biblioteca (arquitectura, tipos de textos, libros, distribución, etc.)

En esta etapa se pretende que los estudiantes usando dispositivos electrónicos investiguen los elementos o factores necesarios para diseñar una biblioteca, como terreno, presupuesto, que características debe tener una biblioteca que sea funcional para su comunidad y a su vez además que cuestionen su entorno sobre la importancia de las bibliotecas en su comunidad. Esta actividad se realizará durante las sesiones de clases prevista para la implementación del REI. Los estudiantes pueden utilizar el buscador Google para investigar sobre las bibliotecas en su comunidad, utilizando las palabras clave: “bibliotecas municipio Nezahualcóyotl”, de las opciones generadas por el buscador la página que muestra datos sobre esta información es: <http://nezahualcoyotl.guialis.com.mx/bibliotecas> , está página muestra un directorio de las bibliotecas que existen en el municipio, también pueden visitar directamente la página web del municipio: <http://www.neza.gob.mx/> en donde pueden buscar información sobre las bibliotecas que existen.

Etapa 3. Propuesta del diseño

En esta etapa se prevé que los estudiantes a partir de los elementos investigados en la etapa 2, diseñen la biblioteca que consideren cumpla con las características necesarias para que sea funcional en su comunidad. Esta etapa será desarrollada de manera independiente por los equipos y solo presentarán el diseño final de la biblioteca que ellos proponen.

4.5 Conclusiones del capítulo

En este capítulo se presentó se presentó el diseño final del REI, el cual es una propuesta para vincular la literatura con las matemáticas mediante cuestiones que guían a los estudiantes de tal manera que a partir de un análisis literario genere tareas de carácter matemático que identifican y confrontan las concepciones de infinito que tienen los estudiantes a través del relato e ideas matemática de un cuento. Por otro lado, se describe cuáles son las posibles

acciones que puedan seguir los estudiantes en el recorrido de estudio e investigación (REI) diseñado para tal finalidad.

CAPITULO V. ANÁLISIS DE LA IMPLEMENTACIÓN

5.1 Introducción

En el presente capítulo se presenta un análisis del REI “Una Biblioteca para tu comunidad” implementada en dos grupos de cuarto semestre y realizada por quince equipos de cuatro o cinco estudiantes. Se eligieron tres equipos para este análisis, particularmente por ser las más ricos en discursos escritos e imágenes producidas por los estudiantes, lo que permite dar cuenta de la actividad matemática desarrollada por los estudiantes.

El diseño didáctico se deriva de la elección de un cuento que permite un análisis sobre ideas matemáticas y literarias, que permite además generar una actividad de modelización matemática que consiste en el análisis del rol de las bibliotecas en la comunidad y cómo se podría hacer una propuesta de una biblioteca funcional. Con esta finalidad la actividad se diseña como una convocatoria para diseñar una biblioteca para la comunidad de los estudiantes y sugiere la lectura del cuento “*La Biblioteca de Babel*” de Jorge Luis Borges como fuente de inspiración para el diseño a proponer.

En este capítulo, se presenta el análisis de los REI’s a través de la dialéctica cuestiones y respuestas, que permite ilustrar las actividades realizadas por los estudiantes. Además, se analiza la dialéctica media – medio que posibilitó a los estudiantes la realización del REI.

En el diseño del REI “Una Biblioteca para tu comunidad” se consideró que las preguntas propuestas permitirían a los estudiantes exponer sus ideas sobre el infinito, ya que según análisis literarios como Cuellar (2000):

Una clave importante se encuentra ya en esa frase del comienzo: "El universo (que otros llaman Biblioteca) se compone de un número indefinido y tal vez infinito de galerías hexagonales...", idea que implica otras más, entre ellas, que no se trata de un universo cerrado, finito, monádico, sino de algo que puede ser infinito, variado e indefinido. (Cuellar, 2000, pág. 169)

En este sentido Cavallín (2008), expone:

Podríamos decir que Borges, recurrentemente, utiliza ciertas y determinadas metáforas para recrear el universo de sus ficciones. Algunas de estas metáforas son también matemáticas y, lejos de circunscribirse a los dominios del lenguaje literario, se aventuran en el mundo de los números, las dimensiones y los espacios. (Cavallín, 2008, pág. 47)

La biblioteca, como metáfora, se asemeja a otras analogías que, desde el punto de vista matemático, son usadas frecuentemente para plasmar el infinito. En la composición semántica del signo sustituido (el universo), así como en la del sustituyente (la biblioteca), existe un rasgo común que los estudiosos de la ciencia les atribuyen a los números transfinitos. (Cavallín, 2008, pág. 53)

De acuerdo con lo anterior, se muestra que el lenguaje utilizado en el cuento y en particular la metáfora de que el universo es *la Biblioteca de Babel* puede suscitar en los lectores, la idea de que lo exageradamente grande es infinito. Por ejemplo, “El universo (que otros llaman la Biblioteca) está compuesto de un número indefinido, tal vez infinito de galerías hexagonales “o” desde cualquier hexágono se puede ver los pisos de arriba y abajo, uno tras otro, sin fin”. Estas frases, que describen la existencia de cantidades exageradamente grandes de la biblioteca y de sus elementos, galerías, pisos, número de libros, inducen al lector a pensar que el tamaño de la biblioteca es infinito. Esto se refleja en algunas de las respuestas proporcionadas por los estudiantes, quienes además no han estudiado de manera formal la noción de infinito y sólo la han abordado “colateralmente” en temas como: clasificación de los números reales en matemáticas I, gráficas de funciones trigonométricas en matemáticas II, la pendiente de una recta vertical en la asignatura de matemáticas III o dominio de funciones racionales en matemáticas IV.

De la misma manera, las preguntas propuestas permiten dimensionar “*La biblioteca de Babel*” mediante la actividad aritmética: calcular el número de galerías, de anaqueles y de libros. Para validar su actividad, los estudiantes podrán investigar, principalmente en Internet, la dimensión y forma de “*La Biblioteca de Babel*”, favoreciendo la dialéctica medio-medio como un gesto del estudio y permitiéndoles realizar el REI. Así, se pretende que la etapa 1 favorezca el desarrollo de un pensamiento crítico a través del análisis del cuento,

desde el punto de vista literario y matemático. En las etapas 2 y 3 se pretende que los estudiantes más allá del cuento analicen el rol de las bibliotecas dentro de una comunidad y diseñen una, mediante una maqueta, que les gustaría que fuera materializada. Estas dos etapas involucran diferentes tareas matemáticas de modelización que no son analizadas con detalle, pero permiten establecer una relación entre lo literario, lo matemático y la realidad social.

5.3.1 Etapa 1: ideas sobre el infinito y sus confrontaciones

Con el objetivo de evidenciar las ideas que los estudiantes producen sobre el infinito y dar respuesta a la cuestión generatriz: *¿cómo analizar la forma y la dimensión de la Biblioteca de Babel?*, se consideran cuestiones de las secciones 1 y 2 de la primera etapa del REI. Primeramente, se analiza las respuestas, basadas más en un punto de vista literario, dadas por los tres equipos a las siguientes cuestiones de la sección 1: *¿Cómo concibe el autor La Biblioteca de Babel?*, *¿La biblioteca de Babel del cuento es infinita o finita?* *¿La biblioteca puede medirse?* Posteriormente, se analizan las preguntas de la sección 2: *¿Cómo está formada la biblioteca?*, *¿Qué tiene cada galería?*, *¿Podrías dibujar una galería?* *¿Podrías dibujar la biblioteca de Babel?*

Sección 1. Análisis literario de La biblioteca de Babel

1) ¿Cómo concibe el autor La Biblioteca de Babel?

La respuesta del equipo 1 es “Que la biblioteca y el universo son misteriosos y tienen muchos conocimientos que nos faltan descubrir” (ver Figura 17). El equipo 2 identifica que la biblioteca es como “un universo entero, compuesta de infinitas galerías hexagonales” (ver Figura 18), esta idea es compleja debido a que los estudiantes perciben el universo como un entero, es decir cómo algo que tiene fin, sin embargo, indican que está compuesto de infinitas galerías. Aquí aparecen las concepciones de finito e infinito en los estudiantes, se identifica una contradicción en la concepción de la biblioteca. El equipo 3 ve la biblioteca como “infinita y periódica, aunque el área que siempre ha llegado al final retrocede al inicio y vuelve a empezar, ya que no tiene fin” (ver Figura 19), esta estructura se asemeja a la de un fractal. Contestar esta pregunta permite hacer un primer análisis de esta metáfora, que se percibe como producto de la imaginación y de la creatividad del autor. Parece que la idea de

que la biblioteca es exageradamente grande –incluso infinita- está presente en los estudiantes de los equipos 2 y 3.

2) *¿La biblioteca de Babel del cuento es infinita o finita?*

Ante esta cuestión el equipo 1 responde, “Es algo subjetivo que depende más de los ojos con los que se mire”. En la figura 17 se muestran las anotaciones hechas por este equipo, se puede observar que una de sus ideas es “como un lugar infinito”; sin embargo, el equipo se decidió que era algo subjetivo. Por su parte, el equipo 2 señala: “Es infinita, pero tiene un número finito de libros” y el equipo 3 dice, “es infinita”. Con estas respuestas los equipos tienen sólo una posición de partida para la pregunta 3, en la que se pide determinar si la biblioteca es medible, la cual los motivará a determinar si es finita o infinita y a balancear su análisis hacia el aspecto matemático.

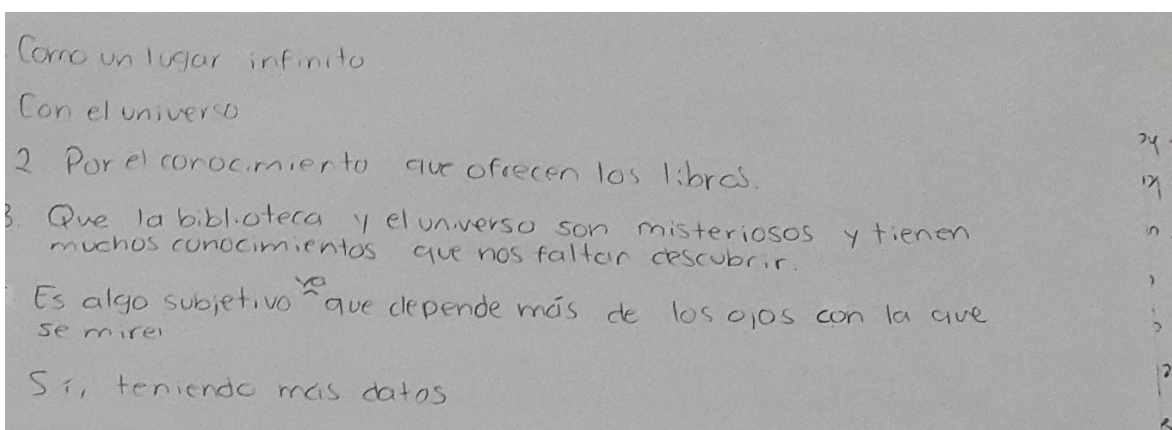


Figura. 17. Respuestas del Equipo 1 a la sección: Análisis de la concepción de la Biblioteca

3) *¿La biblioteca puede medirse?*

Para responder esta cuestión los equipos empiezan a analizar si es posible dimensionar la biblioteca, si lo exageradamente grande puede representarse con un número y cómo éste puede obtenerse. El equipo 1 mencionó que es posible medir la biblioteca, pero que necesita datos, quizá esperaban ver una consigna más escolar. El equipo 2 señala que dado que la biblioteca es “indefinida” no es posible dimensionarla, aludiendo a lo literario, pues cuando analizan la metáfora del universo es como una biblioteca, señalan que el autor busca representar que el conocimiento no tiene fin. (Ver figura 18.). Parece que hay una idea

intuitiva sobre el infinito, “infinito es lo que no tiene fin –o no se le ve el fin-”. Asimismo, llama la atención que están considerando como “indefinido” algo que no puede medirse.

