

# AVANCES EN MATEMÁTICA EDUCATIVA

## TECNOLOGÍA Y MATEMÁTICAS

### Nº 1

ALEJANDRO MIGUEL ROSAS MENDOZA

Avances en Matemática Educativa. Tecnología y matemáticas

PROGRAMA EDITORIAL DEL  
PROGRAMA DE MATEMÁTICA EDUCATIVA  
PROME

AVANCES EN MATEMÁTICA EDUCATIVA  
TECNOLOGÍA Y MATEMÁTICAS  
No. 1

Alejandro Miguel Rosas Mendoza  
Editor

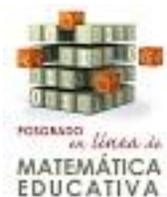


*Avances en Matemática Educativa. Tecnología y matemáticas.*

© Alejandro Miguel Rosas Mendoza



D. R. © Editorial Lectorum, S. A. de C.V., 2016  
Batalla de Casa Blanca Manzana 147 Lote 1621  
Col. Leyes de Reforma, 3ª Sección  
Tel. 5581 3202  
[www.lectorum.com.mx](http://www.lectorum.com.mx)  
[ventas@lectorum.com.mx](mailto:ventas@lectorum.com.mx)



Programa de Matemática Educativa

[www.matedu.cicata.ipn.mx](http://www.matedu.cicata.ipn.mx)

Primera Edición: Agosto de 2016

ISBN: 978-607-457-578-1

Responsable Comité Evaluador: Dr. Apolo Castañeda Alonso

Corrección Ortográfica y de Estilo: Dr. Alejandro Miguel Rosas Mendoza

Logística y Edición: Dr. Alejandro Miguel Rosas Mendoza

Diseño de Portada: Ing. Fausto Manuel Hernández Sierra

Prohibida la reproducción total o parcial de este libro, por cualquier medio electrónico, mecánico por fotocopia, por registro u otros métodos, sin la autorización escrita del editor.

Hecho en México

## Índice

Integración de la tecnología escolar en el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas: perspectivas, complejidades y aportes Eduardo Carlos Briceño Solís	1
La Integración De Los Dispositivos Móviles. Una Estrategia Didáctica Para El Estudio De Las Matemáticas En El Nivel Medio Superior Francisco Javier Jara Ulloa	3
Enseñanza De Las Matemáticas Discretas Utilizando Software Libre José Francisco Villalpando Becerra, Rafael Pantoja Rangel	8
Registros De Representación Para La Resolución De Ecuaciones Diferenciales Ordinarias De Primer Orden Abel Medina Mendoza, Carlos Medina Tello, Marisa Guadalupe Flores Aguilar	24
Estrategias Pedagógicas Con TIC'S Para Enseñanza De La Física En Nivel Medio Julio Ricardo Torres, Mariana Gabriela Torres	42
Evaluación En Escenarios Tecnológicos: Una Propuesta Alternativa Horacio Saúl Sostenes González	55
Elementos Constitutivos En El Planteamiento De La Investigación En Matemática Educativa Alma Rosa Pérez Trujillo	62
Seminario Repensar Las Matemáticas: Vinculación Docencia-Investigación Claudia Flores Estrada, Adriana Gómez Reyes, José Luis Torres Guerrero	64
Potencial Educativo De La Aritmética Mapuche En Chile Sonia Salas , Juan D. Godino	72
Diseño De Acciones Formativas Para La Enseñanza De Matemática Cristina V. Varas, Gabriela Vilanova	85
Relación Entre Capital Cultural Y La Manera En Que Enfrentan Diversas Dificultades Los Jóvenes Migrantes De Localidades Rurales En Las Materias De Matemáticas Cuando Cursan La Licenciatura De Ingeniería Civil De La Universidad Autónoma De Chiapas (UNACH) Erivan Velasco Núñez, Jesús Abidán Ramos Salas, Alma Rosa Pérez Trujillo	92
Tendencias Formativas En Matemática Educativa. El Discurso Docente Universitario Rita Angulo Villanueva	103
Evaluación De Aprendizajes En Ambientes Virtuales Laura Lezcano	115
Jerarquización De Competencias Usando Matrices De Morganov-	137

<b>Heredia</b>		
Mario H. Ramírez		
<b>Enseñanza De Las Propiedades De Unión, Intersección Y Complemento De Un Evento En Probabilidad, Una Propuesta Desde El Análisis Didáctico</b>	.....	140
Nicole Astudillo Cabrera, Daniela Aros Ibaceta, Elisabeth Ramos Rodriguez		
<b>Enseñanza de la Matemática y estilos de aprendizaje predominantes. Un estudio de caso</b>	.....	155
Mario Di Blasi Regner, Silvia Santos, Andrea Comerci		
<b>La comprensión de la derivada y sus significados. Un estudio de caso con profesores de bachillerato</b>	.....	169
Miguel Díaz Chávez		
<b>Procesos Cognitivos En La Resolución De Problemas Matemáticos Contextualizados</b>	.....	182
Elia Trejo Trejo, Patricia Camarena Gallardo, Natalia Trejo Trejo		

## PRÓLOGO

¿Cómo te imaginas un aula de clase en el año 2100?. A finales del siglo XIX Jean Marc Côté se propuso responder una pregunta similar y elaboró un grabado en el que plasma una escena en una clase en el año 2000. En la imagen se observa un grupo de estudiantes, un profesor y diversos artefactos que son empleados para transmitir los conocimientos. Destacan, una máquina que es alimentada con libros y unas líneas que conducen el conocimiento desde la máquina hasta la cabeza de los estudiantes. Mientras tanto los estudiantes aguardan pasivos en sus respectivos lugares, concentrados quizá, a la espera de que el conocimiento fluya y alcancen “el aprendizaje”. Ahora, los invito a imaginar cómo será una aula de clase en siglo XXII [aquí es donde el lector empieza a imaginar ...]

Existen una expectativa positiva sobre la incorporación de recursos tecnológicos de última generación a los procesos educativos, muchos estudios en el campo educativo aseguran que los alumnos mejoran su desempeño académico cuando utilizan herramientas más sofisticadas, sin embargo, esto parece ser una consecuencia lógica y predecible pues las herramientas más complejas ofrecen funcionalidades adicionales que ayudan a que las personas realicen sus tareas de forma más rápida, aunque es claro que la rapidez no garantiza la eficacia.

Pero, la experiencia de usar una herramienta cambia la perspectiva de las cosas, el usuario reinterpreta su entorno a partir de su nivel de instrumentalización. Puede ver cosas que antes no veía, puede crear nuevos procedimientos, puede combinar herramientas, incluso, puede pensar en nuevos usos. No estoy sugiriendo colocar en el centro de la discusión a la herramienta, de hecho, admito que la herramienta toma sentido cuando existen ciertas condiciones didácticas que le dan sentido, cuando se hacen las preguntas correctas y cuando se le da un rol específico dentro de un diseño didáctico.

En el área de la enseñanza de las matemáticas, hemos observado cómo el tema de la visualización ha tomado mucha fuerza, en parte debido a las capacidades gráficas de las tecnologías para representar relaciones, formas y figuras. Varios estudios señalan que la experiencia de aprendizaje es más “significativa”, debido a que se pueden observar patrones, tendencias, comportamientos, que, difícilmente son percibidos en papel. Sin embargo, estos contextos para el aprendizaje pueden detonar nueva e inesperadas problemáticas, como por ejemplo qué significa “la ventana” en una gráfica, o “qué implicaciones tiene la función “zoom” cuando se analizan gráficas alrededor de una vecindad”.

Pero entonces, ¿las personas aprenden de diferente forma cuando emplean dispositivos tecnológicos que cuando no los usan?. Esta es una pregunta sumamente complicada, ya que los procesos de pensamiento no son lineales, o al menos, no dependen de un solo estímulo.

Sería muy ingenuo pensar que la disponibilidad de un recurso tecnológico es directamente proporcional a un logro educativo más alto. De hecho, la disponibilidad tecnológica de los últimos años ha permitido que los estudiantes de hoy, tengan acceso a materiales y recursos tecnológicos que antes no era posible tener, y sin embargo, la percepción sobre el logro académico no es favorable, pareciera que ha ido en retroceso. Entonces, a pesar de que los estudiantes pueden visualizar los comportamientos gráficos de una función en la pantalla de computadora, sus habilidades matemáticas no le permiten resolver problemas que estudiantes de otros países si lo pueden hacer.

A pesar de que se invierten cifras millonarias para dotar de nuevas tecnologías a las escuelas, los problemas en el aprendizaje de las matemáticas no se han resuelto, incluso se han diversificado. Existe entonces un problema notablemente evidente de falta de resultados, porque posiblemente porque no hemos podido utilizar estas herramienta adecuadamente. Por cierto, no sé qué significa usar una "herramienta adecuadamente"

Muchos creemos que algunos políticos han mitificado las tecnologías y les han atribuido poderes especiales para resolver el problema del bajo desempeño escolar. Pero la verdad es que los problemas no están propiamente en las tecnologías. Sin embargo, es necesario investigar cómo podemos aprovechar sus ventajas. Una tarea que sin lugar a dudas no es fácil.

Apolo Castañeda Alonso

# Integración De La Tecnología Escolar En El Aprendizaje Y Enseñanza De Las Matemáticas: Perspectivas, Complejidades Y Aportes

Eduardo Carlos Briceño Solís  
Universidad Autónoma de Zacatecas

## Resumen

En esta charla se describirán algunas teorías que tienen como problemática la integración tecnológica escolar. Abordaré éstas, describiendo sus constructos teóricos y principios de cómo estudian esa integración relacionada con la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Particularmente reportaré estudios sobre la Génesis Instrumental (Artigue 2002), Teorías de Mediación Semiótica (Mariotti, 2009), “Humanos con Medios” (Borba y Villareal 2007) por mencionar algunos.

En la misma temática describiré investigaciones que he desarrollado bajo el enfoque de la construcción social del conocimiento matemático. En particular hacia el desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional en espacios experimentales para la enseñanza y aprendizaje de conceptos del cálculo (Briceño, 2015; Ramos, 2015).

Finalmente concluiré con algunas reflexiones que se desprenden de los resultados de éstas investigaciones, acerca de cómo el uso de la tecnología escolar ha contribuido en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

## Referencias

- Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: The Genesis of a Reflection about instrumentation and the Dialectics between Technical and Conceptual Work. *International Journal of computers for Mathematical Learning*, 7(3), 245-274.
- Borba M. y Villareal, M. (2005). *Humans-with-Media and the reorganization of mathematical thinking*. New York: Springer.

Mariotti, M. (2009). Artifacts and signs after a Vygotskian perspective: the role of the teacher. *ZDM Mathematics education*, 41, 427-440.

Ramos J. y Briceño E. (2015). Desarrollo del pylv mediante un escenario de laboratorio empleando el binomio modelación-graficación. En F. Rodríguez y R. Rodríguez (Eds.), *Memoria de la XVII Escuela de Invierno en Matemática Educativa. La Profesionalización Docente desde los Posgrados de Calidad en Matemática Educativa*. Oaxaca: CIMATES. Pp 299-306.

# La Integración De Los Dispositivos Móviles. Una Estrategia Didáctica Para El Estudio De Las Matemáticas En El Nivel Medio Superior

Francisco Javier Jara Ulloa  
Universidad Autónoma de Nayarit

## Resumen

Una de las problemáticas actuales en las instituciones educativas es la referida al bajo rendimiento académico y a los distractores de los estudiantes, principalmente por el uso de dispositivos móviles, debido a su entorno social y a la facilidad de acceso a internet inalámbrico.

Hoy en día, prácticamente es imposible vivir sin el uso de la tecnología, se encuentra en nuestro hogar y trabajo para facilitar nuestras vidas. Es también una oportunidad para que los docentes puedan utilizarla como una herramienta didáctica.

Existe información al respecto, por ejemplo Rodríguez (2010) muestra el uso del iPad para el aprendizaje de las ciencias, Santos-Trigo (2011) presenta un programa de formación de profesores para la resolución de problemas en matemáticas y el uso de las TIC's en la comunicación de resultados, Di Lucca (2013) analiza el comportamiento de la Generación Z, futura generación que ingresará al mundo académico y Ensinck (2013) a la Generación Z: la vida a través de una pantalla.

Siemens y Fonseca (2004) en su propuesta de la nueva teoría para la era digital, el conectivismo, afirma que las teorías de aprendizaje fueron desarrolladas en una época en la que éste no había sido impactado por la tecnología y fueron formuladas para la creación de ambientes instruccionales. Sin embargo en los últimos años, la tecnología ha reorganizado la forma en que vivimos, comunicamos y aprendemos.

Se debe concebir la educación no solo para la adquisición de conocimientos, sino como un proceso de cambio de conducta, formación, responsabilidad y conciencia sociocultural.

¿Cómo lograr la integración el uso de los dispositivos móviles en el proceso de Enseñanza-Aprendizaje de las Matemáticas para el Nivel Medio Superior?

### **Objeto de investigación.**

Proceso de Enseñanza- Aprendizaje de las Matemáticas para el Nivel Medio Superior.

### **Campo de acción.**

El uso de dispositivos móviles en el Proceso de Enseñanza- Aprendizaje de las Matemáticas para el Nivel Medio Superior.

### **Objetivo**

Aplicar una estrategia de intervención que permita la integración de los dispositivos móviles para mejorar los resultados académicos en el proceso de Enseñanza-Aprendizaje de las Matemáticas para el Nivel Medio.

### **Hipótesis**

La aplicación de una estrategia de intervención con el uso de los dispositivos móviles mejora los resultados académicos en el en el proceso de Enseñanza-Aprendizaje de las Matemáticas para el Nivel Medio Superior.

### **Conceptos y/o variables principales de la investigación.**

Según las definiciones web ([http://es.wikipedia.org/wiki/Dispositivos\\_móviles](http://es.wikipedia.org/wiki/Dispositivos_móviles))

“Los dispositivos móviles son aparatos de pequeño tamaño, con algunas capacidades de procesamiento, con conexión permanente o intermitente a una red, con memoria limitada, diseñados específicamente para una función, pero que pueden llevar a cabo otras funciones más generales”.

Estrategia. El concepto de “estrategia” proviene del griego Stratos = Ejército y Agein = conductor, guía.

Para Viera (2013) la estrategia es:

“un conjunto de acciones secuenciales e interrelacionadas que permiten, partiendo del estado inicial de un objeto (diagnóstico) dirigir la transformación a un estado ideal previsto, en un contexto determinado.”

Estrategia de enseñanza-aprendizaje.

*Las estrategias de aprendizaje son una serie de operaciones cognoscitivas y afectivas que el estudiante lleva a cabo para aprender, con las cuales puede planificar y organizar sus actividades de aprendizaje. Las estrategias de enseñanza se refieren a las utilizadas por el profesor para mediar, facilitar, promover, organizar aprendizajes, esto es, en el proceso de enseñanza (Campos, 2012, p1).*

Estrategia de intervención. Las estrategias tienen el propósito de facilitar la adquisición, procesamiento y aplicación de la información. Definiendo un objetivo, metas, actividades, responsables e instrumentos de evaluación.

<b>VARIABLES</b>	<b>DEFINICIÓN CONCEPTUAL</b>	<b>DEFINICIÓN OPERACIONAL</b>
<b>Estrategia de intervención del uso de los dispositivos móviles (Independiente)</b>	Estrategia de Enseñanza-Aprendizaje y las mediaciones docentes para el uso de los dispositivos móviles, así como los mecanismos e instrumentos de evaluación que se usarán en el proceso.	Planeaciones didácticas y las listas de cotejo.
<b>Resultados académicos (Dependiente)</b>	Resultados relativos a la entrega de tareas realizadas de manera correcta, trabajos realizados en clase, así como la participación activa, colaborativa y la calificación de exámenes.	Revisión de las listas de cotejo relativas a tareas, trabajos, participación y resultado de exámenes

### **Preguntas científicas.**

1) ¿Cómo se ha comportado y qué resultados ha tenido históricamente el empleo de los dispositivos móviles en el proceso de Enseñanza-Aprendizaje de las Matemáticas en el nivel medio superior?

2) ¿Cómo se comporta actualmente el uso de los dispositivos móviles en el proceso de Enseñanza-Aprendizaje de las Matemáticas en la Preparatoria del Valle?

3) ¿Cómo diseñar una estrategia de intervención en el proceso de Enseñanza-Aprendizaje de las Matemáticas que permita la introducción de los dispositivos móviles en la Preparatoria del Valle?

4) ¿Cómo validar la pertinencia de la propuesta de intervención dirigida a los alumnos del Nivel Medio Superior de la Preparatoria del Valle?

### **Tareas de Investigación**

1.- Recolección de la información necesaria para identificar el uso de los dispositivos móviles en los procesos de Enseñanza-Aprendizaje de las Matemáticas.

2.- Recolección de la información necesaria para identificar si los alumnos, docentes e institución cuentan con los recursos e infraestructura necesarios para la implementación de la estrategia.

3.- Diseño y elaboración de la estrategia con la integración de los dispositivos móviles en la Enseñanza-Aprendizaje de las Matemáticas.

4.- Validación de la estrategia diseñada por el criterio de expertos.

5.- Recolección y análisis estadístico de la información obtenida en la evaluación para validar y/o reacondicionar las estrategias.

6.- Implementación de la estrategia propuesta, seguidas de los elementos necesarios para lo mismo.

## **Bibliografía**

Rodríguez, D. P. (2010, 29 de Noviembre). Diseño e implementación de software a un dispositivo móvil (iPhone, iPod touch y/o iPad) para la enseñanza de las ciencias a través de la tecnología. Estado de México, México.

Santos-Trigo, M. (Junio, 2011). ¿Cómo debe ser la formación de profesores para seguir una estrategia de resolución de problemas en la educación matemática? XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática. CIAEM, Recife, Brasil.

Di Lucca, S. (2013) El comportamiento actual de la Generación Z en tanto futura generación que ingresará al mundo académico.

Ensinck, M. G. (2013, 22 de enero) 'Generación Z': la vida a través de una pantalla. El tiempo. Recuperado de <http://www.eltiempo.com/archivo/documento/CMS-12539922>

Siemens, G., y Fonseca, D. E. L. (2004). Conectivismo: Una teoría de aprendizaje para la era digital. Recuperado de <http://es.scribd.com/doc/201419/Conectivismo-una-teoria-del-aprendizaje-para-la-era-digital> [Consulta: 2014, julio 7]

Viera, L.H. (2013) Estrategia para la superación sobre el Sistema Cubano de Evaluación de la Calidad de la Educación en Entornos Virtuales de Aprendizaje. Universidad de la Habana. Cuba

Campos, Y. C. (2000) Estrategias didácticas apoyadas en tecnología. México: DGENAMDF

## Enseñanza De Las Matemáticas Discretas Utilizando Software Libre

José Francisco Villalpando Becerra, Rafael Pantoja Rangel  
Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierías, Universidad de  
Guadalajara. México

jose.villalpando@red.cucei.udg.mx, rpantoja@prodigy.net.mx

### Resumen

En la Universidad de Guadalajara se ha sugerido la utilización de software libre para que sea incluido en la materia Matemáticas Discretas. La misma se imparte en las ingenierías en informática y en computación en algunos de los Centros Universitarios de la Universidad de Guadalajara. Para cumplir los objetivos y competencias del contenido temático de dicha materia se elaboraron dieciséis actividades didácticas enfocadas en problemas cotidianos, cada uno debe ser resuelto apoyado en el manejo de diversas herramientas computacionales y de software libre.

### Introducción

Desde hace más de 30 años se ha acostumbrado que quien vende un programa de matemáticas imponga las condiciones bajo las que puedo usarlo, prohibiendo, por ejemplo, que se le pase a un amigo. Dicho software, no siempre puede adaptar a nuestras necesidades, ni siquiera podemos corregir sus errores, debiendo esperar a que el fabricante los arregle. Esto no tiene por qué ser así, y es precisamente el software libre el que concede las libertades que el software comercial niega.

Así pues el término software libre se refiere a libertad, tal como fue concebido por Richard Stallman, programador estadounidense y figura relevante del movimiento por el software libre en el mundo, si el usuario tiene las siguientes libertades o derechos:

- Libertad para ejecutar el programa en cualquier sitio, con cualquier propósito y para siempre.
- Libertad para estudiarlo y adaptarlo a nuestras necesidades.