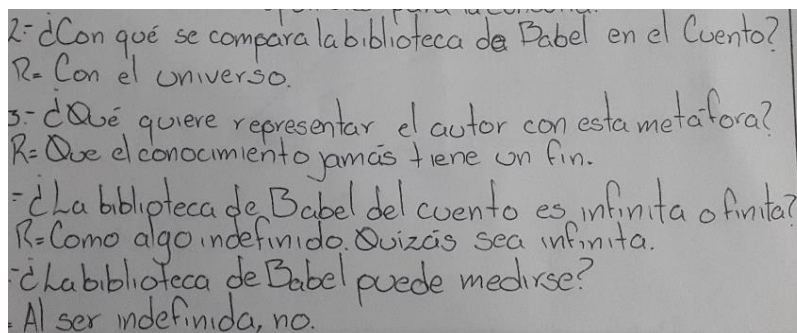


Figura 18. Respuestas del Equipo 2 a la sección: Análisis de la concepción de la Biblioteca

El equipo 3 señaló, “Sí se puede medir porque dice que a cada hexágono corresponden cinco anaqueles, cada anaquel, encierra 32 libros, cada libro es de 410 páginas, cada página de 40 renglones y cada renglón de unas 80 letras”. Es decir, identifica los datos que permiten realizar cálculos y dimensionar la biblioteca. En la figura 19, podemos observar que justo antes habían respondido que la biblioteca era infinita. Estas respuestas son contradictorias; sin embargo, se advierte que este equipo podrá realizar la actividad aritmética y geométrica, lo que les permitirá tomar una decisión sobre el tamaño de la biblioteca. (Ver figura 19.)

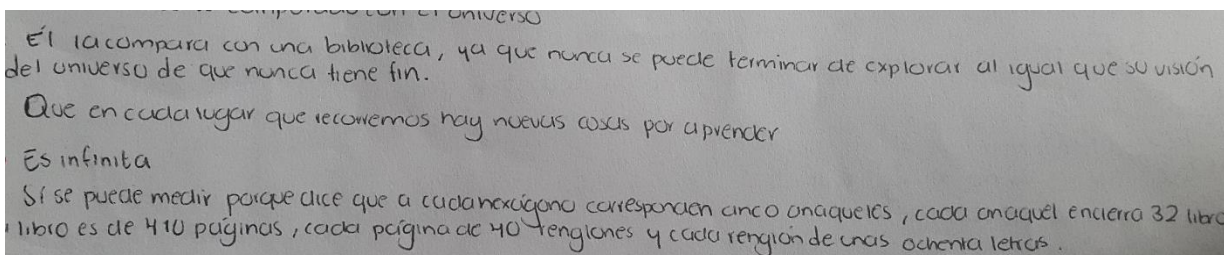


Figura 19. Respuestas del Equipo 3 a la sección: Análisis de la concepción de la Biblioteca

Sección 2. Análisis de la forma geométrica de la biblioteca

El análisis de la sección dos – análisis de la biblioteca –, solicita analizar su forma y posteriormente representarla mediante un dibujo, que permite tener, mediante una representación gráfica, la forma en que los estudiantes han considerado *la Biblioteca de Babel*. Para ello, se abordan las cuestiones: ¿Cómo está formada la biblioteca?, ¿Qué tiene cada galería?, ¿Podrías dibujar una galería? ¿Podrías dibujar *la biblioteca de Babel*?

4) *¿Cómo está formada la biblioteca?, ¿qué tiene cada galería?*

Los tres equipos coinciden en que las galerías son hexagonales, reconociendo lo que el autor señala: “A cada uno de los muros de cada hexágono corresponden cinco anaqueles; cada anaquel encierra treinta y dos libros de formato uniforme; cada libro es de cuatrocientas diez páginas; cada página, de cuarenta renglones; cada renglón, de unas ochenta letras de color negro”. En la Figura 20 se muestra el dibujo del equipo 1, en donde se representa la galería en su forma hexagonal y “los largos anaqueles por lado cubren todos lados menos dos”, los dibuja mediante rectángulos. En este dibujo se utiliza la noción matemática de figura geométrica.

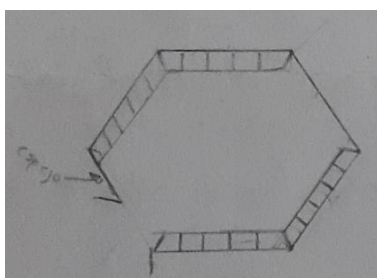


Figura 20. Dibujo de una galería realizado por el Equipo 1

El dibujo de la galería realizado por el equipo 2 se muestra en la Figura 21. Las nociones matemáticas utilizadas fueron cuerpo y figura geométrica, prisma hexagonal y rectángulo para representar la galería y los anaqueles respectivamente; sin embargo, el autor únicamente indica la forma de la galería. En este sentido, el equipo utilizó sus conocimientos previos sobre la palabra “anaqueles” para dibujarlos, los cuales generalmente tienen forma de un cuerpo geométrico rectangular.

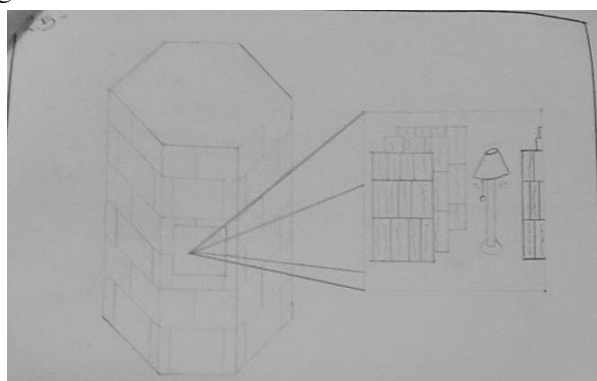


Figura 21. Dibujo de una galería realizada por el Equipo 2

El equipo 3 por su parte, utilizó las nociones matemáticas de cuerpo y figuras geométricas para representar el interior de la galería (ver Figura 22). De manera similar al equipo 2, utilizaron sus conocimientos previos sobre la palabra “anaqueles” para dibujarlos; además, este equipo dibuja detalles “artísticos” que no están descritos en el cuento.



Figura 22. Dibujo de una galería realizada por el Equipo 3

5) *¿Podrías dibujar la biblioteca de Babel?*

Cada equipo realiza una representación gráfica diferente de acuerdo con lo analizado por cada uno de ellos en el texto.

El equipo 1, reconociendo lo que el autor describe en el cuento: “Desde cualquier hexágono se ven los pisos inferiores y superiores: interminablemente”, utilizan su creatividad e imaginación para representarlo. En su dibujo la Biblioteca se busca mostrar que la forma hexagonal se repite de manera finita, mediante una perspectiva (ver Figura 23).

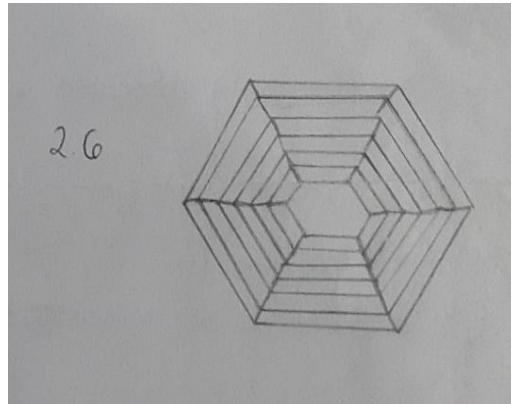


Figura 23. Dibujo de la Biblioteca de Babel realizada por el Equipo 1

El equipo 2 para realizar su dibujo (ver Figura 24) investigó y se apoyó en la página de internet: <https://pendientedemigracion.ucm.es/info/especulo/numero35/bbabel.html>. Aquí aparece la dialéctica media – medio, donde la página web consultada es una media y la imagen seleccionada un medio (ver Figura 25) que les permite realizar un dibujo similar como representación de la biblioteca descrita en el cuento. En la Figura 26 se muestra la búsqueda que hacen en Internet los integrantes de este equipo, a través de su celular y que permitió dar cuenta de esta dialéctica.

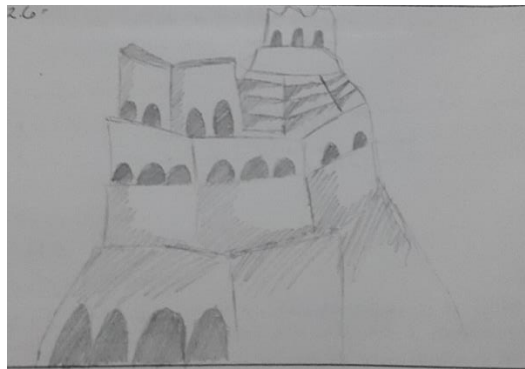


Figura 24. Dibujo de la Biblioteca de Babel realizado por el Equipo 2

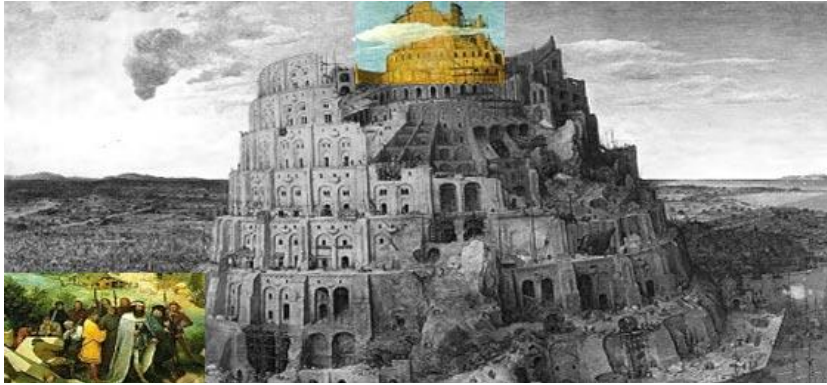


Figura 25. Biblioteca de Babel, recuperada de:
<https://pendientedemigracion.ucm.es/info/especulo/numero35/bbabel.html>



Figura 26. Equipo 2 realizando la búsqueda en internet

En la página web utilizada como apoyo por el equipo 2, se muestra un análisis sobre el cuento de “*La Biblioteca de Babel*” desde un punto de vista de la desconstrucción de Jacques Derrida. Es decir, que la página tiene un enfoque de análisis filosófico del cuento, que no resulta de mayor utilidad debido al perfil del REI propuesto.

El equipo 3 produce la representación de la biblioteca que aparece en la Figura 27, de dos formas. La primera es una estructura usando hexágonos los cuales forman un mosaico o teselado regular; en la segunda realizan una representación de la biblioteca como un cuerpo geométrico, un prisma hexagonal; reconociendo lo que el autor describe: “Una de las caras libres da a un angosto zaguán, que desemboca en otra galería, idéntica a la primera y a todas”.

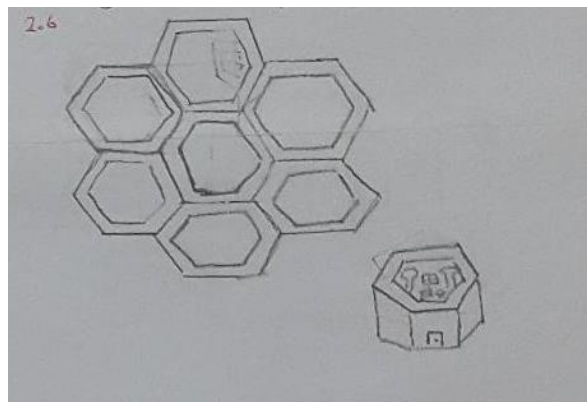


Figura 27. Dibujo de la Biblioteca de Babel realizado por el equipo 3

Sección 3. Análisis de galerías y número de libros en la biblioteca de Babel

Durante la primera sesión de la implementación del REI, se identificó que los estudiantes asocian el concepto de infinito con cantidades exageradamente grandes. Así, la sección tres – análisis de las galerías – buscó confrontar a los estudiantes con esta falsa idea. Para lograrlo, el diseño del REI contempló una serie de preguntas que obligaban a los estudiantes a identificar los datos proporcionados en el cuento y usarlos para realizar cálculos matemáticos – como el número de páginas o el número de líneas en cada página- así como el número de libros que existen en *la Biblioteca de Babel*. Algunas de las preguntas fueron: *¿Cuántos libros hay por anaquel? ¿Podrías calcular el número de libros que existen en la biblioteca de Babel? ¿Con base en tus cálculos, la Biblioteca de Babel es finita o infinita?*

Realizar estos cálculos tenía como finalidad que los estudiantes notarán que, aunque el número de libros que existen en la biblioteca del cuento es exageradamente grande, éste es finito. Asimismo, el REI estaba diseñado para que los estudiantes compararan estos cálculos con sus respuestas iniciales en las que, de manera general, concluyeron que la biblioteca era infinita. El número de libros que existe en la biblioteca se puede calcular de la siguiente manera:

$(5 \text{ anaqueles}) (32 \text{ libros por anaquel}) = 160 \text{ libros por muro}$

$(160 \text{ libros por muro}) (4 \text{ muros por galería}) = 640 \text{ libros por galería.}$

Como el número de galerías no se conoce, es necesario calcular el número total de libros de la siguiente forma:

$1 \text{ libro} = (410 \text{ páginas}) (40 \text{ líneas}) (80 \text{ letras}) = 1,312,000 \text{ símbolos ortográficos,}$

Los 25 símbolos ortográficos pueden ser ordenados en 25 formas diferentes, de modo que el número total de libros de la biblioteca es: $25^{1,312,000}$.

El número de libros es inmensamente grande, pero finito. Se considera que la primera parte del REI respecto al cálculo de libros por galería y número de símbolos ortográficos representaba menor dificultad para los estudiantes, pero el número total de números que requiere tomar en cuenta las diferentes formas de ordenar los símbolos era un poco más complejo. Esto se pudo notar en la actividad de los equipos, ya que no todos completaron los cálculos.

El equipo 1 argumenta que se puede obtener el número de libros en una galería, pero no el número total de libros de la biblioteca porque no saben el número de galerías. (Ver Figura 28).

Actividad matemática:

$(5 \times 32) = 160$ este es de una pared, luego lo multiplicaron por 4 paredes ya que el cuento indica que se ocupan solo 4 paredes de la galería hexagonal obteniendo $(160 \times 4) = 640$ libros por galería.

Resultado obtenido: “Hay 640 libros por galería, pero no sabemos el número de galerías.”

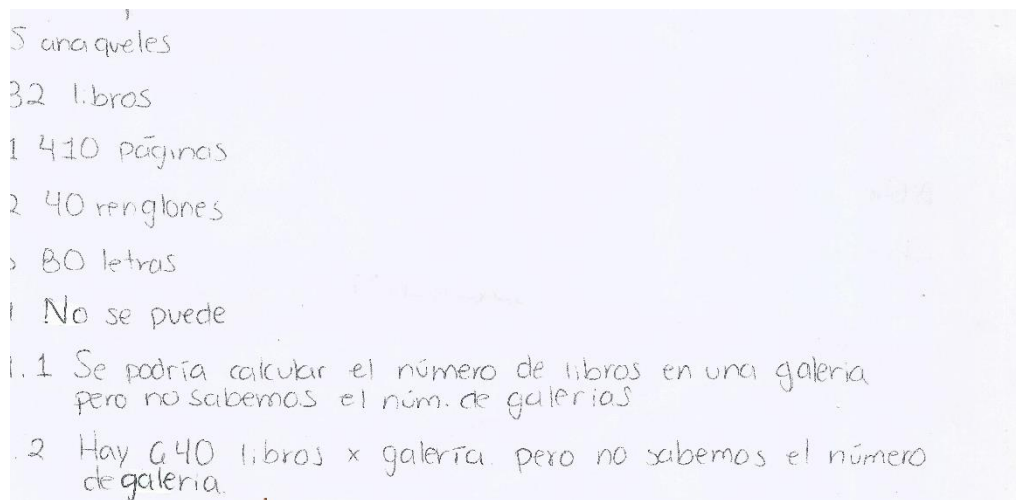


Figura 28. Respuestas del Equipo 1 a la sección: análisis de las galerías

El equipo 2 argumenta que multiplicando el número de libros que hay por anaquel y después por el número de galerías se puede obtener el número total de libros que existen en la biblioteca. (Ver Figura 29).

Actividad matemática:

$$(5 \text{ anaqueles} \times 32 \text{ libros}) = 160 \text{ libros por galería.}$$

Resultado obtenido: “Hay 160 libros por galería y son infinitas las galerías”.

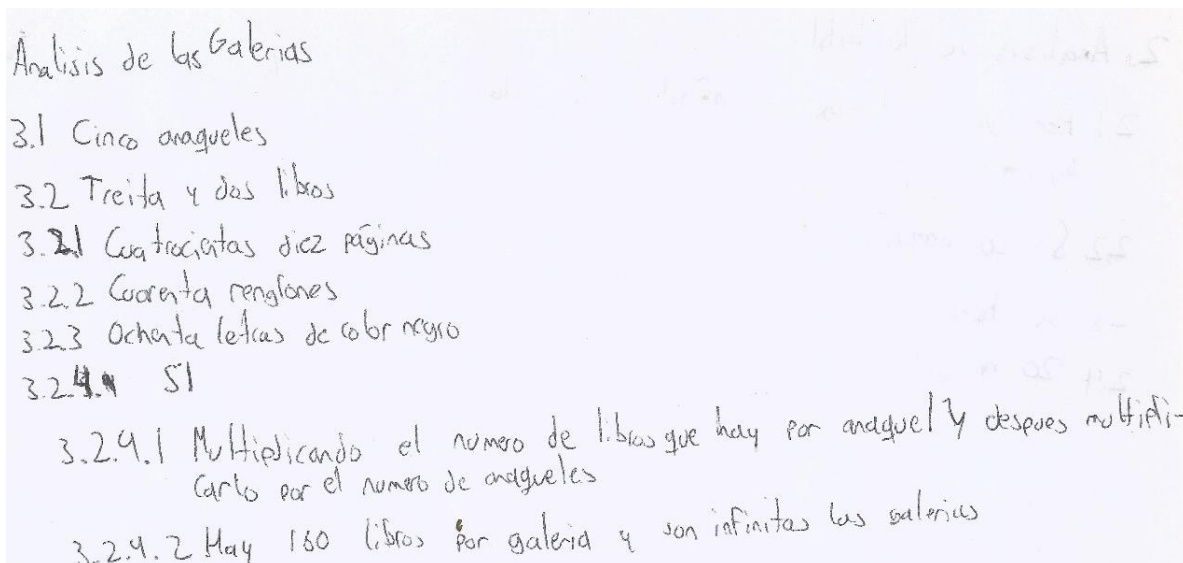


Figura 29. Respuestas del Equipo 2 a la sección: análisis de las galerías

El equipo 3 argumenta que no podría calcular el número exacto de libros de la biblioteca porque es infinita, pero si una aproximación. (Ver Figura 30).

Actividad matemática:

$$(5 \times 32) = 160,$$

Declara una incógnita al número de galería: “ x ”

Establece la igualdad $x = \infty$

Resultado obtenido: “Sabemos que cada hexágono tiene cinco anaqueles, y cada anaquel encierra 32 libros, el resultado de esta multiplicación es de 160 y nos faltaría el número de galerías (x) por lo tanto $x = \infty$ ”.

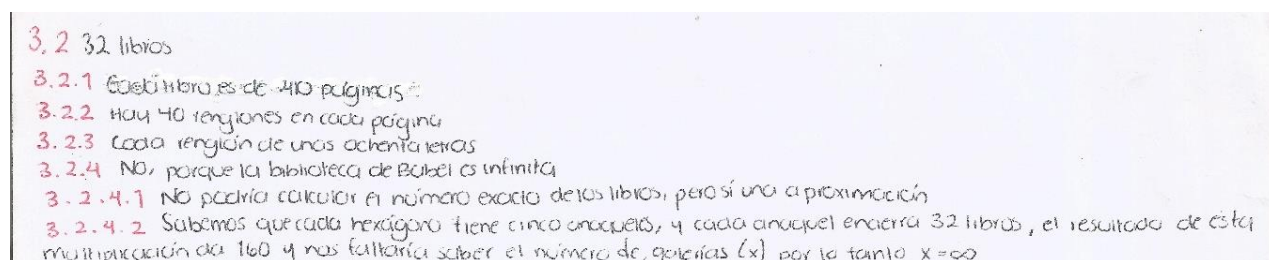


Figura 30. Respuestas del Equipo 3 a la sección: análisis de las galerías

6) ¿Con base en tus cálculos, la Biblioteca de Babel es finita o infinita?

Una vez realizados los cálculos los estudiantes vuelven a analizar la dimensión de la biblioteca. Los tres equipos coinciden que la biblioteca del cuento es infinita. (ver Figuras 31, 32 y 33)

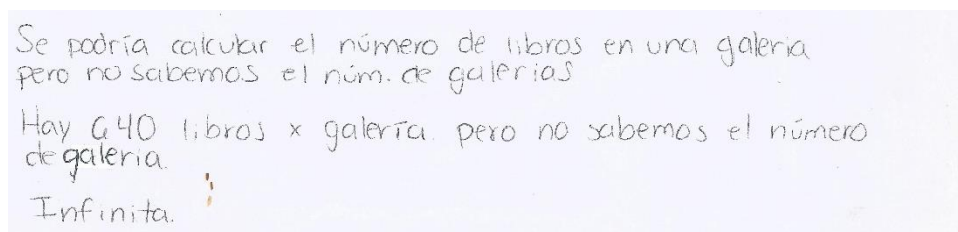


Figura 31. Respuesta del equipo 1: ¿con base en tus cálculos la Biblioteca de Babel es infinita o finita?

Multiplicando el número de libros que hay por anaqueles y después multi-
carlo por el número de anaqueles
Hay 160 libros por galería y son infinitas las galerías
Es infinita

Figura 32. Respuesta del equipo 2: ¿con base en tus cálculos la Biblioteca de Babel es infinita o finita?

3.2.4.1 No podría calcular el número exacto de los libros, pero sí una aproximación
3.2.4.2 Sabemos que cada hexágono tiene cinco anaqueles, y cada anaquele encierra 32 libros, el resultado de esta
multiplicación da 160 y nos faltaría saber el número de galerías (x) por lo tanto $x = \infty$
3.2.4.3 Es infinita

Figura 33. Respuesta del equipo 3: ¿con base en tus cálculos la Biblioteca de Babel es infinita o finita?

En la Figura 34, se muestra al equipo 1 realizando esta sección del REI.

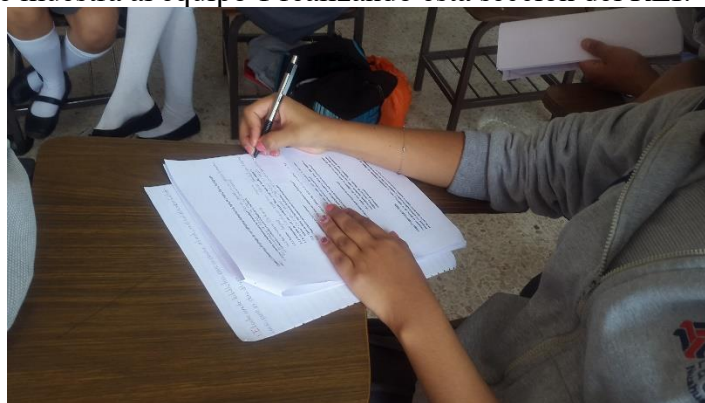


Figura 34. Equipo 1 realizando el REI

Validación del análisis

Los estudiantes mediante el uso de medios electrónicos (dialéctica media – medio) buscaron estudios realizados sobre el cuento “*La Biblioteca de Babel*”, buscando semejanzas o diferencias entre lo realizado hasta el momento en la actividad.