- Libertad de redistribución, de modo que se nos permita colaborar con vecinos y amigos.
- Libertad para mejorar el programa y publicar las mejoras.

Estas libertades exigen el código fuente del programa. Las mismas se pueden garantizar, de acuerdo con la legalidad vigente, por medio de una licencia. En ella se plasman las libertades, pero también restricciones compatibles con ellas, como dar crédito a los autores originales si se redistribuye. Incluso puede obligar a que los programas ajenos mejorados por nosotros también sean libres, promoviendo así la creación de más software libre (De Nápoli, 2012).

El término original en inglés para software libre es free software. Sin embargo en inglés el término free, además de libre significa gratis, lo que genera gran confusión. Así pues no estamos hablando de software gratuito, el software libre se puede vender si se desea. Pero debido a la tercera libertad, cualquiera puede redistribuirlo sin pedir dinero a cambio ni permiso a nadie, lo que hace prácticamente imposible obtener dinero por distribuirlo, salvo la pequeña cantidad que se pueda cargar por grabarlo en un soporte físico y enviarlo, algo raramente demandado excepto para grandes volúmenes, como es el caso de las distribuciones.

Entonces:

- Software libre **es diferente** a software gratuito.
- El software libre es una cuestión de libertad, no de precio.
- El software libre es una cuestión de derechos, no una cuestión de tecnología.
- Lo que decide si un programa es o no libre, es la licencia bajo la cual el programa se distribuye. Una licencia de software es un contrato entre el titular del copyright (derecho de copia) sobre un software, y el usuario, que establece que cosas el usuario puede hacer con el programa (y cuáles no).

Una ventaja de usar software libre en la docencia, en particular en la enseñanza de las matemáticas, es que se pueden distribuir copias del programa legalmente a los alumnos. Esto permite que puedan utilizar el programa en sus casas. La licencia del programa nos autoriza a hacerlo (Villalpando Becerra, 2011).

La utilización de software libre en la enseñanza de las Matemáticas Discretas se da de manera natural, ya que estas son consideradas como una de las áreas de las matemáticas modernas que ha experimentado mayor crecimiento en los últimos años, debido principalmente a su estrecha relación con el desarrollo y evolución de las computadoras (Villalpando Becerra y García Sandoval, 2014).

Las Matemáticas Discretas estudian los conceptos que tienen un ámbito finito y surge como una disciplina que unifica diversas áreas, en apariencia tan dispersas, como lo son: lógica y cálculo proposicional, teoría de conjuntos, teoría de grafos, teoría de árboles, combinatoria, álgebra booleana, relaciones, inducción matemática, análisis y diseño de algoritmos, relaciones binarias, relaciones de recurrencia, etc.

### **Matemáticas Discretas y software libre en la Universidad de Guadalajara**

En los Centros Universitarios de Ciencias Exactas e Ingenierías (CUCEI), de los Altos (CUAltos), de la Ciénega (CUCiénega), de los Lagos (CULagos) y de la Costa (CUCosta) de la Universidad de Guadalajara (UdeG) se imparten las carreras de ingeniería en computación e ingeniería informática, cuyos planes de estudio han sido modificados recientemente. En los dictámenes del H. Consejo General Universitario (2012a y 2012b) se aclara que dichos planes deben ser de forma modular y por competencias.

Una de las principales modificaciones a dichos planes de estudio consistió en incluir la materia I5892 Matemática Discreta en ambas ingenierías en el primer semestre como materia obligatoria, la cual corresponde al área de formación básica común y al módulo 1 denominado arquitectura y programación de sistemas.

En el contenido temático de la misma se incluye como objetivo el manejo de herramientas computacionales en la resolución de problemas y como competencia a desarrollar el manejo de la matemática como lenguaje para los sistemas inteligentes y utilización de software libre para la solución de problemas.

## **Marco Teórico**

Arratia, Jáñez, Martín, y Pérez (2002) muestran la relación entre la matemática y las TIC, afirmando los grandes avances en la informática y la comunicación de los últimos años hacen prever una revolución que está sólo en sus inicios. Las nuevas tecnologías se utilizan para comunicarse, como herramienta de trabajo y también como instrumento de ocio. Aparecen en todas las parcelas de la vida actual, desde la investigación científica hasta el mundo de la empresa, pasando por la enseñanza. En esta última, se puede considerar que el uso de estos avances favorece el desarrollo de capacidades intelectuales y la adquisición de destrezas por parte del alumno, mediante una nueva forma de organizar, distribuir, representar y codificar la realidad.

La utilización de software libre en la enseñanza de las matemáticas permite que los alumnos puedan utilizarlo en sus casas pues la licencia del programa autoriza a hacerlo. Otra ventaja es que permite acceder al conocimiento que hay detrás del software. Utilizando software libre, tanto alumnos como docentes pueden, por ejemplo, consultar el algoritmo que utiliza el programa para realizar determinado cálculo, incluso pueden tomar el código fuente en sus manos y mejorarlo, o adaptarlo para hacer algo diferente (Villalpando Becerra, et al., 2013).

Según Agudelo y Flores (2000) en el campo de la didáctica, cuando se habla de actividades, se hace referencia a las ejercitaciones que diseñadas y planificadas, tienen la finalidad que mediante un conjunto de prácticas continuas centradas en los educandos, se logren los objetivos propuestos.

Gómez (2008) manifiesta que las actividades son el medio para movilizar el entramado de comunicaciones que se pueden establecer en clase; las relaciones que allí se crean definen los diferentes papeles del profesorado y el estudiantado. De este modo, las actividades, y las secuencias que forman, tendrán unos y otros efectos educativos en función de las características específicas de las relaciones que posibilitan.

La misma autora afirma que desde este punto de vista, las actividades didácticas abarcan tanto las actuaciones del docente y del educando como las interacciones que de ellas se derivan. La manera de relacionarse en clase y el grado de participación de docentes y estudiantes estará en función de la concepción del aprendizaje que se maneje. Las actividades que están inmersas en los procesos didácticos, contribuyen al logro de las competencias, a la construcción de los aprendizajes por parte de los discípulos y favorece la función mediadora del docente.

Entonces se puede decir que las actividades didácticas son un instrumento que organiza y coordina intencionalmente las acciones de docentes y alumnos, en función del sentido del aprendizaje que se desea promover.

Para la materia I5892 Matemáticas Discretas la planificación de las mismas se centró en la interacción entre el contenido temático, el docente y el alumno.

## **Metodología**

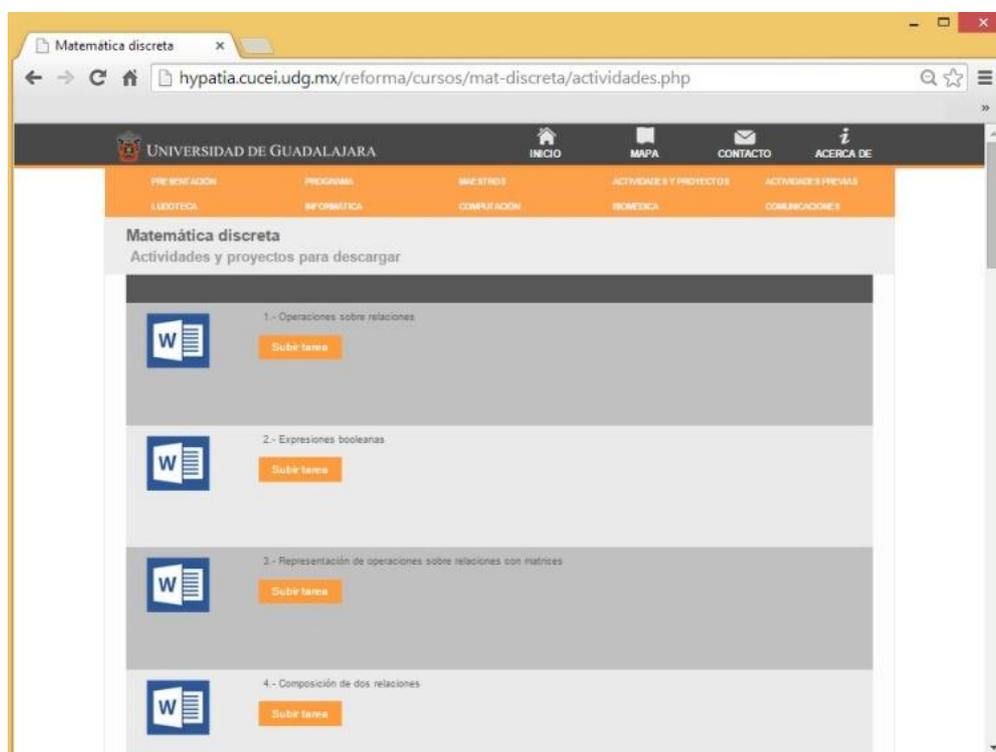
Para cumplir los objetivos y competencias del contenido temático de la materia I5892 Matemáticas Discretas se elaboraron para el curso dieciséis actividades didácticas, que coinciden con la cantidad de semanas efectivas de clases, las cuales se diseñaron de tal forma que se debe entregarán la primera al final de la primera semana de clases, la segunda al final de la segunda semana y así sucesivamente hasta completar todas las actividades.

En cada una se eligió un problema, preferentemente cotidiano, enfocado en alguna área específica de las Matemáticas Discretas, además de que el mismo pueda ser resuelto utilizando software libre.

En la dirección

<http://hypatia.cucei.udg.mx/reforma/cursos/mat-discreta/actividades.php>  
(figura 1)

se alojaron en línea todas las actividades didácticas en formato Word. Cada alumno debe descargarlas y contestarlas directamente en el archivo descargado. En el mismo se deben incluir todos los cálculos realizados o la captura de pantalla correspondiente, según sea el caso, posteriormente debe ser impreso y entregado al profesor en el tiempo señalado.



*Figura 1.* Ubicación de las actividades didácticas

Como se mencionó, las Matemáticas Discretas unifican diversas áreas de las matemáticas, por lo que los criterios mínimos que el software libre debía cumplir para ser considerado como un producto viable para resolver los problemas de las actividades didácticas fueron los siguientes:

- Ser un software libre se aplique a un área específica de la Matemática Discreta y que resuelva problemas propios de esa área.

- Contar con documentación de instalación y manual de usuario, en caso de no contar directamente, que exista información en internet de cómo hacerlo.
- Contar con un asistente de instalación, en caso de con contar con uno, que su instalación sea sencilla.
- Poder ser instalado en diferentes sistemas operativos.

## **Resultados**

Después de un análisis exhaustivo, por parte de los autores, del software libre para resolver los problemas de las actividades didácticas se eligieron los programas: *Magrada* para grafos y árboles, *Wiris* para relaciones y combinatoria, *Dia* para expresiones booleanas y bases de datos, *Windis* también para grafos y árboles y *Maxima* para relaciones y combinatoria. A continuación se describe brevemente cada uno los programas mencionados.

### ***MaGraDa***

Es un applet gratuito programado en Java y diseñado específicamente para trabajar con grafos y árboles. Trabaja con grafos tanto dirigidos como no dirigidos (figura 2) y ponderados como no ponderados. Es sencillo y cómodo de manejar, está basado en menús sobre pantalla y consta de dos pantallas de visualización. La dirección donde se puede descargar es <http://www.dccia.ua.es/~jpenades/MaGraDa/MaGraDa.html>.

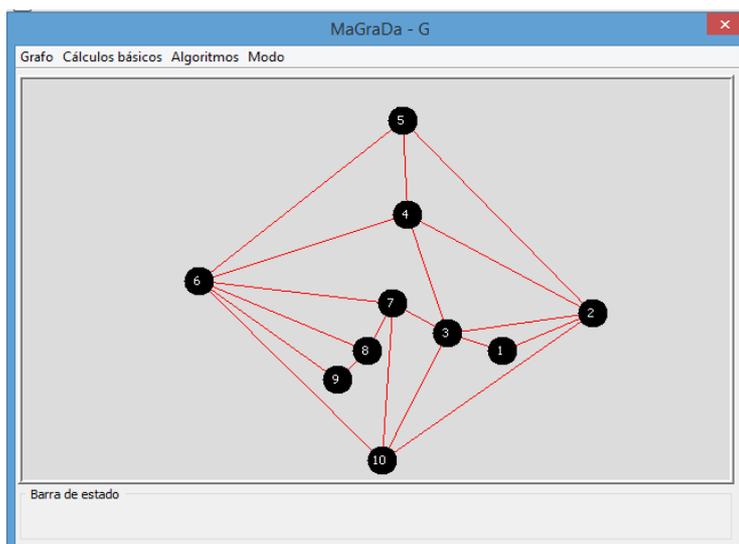


Figura 2. Grafo no dirigido en MaGraDa.

### **Wiris** (on line)

Es una plataforma de cálculo matemático que funciona "on line" a través de cualquier navegador de Internet utilizando un applet de Java, el mismo puede ser ejecutado directamente en la dirección <http://www.wiris.net/melilla.es/wiris/es/index.html>. Existe una versión "off line" denominada Wiris Little que puede descargarse de la dirección <http://www.wiris.com/download/bruno/windows/setup.exe>.

Con Wiris se pueden realizar operaciones con números enteros, racionales, radicales, decimales, reales y complejos. Funciones trascendentes de variable reales (trigonométricas, exponenciales y logarítmicas). Progresiones aritméticas y geométricas. Permutaciones y combinaciones. Listas y conjuntos. Unión, intersección y complementario de listas y conjuntos. Factorial y coeficientes binomiales. Algunos cálculos con Wiris se muestran en la figura 3.

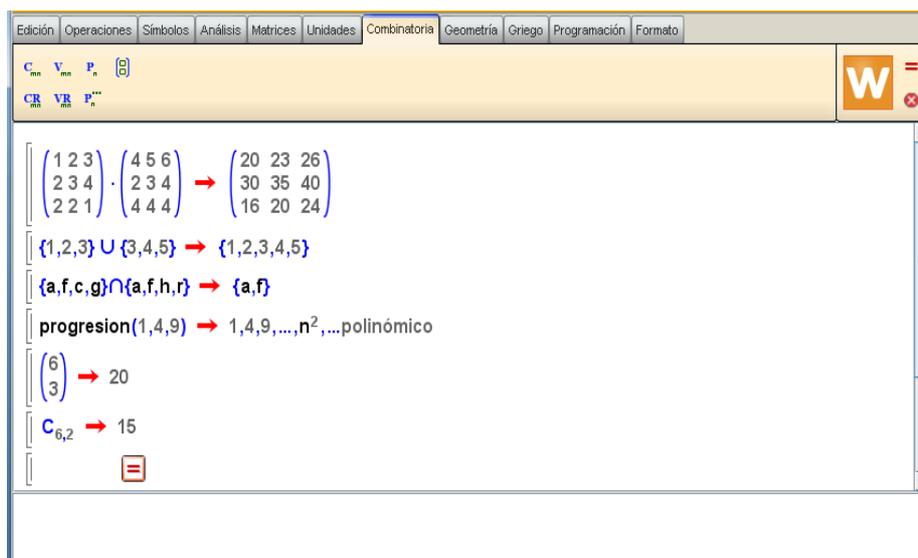


Figura 3. Cálculos realizados en Wiris.

## Dia

Es un editor de diagramas que soporta más de 30 tipos de diagramas diferentes, tales como diagramas de flujo, diagramas de red, modelos de bases de datos (figura 4), expresiones booleanas, circuitos lógicos, etc. Además tiene una gran cantidad de objetos previamente diseñados que ayudan a dibujar diagramas profesionales. El mismo se puede descargar de la dirección <http://dia-installer.de/download/index.html>.

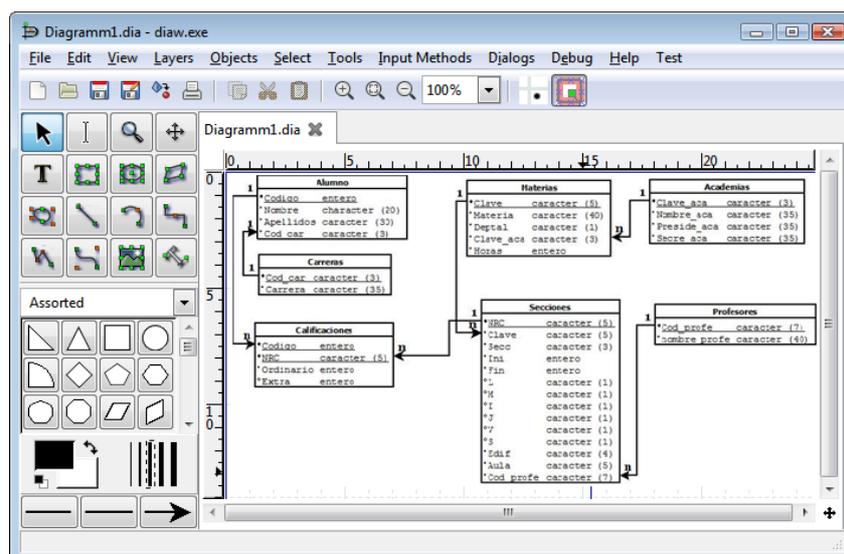


Figura 4. Diagrama realizado en Dia.

## **Windisc**

Es un conjunto de subprogramas gratuitos, que se ocupan de temas de Matemáticas Discretas, tales como el problema del viajante, árboles, grafos, coloreado de mapas, circuitos de Euler y de Hamilton, etc. También se puede trabajar con grafos tanto dirigidos como no dirigidos (figura 5) y ponderados como no ponderados. Se puede descargar de la dirección <http://math.exeter.edu/rparris/windisc.html>.

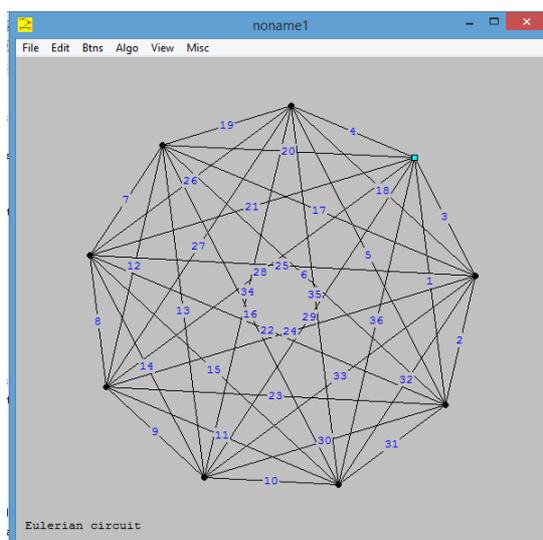


Figura 5. Grafo no dirigido en MaGraDa.

## **Maxima**

Es un sistema de álgebra computacional (CAS, por sus siglas en inglés), para la manipulación de expresiones simbólicas y numéricas, incluyendo diferenciación, integración, expansión en series de Taylor, transformadas de Laplace, ecuaciones diferenciales ordinarias, sistemas de ecuaciones lineales, vectores, matrices, combinatoria (figura 6), operaciones con conjuntos y tensores.

Maxima produce resultados de alta precisión usando fracciones exactas, números enteros de precisión arbitraria y números de coma flotante con precisión variable (Villalpando Becerra, 2011). Adicionalmente puede graficar funciones y datos en dos y tres dimensiones. Se puede descargar de la dirección <http://maxima.sourceforge.net>.