El equipo 1 no sólo validó sus cálculos matemáticos sino también los dibujos realizados de las galerías y la biblioteca del cuento. La página consultada para validar sus cálculos fue

“Cuántos libros hay en *la biblioteca de Babel*”⁴² en la que presenta un análisis literario y matemático (ver Figura 35), y para las imágenes fue “Los planos de *la biblioteca de Babel*”⁴³ (ver Figura 36). La información que los estudiantes encontraron en los medios les permitió revisar, comparar y reflexionar sobre la forma, la dimensión de la biblioteca y la cantidad de libros que existe en ella permitiendo así la modificación de la idea de que la biblioteca es infinita por ser muy grande y no poderse medir, a la idea de que lo exageradamente grande puede medirse utilizando técnicas matemáticas particulares, las cuales permiten obtener un número exacto del número de libros que existen en la biblioteca; así como observar representaciones gráficas realizadas con base en las descripciones de los espacios y sus relaciones (ver Figura 37).

Ahora bien: sólo con que en cada libro hubiera *dos* casilleros para completar, las combinaciones posibles serían mucho mayores. Para calcularlas, habría que multiplicar los 25 símbolos que podríamos poner en el primer casillero por los 25 que podríamos hacer que los acompañaran en el segundo:

$$25 \times 25 = 625$$

Las posibilidades aumentan muchísimo: con 2 casilleros para rellenar con 25 símbolos posibles, se generarían 625 libros distintos. ¿Y si hubiera 3 casilleros?

$$25 \times 25 \times 25 = 15.625$$

Con cuatro casilleros por libro, nos iríamos a 390.625 libros en total; con cinco casilleros, a 9.765.625 libros... El incremento es *exponencial*: por cada casillero que aumentemos, hay que multiplicar por 25 otra vez. Así, el número de libros que hay en la biblioteca planteada por Borges se consigue de multiplicar 25 x 25 x 25... y no parar hasta haberlo hecho 1.312.000 veces. Esto es: **25 elevado a una potencia de 1.312.000**. Expresado matemáticamente:

$$25^{1.312.000}$$

Figura 35. Cálculos de la página web: “Cuántos libros hay en la biblioteca de babel”

⁴² Consultar en: <https://elpezvolador.wordpress.com/2008/05/12/cuantos-libros-hay-en-la-biblioteca-de-babel/>

⁴³ Consultar en: <https://culturacolectiva.com/disenio/los-planos-de-la-biblioteca-de-babel/>

Los planos de "La biblioteca de Babel"



Figura 36. Galerías hexagonales conectada entre sí

- 5.1.1 No porque imaginamos distinta la biblioteca a los planos de los arquitectos y contamos un número distinto de libros.
- 5.1.2 Los resultados de los estudios, porque lo investigaron desde distintas perspectivas analizando más profundamente.

Figura 37. Respuestas del equipo 1 a la sección de validación

Conclusiones de los equipos

Cuando algunos de los equipos notaron a través de sus cálculos matemáticos que el número de libros contenidos en la biblioteca era finito, comenzaron a cambiar sus respuestas iniciales cuando se les preguntó: ¿De acuerdo con tus cálculos, *la Biblioteca de Babel* es finita o infinita? Por ejemplo, el equipo 2 concluyó: "A veces las cosas son tan grandes, las cosas que al no terminar de conocerlas creemos que son infinitas". Esta respuesta sugiere que efectivamente en este equipo hubo una tendencia a asignar la calidad del infinito a lo exageradamente grande.

Sin embargo, es importante notar que hubo un equipo que mantuvo su idea sobre la dimensión infinita de la biblioteca. Así, el equipo 3 concluyó: "Porque llegamos a la conclusión que es infinita, después de analizar el texto en su totalidad y querer comprobarlo" (Ver la Figura 38).

6.7.1 La biblioteca de Babel es infinita
6.14 Son iguales
6.15 Porque llegamos a la conclusión que era infinita, después de analizar el texto en su totalidad y querer comprobarlo.

Figura 38. Respuesta proporcionada por el equipo 3

Esta respuesta podría indicar que la concepción sobre el infinito que tiene este equipo es persistente, apoyando lo expuesto al inicio de este capítulo (página 95): que el lenguaje utilizado en el cuento promueve la idea de que lo exageradamente grande es infinito y además que el concepto de infinito es complejo.

5.3.2 Etapa 2: Elementos para el diseño de una biblioteca

En esta etapa los equipos investigaron diferentes elementos para diseñar una biblioteca y presentar el proyecto a una instancia gubernamental. La dialéctica cuestiones – respuestas en esta etapa les permitió cuestionar la realidad de su entorno respecto a las bibliotecas que existen en su comunidad, si son o no adecuadas para cubrir las necesidades de la comunidad estudiantil. Por otro lado, los estudiantes reflexionaron sobre qué características consideran debe tener una biblioteca para que sea funcional. El análisis se presenta por equipo, considerando las respuestas dadas a las cuestiones *¿Cómo diseñar una biblioteca?* *¿Cómo son las bibliotecas en mi comunidad?* Los tres equipos coinciden en diseñar una biblioteca para todo tipo de público, proponen un diseño antiguo o clásico para el exterior; para el diseño interior los equipos 1 y 2 proponen un diseño futurista con uso de tecnología para hacerla más atractiva a la comunidad y facilitar la búsqueda o consulta. Además, el equipo 1 propone que haya una cafetería en el interior. A continuación, se ilustran los diseños propuestos por estos equipos. (Ver Figuras 39, 40 y 41).



Figura 39. Propuesta de biblioteca del Equipo 1

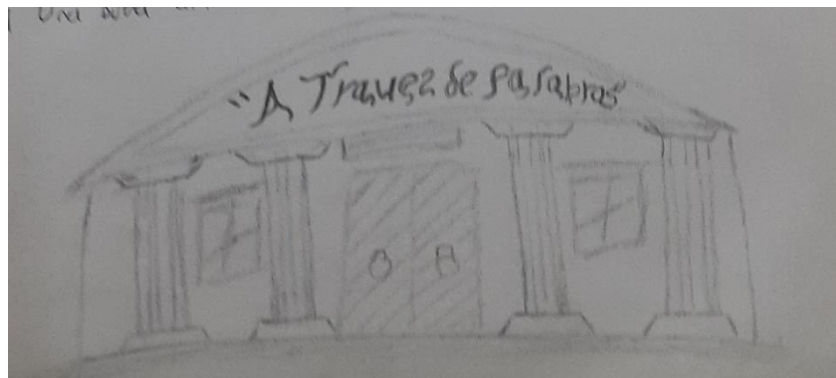


Figura 40. Propuesta de biblioteca del Equipo 2

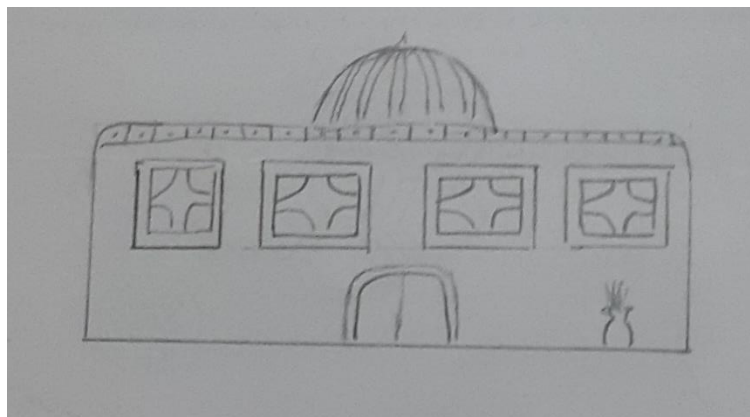


Figura 41. Propuesta de biblioteca del Equipo 3

Respecto con el cuestionamiento de su entorno los tres equipos indican que en su comunidad existe sólo una biblioteca la cual está deteriorada y no tiene muchos libros, que en un determinado momento puede ser útil ya que tiene libros que puedan servirles. (Ver Figuras 42, 43 y 44).

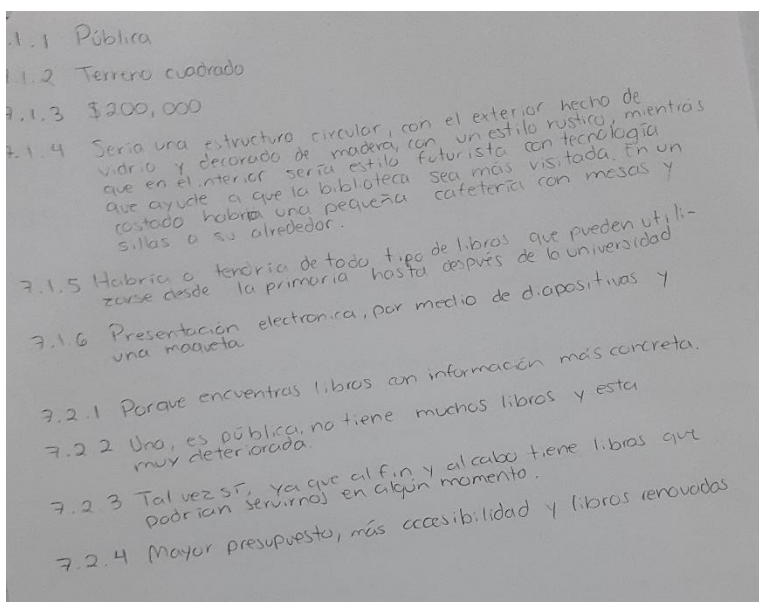


Figura 42. Respuestas a la etapa 2 del equipo 1

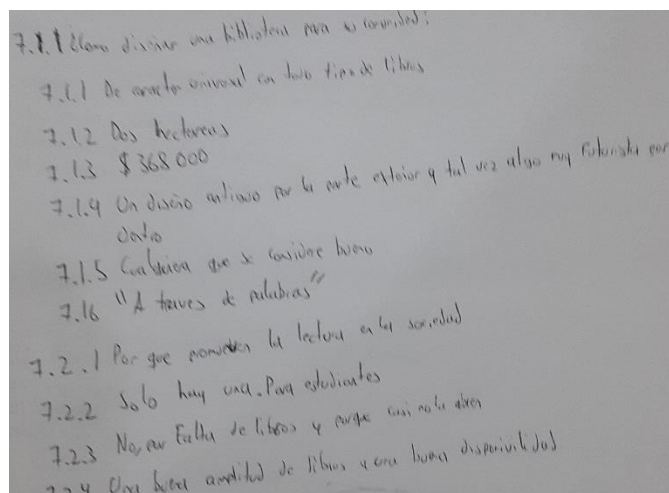


Figura 43. Respuestas a la etapa 2 del equipo 2

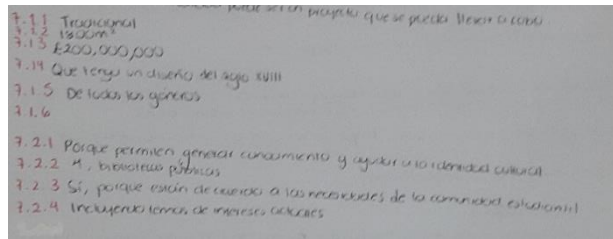


Figura 44. Respuestas a la etapa 2 del equipo 3

Por otro lado, los equipos indicaron que las bibliotecas son importantes porque permiten generar conocimiento, promueven la cultura y ayudan a la identidad cultural en su comunidad, en las cuales se debería poder consultar temas de interés actual, teniendo diversidad de libros –incluso nuevos- y con disponibilidad, así como ser accesible.

5.3.3 Etapa 3: Propuesta de su diseño

Las propuestas de diseño de la biblioteca para su comunidad que presentaron los estudiantes fueron maquetas, planos arquitectónicos y algunos dibujos (bosquejos). La mayoría de las propuestas realizadas por los equipos fue la construcción de una maqueta.

A pesar de que los equipos 1 y 2 no entregaron su maqueta, porque se enfocaron al desarrollo de las etapas 1 y 2. Sin embargo, se decidió presentar algunas de las maquetas realizadas, debido a que la construcción de maquetas involucra la tarea de modelación matemática.

Una maqueta es una reproducción física a escala, en tres dimensiones, de algo real o ficticio utilizando diferentes materiales. La construcción de maquetas es una herramienta que promueve el pensamiento crítico debido a que los estudiantes examinan una problemática y proponen una solución o un diseño específico en este caso el diseño de una biblioteca. La realización de una maqueta es un proceso donde los estudiantes tuvieron que recurrir a contenidos de otras áreas, comunicar al resto del equipo sus ideas e informaciones, cómo la querían realizar, medir, dibujar, solicitar los materiales necesarios para realizar las maquetas, reparto de tareas y adquisición de responsabilidades. Es decir, aparece una actividad de modelización matemática.

Según Serradó (2007), la construcción de maquetas facilita el aprendizaje significativo y relevante de los conocimientos matemáticos desde una propuesta de cognición situada:

- La atención a la diversidad, la planificación más o menos autónoma por parte del alumno que puede incluir el diseño y construcción, o sólo la construcción de la misma.
- La motivación intrínseca a la tarea de carácter manipulativo debido a su funcionalidad en la vida real.
- La construcción del conocimiento geométrico desde el desarrollo de capacidades como la visualización, manipulación y abstracción de objetos.
- Una evaluación auténtica del proceso de enseñanza y aprendizaje a partir de la observación sistemática de la tarea, y de la producción realizada particularizada según los conocimientos y destrezas de cada alumno.

Para la construcción de una maqueta es recomendable partir desde la realización de un plano a escala o un dibujo debido a que se favorece la comprensión de textos escritos y visuales; los contenidos matemáticos que involucra esta actividad son: sistema de referencia de dos dimensiones (plano o dibujo), la escala y las unidades de medida, si las hay. Sin embargo, se pueden construir maquetas que representen la simulación de un objeto en otro material sin necesidad de una escala.

A continuación, se presentan algunas de las propuestas desarrolladas por los equipos, esta sección es únicamente descriptiva.

En las figuras 45 y 46 se muestran las propuestas que realizaron los equipos 6 y 8 para el diseño de la biblioteca.



Figura 45. Plano que realizó el equipo 6 de su diseño de biblioteca

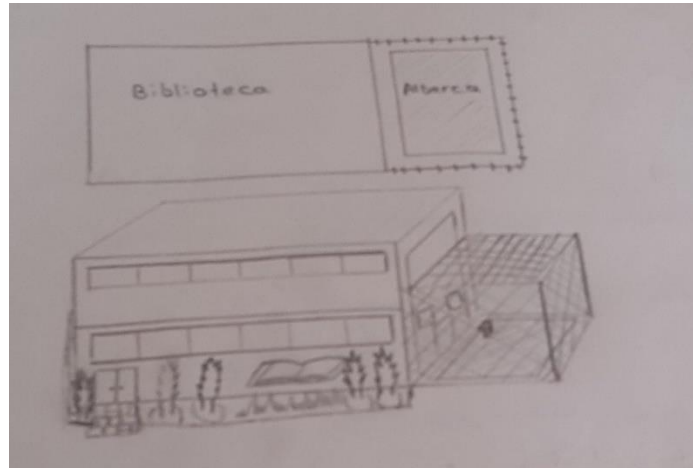


Figura 46. Plano realizado por el equipo 8 de su diseño de la biblioteca

El siguiente paso del proceso de construcción de la maqueta fue seleccionar el tamaño, buscar los materiales necesarios para realizarla, el reparto de tareas y la adquisición de responsabilidades. En la figura 47 se muestra el trabajo del equipo 7 en este paso, podemos observar cómo cada integrante tenía una tarea asignada; la dimensión espacial apareció como un elemento de esta actividad de modelización matemática.



Figura 47. Proceso de construcción de la maqueta del equipo 7

El último paso del proceso fue construir en su totalidad la maqueta adaptándose a las características del espacio que habían seleccionado. En las figuras 48, 49, 50 y 51 se ilustran las diferentes propuestas de biblioteca que realizaron los equipos 3, 5, 7 y 12 respectivamente.



Figura 48. Maqueta diseñada por el equipo 3



Figura 49. Maqueta diseñada por el Equipo 5



Figura 50. Maqueta diseñada por el equipo 7



Figura 51. Maqueta diseñada por el equipo 12

5.4 Conclusiones del capítulo

En este capítulo se llevó a cabo el análisis de la implementación del REI “Una biblioteca para tu comunidad” y obtener la respuesta a la cuestión generatriz: *¿cómo analizar la forma y la dimensión de la Biblioteca de Babel?* Este análisis se realizó por etapas; en la primera se analizó las ideas sobre el infinito que tienen los estudiantes a partir de la lectura del cuento “*La Biblioteca de Babel*”. Con base en las respuestas dadas por los equipos se puede considerar que la concepción de infinito que tienen es de algo que no tiene fin o que lo exageradamente grande debido a que sustentan sus respuestas únicamente en la lectura del cuento, es decir, sólo se toma en cuenta el aspecto literario con base en la metáfora: biblioteca – universo que el autor incluye en el cuento, la cual promueve en los estudiantes a concebir que lo exageradamente grande es infinito, sin embargo la actividad fue diseñada para que los estudiantes cuestionen esta metáfora y validen si realmente lo exageradamente grande es infinito o finito. Este cuestionamiento se realizó mediante dos aspectos: el primero les permitió a los estudiantes imaginarse la forma de la biblioteca, reconocer su geometría para representarla mediante un dibujo y, el segundo consistió en determinar el número total de libros que tiene la biblioteca. Es decir, se realizó un cuestionamiento mediante tareas matemáticas tanto geométricas como aritméticas, que les permitieron a los estudiantes ir analizando si la metáfora del cuento era válida o no.

Se observó que a pesar de que los equipos habían realizado las tareas matemáticas, la concepción de infinito seguía siendo la misma, afirmaban que la biblioteca era infinita a pesar de que habían logrado calcular aproximaciones. Hasta la sección tres de la actividad la concepción de la dimensión de la biblioteca era infinita porque era exageradamente grande. Sin embargo, después de haber realizado las tareas matemáticas y de haber investigado en internet algunos estudios e imágenes de la biblioteca, dos equipos cambian la concepción de infinito que tenían debido a que comprenden que a pesar de que la dimensión de la biblioteca es exageradamente grande puede tener un fin, es decir, se trata de una biblioteca finita, esta conclusión la sustentan tanto con las tareas matemáticas como con el uso de las tecnologías (uso de media – media) que les permitió cuestionarse si realmente lo exageradamente grande es infinito o finito.

Por lo tanto, podemos decir que el REI promueve el pensamiento crítico en los estudiantes mediante la realización de diferentes tareas matemáticas o tecnológicas que motiva a los estudiantes a cuestionar la metáfora: biblioteca – universo, que el autor relata en el cuento. Además, que la actividad no busca enseñar un concepto matemático en particular, sino que con base en los argumentos del autor se buscó que los estudiantes comprobaran si lo literario podría ser cuestionado mediante lo matemático y llegar a una conclusión basada tanto en lo literario como en lo matemático y no quedarse solo con la primera idea o concepción al realizar la lectura del cuento. Por otro lado, no solo cuestiona el cuento, sino que también promueve el cuestionamiento del entorno de los estudiantes al solicitar que diseñen una biblioteca para su comunidad y presenten dicho diseño. En este sentido, los estudiantes reflexionan la importancia de las bibliotecas como un elemento generador de conocimientos y cultura en su comunidad. Por último, se fomenta la creatividad e innovación en la construcción de los diseños propuestos para la biblioteca que consideran adecuada para su comunidad.

CONCLUSIONES GENERALES

En esta investigación se ha relacionado a la literatura y a las matemáticas, mediante el REI basado en el cuento de “*La Biblioteca de Babel*” de Borges, cuyo principal objetivo fue analizar un contexto de ficción y su coherencia interna. La cuestión generatriz, ¿cómo analizar la metáfora de *la biblioteca de Babel*? Y el conjunto de cuestiones derivadas en la primera etapa del REI permitieron considerar un contexto literario para la identificación y confrontación de ideas sobre una noción matemática fundamental, el infinito, en estudiantes de nivel medio superior de una institución en la zona conurbada de la Ciudad de México. Esta confrontación de ideas también se tuvo en torno al rol de las bibliotecas en la sociedad, más allá de analizarlas como este elemento metafórico, que Borges utiliza para describir el universo y en ese sentido podríamos decir que se promovió el pensamiento crítico.

La elección del cuento resultó un elemento clave, las ideas matemáticas involucradas permiten a su autor crear un lugar ficticio pero coherente, y a los estudiantes analizarlo, imaginarlo, dibujarlo, determinar su forma y su dimensión. En este análisis, los estudiantes no cuestionan la existencia de la biblioteca, sino que aceptan que la ficción se rige bajo una lógica –muy similar a la matemática- y verifican que ésta tiene las características que el autor señala. Es posible que los estudiantes hayan percibido que las matemáticas posibilitan la creación de contextos ficticios y que esto requiere explicitar una lógica, tal y como sucede en la construcción del conocimiento matemático.

La selección de la historia de “*La Biblioteca de Babel*” de Jorge Luis Borges, donde la metáfora ocupa un lugar preponderante para diseñar e implementar el REI, permitió a los estudiantes estudiar la pregunta abierta: ¿cómo analizar la forma y la dimensión de *la Biblioteca de Babel*? El análisis muestra cómo esta actividad abierta –en el sentido de que no se conoce de antemano cómo analizar la forma y dimensión de la biblioteca-, permite evidenciar una etapa fundamental de todo proceso de investigación: identificar las ideas existentes conectadas a un elemento involucrado en la cuestión estudiada, en este caso el infinito, y cómo debe ser confrontado.

Ciertamente, el lenguaje utilizado en la historia y en particular la solidez de la metáfora favorece la idea de que la biblioteca es infinita porque es exageradamente grande: "El universo (que otros llaman la Biblioteca) está compuesto de un número indefinido, quizás infinito de galerías hexagonales". Esto provocó que en la tercera sección de la REI dos de los equipos (1 y 3) consideraran que no era posible calcular el número total de libros. El concepto erróneo sobre el infinito que parece tener mayor fuerza es que lo exageradamente grande es infinito, una idea que puede ser persistente incluso después de analizar los cálculos que aparecen en diferentes páginas web consultadas por los estudiantes.

El número $25^{1312,000}$ es difícilmente imaginable, como lo es el tamaño del universo. De hecho, en la página web <http://www.relaciomatica.com/areas/artes/2013/mayo/presentacion.pdf>, hay una comparación entre el tamaño de *la Biblioteca de Babel* y el tamaño del universo, medido en la base 10: el tamaño de la biblioteca, 101'834,097 es superior al tamaño del universo, 1081. El universo, así como el concepto de amor, son a menudo los primeros referentes utilizados para introducir la noción de "infinito", pero Borges usa la biblioteca, su forma y los libros que contiene, como elementos que pueden contarse e ilustrar que lo extremadamente grande es finito.

La noción de infinito se revela nuevamente como una noción compleja que no se puede estudiar en contextos reales, pero la historia de "*La Biblioteca de Babel*" permite explorarla, analizarla, sentirla y estudiarla. Además, se considera que el contexto literario permitió a los estudiantes ir más allá del análisis de las características del cuento y reconocer que las ideas matemáticas complejas pueden reflejar creatividad, imaginación y ficción.

En este sentido, se puede decir que la literatura es un recurso eficaz para el trabajo con la matemática. La literatura puede ser una manera diferente de presentar o identificar los conceptos que se consideran abstractos, en el caso particular de este trabajo el concepto de infinito; además de ser más atractivo y despertar el interés del estudiante generando situaciones de confrontación de sus propias ideas o concepciones.

Por otro lado, se observa que es posible establecer una relación entre las instituciones enseñanza de la literatura y de la matemática, ya que la literatura y las matemáticas no son inconexas, que al leer es posible dar sentido a nociones matemáticas, es posible construir nuevo conocimiento.