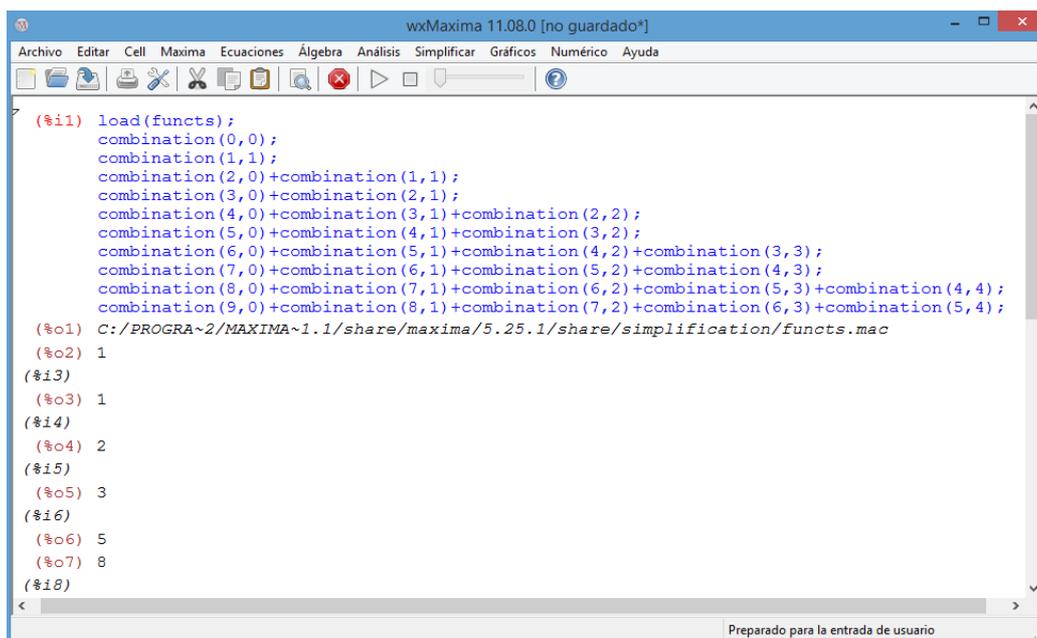


Figura 6. Cálculos de combinatoria realizados en Maxima.

En la tabla 1 se muestran las dieciséis actividades didácticas diseñadas para el curso, así como el software libre con el que se deben de resolver los problemas incluidos en las mismas.

Tabla1

*Actividades didácticas y software libre utilizado.*

Actividad Didáctica	Software libre utilizado
1.- Operaciones sobre relaciones	Maxima
2.- Expresiones booleanas	Dia
3.- Representación de operaciones sobre relaciones con matrices	Maxima Wiris
4.- Composición de dos relaciones	Dia
5.- Bases de datos y relaciones	Maxima
6.- Clases de equivalencia	Maxima
7.- Permutaciones y combinaciones	Maxima
8.- Rompecabezas 15 (más permutaciones y	

---

combinaciones)	Maxima
9.- Identidades combinatorias	Maxima
10.- Propiedades del Triángulo de Pascal	MaGraDa
11.- Problema del camino más corto	MaGraDa
12.- Grafos isomorfos	MaGraDa
13.- Paseos y circuitos de Euler	Windisc
14.- Paseos y circuitos de Hamilton	Wiris y Windisc
15.- Coloreado de grafos y número cromático	MaGraDa y Windisc
16.- Grafos en general	

---

### **Alcances y limites**

El contenido temático de la materia I5892 Matemáticas Discretas es el mismo para las carreras de ingeniería en computación e ingeniería informática que se imparte en los centros universitarios CUCEI, CUAItos, CUCiénega, CULagos y CUCosta, siendo la primera ocasión que se utiliza software libre para la enseñanza de la materia.

Las actividades didácticas, se diseñaron por petición del Director de la División de Electrónica y Computación (DIVEC) del CUCEI, desconociendo si las mismas han sido utilizadas en los demás centros universitarios, ya que los únicos profesores que recibieron capacitación sobre el uso del software libre y la filosofía de las mismas fueron precisamente los de CUCEI.

Al ser la primera ocasión en la que se utiliza software libre para la enseñanza de las Matemáticas Discretas algunos de los estudiantes reconocieron posibles fallas, que deben ser superadas, en relación al manejo de las actividades didácticas y de las actitudes que se asumen al trabajar con este tipo de actividades.

La materia no se imparte en ningún laboratorio de cómputo, ya que la totalidad de los estudiantes cuentan con computadora ya sea personal o de escritorio.

## Ejemplo de actividad didáctica

En cada actividad didáctica se inicia con una introducción del tema a tratar, en algunos casos también presenta algún ejemplo sencillo, posteriormente se indica en qué consiste el problema a resolver así como diversas preguntas relacionadas con el mismo, y finalmente con qué software debe ser resuelto.

En la figura 7 se muestra la actividad didáctica 7, denominada “permutaciones y combinaciones”. En la misma se presenta la introducción al tema a tratar, además de un pequeño ejemplo.

*Matemática Discreta –Actividad Didáctica 7 –Permutaciones y combinaciones*

**Actividad Didáctica 7**  
**Permutaciones y combinaciones**

**Introducción**

Las permutaciones de un conjunto  $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$  son todas las ordenaciones de los elementos del conjunto. Todos los elementos deben ser distintos. Por ejemplo, las permutaciones del conjunto  $\{1, 2, 3\}$  son:

1, 2, 3    1, 3, 2    2, 1, 3    3, 2, 1    2, 3, 1    3, 1, 2

El número de permutaciones de un conjunto de  $n$  elementos es

$${}_n P_n = n!$$

Las permutaciones- $r$  de un conjunto de  $n$  elementos distintos son todas las ordenaciones de tamaño  $r$  de elementos del conjunto, sin que existan repeticiones, para calcularlas es

$${}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Algunos autores le llaman *variaciones*  ${}_n V_r$  sin repetición a este tipo de permutaciones.

Un caso especial de las permutaciones es cuando los  $n$  elementos son distintos pero pueden repetirse al momento de ordenarlos o seleccionarlos. Algunos autores le llaman *variaciones con repetición* y está dado por  $n^r$ , o para dichos autores

$${}_n V_r = n^r$$

Las permutaciones con repetición son las disposiciones ordenadas de  $n$  elementos de modo que del primer tipo hay  $n_1$ , del segundo tipo  $n_2$ , ..., y, del  $k$ -ésimo tipo hay  $n_k$ . Por tanto,  $n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$ . Para calcular dichas permutaciones es

$$\frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_k!}$$

Las *combinación- $r$*  de un conjunto de  $n$  elementos distintos son en realidad subconjuntos de tamaño  $r$  elementos del conjunto. Para calcularlas es

$${}_n C_r = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Finalmente las combinaciones con repetición es esencialmente una lista de tamaño  $r$  de elementos del conjunto que pueden repetirse al acomodarse o seleccionarse. Para calcular dichas combinaciones es

$${}_n CR_r = \binom{r+n-1}{r} = \binom{r+n-1}{r-1}$$

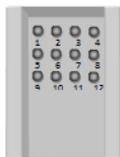
- 1 -

Figura 7. Actividad didáctica 7: introducción

En tanto que en la figura 8 se observa una variante del juego de las canicas que hay en la ferias, el cual será el problema a tratar. Posteriormente se indica con qué software libre se resolverán las preguntas relacionadas con el problema, que en este caso son siete.

*Matemática Discreta – Actividad Didáctica 7 – Permutaciones y combinaciones*

Actividad: Llegamos a una feria y nos dirigimos al juego de las canicas. Hay dos tipos de juegos con 12 agujeros, el que cada agujero puede contener sólo una canica y el que cada agujero puede contener la cantidad de canicas que sea. Además se tienen tres tipos de canicas, todas diferentes, todas iguales y conjuntos de canicas iguales, cada uno con 12 canicas.



A) Puede contener solo una canica



B) Puede contener la cantidad de canicas que sea



a) Canicas diferentes  
b) Canicas iguales  
c) Conjuntos de canicas de iguales

Con *Máxima* obtener lo que se pide a continuación, indicando que tipo es:

	Operación	Tipo	Instrucción y resultado
1.	¿De cuantas formas se pueden colocar las 12 canicas diferentes en el juego que contiene solo una canica?		
2.	¿De cuantas formas se pueden colocar las 12 canicas iguales en el juego que contiene solo una canica?		
3.	B) ¿De cuantas formas se pueden colocar las 12 canicas diferentes en el juego que contiene las canicas que sean?		
4.	b) B) ¿De cuantas formas se pueden colocar las 12 canicas iguales en el juego que contiene las canicas que sean?		
5.	c) A) ¿De cuantas formas se pueden colocar las 12 canicas con conjuntos de canicas iguales en el juego que contiene solo una canica?		
6.	¿De cuantas formas se pueden colocar 6 canicas diferentes en el juego que contiene solo una canica?		
7.	¿De cuantas formas se pueden colocar 6 canicas iguales en el juego que contiene solo una canica?		

- 2 -

Figura 8. Actividad didáctica 7: problema a resolver.

## Conclusiones

Si partimos del convencimiento de que la educación no tiene por objeto exclusivamente transmitir una serie de conocimientos técnicos o prácticos, sino que busca fundamentalmente transmitir valores socialmente positivos, resulta claro que la utilización de software libre contribuyó a este propósito.

Además el mismo resultó no solo ser una excelente estrategia didáctico-pedagógica sino también económica, pues el ahorro derivado de su utilización posibilitó que los estudiantes tuvieran las herramientas de software que necesitaban, además de no tener problemas con costos por renovaciones de licencias ni por el número de usuarios.

Al utilizar software libre en el diseño de las actividades didácticas, se logró fortalecer y desarrollar las competencias propuestas en el contenido temático de la materia I5892 Matemáticas Discretas para las carreras de ingeniería informática y computación en el CUCEI de la UdeG. Además contribuyeron a la construcción de los aprendizajes por parte de los alumnos y favorecieron la función mediadora del docente.

Los alumnos al tener casi total libertad sobre cómo debían ser entregadas las actividades, lograron potenciar y diversificar su forma de trabajar, ya que no se exigió que fueran entregadas en algún formato específico, solamente que fueran contestadas en el archivo descargado e impresas para posteriormente ser entregadas en el tiempo señalado.

## Referencias

- Agudelo R. y Flores F. (2000). *Actividades Didácticas*, Alfaomega, (3ra ed.), Oxford University Press. México.
- Arratia, O., Jáñez, L., Martín, M. A., y Pérez, M. T. (2002): *Matemáticas y nuevas tecnologías: educación e investigación con manipulación simbólica*. Depto. de Matemática Aplicada a la Ingeniería. E.T.S. Ingenieros Industriales. Universidad de Valladolid, España.
- De Nápoli, P. *Software Libre para enseñar o aprender Matemática, por qué y cómo*. <http://mate.dm.uba.ar/~pdenapo/charla-sl-matematica/charla-sl-matematica.pdf>. Consultado el 10 de septiembre de 2012.
- Gómez, E. (2008). *Factores socioeconómicos y pedagógicos que inciden en el rendimiento académico en estudiantes*. Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua. Nicaragua
- H. Consejo General Universitario (2012a). *Dictamen Núm. I/2012/381 referente a la modificación del Plan de Estudios de la Ingeniería en Computación*. Universidad de Guadalajara. Guadalajara, México.
- H. Consejo General Universitario (2012b). *Dictamen Núm. I/2012/383 referente a la modificación del Plan de Estudios de la Licenciatura en Informática*. Universidad de Guadalajara. Guadalajara, México.
- Villalpando Becerra, J. F., García Sandoval, A. y Rodríguez Castro, J. A. (2013). *Manual para la materia de Cómputo para Ciencias*. Manual no publicado. Universidad de Guadalajara, Guadalajara, Jalisco, México.

Villalpando Becerra, J. F. y García Sandoval, A. (2014). *Matemáticas Discretas. Aplicaciones y Ejercicios* (1ra. ed.). Grupo Editorial Patria. México.

Villalpando Becera, J. F. (2011). *Software libre para la enseñanza de las Matemáticas: en búsqueda de alternativas*. 8° Seminario Nacional: Enseñanza de las Matemáticas con las Tecnologías de la Información y la Comunicación. Ciudad Guzmán, Jalisco, México.

## Registros De Representación Para La Resolución De Ecuaciones Diferenciales Ordinarias De Primer Orden

Abel Medina Mendoza<sup>1</sup>, Carlos Medina Tello<sup>2</sup>, Marisa Guadalupe Flores Aguilar<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Instituto Tecnológico de Comitán, <sup>2</sup>Instituto Tecnológico de Zitácuaro

### Resumen

Fundamentado por la teoría de registros de representación de Raymond Duval, se presenta una secuencia didáctica para la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO) de primer orden, implementando herramientas computacionales como lo son el software GeoGebra y Maple como un ambiente amigable que permitan visualizar las diferentes representaciones del concepto matemático y con ello el aprendizaje y desarrollo de competencias profesionales en los estudiantes.

**Palabras clave:** Registros de Representación, Ecuaciones Diferenciales.

### Introducción

La resolución de EDO de primer orden es fundamental para el diseño de modelos matemáticos. El concepto de ecuación diferencial (ED) es complejo de interpretarse, por tal motivo haciendo uso de diferentes representaciones, tales como verbal, algebraico, numérico y gráfico, el estudiante tendrá diversos escenarios para visualizar dicho concepto y por ende su comprensión y aprendizaje.

Aunado a lo anterior, se incorpora el uso de herramientas computacionales para generar ambientes dinámicos de las diferentes representaciones, sin dejar a un lado la realización manual que les permite encontrar la lógica del problema. Las herramientas computacionales utilizadas son el software GeoGebra y Maple.

Por tal motivo se desarrolla una secuencia didáctica haciendo uso de las diferentes representaciones y herramientas computacionales, teniendo como fundamento lo siguiente:

Tobón, Pimienta, y García (2010) mencionan que las secuencias didácticas son, sencillamente, conjuntos articulados de actividades de aprendizaje y evaluación que, con la mediación de un docente, buscan el logro de determinadas metas educativas, considerando una serie de recursos. En el modelo de competencias, las secuencias didácticas son una metodología relevante para mediar los procesos de aprendizaje en el marco del aprendizaje o refuerzo de competencias.

Macías (2014) indica que una característica propia de los conceptos matemáticos es la necesidad de emplear diversas representaciones para asimilarlos y aprehenderlos en toda su complejidad. El papel que juegan los símbolos en el desarrollo del pensamiento matemático es determinante, lo que implica, desde una perspectiva cognitiva, que para la total comprensión de las nociones matemáticas sea preciso emplear y coordinar más de un sistema de representación. Debido a que la formación y adquisición de conceptos en matemáticas requiere una coordinación entre registros, su enseñanza y aprendizaje no puede limitarse a la automatización de determinadas técnicas operatorias, sino que deben ser trabajados, también, aspectos fundamentales y necesarios para el aprendizaje, como son la visualización, el razonamiento y sobre todo la conversión entre registros.

Saucedo (2005) señala que la incorporación de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas permite a los estudiantes visualizar fenómenos matemáticos, hacer conexiones y realizar experimentos, promoviendo una mejor comprensión en el estudiante del concepto matemático.

Es fundamental que en México dirija sus esfuerzos para transitar hacia una Sociedad del Conocimiento. La creación de verdaderos ambientes de aprendizaje, aptos para desplegar procesos continuos de innovación educativa, requiere de espacios educativos dignos y con acceso a las nuevas tecnologías de la información y comunicación, es necesario innovar el sistema educativo para formular nuevas opciones y modalidades que usen las nuevas TIC (PND, 2013). Por lo que es necesario:

- ✓ Promover la incorporación de las nuevas TIC en el proceso de enseñanza-aprendizaje.
- ✓ Desarrollar una política nacional de informática educativa enfocada a que los estudiantes desarrollen sus capacidades para aprender a aprender mediante el uso de las TIC.

El uso didáctico de las TIC, permitirá que México participe con éxito en la sociedad del conocimiento (Secretaría de Educación Pública, 2013).

Se ha venido proponiendo una reforma a los cursos de introducción a las ecuaciones diferenciales, donde gracias a diversos programas computacionales, que permiten visualizar campos de direcciones, curvas de solución, y la expresión algebraica de las soluciones de algunas ecuaciones diferenciales, Moreno y Laborde (2003) han mostrado que es posible mejorar el aprendizaje de dichas ecuaciones.

Barrera, Téllez, León y Amaya (2012) en su trabajo de investigación complementaron la práctica docente ordinaria con una interacción ordenada del uso de las herramientas tecnológicas (manejo de software) para una comprensión significativa de la solución de una ecuación diferencial.

Muchas de las ecuaciones diferenciales de significancia práctica no se pueden resolver usando métodos analíticos de cálculo, por lo que se necesitan aproximaciones numéricas (Ascheri y Pizarro, 2010).

La Matemática Educativa finalmente ha logrado que algunos desarrolladores de software en conjunción con educadores matemáticos se hayan abocado a producir software educativo como el GeoGebra, con el propósito principal de ser utilizado para desarrollar actividades que produzcan aprendizaje y desarrollen el pensamiento matemático.

Existen soluciones de ecuaciones diferenciales que no se pueden encontrar, ni inventar un método para resolverla analíticamente. Zill y Cullen (2009) mencionan que esto no es tan malo como se podría pensar, ya que la ecuación diferencial en sí misma a veces puede “decirnos”

concretamente como se “comportan” sus soluciones, esto es mediante el dibujo del campo direccional, nada más que es tardado, por ello es más eficiente realizarlo usando un paquete computacional como lo es el GeoGebra ó el Maple.

Algunas de las características del GeoGebra señaladas por Gavilán y Barroso (2011) se presentan a continuación:

- ✓ Es un software libre diseñado para ser utilizado en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en todos los niveles educativos.
- ✓ Permite el uso simultáneo de los sistemas de representación simbólico (algebraico/numérico) y gráfico en tres ventanas simultáneas (algebraica, gráfica y hoja de cálculo).
- ✓ Establece diferencias entre *dibujo* y *figura*, lo cual es útil para describir la forma en la cual los estudiantes interpretan las representaciones realizadas en la pantalla del ordenador.

Por razones anteriormente expuestas, el GeoGebra se está convirtiendo en un recurso imprescindible para los docentes interesados en incorporar las TIC's a su práctica docente.

A través del diseño de situaciones o secuencias didácticas empleando el software GeoGebra, se da un tratamiento algebraico, analítico y geométrico integrado dinámicamente, lo cual permite un abordaje tanto experimental como conceptual a través del planteamiento, modelado y resolución a través de procesos de investigación. Es decir, a través de la simulación podemos identificar lo que no sabemos o no consideramos (Ramos, Calderón, Gasca, y Villalón, 2012).

Otro software de gran importancia para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, lo es el Maple, que es una herramienta didáctica valiosa, ya que además de proveer de visualizaciones y cómputo simbólico cuentan con funciones específicas para la solución de EDO (Ortigoza, 2007).

Por ello la utilización de los recursos como el software Maple permiten trazar un puente entre la realidad y lo abstracto por medio del método del descubrimiento, para mejorar la motivación y desarrollar el aprendizaje mediante la interacción activa del estudiante.

La elaboración de material didáctico para la realización de actividades haciendo uso de herramientas computacionales como lo es el GeoGebra y el Maple, y aplicarlo como recurso didáctico en la resolución de EDO de primer orden contribuyen a desarrollar y ejercitar las habilidades de los estudiantes para mayor **comprensión** y **aprendizaje** de temas, como: la interpretación geométrica y solución de las EDO de primer orden y su aplicación a problemas relacionadas al perfil profesional del estudiante.

Establecer en el proceso educativo estrategias didácticas soportadas por las TIC's, benefician el desarrollo de competencias específicas y genéricas en los estudiantes que los ayudará para su aprendizaje durante toda la vida para dar solución a problemas del entorno. Las generaciones actuales se encuentran inmersas en la tecnología, es por ello necesario aprovechar la habilidad que tienen para inducirlos en el aprendizaje de las ciencias.

Debido a lo anterior el **objetivo** de la presente experiencia educativa es el facilitar la adquisición del concepto matemático a través de herramientas computacionales, fundamentándose en la teoría de registros de representación de Raymond Duval, que permita el aprendizaje y desarrollo de competencias profesionales en los estudiantes en la resolución de EDO de primer orden.

## **Marco teórico**

Para orientar el trabajo fue necesario hacer una búsqueda de cómo la Matemática Educativa ha logrado buenos resultados para el aprendizaje de las Matemáticas, en específico de las ecuaciones diferenciales:

Duval (1999) señala que el campo del aprendizaje de las matemáticas involucra un análisis de procesos cognitivos como es la conceptualización, estos procesos requieren de la utilización de sistemas de representación

diferentes a los del lenguaje natural, ya sea algebraico, geométrico, gráfico, simbólico, tabular, esquemas, imágenes... *“que toman el estatus de lenguajes paralelos al lenguaje natural para expresar las relaciones y las operaciones”*

Nieto, Viramontes, y López (2009) comentan que para tener acceso al conocimiento matemático es necesario que los objetos sean representados de diferentes formas. Los objetos matemáticos tienen diferentes registros de representación, tales como: **algebraico, numérico y gráfico o geométrico.**

Loya, Flores y Terrazas (2011) comentan que un gran número de docentes convergen en afirmar que la solución de problemas de cálculo y específicamente de ecuaciones diferenciales es aun simbólica en sus procedimientos, dejando a un lado lo gráfico, lo numérico o la combinación de más de uno de ellos.

Una de las problemáticas con la que cuenta la enseñanza de esta disciplina y sobre todo en ecuaciones diferenciales es que, aún hoy, predomina el enfoque algebraico (Morales y Salas, 2010).

Por ello **la Matemática Educativa** recomienda el uso de herramientas computacionales, que constituyen un soporte para la incursión de la nueva metodología de enseñanza-aprendizaje, ya que los estudiantes actuales están inmersos en todo lo relacionado con la tecnología y puede contribuir al incremento de la motivación para el desarrollo de competencias y aprendizaje significativo.

## **Metodología**

Consciente de que el docente es la persona que desempeña un papel fundamental para orientar a los estudiantes a adquirir conocimientos, capacidades y habilidades, mediante el diseño de escenarios de aprendizaje. Se determina la elaboración de una secuencia didáctica de los temas de EDO de primer orden para fortalecer el enfoque verbal, simbólico, numérico y gráfico acorde a la Teoría de Duval, haciendo uso del Software GeoGebra y Maple bajo el siguiente procedimiento:

- ✓ Análisis del Perfil de egreso del estudiante.
- ✓ Competencia específica de la materia.
- ✓ Competencia específica del tema (Interpretar el concepto y solución de la EDO de primer orden de manera manual y mediante el uso de herramientas computacionales para su aplicación a problemas acordes a su perfil profesional, aplicando los métodos adecuados con la identificación correcta de las variables).

Considerando lo anterior, se implementan las siguientes actividades para incentivar el aprendizaje en los estudiantes:

**Actividad 1.** Explicación básica de las herramientas computacionales GeoGebra y Maple.

**Actividad 2.** Interpretación Geométrica de la EDO de primer orden y su solución (manual y con el uso de herramienta computacional).

**Actividad 3.** Aplicaciones de las EDO de primer orden (manual y con el uso de herramienta computacional).

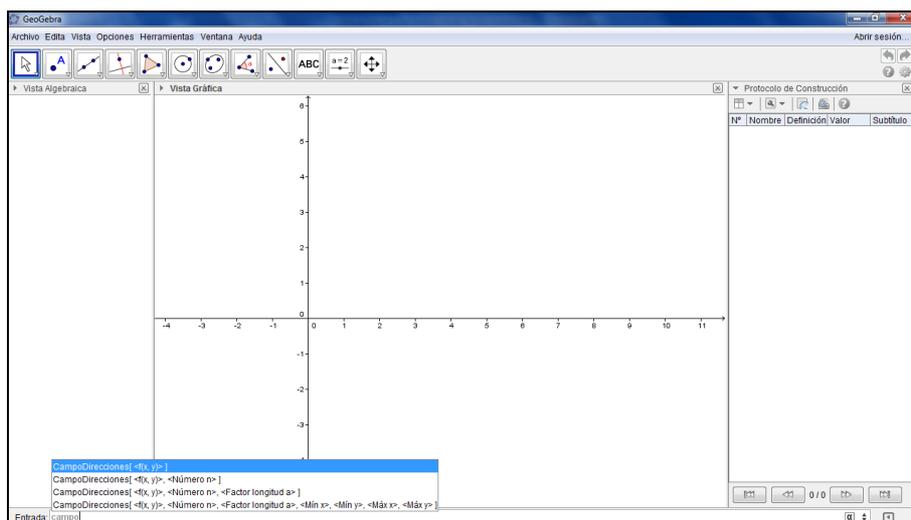
A continuación se detallan cada una de las actividades.

### **Actividad 1.**

Se da una explicación introductoria de cada de las herramientas computacionales a utilizarse:

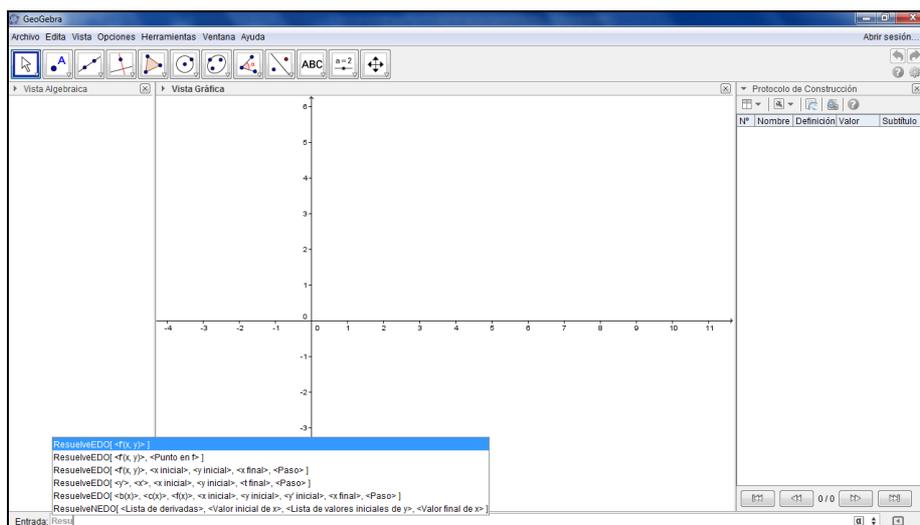
#### ***Software GeoGebra***

Se da una explicación de la ventana principal y de los comandos a utilizar en GeoGebra para hallar el campo de direcciones y la solución de una ecuación diferencial de primer orden, como se observan en las Figuras 1 y 2.



**Figura 1.** Ventana principal y comando *CampoDirecciones*[< $f(x, y)$ >], para hallar

el Campo de direcciones de una ecuación diferencial.



**Figura 2.** Ventana principal y comando *ResuelveEDO*[< $f(x, y)$ >, <Punto en  $f$ >]

para hallar la solución de una ecuación diferencial.

### **Software Maple**

Se da una explicación de las funciones básicas para el desarrollo de las actividades propuestas en la ventana principal del Maple, como se observa en la Figura 3.

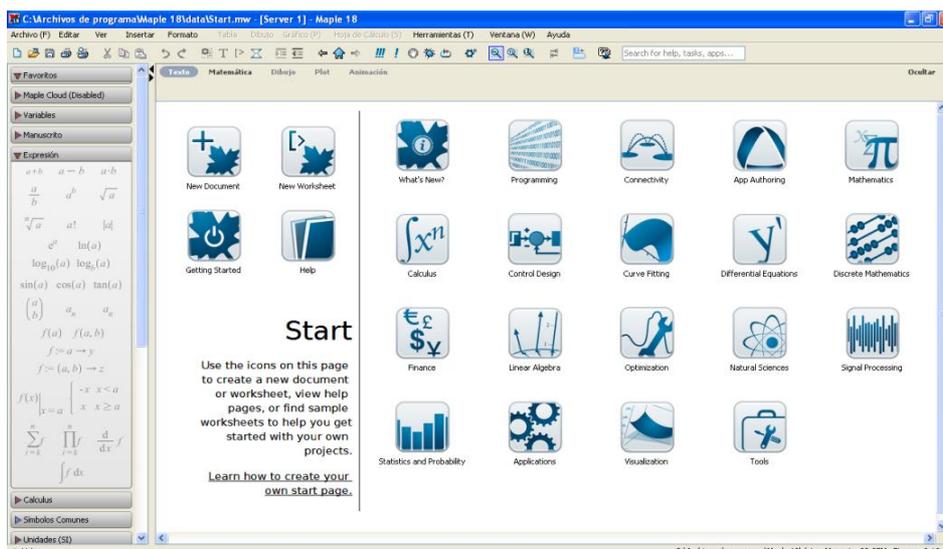


Figura 3. Ventana Principal del Maple

A continuación se proporciona las librerías y comandos específicos para la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden: *with(plots)* y *with(DEtools)*, como se muestra en la Figura 4.

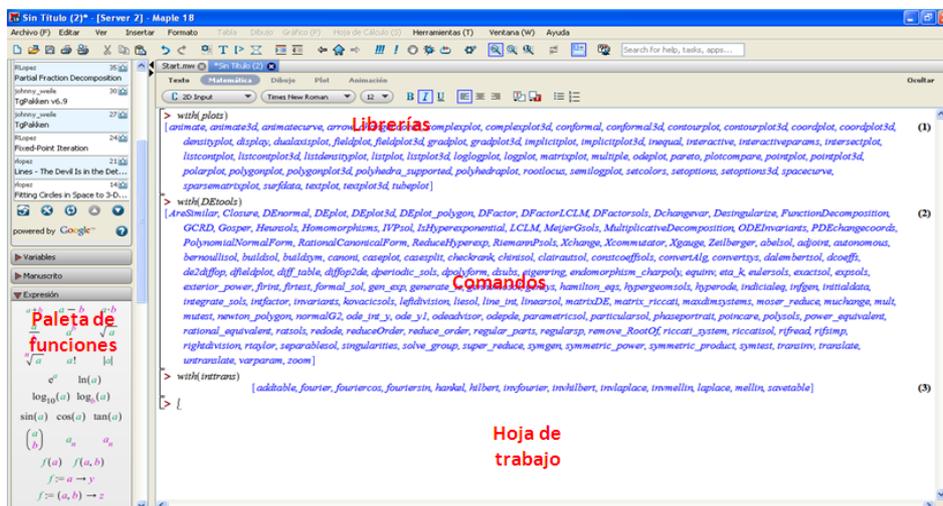


Figura 4. Librerías y comandos a utilizarse del Maple.

## Actividad 2.

Se desarrollan las actividades propuestas acordes a la competencia específica del tema.

Una vez que el estudiante se le ha explicado en clase la orientación sobre el concepto de EDO de primer orden y ejercicios que le permitan visualizar la solución e interpretación, se procede a que los estudiantes integrados en equipo, de manera manual, inicien con la resolución de ejercicios para que comprendan la definición, interpretación geométrica y solución de una EDO de primer orden.

Concluida la actividad anterior, se procede a que los estudiantes haciendo uso del GeoGebra y del Maple, resuelvan los ejercicios realizados de manera manual para verificar sus resultados y visualizar mediante las diferentes representaciones (verbal, numérica, simbólica y gráfica) el comportamiento de una EDO de primer orden y sus diferentes soluciones y puedan comentar sobre los métodos utilizados.

### **Actividad 3.**

Con los conocimientos adquiridos en la actividad anterior, los estudiantes proceden a resolver problemas de aplicación de las EDO de primer orden, de manera manual y haciendo uso de GeoGebra y del Maple.

## **Resultados**

Para valorar el impacto de la secuencia didáctica, se implementó en un grupo de 24 estudiantes del IV semestre de la carrera de Ingeniería en Sistemas Computacionales del Instituto Tecnológico de Comitán. Donde se observaron los siguientes resultados para cada una de las actividades.

**Actividad 1.** Los estudiantes se familiarizaron con las herramientas computacionales GeoGebra y Maple, manifestando interés y participación activa.

**Actividad 2.** Los estudiantes integrados en equipo dan solución a ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden.

De manera manual (Imagen 1), se observaron los siguientes resultados:



**Imagen 1.** Interpretación geométrica a mano de la EDO de primer orden.

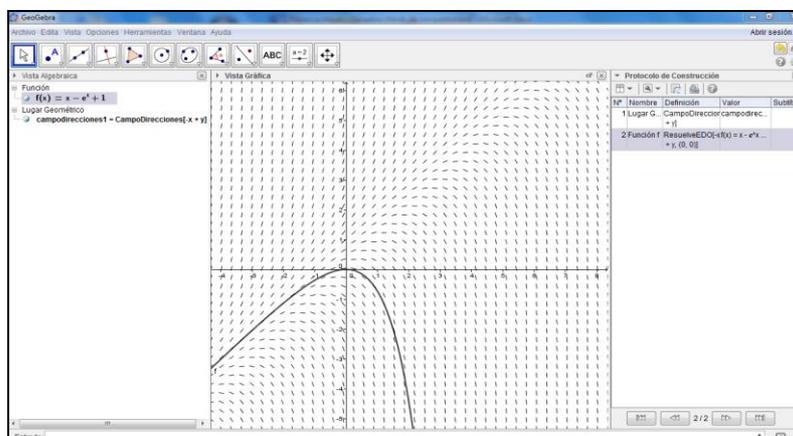
- ✓ Durante el desarrollo de los ejercicios, se detectaron deficiencias en álgebra y cálculo diferencial e integral.
- ✓ El 50% de los estudiantes concluyeron de manera satisfactoria la resolución del ejercicio.
- ✓ El tiempo para concluir con la resolución del ejercicio fue en promedio de 30 minutos.
- ✓ Las representaciones gráficas no fueron precisas y les llevo mucho tiempo.

Cuando se procedió al uso de herramientas computacionales (Imagen 2), los resultados fueron los siguientes:



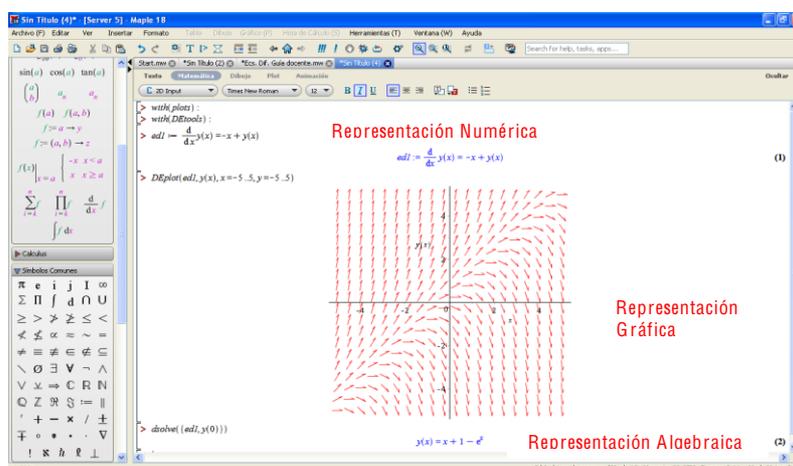
**Imagen 2.** Interpretación geométrica de la EDO de primer orden (Software)

- ✓ No se detectan las deficiencias que de manera manual son visibles, pues se van directos a utilizar los comandos.
- ✓ 100% de los estudiantes resolvió de manera adecuado lo solicitado.
- ✓ El tiempo para concluir con la resolución del ejercicio fue en promedio de 5 minutos.
- ✓ Las representaciones gráficas fueron precisas y se generaron de manera inmediata como se muestran en las Figuras 4, 5 y 6.
- ✓ El 100% de los estudiantes manifestaron interés y en ningún momento se mostraron apáticos.



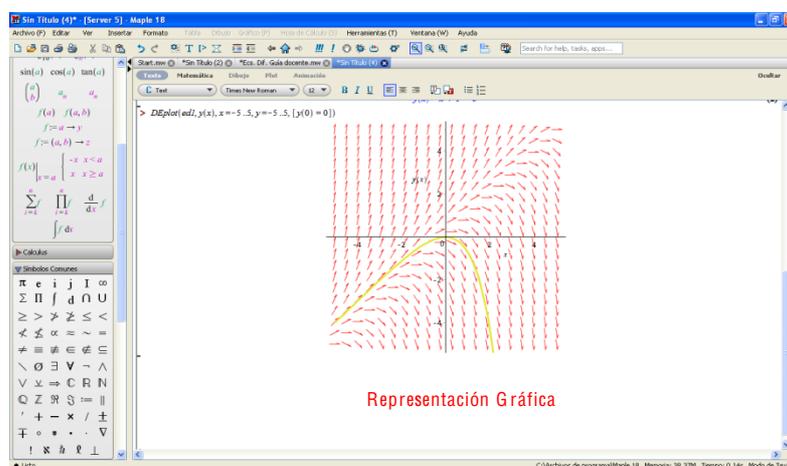
**Figura 4.** Vistas: Algebraica y Gráfica del campo de direcciones y

solución de la EDO de primer orden con GeoGebra.



**Figura 5.** Representaciones: Algebraica, Numérica y Gráfica del campo de direcciones

de la EDO de primer orden con Maple.



**Figura 6.** Representación Gráfica del campo de direcciones y solución de la EDO de primer orden con Maple.

**Actividad 3.** Los estudiantes integrados en equipo dan solución a un problema de aplicación de EDO de primer orden sobre circuitos eléctricos RL en serie.

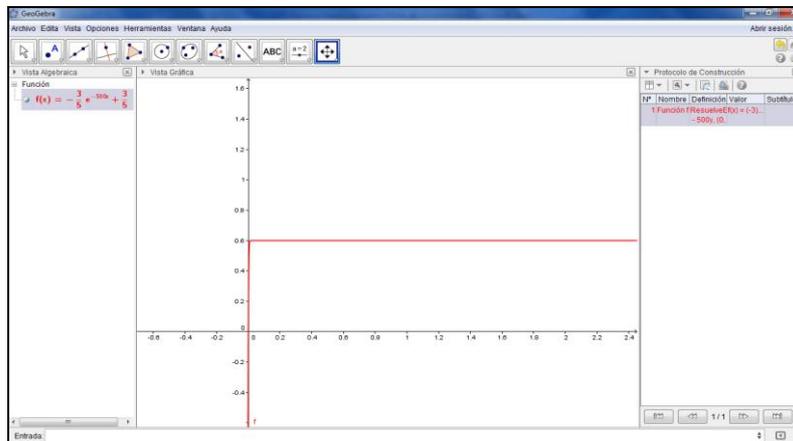
De manera manual se observaron los siguientes resultados:

- ✓ Se presentaron dificultades para el planteamiento de la EDO de primer orden que modela un circuito electro RL serie.
- ✓ Para dar solución a la EDO de primer orden, se detectaron deficiencias en algebra y cálculo diferencial e integral.
- ✓ El 40% de los estudiantes concluyeron de manera satisfactoria la resolución del problema.
- ✓ El tiempo para concluir con la resolución del problema fue en promedio de 20 minutos.
- ✓ Presentaron dificultades en la representación gráficas del resultado, por la falta de interpretación de las variables dependiente e independiente.

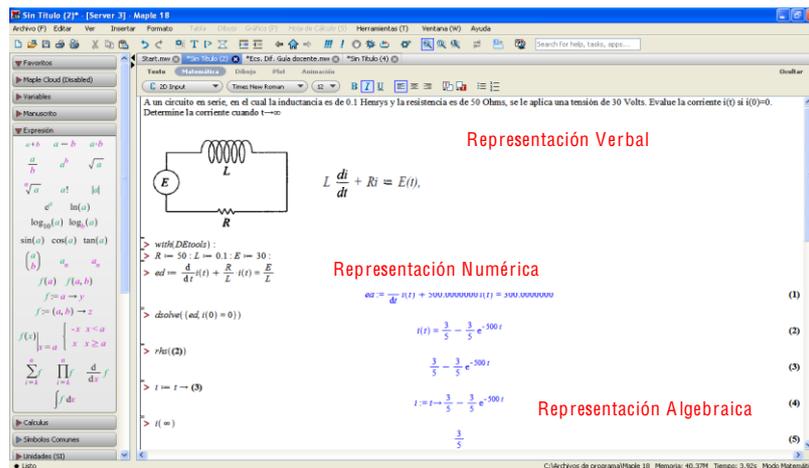
Cuando se procedió al uso de herramientas computacionales, los resultados fueron los siguientes:

- ✓ Al igual que de manera manual, se presentaron dificultades para el planteamiento de la EDO de primer orden que modela un circuito electro RL serie, ya que la herramienta computacional no hace el planteamiento del problema.
- ✓ No se detectan las deficiencias que de manera manual son visibles, ya que se van directos a la ejecución del comando.
- ✓ 70% de los estudiantes resolvió de manera adecuado lo solicitado.
- ✓ El tiempo para concluir con la resolución del problema fue en promedio de 5 minutos.
- ✓ Las representaciones gráficas fueron precisas y se generaron de manera inmediata como se muestran en las Figuras 7, 8 y 9, aunque hay deficiencias en la interpretación de la gráfica.