A partir de esta investigación, se detectan algunas líneas que se pueden seguir investigando:

- Identificar los diferentes tipos de argumentaciones lógicas matemáticas en los estudiantes a partir de la literatura.
- Continuar con los diseños didácticos que relacionen literatura y matemáticas, utilizando cualquier tipo de obra que contenga ideas y nociones matemáticas en sus argumentos, con la finalidad de promover la comprensión lectora, ampliar el vocabulario y realizar un análisis literario que genere actividad matemática que promueva el pensamiento crítico en los estudiantes.
- Analizar más profundamente el uso de las tecnologías informáticas mediante la dialéctica (medio – media) en el desarrollo de REI's que involucren literatura y matemáticas.

REFERENCIAS

- Abello, A. & Montaña, J. (2013). Leer y comprender para aprender Matemática. *Varona*, 57, 60-68. Obtenido de <http://www.redalyc.org:9081/articulo.oa?id=360634164012>
- Borges, J. (2017). La Biblioteca de Babel. En J. Borges, *Ficciones* (pp. 87-100). Ciudad de México, México: Penguin Random House.
- Bourdieu, P. (1999). Structures, Habitus, Practices. En A. Elliot (Ed.), *The Blackwell Reader in Contemporary Social Theory* (pp. 107–118). Oxford: Blackwell.
- Casey, B., Erkut, S., Ceder, I. & Young, J. (2008). Use of a storytelling context to improve girls' and boys' geometry skills in kindergarden. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 29(1), 29–48. doi: 10.1016/j.appdev.2007.10.005
- Castela, C. & A. Romo-Vázquez. (2011). Des mathématiques a l'automatique étude des effets de transposition sur la transformée de Laplace dans la formation des ingénieurs. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 31(1), 79-130.
- Cavallín, C. (2008) Posibilidades de la metáfora en Borges, *Atenea (Concepción)*, 498, 45 – 54, doi: 10.4067/S0718-04622008000200004
- Chevallard, Y. (1999). *La recherche en didactique et la formation des professeurs: problématiques, concepts, problèmes* [Research in education and training of teachers: issues, concepts, problems]. Caen, France: Académie de Caen.
- Chevallard, Y. (2006). Steps towards a new epistemology in mathematics education. En Bosch, M. (Ed.). *Proceedings of the 4th Conference of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 4)*. (pp. 21-30). Barcelona: FUNDEMIQS.
- Chevallard, Y. (2007). La problématique anthropologique en didactique, d'hier à demain. En Ruiz Higuera, L. Estepa, A. & García F.J. (Eds.). (pp. 705-746). Jaén: Publicaciones de la Diputación de Jaén.

- Chevallard, Y. (2012). Teaching Mathematics in tomorrow's society: a case for an oncoming counter paradigm. En S. Cho (Ed.), *Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 173–187). Cham: Springer. doi: 10.1007/978-3-319-12688-3_13
- Chevallard, Y. (2013). Enseñar matemáticas en la sociedad de mañana: alegato a favor de un contraparadigma emergente. *REDIMAT - Journal of Research in Mathematics Education*, 2(2), 161–182. doi:10.4471/redimat.2013.26
- Courtade, G., Lingo, A., Karp, K., & Whitney, T. (2013). Shared story reading. Teaching mathematics to students with moderate and severe disabilities. *Teaching Exceptional Children*, 45(3), 34–44. doi:10.1177/004005991304500304
- Cuellar, H. (2000). El universo o ¿la Biblioteca de Babel? *Tópicos* 18, 167-186. doi: 10.21555/top.v18i1.360
- Cumbrey, A. (2009). Mathematics and literature. En M. Emmer & A. Quarteroni (Eds.), *Mathknow: Mathematics, Applied Sciences and Real Life* (Vol. 3, pp. 9–25). Milano, Italia: Springer. doi: 10.1007/978-88-470-1122-9_2
- Derrida, J. (2000). *Introducción a "el origen de la geometría" de Husserl*. Buenos Aires: Manantial.
- Dubinsky, E., Weller, K., McDonald, M., & Brown, A. (2005). Some historical issues and paradoxes regarding the concept of infinity: An APOS-based analysis: Part 1. *Educational Studies in Mathematics*, 58(5), 335–359. doi: 10.1007/s10649-005-2531-z
- Dugas, R. (1976). La matemática, objeto de cultura y herramienta de trabajo. *Las grandes corrientes del pensamiento matemático*, 364-371.
- Fischbein, E., Tirosh, D., & Hess, P. (1979). The intuition of Infinity. *Educational Studies in Mathematics*, 10(1), 2-40. doi: 10.1007/BF00311173

- Flevaris, L., & Schiff, J. (2014). Learning mathematics in two dimensions: a review and look ahead at teaching and learning early childhood mathematics with children's literature. *Frontiers in Psychology*, 5, 1-12. doi:10.3389/fpsyg.2014.00459
- Foucault, M. (1972). *The Archaeology of Knowledge*. New York: Harper.
- Frabetti, C. (2009). Literatura y matemáticas. *Uno:Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 13(50), 42-46. Obtenido de <https://goo.gl/fsjsSe>
- Gailey, S. (1993). The mathematics-children's literature connection. *Arithmetic Teacher*, 40(5), 258-261.
- Gavilán, P. (1996). Historia del álgebra en la educación secundaria: resolución de problemas «históricos». *SUMA*, 22, 83-90. Obtenido de <http://revistasuma.es/IMG/pdf/22/083-090.pdf>
- Godino, J. & Llinares, S. (2000). El interaccionismo simbólico en educación matemática. *Educación Matemática*, 12(1), 70-92.
- Gómez, J. (2002). *De la enseñanza al aprendizaje de las matemáticas*. Barcelona, España: Paidós.
- Guzmán, P. L. (2016). Propuesta didáctica de modelación matemática que involucra ecuaciones diferenciales para una formación de ingenieros (Tesis de maestría no publicada). CICATA-IPN, México
- Hannula, S., Pehkonen, E., Maijala, H. & Soro, R. (2006). Levels of students' understanding on infinity. *Teaching Mathematics and Computer Science*, 4(2), 317-337.
- Hanrahan, M. (2007). Literature and mathematics: the difference. *Journal of Romance Studies*, 7(3), 7-25.
- Haury, D. (2001). Literature-Based Mathematics in Elementary School. *ERIC Clearinghouse for Science Mathematics and Environment Education.*, 1-4. Obtenido de <https://www.gpo.gov/fdsys/pkg/ERIC-ED464807/pdf/ERIC-ED464807.pdf>

- Heavey, J. (1998). *The effects of integrating literature and mathematics* (Tesis de Maestría no publicada). Nueva Jersey: Fairleigh Dickinson University.
- Hellwing, S., Monroe, E. & Jacobs, J. (2000). Making informed choices: selecting children's trade book for mathematics instruction. *Teaching Children Mathematics*, 7(3), 138–143.
- Hong, H. (1996). Effects of mathematics learning through children's literature on math achievement and dispositional outcomes. *Early Childhood Research Quarterly*, 11(4), 477–494. doi:10.1016/S0885-2006(96)90018-6
- Iliev, N. & D'Angelo, F. (2014). Teaching mathematics through multicultural literature. *Teaching Children Mathematics*, 20(7), 452–457.
- Kleiman, G. (1991). Mathematics across the curriculum. *Educational Leadership*, 49(2), 48–51. Obtenido de <http://kennytucker.cmswiki.wikispaces.net/file/view/math+across+content+article.pdf/360762558/math+across+content+article.pdf>
- Leguina. (2006). Joaquín. *Unión – Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 8, 53–62. Obtenido de http://www.fisem.org/www/union/revistas/2006/8/Union_008_007.pdf
- Macho, M. (2008). Un paseo matemático por la literatura. *Sigma*, 32, 173–194. Obtenido de <http://www.ehu.es/~mtwmastm/Sigma32.pdf>
- Macias, M. (2012). *Uso de las nuevas tecnologías en la formación matemática de ingenieros*. (Tesis de maestría no publicada). CICATA-IPN, México.
- Marietti, J. (2009). Le concept de PER et sa réception actuelle en mathématiques et ailleurs. Une étude préparatoire. Mémoire de 1re année du master de Sciences de l'Education. UNE, Marseille, Francia.
- Marín, M. (2006). Las matemáticas de una novela. *Sigma*, 29, 159–172. Obtenido de <http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.eus/r43->

573/es/contenidos/informacion/dia6_sigma/es_sigma/adjuntos/sigma_29/15_mates_novela.pdf

- Martínez-Tebar, J. (2009). Las Bellas Artes como recurso didáctico en Matemáticas. *Revista Digital Sociedad de la Información*, 16, 1-13. Obtenido de <http://www.sociedadelainformacion.com/16/bellasartes.pdf>
- Mink, D., & Fraser, B. (2005). Evaluation of a K-5 mathematics program which integrates children's literature: Classroom environment and attitudes. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 3(1), 59-85. doi: 10.1007/s10763-004-2975-0
- Monroe, E. (1996). Language and Mathematics: A Natural Connection for Achieving Literacy. *Reading Horizons*, 36(5), 368-379. Obtenido de http://scholarworks.wmich.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1324&context=reading_horizons
- Moore, A. (1995). A brief history of infinity. *Scientific American*, 272(4), 112–116.
- Morales, H. (2013). La teoría antropológica de la didáctica de Chevallard como sustento teórico para analizar el saber didáctico y matemático en la formación de profesores en la Universidad Católica de Concepción. En Rodríguez, E. (Ed). *VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática* (págs. 4518-4522). Montevideo, Uruguay: Congreso Iberoamericano de Educación Matemática.
- Moreno, L.E. y Waldegg, G. (1991). The conceptual evolution of actual mathematical infinity, *Educational Studies in Mathematics*, 22(3), 211–231.
- Murphy, S. (1999). Learning Math through Stories. *School Library Journal*, 45(3), 122-123.
- National Council for Teachers of Mathematics (NCTM). (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for Schools Mathematics*. Reston, VA.
- Patricio, J. (2016). Diseño de Actividades de Estudio y de Investigación para una formación de ingenieros en sistemas computacionales (Tesis de maestría no publicada). UAG, México.

- Paz, O. (2000). *Corriente Alternativa*. México: Siglo Veintiuno editores.
- Peralta, F. (1998). Las matemáticas en el arte, la música y la literatura. *Tendencias Pedagógicas, II* (Número extraordinario), 235-244. Obtenido de <https://revistas.uam.es/tendenciaspedagogicas/article/view/1786/1894>
- Peralta, F. (2001). Sobre las buenas relaciones entre matemáticas y literatura. *Encuentros Multidisciplinares, 8*, 1-6. Obtenido de <http://www.encuentros-multidisciplinares.org/Revistan%BA8/Fco%20J%20Peralta%201.pdf>
- Poincaré, H. (1907). *The Value of Science*. New York: The Science Press. Obtenido de <https://www3.nd.edu/~powers/ame.60611/poincare.pdf>
- Purdum-Cassidy, B., Nesmith, S., Meyer, R. & Cooper, S. (2014). What are they asking? An analysis of questions planned by prospective teachers when integrating literature in mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education, 18*(1), 79-99. doi: 10.1007/s10857-014-9274-7
- Rivera, M. (2009). Matemáticas y Literatura. *MATerials MATemàtics*, 1-10. Obtenido de <http://www.mat.uab.cat/matmat/PDFv2009/v2009n03.pdf>
- Serradó, A. & Cardeñoso, J. (2007). ¿Qué competencias matemáticas se ponen en juego cuando se construye la maqueta de una cocina? *XII Jornadas de Investigación en el aula de matemáticas: competencia matemática*. Granada: Universidad de Granada
- Sfard, A. (2000). On Reform Movement and the Limits of Mathematical Discourse. *Mathematical Thinking and Learning, 2*(3), 157-189. doi:10.1207/S15327833MTL0203_1
- Sierra, T. (2006). *Lo matemático en el diseño y análisis de organizaciones didácticas: los sistemas de numeración y la medida de magnitudes*. (Tesis de doctorado no publicada). Universidad Complutense de Madrid, España. Obtenido de <http://biblioteca.ucm.es/tesis/edu/ucm-t29075.pdf>

- Sriraman, B. (2003). Mathematics and literature: synonyms, sntonyms or the perfect amalgam? *Australian Mathematics Teacher*, 59(4), 26-31.
- Sriraman, B. (2004). Mathematics and Literature (the sequel). *Australian Mathematics Teacher*, 60(1), 17-23.
- Thrailkill, C. (1994). Math and literature: A perfect match. *Teaching Pre K-8*, 24(4), 64-65.
Obtenido de <https://jharrell14.pbworks.com/f/perfectmatcharticle.pdf>
- Uzuriaga, L., Vivian, L., & Martínez , A. (2006). Retos de la enseñanza de las matemáticas en el nuevo milenio. *Scientia Et Technica*, XII(31), 265-270.
- van den Heuvel-Panhuizen, M., & van den Boogaard, S. (2008). Picture books as an impetus for kindergartners' mathematical thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4), 341–373. doi:10.1080/10986060802425539
- Waldegg, G. (1996). Identificación de obstáculos epistemológicos en el estudio del infinito actual. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 1(1), 107-122.
- Welchman-Tischler, R. (1992). *How to Use Children's Literature to Teach Mathematics (NTCM How to --Series)*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- Whitin, D. (1992). Explore Mathematics through Children's Literature. *School Library Journal*, 38(8), 24-28.
- Wittgenstein, L. (1953). *Philosophical investigations*. Oxford, England: Blackwell.
- Young, E., & Marroquin, C. (2006). Posing problems from children's literature. *Teaching Children Mathematics*, 12(7), 362-366.