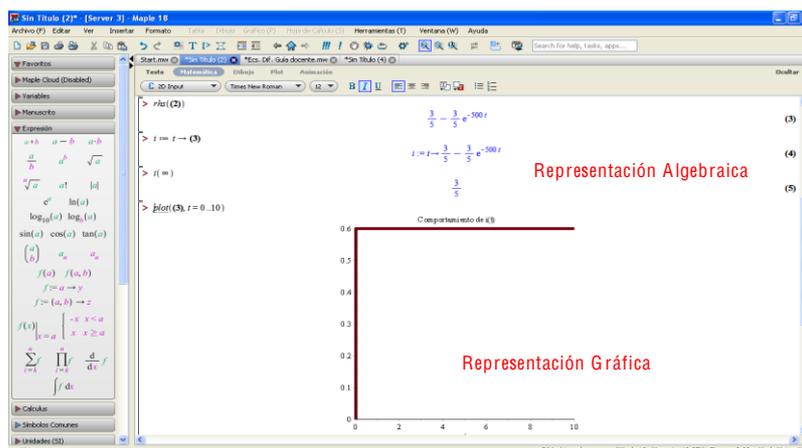
- ✓ Al igual que lo reportado en la Actividad 2, el 100% de los estudiantes manifestaron interés y en ningún momento se mostraron apáticos.



**Figura 7.** Vistas: Algebraica y Gráfica de la solución del problema de aplicación (Circuito eléctrico RL en serie) con GeoGebra.



**Figura 8.** Representaciones: Verbal, Numérica y Algebraica del problema de aplicación (Circuito eléctrico RL en serie) con Maple.



**Figura 9.** Representaciones: Algebraica y Gráfica de la solución del problema

de aplicación (Circuito eléctrico RL en serie) con Maple.

## Conclusiones

- ✓ La resolución de ejercicios y problemas de aplicación de manera manual es importante para determinar deficiencias de conocimientos previos, lo que no se determina haciendo uso de herramientas computacionales.
- ✓ En problemas de aplicación tanto de manera manual como con el uso de herramientas computacionales, el estudiante desarrolla el planteamiento del problema y ambos casos se observan deficiencias.
- ✓ Con la aplicación del MAPLE, presenta comandos específicos para la resolución de EDO de primer orden y elaboración de gráficos.
- ✓ Con el uso de Geogebra y del Maple, se hace evidente la relación que existe entre los campos direccionales, la solución de la ecuación diferencial y la interacción de las condiciones iniciales.
- ✓ Con el uso de GeoGebra y Maple se incentiva el aprendizaje de los estudiantes creando un escenario dinámico para el aprendizaje, pasando de la enseñanza abstracta al aprendizaje significativo.

- ✓ Con la aplicación de la secuencia se contribuye al desarrollo de las competencias específicas.
- ✓ El trabajo en equipo permitió realizar la práctica de manera colaborativa, existiendo la retroalimentación de pares para la comprensión e interpretación de conceptos, que coadyuvo al desarrollo de competencias profesionales.

## Referencias

- Ascheri, M.E., y Pizarro, R.A. (2010). Propuesta para la enseñanza de la resolución numérica de ecuaciones diferenciales ordinarias utilizando OCTAVE. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de la Pampa, Santa Rosa, Argentina. Recuperado el 8 de Mayo de 2014 de <http://www.uncoma.edu.ar/academica/seadi/documentos/03.pdf>
- Barrera, J., Téllez, P., León, I. y Amaya, T. (2012). Resolución de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias de Primer Orden con Derive: De la solución algebraica a la solución gráfica. *Acta Latinoamérica de Matemática Educativa*, 1425-1433.
- Duval, R. (1999). Semiosis y pensamiento humano. *Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Cali: Universidad del Valle, Colombia.
- Gavilán J. y Barroso, R. (2011, abril). *GeoGebra como instrumento de la práctica del profesor*. Comunicación presentada en las II Jornadas de Geogebra, Andalucía, España.
- Loya, A., Flores, S. y Terrazas, S. (2011, septiembre). *Enseñanza-Aprendizaje de las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias*. Trabajo de investigación presentado en el 4º. Congreso Internacional de Investigación, Chihuahua, México.
- Macías, J. (2014). Los registros semióticos en Matemáticas como elemento personalizado en el aprendizaje. *Revista Digital de Investigación Educativa*, 27-57.

- Morales, Y. y Salas, O. (2010). Incorporación de la Tecnología para la Enseñanza y Aprendizaje de las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO). *Revistas Académicas de la Universidad de Costa Rica* , 155-172.
- Moreno, J. y Laborde, C. (2003). Articulation entre cadres et registres de représentation des équations différentielles dans un environnement de géométrie dynamique. *Actes du Congrès Européen ITEM*, Reims, France.
- Nieto, N., Viramontes, J. y López, F. (2009). ¿Qué es Matemática Educativa? *Culcyt/Educación Matemática* , 16-21.
- Ortigoza, G. (2007). Resolviendo ecuaciones diferenciales ordinarias con Maple y Mathematica. *Revista Mexicana de Física*, 155-167.
- PND. (2013). *Llevar a México a su máximo potencial*. Recuperado el 21 de Mayo de 2013, de <http://pnd.gob.mx/>
- Ramos, J., Calderón, M., Gasca, D., y Villalón, M. (2012). *Simulaciones dinámicas en el área de Ciencias Básicas*. Recuperado el 17 de Julio de 2015, de <http://geogebra.itc.mx/articulos.php>
- Saucedo, R. (2005). La exploración de una ecuación diferencial con la ayuda de Voyage 200 y el CBL. *Innovaciones Educativas*, 10-11.
- Secretaría de Educación Pública. (13 de Diciembre de 2013). *Diario Oficial de la Federación*. Recuperado el 10 de Abril de 2014, de Programa Sectorial de Educación 2013-2018: [http://www.dof.gob.mx/nota\\_detalle\\_popup.php?codigo=5326569](http://www.dof.gob.mx/nota_detalle_popup.php?codigo=5326569)
- Tobón, S., Pimienta, J., & García, J. (2010). *Secuencias Didácticas*. México: PEARSON EDUCACIÓN.
- Zill, D. y Cullen, M. (2009). *Ecuaciones Diferenciales*. México: Cengage Learning Editores

## Estrategias Pedagógicas Con TIC'S Para Enseñanza De La Física En Nivel Medio

Julio Ricardo Torres, Mariana Gabriela Torres  
ricardo\_lh13@hotmail.com, marianagalois@yahoo.com.ar

Unidad Académica Caleta Olivia de la Universidad Nacional de la  
Patagonia Austral.

### Resumen

La ponencia que se presenta en éste congreso es la experiencia llevada adelante en la utilización de GeoGebra en física de nivel medio, la misma fue presentada en un Curso de la Escuela Industrial N° 1 de la Ciudad de Caleta Olivia, en el marco de la Semana de la Ciencia por de parte de uno de los autores. En el marco del proyecto de Investigación en el cual participan los autores, proyecto perteneciente a la Universidad Nacional de la Patagonia Austral. Allí se presentaron estrategias para la enseñanza y el aprendizaje de contenidos relacionados con la física en el nivel medio mediante el uso de herramientas del software GeoGebra. Se intenta dar una mirada diferente en la implementación del GeoGebra en esta situación de física.

**Palabras claves:** Física, Cinemática, GeoGebra, Corriente Alterna, Dinámico.

### Introducción

Hace un tiempo que los ponentes comenzaron a trabajar en la utilización de TIC's en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en nivel medio y en el universitario. A partir de la XIII Semana Nacional de la Ciencia y la Tecnología, organizada por el Ministerio de Ciencia, Tecnología e Innovación Productiva de la República Argentina. El autor de este trabajo comenzó a trabajar en la implementación de GeoGebra en la física del nivel medio. Para ello presento estrategias para llevar adelante una clase en el área, con la utilización del software. Aquí se intentara exponer lo que se llevó adelante en

dos cursos de nivel medio del Colegio Industrial N ° 1 de la Ciudad de Caleta Olivia.

## **2. Planteamiento del Problema llevado al aula.**

Existe mucha literatura de investigación en prácticas de enseñanza y aprendizaje de la matemática con GeoGebra pero poca literatura en el área de física. Es por ello que consideramos importante el aporte que podemos hacer desde este lugar.

Las preguntas al igual que nos la hicimos en el área de matemática son ¿Cómo incide en un problema de física el uso del software? ¿Se puede llevar al aula una experiencia de este tipo? ¿Qué es lo que resulta importante al finalizar esta experiencia en el área?

El problema planteado fue el siguiente:

Un camión y un auto salen del reposo. El camión sale 15 mts por delante del auto. Encontrar la distancia y el tiempo a la que se encuentran.

### **2.1 Objetivo General.**

Identificamos y observamos cómo se articulan los métodos algebraicos, gráficos en el proceso de resolución de problemas de física en el nivel medio. Analizamos las ventajas y desventajas de la aplicación del software.

### **2.2 Objetivo específico.**

Identificar como esta herramienta tecnológica favorece el trabajo colaborativo de los alumnos en el aula, como un ambiente favorable y propicio para dar una mirada diferente en la enseñanza y el aprendizaje de la física.

El objetivo de este trabajo fue contestar a las siguientes preguntas ¿La utilización de las TIC's en la metodología docente puede aumentar la motivación de los estudiantes para estudiar física? ¿Puede ayudar a una mejor comprensión de los conceptos fundamentales que forman la base de la

mecánica y conseguir un aprendizaje significativo? Este objetivo principal nos lleva a pensar otros objetivos secundarios:

Diseñar y construir con ayuda de las TIC's actividades cuya parte fundamental sea una o varias animación en la que se observe y con la que se pueda interactuar una situación en la que intervengan uno a varios conceptos del programa de la asignatura Física que se imparte en el nivel medio.

### **3. Marco de referencia.**

#### **3.1 Marco histórico.**

*GeoGebra* es un software matemático interactivo libre para la educación en colegios y universidades. Su creador Markus Hohenwarter, comenzó el proyecto en el año 2001 en la Universidad de Salzburgo y lo continúa en la Universidad de Atlantic, Florida. *GeoGebra* está escrito en Java y por tanto está disponible en múltiples plataformas. Es básicamente un procesador geométrico y un procesador algebraico, es decir, un compendio de matemática con software interactivo que reúne geometría, álgebra y cálculo, por lo que puede ser usado también en física, proyecciones comerciales, estimaciones de decisión estratégica y otras disciplinas. Su categoría más cercana es software de geometría dinámica. *GeoGebra* permite el trazado dinámico de construcciones geométricas de todo tipo así como la representación gráfica, el tratamiento algebraico y el cálculo de funciones reales de variable real, sus derivadas, integrales, etc.

#### **3.2 Marco Teórico.**

##### **3.2.1 Cinemática.**

La cinemática es la rama de la física que estudia las leyes del movimiento de los cuerpos sin considerar las causas que lo originan (las fuerzas) y se limita, esencialmente, al estudio de la trayectoria en función del tiempo. La aceleración es el ritmo con el que cambia la velocidad. La velocidad y la aceleración son las dos principales magnitudes que describen cómo cambia

la posición de un objeto en función del tiempo. Los elementos básicos de la cinemática son el espacio, el tiempo y un móvil.

El móvil más simple que se puede considerar es el punto material o partícula; cuando en la cinemática se estudia este caso particular de móvil, se denomina cinemática de la partícula, y cuando el móvil bajo estudio es un cuerpo rígido se lo puede considerar un sistema de partículas y hacer extensivos análogos conceptos; en este caso se le denomina cinemática del sólido rígido o del cuerpo rígido.

### **Fundamento de la cinemática clásica.**

La cinemática trata del estudio del movimiento de los cuerpos en general y, en particular, el caso simplificado del movimiento de un punto material. Para sistemas de muchas partículas, por ejemplo los fluidos, las leyes de movimiento se estudian en la mecánica de fluidos. El movimiento trazado por una partícula lo mide un observador respecto a un sistema de referencia. Desde el punto de vista matemático, la cinemática expresa cómo varían las coordenadas de posición de la partícula (o partículas) en función del tiempo. La función matemática que describe la trayectoria recorrida por el cuerpo (o partícula) depende de la velocidad (la rapidez con la que cambia de posición un móvil) y de la aceleración (variación de la velocidad respecto del tiempo).

El movimiento de una partícula (o cuerpo rígido) se puede describir según los valores de velocidad y aceleración, que son magnitudes vectoriales:

-Si la aceleración es nula, da lugar a un movimiento rectilíneo uniforme y la velocidad permanece constante a lo largo del tiempo.

-Si la aceleración es constante con igual dirección que la velocidad, da lugar al movimiento rectilíneo uniformemente acelerado y la velocidad variará a lo largo del tiempo.

-Si la aceleración es constante con dirección perpendicular a la velocidad, da lugar al movimiento circular uniforme, donde el módulo de la velocidad es constante, cambiando su dirección con el tiempo.

-Cuando la aceleración es constante y está en el mismo plano que la velocidad y la trayectoria, tiene lugar el movimiento parabólico, donde la componente de la velocidad en la dirección de la aceleración se comporta como un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, y la componente perpendicular se comporta como un movimiento rectilíneo uniforme, y se genera una trayectoria parabólica al componer ambas.

-Cuando la aceleración es constante pero no está en el mismo plano que la velocidad y la trayectoria, se observa el efecto de Coriolis.

Cuando un cuerpo posee varios movimientos simultáneamente, como por ejemplo uno de traslación y otro de rotación, se puede estudiar cada uno por separado en el sistema de referencia que sea apropiado para cada uno, y luego, superponer los movimientos, tal como se muestra en este trabajo.

### **3.2.2 Corriente alterna.**

Otro de los contenidos que se encuentran presentes en el trabajo es el de corriente alterna. Para describir el mismo podemos decir que el análisis de circuitos de corriente alterna es una rama de la electrónica que permite el análisis del funcionamiento de los circuitos compuestos de resistores, condensadores e inductores con una fuente de corriente alterna.

En cuanto a su análisis, todo lo visto en los circuitos de corriente continua es válido para los de alterna con la salvedad que habrá que operar con números complejos con ecuaciones diferenciales. Además también se usa las transformadas de Laplace y de Fourier. En estos circuitos, las ondas electromagnéticas suelen aparecer caracterizadas como fasores según su módulo y fase, permitiendo un análisis más sencillo, como es el caso del problema planteado aquí. Además se deberán tener en cuenta las siguientes condiciones:

-Todas las fuentes deben ser sinusoidales,

-Debe estar en régimen estacionario, es decir, después de que los fenómenos transitorios que se producen a la conexión del circuito se hayan atenuado completamente,

-Todos los componentes del circuito deben ser lineales, o trabajar en un régimen tal que puedan considerarse como lineales.

Un circuito RLC es un circuito en el que solo hay resistencias, condensadores y bobinas: estos tres elementos tienen, por ecuaciones características una relación lineal (Sistema lineal) entre tensión e intensidad. Se dice que no hay elementos activos.

- Resistencia:  $v(t) = i(t) \cdot R$  .
- Condensador:  $i(t) = C \cdot \left( \frac{dv(t)}{dt} \right)$  .
- Bobina:  $v(t) = L \cdot \left( \frac{di(t)}{dt} \right)$  .

De forma que para conocer el funcionamiento de un circuito se aplican las leyes de Kirchhoff, resolviendo un sistema de ecuaciones diferenciales, para determinar la tensión e intensidad en cada una de las ramas. Como este proceso se hace extremadamente laborioso cuando el circuito tiene más de dos bobinas o condensadores (se estaría frente a ecuaciones diferenciales de más de segundo orden), lo que se hace en la práctica es escribir las ecuaciones del circuito y después simplificarlas a través de la Transformada de Laplace, en la que derivadas e integrales son sumas y restas con números complejos, se le suele llamar dominio complejo, resolver un sistema de ecuaciones lineales complejo y finalmente, devolverlo al dominio del tiempo.

### **3.2.3 Las TIC's en la enseñanza de la física.**

Dado que las TIC's se han convertido en parte de la vida cotidiana, es preciso reflexionar sobre su impacto en la educación, y sobre las aplicaciones usadas como elemento didáctico para la enseñanza de la Física.

El estudio de la Física nos ofrece importantes posibilidades para el desarrollo de la persona, pues mediante ella podemos referirnos a elementos presentes en la naturaleza, donde el comportamiento de los fenómenos hacen que la capacidad de abstracción y raciocinio se ponga en juego por parte del estudiante y del docente llegando a campos de conocimiento que exigen la interacción con el objeto mismo de estudio a partir de una práctica diseñada para tal fin. De modo que es preciso tener en cuenta dos aspectos fundamentales a la hora de incluir las TIC's en el diseño de la clase de física.

#### **4. Desarrollo de la Experiencia y análisis de los resultados.**

##### **Desarrollo de la Actividad.**

Cuando se llevó a cabo la actividad, se les pregunto a los alumnos cuales eran los datos que se tenían del problema. En principio los alumnos quisieron comenzar a bosquejar en la hoja. Los datos que surgieron en ese momento fueron:

La Aceleración del auto es 1,8 mts/seg<sup>2</sup>.

La Aceleración del Camión 1.2 mts/seg<sup>2</sup>.

Las ecuaciones utilizadas fueron:

$$x = x_0 + bt$$

$$x = x_0 + v_0t + \left(\frac{1}{2}\right)at^2$$

De Circuitos de Corriente Alterna sabemos que:

Que el dominio en el tiempo es expresado por ondas sinusoidales, hay 3 tipos de circuitos.

$R > 0, X_L, X_C = 0$ , pues circuito resistivo.

Solo si  $X_L > 0$  el circuito es inductivo.

Si  $X_C > 0$  es circuito capacitivo.

La combinación de los 3 es un circuito RLC.

Z es la impedancia compleja, por lo que,

$Z = R + j(Xl - Xc)$ , donde j representa la parte imaginaria.

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (Xl - Xc)^2}$$

$$\theta(\varphi) = \frac{\arctang(Xl - Xc)}{R}$$

$\varphi$  es el ángulo de desplazamiento (la corriente I adelanta o atrasa a la tensión).

$\text{sen}(wt)$  es la función trigonométrica que representa a la función seno,

$V_{max}$  es la tensión o sea 220v, 12v ,24v, 6v, etc.

$$V. \text{ eficaz de la corriente} = \frac{V_{max} \text{ de la tensión}}{\sqrt{2}}.$$

Además sabemos que por la ley de Ohm se define que:

$$I = \frac{V}{Z}$$

$$V(t) = V_{max} \cdot \text{sen}(wt)$$

$$I = I_{max} \cdot \text{sen}(wt)$$

$$I_{max} = \frac{V_{max}}{R}$$

Luego se planteó con GeoGebra la situación para que fuera más dinámico el problema, ver Figura 1.

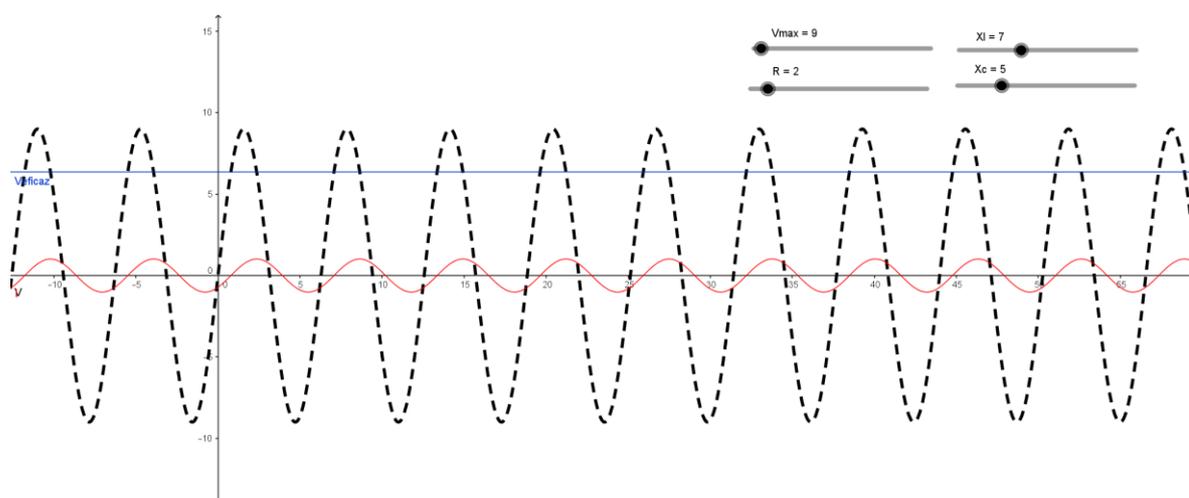


Figura 1

Allí se puede observar que se han generado 4 (cuatro) deslizadores, los cuales representan a  $XI$ ,  $Xc$ ,  $V_{max}$ , y  $R$ .

El objetivo de generar los deslizadores fue generalizar, siempre teniendo en cuenta y sin perder de vista los dominios de definición de cada uno de los datos representados.

En la Figura 2, 3 y 4 se pueden observar como varían los gráficos, conforme hacemos variar cada uno de los deslizadores.

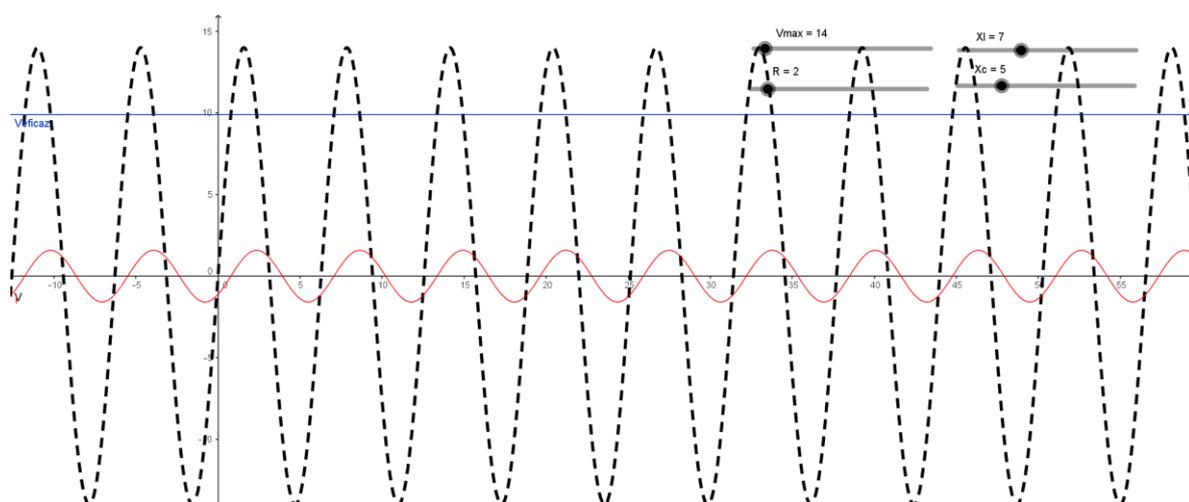


Figura 2 ( $V_{max}=14$ )

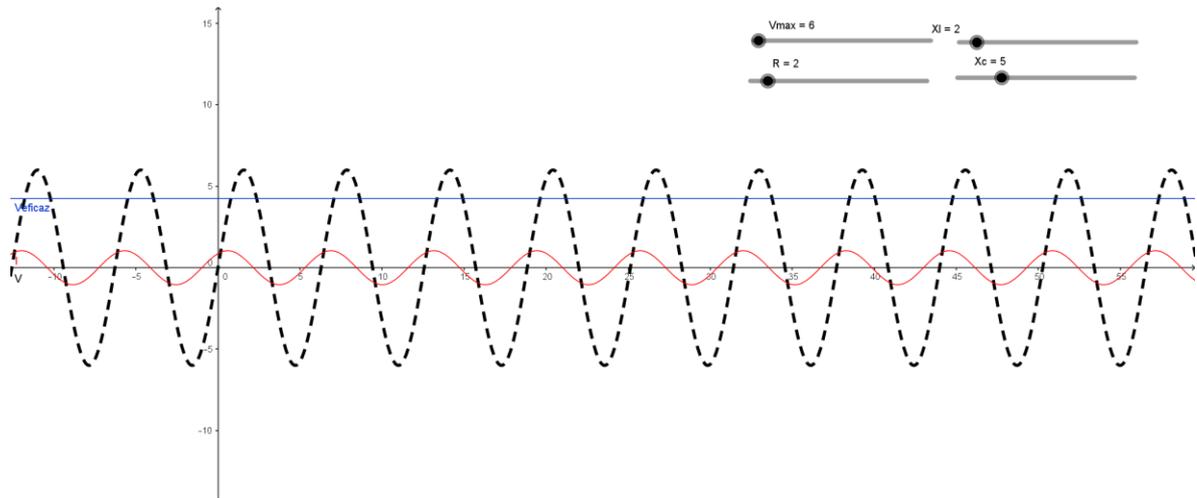


Figura 3 ( $XI=2$ )

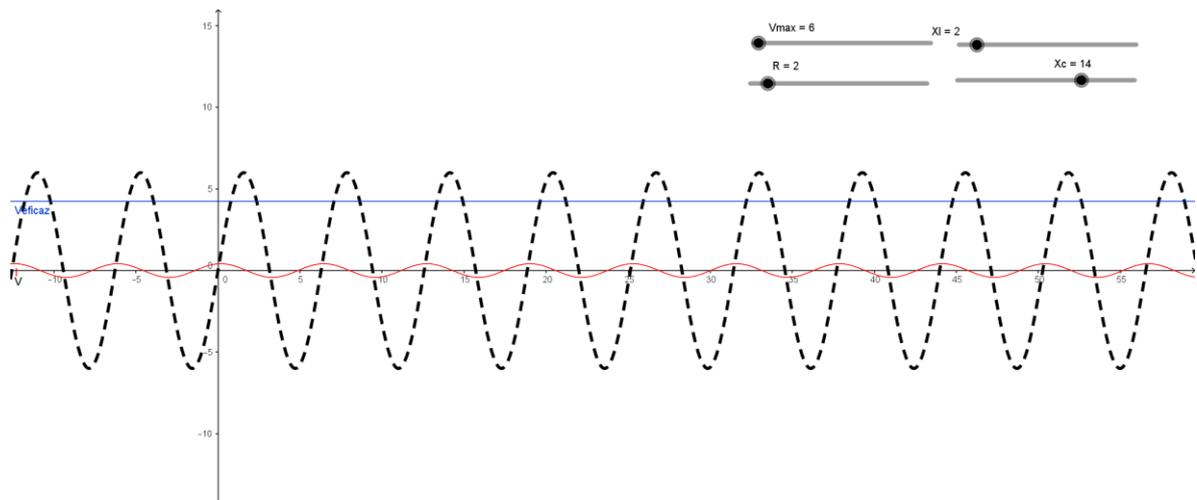


Figura 4 ( $Xc=14$ )

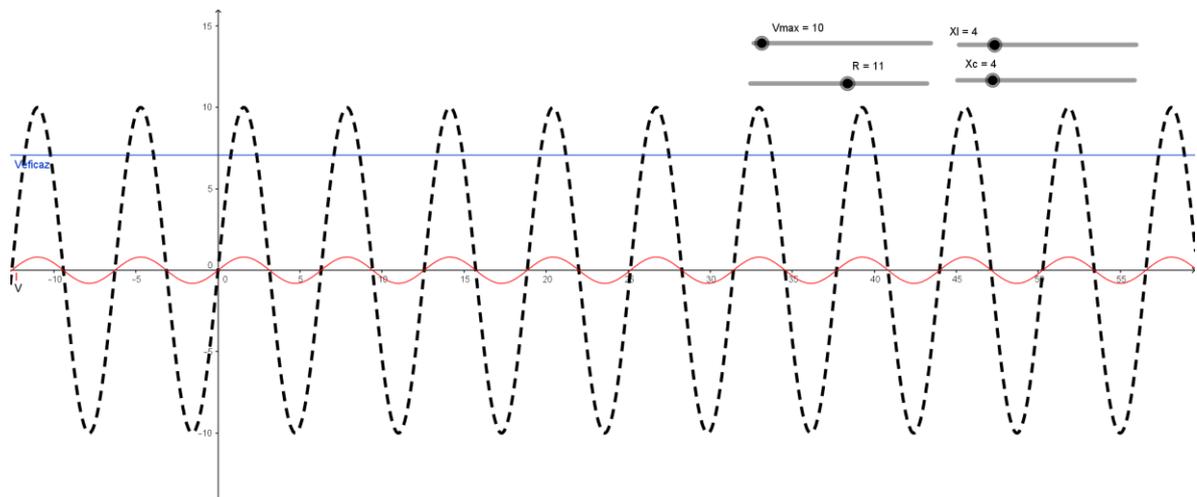


Figura 5 ( $R=11$ )

## Consideraciones Finales

Aun cuando las tecnologías de la información y la comunicación han abarcado los diferentes sectores de la sociedad, entre los cuales se destaca el educativo. Los resultados obtenidos nos indican resultados favorables, tanto en la opinión de los alumnos sobre su aprendizaje en la experiencia. Creemos que las TIC's pueden ayudar a mejorar el aprendizaje de la física y que a la hora de llevar adelante un problema en el aula hay que hacer primero una representación mental de lo que ocurre, para después reflexionar sobre ello y saber cómo resolverlo y representarlo en GeoGebra.

## Referencias

CABERO, J. (2007). Tecnología Educativa. Ed. Mac Graw Hill.

Arrieta, X. y Delgado, M. (2003). *Nuevas tecnologías en la enseñanza de la Física*. Ponencia presentada en el Simposio Didáctica de la ciencia 2003. 30 y 31 de julio de 2003. Universidad del Zulia. Maracaibo. Venezuela.

Arrieta, X., Delgado, M., Chourio, J. y Quintero, M. (2002). *Nuevas Tecnologías en la enseñanza de la Física*. Informe Final. (Proyecto CONDES 01550-00). Universidad del Zulia. Maracaibo. Venezuela.

Arrieta, Xiomara, Delgado, Mercedes. (2006). "Tecnologías de la información en la enseñanza de la física de educación básica". ISSN 1690-7515

Barajas, M. y Álvarez, B. (2003). *La tecnología educativa en la enseñanza superior. Entornos virtuales de aprendizaje*. McGraw Hill/Interamericana de España, S.A.U. Madrid.

Castiblanco, Oiga Lucía., Vizca, Diego Fabián. (2008). "El uso de las TICs en la enseñanza de la Física".

Delgado, M. (1998). *Incidencia del Tutorial "Movimiento" en la enseñanza-aprendizaje de Física para estudiantes de Biología*. Trabajo de grado

para la obtención del título de Magister en Matemática mención docencia, División de Estudios para Graduados de la Facultad de Humanidades y Educación, Universidad del Zulia, Maracaibo, Venezuela.

Delgado, M. (2005). *Propuesta a docentes de educación media diversificada y profesional para la utilización óptima de las TIC*. Trabajo de ascenso, Facultad de Humanidades y Educación, Universidad del Zulia, Maracaibo, Venezuela.

Gil, D; Pessoa, A; Fortuny, J; Azcárate, C. (1994). *Formación del profesorado de las ciencias y la matemática. Tendencias y experiencias innovadoras*. Editorial Popular, S.A., Madrid, España.

Muñoz, J. y Requena, K. (2004). La educación por Internet en países subdesarrollados. Caso: Venezuela. *Revista digital de educación y nuevas tecnologías. Contexto Educativo. No. 34. Año VI*. Recuperado el 01 de marzo de 2005 de: <http://contexto-educativo.com.ar/2005/1/nota-09.htm>

Ré1, Miguel A., Arena1, Lucía E. (2012). "Incorporación de TICs a la enseñanza de la Física. Laboratorios virtuales basados en simulación". *Revista TE&ET N°8*. ISSN 1850-9959, pág. 16-22.

Sánchez, J. (2000). *Nuevas tecnologías de la información y la comunicación para la construcción del aprender*. Santiago de Chile: Centro Zonal Universidad de Chile, Proyecto Enlaces.

Serrano Sánchez, José Luis., Prendes Espinosa, María Paz. (2012). "La enseñanza y el aprendizaje de la física y el trabajo colaborativo con el uso de las TIC". *Revista Latinoamericana de Tecnología Educativa*, Vol 11(1) (2012) 95-107. ISSN 1695288X.

Torres; M. G. Varas, C. V. (2014). *Dinamizando funciones con GeoGebra*, Mar del Plata, Argentina. Editorial Martin.

Torres; M. G. Torres; J. R. Varas, C. V. (2014). Situación de optimización tradicional en análisis matemático analizada dinámicamente. Disponible en: <http://www.oei.es/congreso2014/memoriactei/954.pdf>

[www.geogebra.org](http://www.geogebra.org)

## Evaluación En Escenarios Tecnológicos: Una Propuesta Alternativa

Horacio Saúl Sostenes González, *hssg\_33@hotmail.com*  
Escuela Secundaria Técnica 209 "IGNACIO ALLENDE" CCT 15DST0021V  
*Huehuetoca, México.*

### Resumen

La evaluación debe cambiar a la par que los procesos de enseñanza y de aprendizaje también lo hagan. El reto actual es utilizar las tecnologías en la mejora del logro educativo. Al utilizar tecnologías en el aula, las evaluaciones clásicas quedan desfasadas perdiendo tanto datos cualitativos como cuantitativos, hecho que puede recuperarse con una nueva evaluación ahora en escenarios tecnológicos.

**Palabras clave:** Evaluación alternativa, Software, Rúbrica, Evaluación dinámica, Tecnología

La necesidad de cambiar las formas de evaluación está siendo cada vez más necesaria dentro de las aulas. En varias ocasiones diseñar una evaluación innovadora y alternativa supone dificultad (Cazares y Cuevas, 2008). Esta dificultad es tratar de ver al conocimiento que se obtiene en un proceso educativo con un enfoque práctico, en el que se sepa hacer algo con el conocimiento más que con la memorización.

Si los instrumentos para evaluar fueran suficientes para determinar los aprendizajes de la persona a lo largo de toda su vida, hasta el momento se tendrían solo un par de maneras para analizarlos. Las pruebas aplicables no son, ni deben ser idénticas en los diversos niveles educativos, tampoco pueden ser las mismas para las diversas materias. Primero, los contenidos son variantes, segundo, la metodología y programas de estudio son diferentes.

Trabajar con tecnología genera un nuevo reto, donde su utilización, requiere que se generen nuevos problemas (Saidón, Negro y Bertúa, 2007). Las

nuevas tecnologías transforman la ecología del aula y las funciones docentes, estos cambios están induciendo una mutación sistemática en las teorías y en las prácticas didácticas (Fernández, 2003).

Trabajar con un Software Educativo para la Enseñanza de Matemáticas (SEEM) o instrumentos tecnológicos dentro del aula de clases genera un reto, que va desde la creación de nuevas secuencias para el estudio de un tema, hasta la modificación de las evaluaciones que se hacen cotidianamente. Una evaluación escrita, cuando se está utilizando un instrumento tecnológico donde la mayor parte del aprendizaje se ve reflejado en la práctica y análisis que los estudiantes pueden hacer al manipular virtualmente sus construcciones, entraría en contradicciones. Si se aplica una evaluación totalmente práctica, se estaría desequilibrando la articulación que debe haber entre la teoría y la práctica.

Considerando que la evaluación educativa se realiza y orienta hacia el análisis de los aprendizajes adquiridos, es necesario clarificar que el aprendizaje es un proceso de construcción personal, donde los conocimientos previos se conjuntan con los nuevos aprendizajes y se forma una nueva estructura mental más compleja de la realidad. De esta manera, se concuerda con la definición de la evaluación educativa entendida como un “proceso sistemático de recopilación de información (cualitativa y/o cuantitativa) para enjuiciar el valor o mérito de algún ámbito de la educación (aprendizajes, docencia, programas, instituciones, sistemas nacionales de educación), previa comparación con unas normas o criterios determinados con anterioridad y que responden a instancias de referencias específicas” (Pimienta, 2008, p.4).

En este sentido, la evaluación debe cubrir una estrecha relación entre lo trabajado durante un lapso, por ejemplo, un día, un tema, un bloque, en concordancia con los aprendizajes esperados definidos en los planes de estudio.

La evaluación no debe representar un martirio, sino una opción de cambio, una estrategia para determinar cualidades y cambios que denoten avances

en los conocimientos, que permitan generar nuevos caminos para acceder a los conocimientos y reforzarlos.

Para el caso al que referiremos, el uso de un instrumento tecnológico involucró la utilización del software libre GeoGebra para el estudio de los movimientos en el plano. La prueba realizada a los estudiantes, requirió utilizar las mismas herramientas para generar el contexto de trabajo donde ellos generaron su conocimiento y ahora lo reafirmarán.

Al hablar de una nueva evaluación donde la tecnología es la mediadora, requiere que el evaluador desde la perspectiva tecnológica focalice aspectos como la organización, la estructura, las estrategias y habilidades (Mateo, 2006).

Desde esta perspectiva el proceso innovador requiere formación y práctica que permita mejorar las técnicas empleadas. Mejorar conlleva a detectar las posibles fallas y eliminarlas de las posteriores prácticas evaluativas. Con ello no se quiere decir que todas las debilidades se superarán; si el sistema es frágil y por más que se intente mejorar este no funciona adecuadamente, lo idóneo sería suplirlo por uno nuevo que represente mayores oportunidades.

Una idea relacionada es la que López y Hinojosa (2000) conocen como evaluación alternativa, la cual es considerada como los nuevos procedimientos y técnicas que pueden ser usados dentro del contexto de la enseñanza e incorporados a las actividades diarias en el aula. Esta evaluación incluye una variedad de técnicas de evaluación, entendiendo estas como "cualquier instrumento, situación, recurso o procedimiento que se utilice para obtener información sobre la marcha del proceso" (Zabalza, 1991, p.246, citado en López y Hinojosa, 2000, p. 3).

Partiendo de estas ideas, se generó la evaluación llamada en escenarios tecnológicos para los temas de simetría axial, central, traslación y rotación, contenidos estudiados en tercer grado de la educación secundaria. El término escenarios tecnológicos hace el señalamiento que al aplicar una prueba el medio necesario es la utilización de la tecnología, ya sea para analizar algún cuestionamiento o para resolver un problema.

Aquí el estudio llega a la culminación con el análisis de los aprendizajes tanto del uso de GeoGebra como de las propiedades que se conservan al aplicar una transformación.

La evaluación desprendida contiene los siguientes apartados los cuales a continuación se analizarán:

A. Rúbrica con autoevaluación y heteroevaluación del trabajo desarrollado en la sala de cómputo con las lecciones.

La rúbrica como evaluación alternativa y como instrumento de observación del trabajo desarrollado, permitió valorar los alcances logrados considerando la perspectiva docente (heteroevaluación) y la concepción del alumno (autoevaluación). Desde el primer momento en que los alumnos contaron con los materiales exploraron globalmente el contenido de la secuencia así como la rúbrica para evaluar que lo que se desprendía de ella.

Puede expresarse que los estudiantes tienen una buena y en algunos casos alta apreciación de su trabajo desarrollado. Éste hecho se manifiesta en las calificaciones que ellos mismos se otorgan.

B. Evaluación dinámica aplicada a los estudiantes.

Para desarrollar la evaluación adecuadamente los estudiantes fueron distribuidos en 9 equipos de 5 integrantes, dentro de los cuales se designó un representante, quien eligió por azar un papel que contenía el número de la actividad que junto con su equipo tendrían que realizar.

Cada equipo tuvo máximo 5 minutos para realizar la actividad. Al tocar el turno de participación de los estudiantes, se les proveía del material, ubicaban su actividad señalada con el número designado, leían las instrucciones y haciendo uso de la computadora trazaban los elementos necesarios para aplicar la simetría axial, simetría central, traslación o rotación, según fuera el caso. La computadora fue conectada al cañón para que todo el grupo pudiera ver lo que el equipo estaba realizando.

Al realizar las actividades utilizando GeoGebra como herramienta los alumnos demuestran tener conocimientos tanto matemáticos como informáticos, específicamente el funcionamiento de este software.

Al realizar estas dinámicas los estudiantes pueden llegar a los aprendizajes esperados para el tema: Explica el tipo de transformación (reflexión, rotación o traslación) que se aplica a una figura para obtener la figura transformada. Identifica las propiedades que se conservan.

La observación que realizamos nos permite darnos cuenta de los avances y dificultades que se presentan. Al trabajar en equipo y desarrollar estas actividades se contribuye al desarrollo de los cuatro pilares de la educación (Aprender a conocer, aprender a hacer, aprender a vivir juntos y aprender a ser) que Delors (1994) describe en su texto.