REFERENCIAS ELECTRÓNICAS

- @Alvy. (2015, septiembre 27). *La biblioteca de Babel de Borges versión internet*. Recuperado de <http://www.microsiervos.com/archivo/internet/biblioteca-de-babel-borges-internet.html>
- Basile, J. *LibraryOfBabel.info*. Recuperado de <https://libraryofbabel.info/>
- Bibliotecas en Nezahualcóyotl (s.f.). En Guialis. Recuperado de <http://nezahualcoyotl.guialis.com.mx/bibliotecas>
- Caneo, L. (2011, marzo 10) *Punto Literario: Análisis en torno a la Biblioteca de Babel*. Recuperado de <http://elmundodeayeryhoy.blogspot.mx/2011/03/punto-literario-analisis-en-torno-la.html>
- Cristal, M. (2008, mayo 12) *Cuantos libros hay en “La Biblioteca de Babel”*. Recuperado de <https://elpezvolador.wordpress.com/2008/05/12/cuantos-libros-hay-en-la-biblioteca-de-babel/>
- Literatura I (s.f.). En Dirección General de Bachillerato. Recuperado de: http://www.dgb.sep.gob.mx/informacion-academica/programas-de-estudio/3er_SEMESTRE/Literatura_I_bibliografia_2015.pdf
- Myller, R. *How big is a Foot?* [Documento en pdf]. Recuperado de <http://www.arvindguptatoys.com/arvindgupta/kingsfoot.pdf>
- Pérez-Rincón García, S. LA BIBLIOTECA DE BABEL. [Documento en pdf]. Recuperado de <http://www.relaciomatica.com/areas/artes/2013/mayo/presentacion.pdf>

ANEXO I. ACTIVIDAD DIDÁCTICA PROPUESTA QUE RELACIONA LITERATURA CON MATEMÁTICAS

En la Tabla 3 se presenta los objetos de estudio que se abarcan en el primer diseño actividad didáctica, que antecedió del diseño del REI, tanto de Literatura I como de Matemáticas III del programa de estudios de la Universidad La Salle Nezahualcóyotl, sección preparatoria.

Tabla 2

Objetos de estudio que se abarcan en el primer diseño de la actividad didáctica

Literatura I	Matemáticas III
Renacimiento Siglo de Oro Español (Siglos XVI al XVII)	Ecuación de la circunferencia con centro fuera del origen

“EL Ingenioso Hidalgo Don Quijote de la Mancha” (Miguel de Cervantes Saavedra)

Enloqueció por leer novelas de caballería

Funde imaginación y realidad

Retrata la naturaleza humana con sus contradicciones

En un lugar de la Mancha, de cuyo nombre no quiero acordarme...

Alonso Quijano perdió la cabeza, era un noble de baja estirpe que dejó toda su fortuna a la suerte, enloquecido por la pasión de la lectura que consumió sus horas de día y noche leyendo historias medievales de caballería y por las que su mente trastornada cambió el color de la realidad por el fulgor heroico de las armas y los amores imposibles descritos en los relatos devorados por un hombre que rayaba ya los diez lustros de edad.

La ocasión hace al hidalgo, y el viejo Quijano encontró en las olvidadas armas rescatadas que pertenecieron a su bisabuelo cumplir la obsesión de convertirse en un caballero para hacer de la justicia su bandera y de un amor inventado, su inspiración de lucha. Se dio cuenta entonces que requería además de la investidura un ritual para armarse caballero, por tanto recurrió al famoso texto de Amadís de Gaula para hacerse del nombre Don Quijote de la Mancha. También le hacía falta un nombre para su famélico caballo y lo llamó Rocinante, una mujer



Figura 52. Don Quijote y Sancho

a la cual rendir todos los honores de sus triunfos y la encontró en una campesina tosca de pelo en pecho bautizada como Dulcinea, siendo todo lo contrario a ojos de la realidad, y finalmente un escudero, movido por interés de los tesoros prometidos y por su corto, cortísimo entendimiento, pero mucha disposición a la aventura nombrado Sancho Panza.

La imaginación hace la realidad, y Don Quijote se llenó con tal fuerza la mente de la necesidad de tener unas verdaderas armas dignas de su altura y de la fama que se trazó alcanzar, que llegado a la primera noche (1,2) y la primer venta en su camino, hace de unas prostitutas las damas más delicadas con su trato de caballero y del ventero su padrino de nombramiento oficial de caballero. Entre más risas causaba su exagerado vocabulario y grandilocuencia de modales, más convencido estaba de ir por el camino correcto de sus sueños. El valor de sus convicciones hacía palidecer la terca y rústica realidad de seres comunes que adquirirían un color refulgente a su paso.



Figura 53. Don Quijote y los gigantes desafortunados

La noble locura del caballero que miró en la árida realidad motivos de grandes batallas, y así lo expresó “...ves allí amigo Sancho Panza, donde se descubren treinta o pocos más desaforados gigantes (5,4), con quienes pienso hacer batalla y quitarles a todos, las vidas... comenzaremos a enriquecernos.” Por su parte el escudero refutó “¿Qué gigantes?... Mire vuestra merced, que aquellos que ahí se parecen no son gigantes, sino molinos de viento, y lo que en ellos parecen brazos, son las aspas, que, volteadas del viento, hacen andar la piedra del molino.”

La aventura constante de correr maltrecho de una a otra batalla inventada contra hombres y mujeres comunes, del fraile al pastor, del muerto que versaba al vivo que lo aporreaba, hicieron de este hidalgo un gran alquimista de pócimas curativas, como defensor de castillos de aire y honras femeninas inexistentes.



Figura 54. Don Quijote y los inocentes encapuchados

El tiempo comenzó a marcar la geografía del acabado caballero, pues la falta de comida secó la carne pegada a los huesos, pero la imaginación crecía en sentido contrario a la figura, y así lo expresó su fiel acompañante “Si acaso quisieren saber esos señores quién ha sido el valeroso que tales los puso, diráles vuestra merced que es el famoso Don Quijote de la Mancha, que por otro nombre se llama el Caballero de la triste figura... que le hace tan mala cara el hambre y la falta de las muelas...”

El camino le mostró al caballero la oportunidad de encontrar personajes que aún por comunes que fueran, a su desatada imaginación eran un peligro para el mundo, así quiso ver en un grupo de encapuchados (7,2) que cargaban un féretro de muerto la ocasión de liberarlo, y los inocentes encapuchados engañados por las sombras de la

noche y la deteriorada figura de Don Quijote vieron un demonio del cual huyeron sin poder desengañarse. Pero no siempre fue benévola la suerte, la mayor parte de las veces no lo fue, porque más adelante frente a un grupo de peligrosos reos (4,-5) y queriendo imponer justicia liberándonos con el argumento de que no iban por su voluntad a los galotes a recibir castigo, el caballero y Sancho recibieron una golpiza y hasta perdieron sus pertenencias como recompensa a la liberación y como respuesta a la negativa de los reos de rendir cuentas a Dulcinea del Toboso de las hazañas del caballero.

El noble corazón de Sancho respondió en todo momento con entregada lealtad a su amo frente a la consecuencia de sus fantasías, Don Quijote pareció más sabio en cuanto más desatada era su imaginación. Así, cuando en su camino topan con una carreta de actores disfrazados (-2, -4) ya para la presentación, uno de muerte, otro de diablo, uno más de ángel y otro de cupido, Don Quijote expresó “es necesario torcer las apariencias para dar lugar al desengaño”.



Figura 55. Don Quijote y su última pelea

Muchas fueron las lecciones y experiencias adquiridas en su largo viaje, pero el tiempo de parar llegó con el enfrentamiento de Don Quijote y un caballero (1,-2) que no dejó ver su rostro y propuso al de la triste figura que si ganaba esa pelea Quijote se retiraría un año a su pueblo y dejaría sus andanzas. Esta pelea estaba destinada a poner fin a la aventura, no sólo porque el loco caballero ya cargaba una figura descarnada por el hambre y las precarias condiciones de vida de esos meses de viaje.

Perdida la pelea y de vuelta a su pueblo El Toboso (-4,2). Don Quijote cae en cama y sufre delirios y fiebres tan intensas que lo llevan del infierno de sus sueños a la realidad de su vejez y la aceptación del fin de sus días. Reconoce el amor de sus amigos que no se le separaron mientras luchaba con su propio infierno y premia con su herencia a Sancho, a quien una vez en el camino le dijo “conócete a ti mismo, que es el más difícil conocimiento que pueda imaginarse...”

Sancho Panza entre profundas lágrimas le reconoció a su Caballero el valor de sus aventuras y le pide que no se deje vencer por la última batalla de su vida. Pero Quijano ya había recuperado su cordura y reconocido ante sí mismo que las excesivas lecturas de novelas de caballería lo habían trastornado, pero estaba curado y listo para poner su alma a disposición de Dios.

“Yo fui loco, y ya soy cuerdo: fui Don Quijote de la Mancha, y soy ágora, Alonso Quijano el Bueno...” De este modo el héroe de su pueblo y de muchos que lo vieron pelear con valor reconoció el fin de su historia, y su adiós fue expresado por su autor así:

“Don Quijote, después de recibidos todos los sacramentos y después de haber abominado con muchas y eficaces razones de los libros de caballería: hallóse el escribano presente y dijo que nunca había leído en algún libro de caballerías que algún caballero andante hubiese muerto en su lecho tan sosegadamente y tan cristiano como Don Quijote; el cual, entre compasiones y lágrimas de los que allí se hallaron, dio su espíritu, quiero decir que murió”.

¡COMPRUEBA TU COMPRENSIÓN!