En los alumnos se observó interés en realizar esta nueva evaluación, el objetivo se cumplió, los tiempos destinados a cada equipo fueron adecuados debido a que todos los participantes lograron culminar sin problema.

### C. Lista de cotejo de la evaluación dinámica.

Con la finalidad de analizar el trabajo y actitudes durante la evaluación dinámica es que se diseñó la lista de cotejo como instrumento de observación y verificación Este instrumento consiste en un listado de atributos o indicadores que debe mostrar la ejecución de una tarea o su producto.

Aspecto	Valoración	
	SI	NO
Termino la actividad en el tiempo indicado.		
Hubo trabajo en equipo.		
Manifiesto conocimiento del tema.		
Hubo buen manejo de GeoGebra.		
Actitud respetuosa.		
Mostro interes al trabajo.		
Lectura en voz alta de los puntos a realizar.		

### D. Evaluación del SEEM GeoGebra por parte de los estudiantes.

Con la finalidad de determinar si un software como GeoGebra es de utilidad para el aprendizaje, no basta con considerar un análisis pedagógico desde la perspectiva del docente. Los alumnos deben estar también inmersos en el proceso de valoración. Considerando esta idea es que se hizo parte a los estudiantes como evaluadores del SEEM GeoGebra, para ello se diseñó una

escala de apreciación la cual considera tres aspectos generales a evaluar; aspectos técnicos, aspectos de contenido y aspectos didácticos.

Los resultados reflejan que los estudiantes se sienten gustosos y asignan puntajes altos al trabajo que se desarrolló con GeoGebra.

## **Conclusiones**

La evaluación en escenarios tecnológicos, considerada desde los puntos analizados anteriormente, nos permite visualizar a la tecnología como un instrumento a nuestro favor. Los estudiantes se sienten a gusto con la utilización del software y se logran cumplir los aprendizajes esperados de los temas estudiados.

Considerando la idea de Weiss, C. (1980, p.16), un estudio de evaluación no desemboca en la obtención de datos decisivos e inequívocos acerca del valor de un programa. Se necesita un estudio continuo a lo largo del tiempo y comparación de proyectos para hablar de éxito o fracaso. Así que los avances logrados se consideran desde un punto cualitativo, como aproximaciones a la mejora de la didáctica de Matemáticas, donde el reto de uso de las tecnologías ha generado cambios de la didáctica.

De manera específica los alumnos logran desarrollar los aprendizajes esperados para el tema tratado, la rúbrica y lista de cotejo nos permiten tener un registro para valorar el proceso y avances del aprendizaje de los alumnos. La evaluación dinámica permite a los alumnos interactuar y formar lazos de trabajo como los que futuramente tendrán para cumplir una tarea en determinada empresa cual sea, así mismo permite apreciar el desempeño de cada integrante y las capacidades que tiene.

## **Referencias**

Cázares, I. y Cuevas, J. (2008). *Planeación y evaluación basadas en competencias: Fundamentos y prácticas para el desarrollo de competencias docentes, desde preescolar hasta el posgrado*. México: Trillas.

- Fernández, R. (2003). *Competencias profesionales del docente en la sociedad del siglo XXI*. Recuperado el 24 de Marzo de 2014, de <http://www.uclm.es/profesorado/ricardo/cursos/competenciaprofesionales.pdf>
- López B. y Hinojosa E. (2000). *Evaluación del aprendizaje. Alternativas y nuevos desarrollos*. México: Trillas.
- Mateo, A. (2006). *La evaluación educativa, su práctica y otras metáforas*. Barcelona: Alfaomega.
- Pimienta, J. (2008) *Evaluación de los Aprendizajes. Un enfoque basado en competencias* (pp.11-21). México: Pearson.
- Saidón, L., Negro G. y Bertúa, J. (2007). *Perspectivas de exploración de problemas clásicos con nuevas herramientas*. Recuperado el 12 de octubre de 2013 de <http://www.geogebraTube.org/material/show/id/1151>
- Weiss, C. (1980). *Investigación Evaluativa. Métodos para determinar la eficiencia de los programas en acción*. México: Trillas.

## Elementos Constitutivos En El Planteamiento De La Investigación En Matemática Educativa

Alma Rosa Pérez Trujillo  
almarpt@hotmail.com

La ponencia tiene como finalidad revisar los elementos constitutivos en el planteamiento de la investigación en Matemática Educativa (ME), si bien es cierto, estos elementos no son exclusivos de esta disciplina, merecen ser revisados desde ella, además, que pongamos atención en la claridad de su construcción, sobre todo cuando son trabajados con estudiantes que están siendo formados en la investigación en los programas de posgrado de ME, ya que muchos de estos estudiantes no tienen experiencia en el ámbito de la investigación.

Es así que pretendo hacer énfasis en aquellos elementos que sostienen a la investigación y que son determinantes para ella. En esta ponencia recojo además, la experiencia propia como formadora de investigadores en ME desde el trabajo que realicé en el programa de la Maestría en Ciencias con Especialidad en Matemática Educativa de la Universidad Autónoma de Chiapas, desde donde asumo posturas particulares, nutridas del análisis de textos de diversos autores.

He organizado la ponencia en tres momentos, los cuales me permiten mostrar estos elementos que considero constitutivos en el planteamiento de la investigación; en la primera parte haré referencia a la planeación y diseño de la investigación, la segunda a aspectos relevantes en ese planteamiento (teorías y metodologías) y la tercera parte y última está compuesta por una serie de reflexiones personales en torno al tema en cuestión.

Es importante resaltar que aunque estos elementos se presentan de manera lineal o como si conformaran una secuencia estática, en la investigación, no necesariamente tienen que llevarse a cabo de esa manera ya en el ejercicio de la investigación, de manera particular considero que esta estructura que compone a la investigación es dinámica e integrada por un conjunto de tareas que se encuentran estrechamente relacionadas.

Abordaré entonces los distintos componentes de la investigación, haciendo énfasis en la relación que deben guardar los supuestos, preguntas y objetivos de la investigación. Me detendré en objeto de estudio, para aclarar la utilidad de su definición desde el diseño de la investigación, esto servirá de preámbulo para hablar de la importancia que tienen la elección de la teoría a usar, así como de la relación estrecha que debe guardar la metodología con ella, haré énfasis en la utilidad la teoría y la metodología en la investigación, para luego mostrar un recorrido por las teorías más usuales en ME y las metodologías acordes a éstas.

## Seminario Repensar Las Matemáticas: Vinculación Docencia- Investigación

Claudia Flores Estrada, Adriana Gómez Reyes, José Luis Torres Guerrero  
*CECyT 05-IPN, CECyT 13-IPN y UNAM, CECyT 07-IPN*

*cfloreses@ipn.mx; orodelsilencio@yahoo.com.mx; jeluistg@yahoo.com.mx*

### **Resumen**

El Seminario Repensar las Matemáticas es un proyecto de innovación educativa que tiene como propósito la vinculación de la investigación educativa con la docencia en el área de matemáticas, para que el docente dialogue sobre resultados de investigación y los aproveche en el salón de clases. En cada una de las sesiones se tiene como producto un módulo compuesto por el video de un diálogo entre un especialista y un profesor sobre los resultados de investigación, se considera un documento como artículo, capítulo de libro, libro o tesis que contiene los trabajos de investigación el cual sirve de referencia al diálogo y las interacciones en foros de discusión de los participantes.

**Palabras clave:** Innovación Educativa, vinculación, investigación, docente.

### **Introducción**

Las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) son un potencial para transformar la educación, su empleo crea ambientes virtuales enriquecidos que enfrentan con éxito los retos de la economía globalizada de la sociedad del conocimiento y de innovaciones tecnológicas. Existe una necesidad de acortar tiempos y distancia entre la obtención de resultados de la práctica educativa y su aplicación en la docencia.

El Seminario Repensar las Matemáticas (SRM) es un proyecto de innovación educativa que tiene como propósito la vinculación de la investigación educativa con la docencia en el área de matemáticas, para que el docente dialogue sobre resultados de investigación y los aproveche en el salón de clases. Cada sesión tiene como producto un módulo (Torres, Suárez y

Ramírez, 2012) compuesto por el video de un diálogo entre un especialista y un profesor sobre los resultados de investigación obtenidos por el especialista, un documento que contiene los trabajos de investigación que sirven de referencia al diálogo y las interacciones en foros de discusión de los participantes.

## **La innovación educativa en el Seminario Repensar las Matemáticas**

La **innovación** se ha convertido en una estrategia fundamental en la transformación del IPN, **se** han instrumentado estrategias para dar impulso al cambio educativo para la concreción del Modelo Educativo Institucional y el Modelo de Integración Social (**Suárez, Ortega y Ramírez, 2011**).

El Seminario Repensar las Matemáticas es una modalidad educativa en la que se desarrollan nuevas habilidades, conocimientos, actitudes, aptitudes y valores. Les permite ser autónomo y trabajar de forma colaborativa tanto al docente, como discente y el investigador, a través de los artículos del investigador, el foro de discusión y la videoconferencia.

Es necesario hacer hincapié en que la tecnología por sí misma no genera un ambiente de aprendizaje, sino que éste debe crearse e instrumentarse desde una concepción pedagógica y didáctica que se concretiza en estrategias y prácticas que ven y utilizan a la tecnología como un valioso recurso de apoyo. Las referencias citadas en el Seminario Repensar las Matemáticas apoyan al docente y a investigador para su práctica docente y profesional.

El uso de las tecnologías en la educación implica un cambio de paradigma pedagógico, es decir, una renovada forma de entender la práctica docente en el aula.

El Seminario Repensar las Matemáticas surge en el 2004. El seminario es un proyecto que tiene como propósito la vinculación de la investigación educativa con la docencia en el área de matemáticas para ofrecer una propuesta de profesionalización a docentes e investigadores aprovechando el

uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación. Coincidimos con el sentir de docentes e investigadores que puede resumirse en la siguiente frase de Trigueros (2009) “Los resultados encontrados y que continúan encontrándose en la investigación educativa en las didácticas específicas pueden incidir positivamente en el diseño de estrategias para lograr que los alumnos aprendan mejor. Para ello hay que conocerlos, probarlos en nuevas situaciones y utilizarlos de manera inteligente pues no hay recetas que permitan una solución global del problema”.

A lo largo de 11 años (2004-2015) se ha producido 77 sesiones en formato de videoconferencia, video bajo demanda y DVD, nutridas participaciones en los foros de discusión correspondientes a cada sesión, una red de profesores, investigadores, directivos que promueven el proyecto y personal que apoya en los aspectos técnicos y conocimiento sobre el proyecto mismo, desde las áreas de Tecnología Educativa, Computo y Comunicaciones, Educación Virtual y en las direcciones Medio Superior, Superior y de Investigación del Instituto.

Cada sesión consta de dos partes: en la primera se realiza un diálogo entre un profesor y un investigador, alrededor de una problemática específica en la que el investigador ha obtenido resultados de investigación publicados en artículos arbitrados o tesis de posgrado. En la segunda parte, se responden preguntas de los participantes de forma presencial, vía internet, videoconferencia o vía telefónica en torno a la temática en cuestión.

Las actividades realizadas para cada sesión consiste en:

1. Revisión de trabajos publicados arbitrados por parte del investigador.
2. Se establece contacto con el investigador.
3. Una vez que acepta el investigador a participar se acuerda el artículo que será el material base para la videoconferencia.
4. El docente dialogante realiza una serie de preguntas adecuadas y aceptadas por el investigador.

5. El docente dialogante realiza la escaleta de la sesión, el ensayo y el contacto con el personal de la Unidad Politécnica para la Educación Virtual (UPEV) realice la semblanza del investigador invitado.
6. El docente dialogante debe de estar pendiente de que se suba oportunamente al sitio en internet de la sesión en el portal [www.riieme.mx](http://www.riieme.mx) y en <http://repensarlasmatematicas.wordpress.com>.
7. Se precisa con el personal de la Dirección de Cómputo y Comunicaciones (DCyC) los requerimientos técnicos para la sesión y copia del DVD de la videoconferencia.
8. Se coordina el equipo de apoyo a la sesión, el foro, correo electrónico, las conexiones y participaciones por videoconferencia.
9. Continuar la comunicación con el investigador invitado para responder preguntas que se encuentran en el foro y no dio tiempo de ser contestadas durante la transmisión de la sesión.
10. Se modera el foro de la sesión.

## **La investigación a través de la distancia**

La primera sesión del Seminario Repensar las Matemáticas se transmitió el lunes 14 de junio de 2004. En ella se manifestó que un profesor de matemáticas en las Instituciones de Educación Superior no es un ingeniero, licenciado o matemático; es un docente cuya disciplina de referencia no es la matemática a secas, sino la matemática educativa y que el diálogo entre docente e investigador educativo es necesario. En la sesión 49 se mostró que los cambios que hoy vemos los docentes en las aulas, los libros de texto, los nuevos planes de estudio y los modelos educativos provienen, en gran medida, de los resultados en la investigación educativa de las últimas cuatro décadas.

Para la educación en ambientes virtuales en la que el docente y el investigador se encuentran separados físicamente y en ocasiones por

grandes distancias geográficas, sociales y culturales se hace necesario partir de nuevas perspectivas educativas que ubiquen al docente y a su aprendizaje como centro y objetivo de la educación, y como ejes que dan sentido a la enseñanza, a la docencia, a los materiales y a los recursos tecnológicos.

Algunas de las sesiones el investigador no se encuentra en donde se lleva a cabo la transmisión, han sido por medio de videoconferencia o por skype conectados en las instalaciones del Instituto Politécnico Nacional en diferentes estados de la República y diferentes países. Figura 1.



*Figura 1. Investigador, docente y participantes durante la sesión*

## **Resultados de investigación en el Repensar en las matemáticas**

En cada sesión del Seminario Repensar las Matemáticas se ha tenido la oportunidad de establecer un diálogo con los matemáticos educativos sobre resultados específicos de la investigación en las didácticas del Álgebra, la Geometría, el Cálculo, la Probabilidad y la Estadística y el Álgebra Lineal. (Figura 2). Se han discutido aspectos relacionados con el uso de software dinámico, las dificultades de los estudiantes para lograr ciertos aprendizajes en la demostración y la modelación en marcos como los Modos de

Pensamiento y la Resolución de Problemas. En Educación Estadística nos ocupamos del estudio de los intervalos de confianza y de la distribución normal. También atendemos aspectos más generales de la Didáctica de la Matemática, las Metodologías de Investigación Educativa y el papel de la Semiótica en la Enseñanza de las Matemáticas.



*Figura 2. Resultados de investigación en la didáctica de la matemática*

En el diálogo han intervenido investigadores y docentes de más de 30 instituciones de Educación Superior del país y de América. El dialogo se da entre el investigador y el docente, investigador e investigador, docente y estudiante, investigador y estudiante, y entre docentes durante la transmisión por videoconferencia, en el foro, el chat o correo electrónico.

Los resultados de este proyecto, en particular, su potencial como generador de innovaciones en el aula sustentadas en resultados de investigación, y, sobre todo, la posibilidad de ofrecer a la comunidad de profesores e investigadores un espacio de interacción que los ayude a reflexionar sobre su práctica docente o investigativa, hacen pertinente la transferencia de este proyecto a otras áreas del conocimiento. En 2011 el CECyT 5 se hace cargo de los ciclos quinto, sexto y séptimo del Seminario Repensar las Matemáticas y, en ese mismo año se inician los seminarios Repensar la Bioquímica, Repensar la Cultura Financiera y Repensar la Comunicación organizados desde la ENCB, el CECyT 12 y CGFIE, respectivamente. En el 2014 inicia el repensar la Física y en este año el repensar la Química.

Actualmente se lleva acabo el décimo ciclo del SRM, teniendo como sede la Escuela Superior de Ingeniería Química e Industrias Extractivas (ESIQIE) en la sesión 77.

La perspectiva del profesor que dialoga con el investigador invitado es fundamental para aprovechar los resultados de la investigación en el mejoramiento de sus prácticas docentes concretas. El investigador tiene la oportunidad de ver su trabajo con otros ojos y puede definir, a partir de las preguntas y dificultades del docente, problemas nuevos para estudiar.

## **Conclusiones**

Sin duda la investigación de hoy orientará los cambios de nuestras aulas en los próximos años, deseamos continuar con este esfuerzo de vinculación de la investigación educativa con la docencia en el área de matemáticas para ofrecer una propuesta de profesionalización a docentes, investigadores, estudiantes, personal de apoyo a la educación y público en general llegando a todos los lugares donde hay interés por compartir este proyecto.

Se ha tenido el apoyo de la Dirección de Educación Superior (DES), del Centro de Formación e Innovación Educativa (CFIE) actualmente Coordinación General de Formación e Innovación Educativa (CGFIE), de la Dirección de Educación Media Superior (DEMS), de la Dirección de Cómputo y Comunicaciones (DCyC), de la Unidad Politécnica para la Educación Virtual (UPEV), de la ESCA Santo Tomás, de la ENCB, campus Santo Tomás, de los CECyT 5, 7, 11, 12, 13 y 14, del CICS UMA, además de la UNAM y el ITESSM, campus Monterrey.

El SRM sirvió para conformar más de un proyecto multidisciplinario “Uso de los resultados de la investigación en la docencia: Matemáticas, Comunicación, Bioquímica y Cultura Financiera” y “La innovación didáctica en el currículo potencialmente aplicado, centrada en la interdisciplinariedad, aplicado para las áreas de matemáticas, física, bioquímica, cultura financiera y comunicación” los cuales fueron propuesto y aprobados por la Secretaria de Educación y Posgrado (SIP) del Instituto Politécnico Nacional con una

duración de tres años y dos años respectivamente.

## **Bibliografía**

Suárez, L., Ortega, P. y Ramírez, M.E. (2011). Formación de una Cultura de la Innovación en el Instituto Politécnico Nacional. Memorias de Virtual Educa 2011. México, D.F. 1-17.

Torres, J.L., Suárez, L. y Ramírez, M.E. (2012). Vinculación entre la investigación y docencia. El uso de los resultados de la investigación en la docencia en un proyecto multidisciplinario. 1er Encuentro Nacional de Investigación Educativa, política educativa, resultados y tendencias. 1-15.

Trigueros, M. (2009). ¿Qué hemos aprendido de la enseñanza de las matemáticas a través de la investigación? (pp. 27). México: COMIE.

## Potencial Educativo De La Aritmética Mapuche En Chile

Sonia Salas<sup>1</sup>, Juan D. Godino<sup>2</sup>

### Resumen

Este escrito da cuenta de uno de los aspectos tratados en nuestra investigación sobre la matemática del pueblo Mapuche en Chile, específicamente, la aritmética Mapuche. El objetivo es analizar las tareas matemáticas propuestas por las orientaciones curriculares en matemáticas para la Educación Intercultural Bilingüe (EIB), teniendo en cuenta la descripción morfosintáctica y el análisis de la estructura morfo-matemática de los números en castellano y mapunzugun. Nuestro análisis se centra en los conflictos semióticos que supone un aprendizaje descontextualizado que no considera el conocimiento matemático de origen del estudiante mapuche presente en sus prácticas matemáticas cotidianas. Los principales resultados dan cuenta de la existencia de la aritmética mapuche, reconocidas por la institucionalidad y las potencialidades educativas de la numeración en mapunzugun. Concluimos este estudio con una reflexión crítica sobre el complejo escenario del proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática escolar en contexto mapuche, la que evidencia la necesidad de articular dos saberes matemáticos que confluyen en el aula de matemática en los primeros niveles de la educación obligatoria. Al mismo tiempo, planteamos preguntas abiertas a futuras investigaciones desde la didáctica de las matemáticas, que requieren herramientas teóricas que permitan diseñar propuestas didácticas para una adecuada articulación entre la matemática escolar y la matemática mapuche.

**Palabras clave:** Etnomatemática; Educación intercultural bilingüe; Números en mapunzugun; Análisis morfosintáctico; Análisis morfo-matemático; Conflictos semióticos.