Desarrolla el siguiente Mapa Conceptual con base en “*El ingenioso Hidalgo Don Quijote de la Mancha*”. En esta parte los estudiantes deben de completar la información que se solicita en el esquema propuesto, en este caso se presenta el esquema ya completo. (Ver Figura 56)

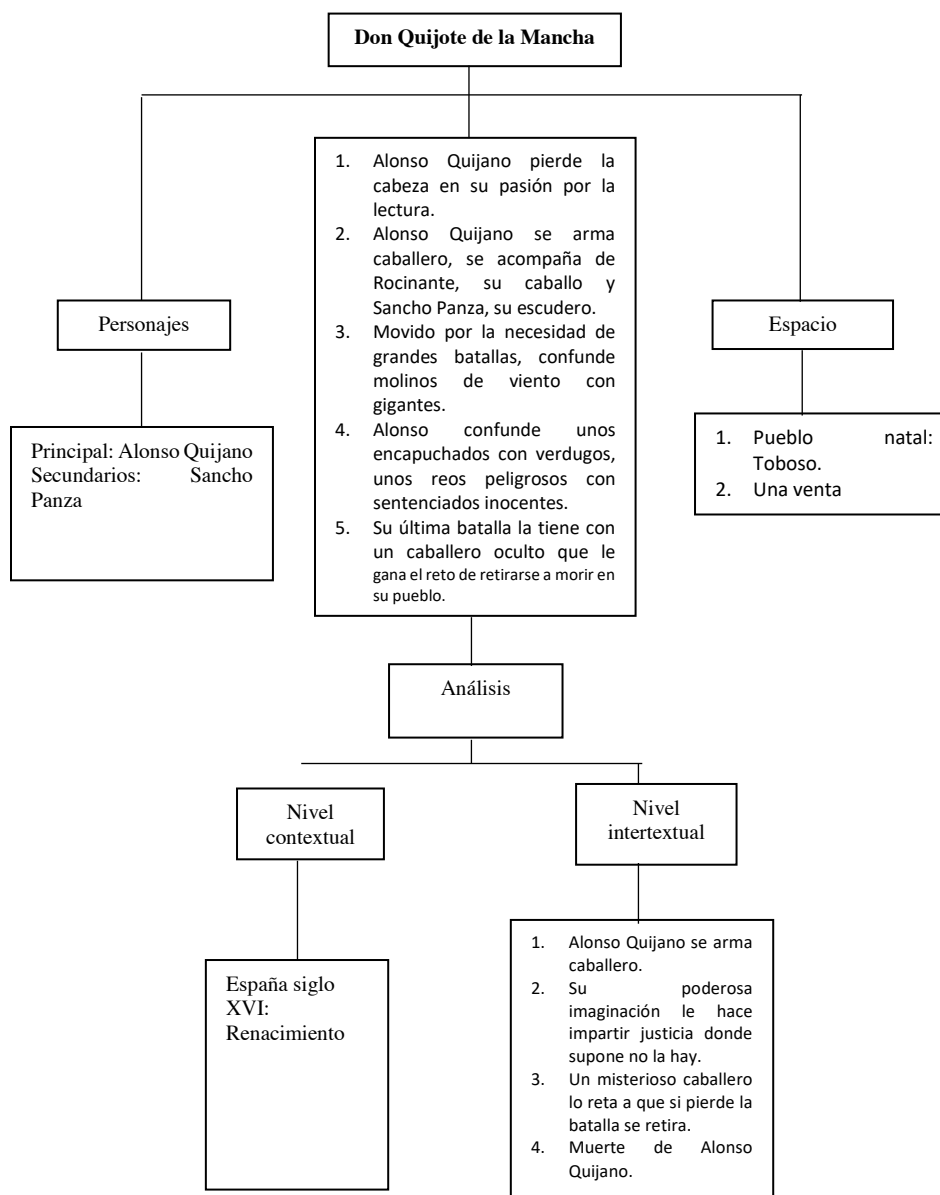


Figura 56. Mapa conceptual de “El Ingenioso Hidalgo Don Quijote de la Mancha”

¡COMPRUEBA TUS HABILIDADES MATEMÁTICAS!

Alonso Quijano en su deseo de ser caballero, emprendió una aventura en su camino encontró diferentes lugares y obtuvo muchas aventuras; identifica las coordenadas en el texto, ubícalas en un plano cartesiano y calcula la distancia recorrida en el viaje.

Cuando llegó al lugar de los supuestos gigantes desaforados, estos cubrían una zona de 200m a la redonda, señala la zona en el mismo plano y represéntala mediante una ecuación matemática.

Solución:

Se ubican los lugares por los que viajó Don Quijote, en un plano cartesiano (Ver figura 57):

La primer noche (1,2), molinos (desaforados gigantes) (5,4), encapuchados (7,2), reos (4,-5), actores disfrazados (-2, -4), caballero (1,-2) y el Toboso (-4,2).

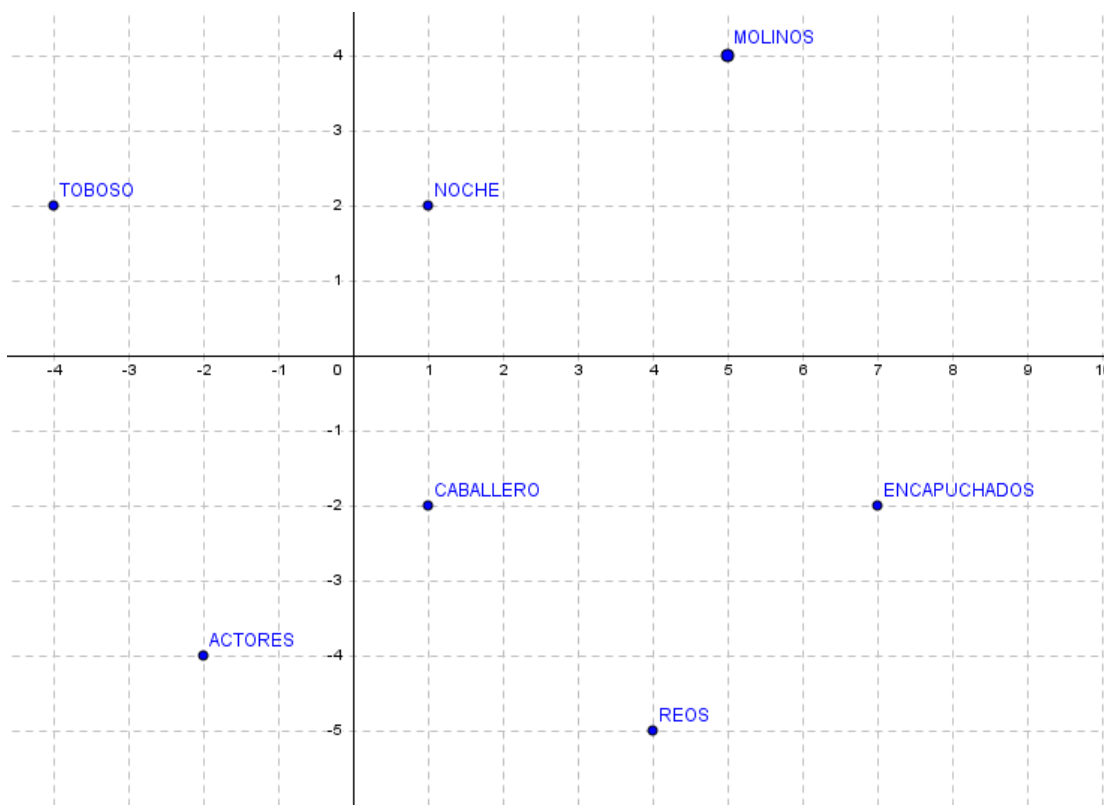


Figura 57. Ubicación de coordenadas del viaje de Don Quijote

La situación menciona una zona cubierta por gigantes desaforados en un radio de 200 m a la redonda. Se trata de una circunferencia con centro en el punto de los molinos ubicado en C (5,4), considerando que 1 unidad = 100 m; por lo tanto, el radio es igual a 2; contamos hacia

la derecha 2 unidades en el plano trazamos una línea recta que será el radio. (Ver figura 58)

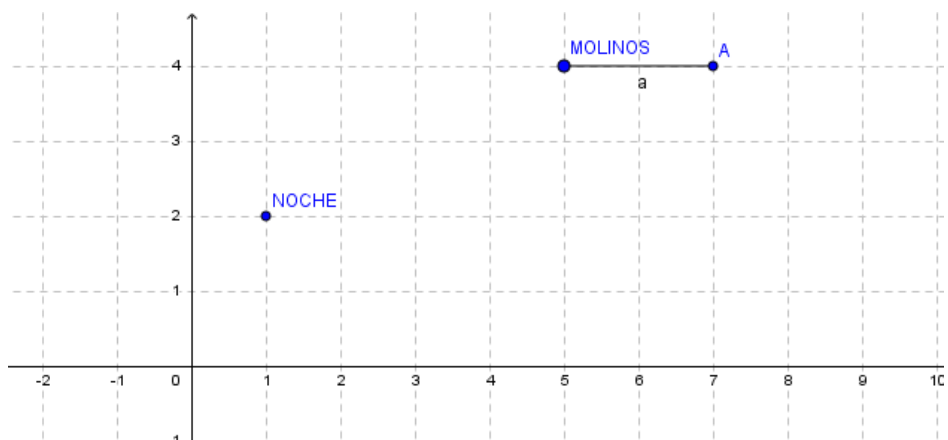


Figura 58. Trazado del radio de la circunferencia en los molinos

Usando el compás se mide la abertura del radio y trazamos una circunferencia (ver Figura 59)

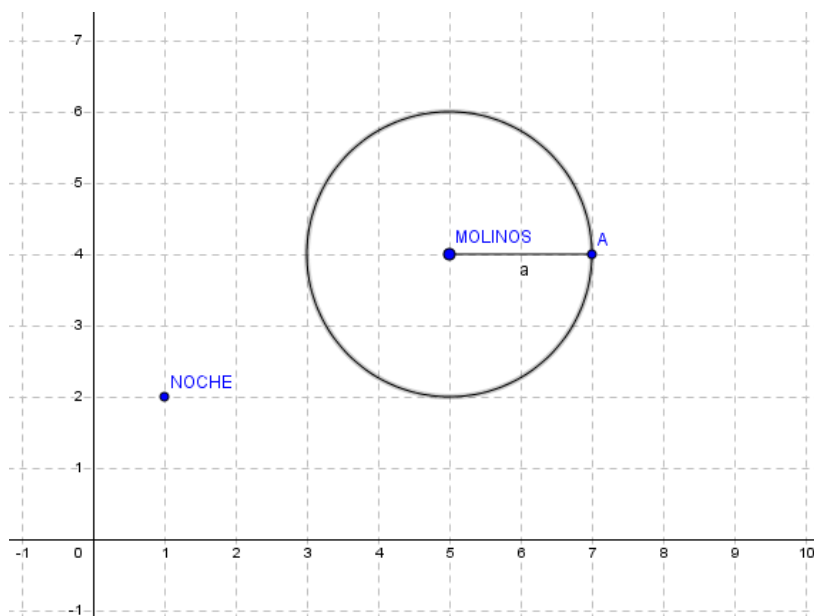


Figura 59. Trazado de la circunferencia en los molido, $C(5,4)$ y $r=2$

Se trata de una circunferencia con centro en el punto $C(h, k)$ y radio r , la ecuación ordinaria es:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

Sí C (5, 4) y r = 2:

$$h = 5, \quad k = 4, \quad r = 2$$

Sustituyendo en la ecuación:

$$(x - 5)^2 + (y - 4)^2 = (2)^2$$

$$(x - 5)^2 + (y - 4)^2 = 4$$

Desarrollando los binomios al cuadrado:

$$x^2 - 10x + 25 + y^2 - 8y + 16 = 4$$

Igualando con cero la ecuación anterior:

$$x^2 - 10x + 25 + y^2 - 8y + 16 - 4 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 10x - 8y + 25 + 16 - 4 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 10x - 8y - 37 = 0$$

Al analizar la actividad didáctica se puede observar que las dos tareas propuestas, son independientes. Es decir, se pueden realizar por separado, debido a que en la primera parte se propone un análisis literario y la segunda parte se refiere a una actividad matemática a partir de identificar las coordenadas que se colocan en partes específicas del extracto, las cuales deben ser reconocidas por los estudiantes después ubicarlas en un plano cartesiano y posteriormente realizar el desarrollo matemático específico que se solicita en esta parte. La actividad matemática se puede resolver sin realizar un análisis del extracto de la obra literaria, debido a que lo único que se necesita es identificar las coordenadas ubicadas en el texto y resolver de manera matemática lo solicitado en la actividad. Este primer diseño no muestra una relación directa entre la literatura y las matemáticas.