### Abstract

---

<sup>1</sup> Máster en Didáctica de la Matemática. Corporación Municipal Quilpué. Chile. Email: sbsalass@gmail.com

<sup>2</sup> Doctor por la Universidad de Granada. Granada. España. Email: jgodino@ugr.es

This paper gives an account of one of the aspects dealt with in our research on the mathematics of the Mapuche people in Chile, specifically, Mapuche arithmetic. The aim is to analyze the mathematical tasks proposed by the curricular guidelines in mathematics for Bilingual Intercultural Education (EIB), from the morpho-syntactic description and analysis of morpho-mathematical structure of the numbers in Spanish and Mapuzugun. Our analysis focuses on the semiotic conflicts involving a decontextualized learning, which does not consider the mathematical knowledge of origin of mapuche students, present in their daily mathematical practice. The main results account for the existence of mapuche arithmetic, recognized by institutions and the educational potential of numbering in mapuzungun. We conclude this study with a critical reflection on the complex stage of teaching and learning process of mathematical school in mapuche context, which evidence the need to articulate two mathematical knowledge components that converge in the mathematics classroom on the first levels of compulsory education. At the same time, we pose questions open to future research from the didactics of mathematics, which require theoretical tools that allow designing didactic proposals for an appropriate articulation between the school mathematics and mapuche mathematics.

**Keywords:** Ethnomathematics; Intercultural bilingual education; Mapuzugun numbers; Morpho-syntactic analysis; Morpho-mathematical analysis; Semiotic conflicts.

## **Introducción**

En este escrito exponemos uno de los análisis realizados en nuestra investigación sobre la matemática del Pueblo Mapuche en Chile en el marco de la actual Educación Intercultural Bilingüe (EIB). Tratamos de mostrar el potencial educativo del sistema de conteo en mapuzugun, a partir de la descripción y análisis morfosintáctico y morfo-matemático de la numeración en mapuzugun y castellano (Salas, Godino y Oliveras, 2015). La comparación de sus regularidades e irregularidades nos ha permitido una reflexión crítica sobre la propuesta didáctica de las orientaciones curriculares en matemáticas para la EIB.

En Salas (2014) reportamos la existencia de la aritmética mapuche con características análogas a la aritmética escolar. Para este análisis nos planteamos como interrogante ¿Cómo se incorpora el conocimiento matemático mapuche en las orientaciones curriculares en matemática para la EIB? El objetivo es, “analizar las actividades propuestas por las orientaciones curriculares en matemática para la EIB identificando conflictos semióticos en las actividades propuestas para primer año básico”.

Nos apoyamos en el enfoque teórico de la etnomatemática para describir parte de la antropología cultural matemática de este pueblo (Vithal y Skovsmose, 1997). En relación a los conflictos semióticos que supone un aprendizaje de la matemática escolar descontextualizado y distante del conocimiento matemático de origen del estudiante mapuche, nos apoyamos en el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos (EOS) (Godino y Batanero, 1994; Godino, 2002; Godino, Batanero y Font, 2007) y las aportaciones de la semiótica de Ernest (2006).

### **Antecedentes teóricos y metodológicos**

La etnomatemática ha apoyado a diversos pueblos indígenas a redescubrir su historia y conocimientos, incluyendo en ello las diferentes maneras de contar, medir, ordenar, etc., es decir, diferentes maneras de hacer matemática (D'Ambrosio, 2000, p. 439). Para este estudio nos centramos en dos de las facetas de la etnomatemáticas descritas por Vithal y Skovsmose (1997), la antropología cultural matemática y las relaciones entre etnomatemática y educación matemática.

Nuestro estudio cualitativo, exploratorio descriptivo, desde el enfoque etnomatemático y sociocultural, abordamos el significado y significante de las palabras numéricas y su interpretación aritmética en un juego de lenguaje en el contexto cultural en que se plantean las prácticas matemáticas (Salas, Godino y Oliveras, 2015).

Las prácticas matemáticas pueden ser idiosincrásicas de una persona o compartidas en el seno de una institución (Godino y Batanero, 1994). Estos

autores conciben las *instituciones* como comunidades de prácticas, e incluyen en ellas a las culturas, grupos étnicos y contextos socioculturales. Nuestro estudio se ajusta a esta visión antropológica de la relatividad socio-epistémica de los sistemas de prácticas, de los objetos emergentes de las mismas y los significados del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos (EOS) (Godino y Batanero, 1994; Godino, 2002; Godino Batanero y Font, 2007). Presentamos el análisis crítico, a priori, de una de las actividades propuestas en las Orientaciones Curriculares en matemáticas para EIB y planteamos posibles conflictos semióticos en el aprendizaje de la matemática escolar, en la que participan a lo menos dos sistemas de prácticas con sus propios sistemas semióticos. Desde el punto de vista de la semiótica, podemos observar los sistemas de prácticas institucionales para el proceso de construcción de signos, su lectura e interpretación en contexto escolar mapuche, donde tienen lugar sus usos. Entendiendo que el foco principal de la semiótica está *“sobre la actividad comunicativa en matemáticas usando signos. Esto implica tanto la recepción y comprensión de signos vía escuchar y leer, y la producción de signos vía hablar y escribir o dibujar”* (Ernest, 2006, p. 69); en este reporte damos cuenta de los tres componentes planteados por Ernest (2006) presente en los sistemas semióticos: un conjunto de signos que pueden ser escritos, hablados o dibujados; luego hay un conjunto de reglas para producir las señales que contienen los signos y finalmente hay un conjunto de relaciones entre los signos.

## **Resultados**

### **Potencial educativo de la numeración en mapunzugun.**

En Salas (2014) quedó manifiesto que los programas de estudio de lengua mapunzugun y las orientaciones curriculares en matemática para la EIB, hacen uso de la numeración mapuche. Sin embargo, el currículo de matemática oficial y los libros de textos no incluyen el conocimiento matemático del pueblo mapuche.

Ahora y por razones de espacio, sólo exponemos el análisis de los numerales entre once y veinte, como vemos en la figura 2, en castellano y mapunzugun. Comparamos sus estructuras para inferir posibles conflictos semióticos en el aprendizaje de la matemática escolar en los primeros niveles de la educación básica y el potencial educativo de la numeración en mapunzugun.

El Rakin, sistema de conteo mapuche, es de base decimal y a partir del diez incorpora dos potencias de diez para referirse a las centenas y a las unidades de mil. Es así como los números en mapunzugun son: 1 kiñe, 2 epu, 3 küla, 4 meli, 5 kechu, 6 kayu, 7 regle, 8 pura, 9 aylla, 10 mari, 100 pataka, 1000 waragka.

Número	Castellano	Interpretación aritmética	Número	Mapunzugun	Interpretación aritmética
1	Uno	1	1	Kiñe	1
2	Dos	1 + 1	2	Epu	1 + 1
3	Tres	2 + 1	3	Küla	2 + 1
4	Cuatro	3 + 1	4	Meli	3 + 1
5	Cinco	4 + 1	5	Kechu	4 + 1
6	Seis	5 + 1	6	Kayu	5 + 1
7	Siete	6 + 1	7	Regle	6 + 1
8	Ocho	7 + 1	8	Pura	7 + 1
9	Nueve	8 + 1	9	Aylla	8 + 1
10	Diez	9 + 1	10	Mari	9 + 1

**Figura 1.** Características morfosintácticas y morfo-matemáticas de los números del 1 al 10.

Como vemos en la figura 1 el ámbito numérico de 1 a 10 en ambas lenguas es más bien equivalente y se podría interpretar como una traducción de un lenguaje a otro. Sin embargo, a partir del 11 podemos apreciar diferencias notables como veremos en la figura 2.

Número	Castellano	Interpretación aritmética	Número	Mapunzugun	Interpretación aritmética
11	Once	1 + 10	11	Mari kiñe	10 + 1
12	Doce	2 + 10	12	Mari epu	10 + 2
13	Trece	3 + 10	13	Mari kùla	10 + 3
14	Catorce	4 + 0	14	Mari meli	10 + 4
15	Quince	5 + 10	15	Mari kechu	10 + 5
16	Dieciséis	10 + 6	16	Mari kayu	10 + 6
17	Diecisiete	10 + 7	17	Mari regle	10 + 7
18	Dieciocho	10 + 8	18	Mari pura	10 + 8
19	Diecinueve	10 + 9	19	Mari aylla	10 + 9
20	Veinte	2(10) ó 10 + 10	20	Epu mari	2(10)

**Figura 2.** Características morfosintácticas y morfo-matemáticas de los números del 11 al 20.

La figura 3 muestra un resumen de las distintas palabras y segmentos de palabras utilizadas en castellano para nombrar los números del 1 al 10.

Digito / Lenguaje	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Castellano	uno on	dos do ve	tres tre	cuatro cator	cinco quin	seis	siete	ocho	nueve	diez ce dieci inte
Mapunzugun	kiñe	epu	kùla	meli	kechu	kayu	regle	pura	aylla	mari

**Figura 3.** Palabras y segmentos de palabras en castellano y mapunzugun para nombrar los número entre 1 y 10.

En la figura 2 y 3, se aprecian las potenciales dificultades a que se enfrenta un estudiante mapuche de primer año básico, cuando deben aprenden a contar en castellano, de manera intransitiva y transitiva (Cid, Godino y Batanero, 2003), y además asociar esas palabras al símbolo numérico que lo representa, sin entender el sistema de código de este lenguaje. Sin embargo, en la numeración en mapunzugun podemos advertir que su regularidad en la formación sintáctica lo hace un sistema de fácil comprensión y asociación al lenguaje simbólico matemático del número. Si bien es un sistema oral, cabe señalar que el valor de una cifra se relaciona con la ubicación de la palabra, por cuanto su estructura es aditiva como podemos apreciar en las figuras 2.

Estas características regulares pueden ser consideradas un potencial recurso educativo. Considerando que en este contexto la noción de lengua asume un rol fundamental en el proceso de aprendizaje de la matemática escolar de los estudiantes.

En castellano, entre los cardinales 10 y 20 hay cuatro maneras diferentes de nombrar 10, tres maneras distintas para referirse a 2, dos maneras para nombrar el 1, 3, 4 y 5. Cambia de ubicación la palabra que identifica las unidades de primer y segundo orden, pero la yuxtaposición no cambia, es decir, se anteponga o suceda al diez se debe adicionar. La posición de la palabra numérica no se condice con la ubicación posicional del dígito desde el 11 al 15 y obviamente el 20. Cuando nos referimos a estos cardinales en palabras, en su estructura no se aprecia el valor posicional. El "0", símbolo esencial del sistema de numeración posicional, que tanto les cuesta adquirir a los estudiantes en primer año, cuando se enfrentan al aprendizaje de la decena, no está presente en la estructura sintáctica en castellano; esto puede explicar algunos hechos didácticos que observamos en las aulas de matemática en educación básica. También, puede ocurrir que el estudiante interprete el segmento "ce" como "0", ya que es más cercano, literalmente, a la palabra "cero" que a "diez".

En cambio, en la numeración oral en mapunzugun, ver figura 2, las palabras numéricas se asocian de manera literal al símbolo numérico del cardinal e incluso se puede asociar al valor posicional en cuanto a la ubicación de la palabra y la yuxtaposición que ello representa. La yuxtaposición es clara, la presencia del 10 es explícita y no introduce nuevas palabras ni segmento de palabras, como vemos en la figura 3. En la cultura del pueblo mapuche existe la voz para referirse a la ausencia de objetos concretos "ñielay". Esta voz puede ayudar a comprender la ausencia de unidades de primer y segundo orden, si este conocimiento se articula adecuadamente. Estos antecedentes muestran su potencial educativo.

De acuerdo con Ernest (2006) en nuestra descripción y análisis de la numeración mapuche: un conjunto de signos que pueden ser escritos, hablados o dibujados, la numeración oral en mapunzugun. Luego hay un

conjunto de reglas para producir las señales que contienen los signos, que en el caso de la numeración mapuche podemos nombrar algunos, como: los principios para contar correctamente, la puesta en correspondencia de cada elemento de un conjunto con los elementos de otro conjunto, vale decir la coordinabilidad; principio aditivo y multiplicativo, base diez,... Finalmente hay un conjunto de relaciones entre los signos, como la relación de biyección, puesto que a cada palabra numérica le corresponde sólo y sólo un elemento contado, la relación entre las palabras numéricas les ha permitido formar las expresiones numéricas mayores a mari (diez) y cuyo significado institucional en su contexto es contar y llevar registro de los acontecimientos.

Exponer la comparación de ambas prácticas discursivas y el análisis realizado, nos permite suponer a priori, que en la actuación de los estudiantes al enfrentarse al aprendizaje de la matemática escolar, emergen conflictos semióticos que dificultan su aprendizaje del conocimiento mapuche y del conocimiento escolar. En el siguiente apartado profundizamos más esta idea.

### **Números mapuches en las Orientaciones curriculares para la EIB**

A continuación exponemos la primera actividad propuesta por las orientaciones curriculares en matemáticas para la EIB en primer año básico. Nuestro currículo de matemáticas establece los estándares mínimos a alcanzar por todos los estudiantes en los distintos niveles educacionales en todo el territorio nacional, sin distinción de raza, credo, nivel socioeconómico ni ningún otro tipo de excepción. Sin embargo, en el caso de la EIB, existe un documento específico de matemática 'Orientaciones Curriculares para EIB', el que conjuga de alguna manera la propuesta didáctica del programa oficial de matemática para la educación básica y el contexto cultural en que se implementará esta enseñanza.

Al inicio de las actividades que propone este documento, encontramos la actividad genérica 1 que plantea (...) *El profesor pide a los niños que nombren a coro las partes de su cuerpo, en ambas lenguas (una cabeza, dos orejas, cinco dedos etc.).* (Ministerio de Educación, 2005, p.139). Esto indica

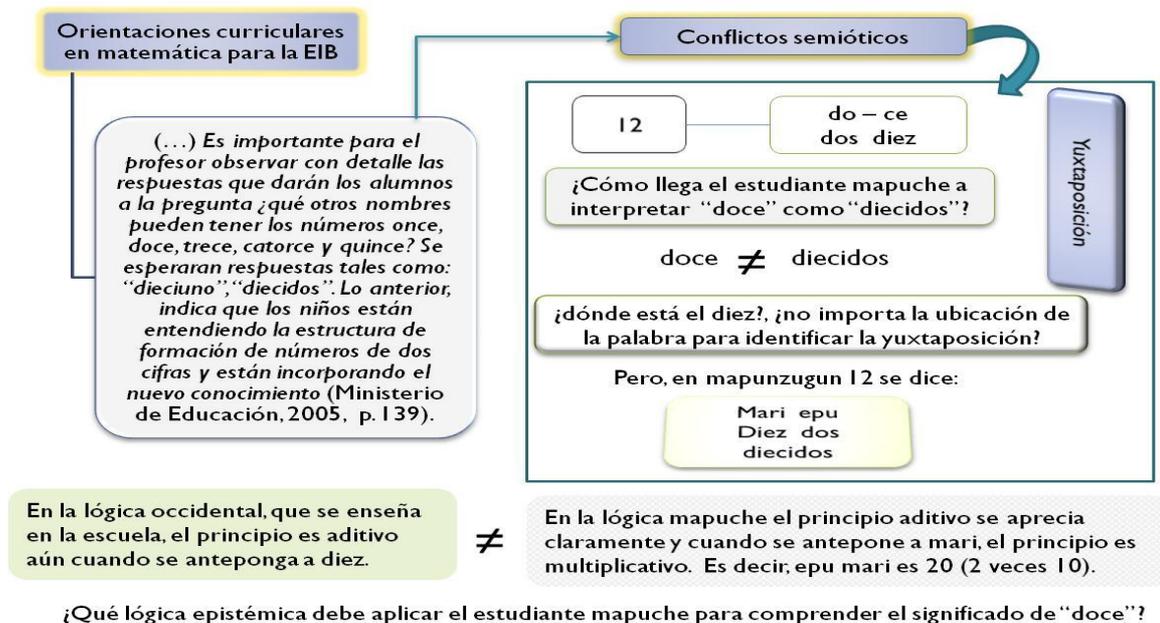
un primer encuentro entre ambas culturas matemáticas, asumiendo que los estudiantes ingresan a 1º año básico bilingües con un conteo intransitivo en castellano y mapuzugun. Luego, en la misma actividad, sugiere la introducción del concepto “cero”, sustentado en algo concreto y para ello propone.

*(...) El profesor agrupa a los niños y niñas de a tres y les nombra algún número, en ambas lenguas. Lo escribe en la pizarra, pidiéndole que lo representen con los dedos de sus manos. Si pedimos un número menor que 3, uno o dos niños no aportan dedo, con lo que expresamos la idea de que un niño no aporta nada, introduciendo el concepto de cero, sustentado sobre algo concreto (Ministerio de Educación, 2005, p.139).*

Este párrafo manifiesta el aprendizaje del cero como dígito que representa la ausencia de algo, sin embargo, creemos que en el tratamiento del cero debe haber un análisis didáctico matemático más profundo de cómo incorporar su simbología en el conocimiento matemático mapuche, ya que de acuerdo a su cosmovisión existe la palabra “ñielay” para indicar la ausencia de objetos concretos (Ministerio de Educación, 2005, p.139) y tenían una forma de registro que indicaba tal ausencia con un sistema de nudos.

En relación a este problema de las palabras para nombrar los números, se plantea al docente:

*(...) Es importante para el profesor observar con detalle las respuestas que darán los alumnos a la pregunta ¿qué otros nombres pueden tener los números once, doce, trece, catorce y quince? Se esperaran respuestas tales como: “dieciuno”, “diecidos”. Lo anterior, indica que los niños están entendiendo la estructura de formación de números de dos cifras y están incorporando el nuevo conocimiento (Ministerio de Educación, 2005, p.139).*



**Figura 4** Análisis, a priori, de conflictos semiótico

En la figura 4 podemos apreciar la distancia epistemológica entre el conocimiento matemático mapuche y escolar (Quintriqueo y Torres, 2013). Además, apreciar los conflictos semióticos que conlleva el primer encuentro de los estudiantes mapuches con la matemática escolar. Esta orientación curricular no considera que los números entre el “once” y “quince” en su oralidad y escritura castellana son irregulares y no se aprecia en ellos, explícitamente, la existencia del “diez” más la unidad. Para un adulto puede resultar fácil identificar que “do” es dos y “ce” es diez y, por tanto, doce y diecidos se refieren al mismo símbolo numérico 12. Pero para un niño de 5 o 6 años, no es tan obvio. Más aún, si viene con un conocimiento de su cultura de origen, que le dice que “mari epu” es 12 porque mari es 10 y epu es 2, entonces se tiene  $10 \text{ (mari)} + 2 \text{ (epu)} = 12 \text{ (mari epu)}$  y se aprecia literalmente la presencia de 10 y 2. Entonces, si el docente pregunta ¿de qué otra manera podemos nombrar “mari kiñe”, “mari epu”?, es más probable que la lógica epistémica mapuche le permita al estudiante asociar “mari epu” a “diez y dos” o “diecidos”.

Los matemáticos han convenido que el segmento “ce” representa al 10, pero podría ser que el estudiante asociara el agregado “ce” a “cero”, por estar más cerca de su escritura literal. En este caso, se perdería la yuxtaposición de la

adición en la formación del “doce” y no se comprendería que estamos frente a  $10 + 2$  y no al  $2 + 0$ , como podría interpretarse literalmente la palabra doce. Complejo escenario, ya que la relación del símbolo numérico y la palabra, requiere de una abstracción en la comprensión de la formación sintáctica de esa palabra y la relación con el signo que representa. Entonces, el aprendizaje “intransitivo” del número (Cid, et al., 2003) no asegura que estén comprendiendo la estructura morfo-matemática, si no ha habido una adecuada articulación entre “mari kiñe” y “diez y uno”, para luego llevarlos a la palabra “once”.

Asignar significado al aprendizaje de los sistemas de signos para incorporarlos a su cognición como objeto, supone establecer una función semiótica (Godino, Batanero y Font, 2007). En el ejemplo, vemos la disparidad de significados en dos sistemas de prácticas institucionales diferentes, mapuche y escolar. Entonces, ¿Cómo construye el significado personal el estudiante?

### **Conclusiones**

Ha quedado en evidencia la complejidad de aprender la matemática escolar en contexto mapuche. Esto supone para los niños un esfuerzo mayor en el aprendizaje de la matemática escolar por la complejidad semiótica que implica la comprensión de cada uno de estos sistemas de prácticas y su interacción. Por ello dejamos planteadas algunas preguntas:

- ¿Qué conflictos semióticos emergen en la actuación del estudiante mapuche en la solución de un problema matemático de conteo superior a la decena?
- ¿Qué significado atribuye el estudiante al principio de agrupamiento en mapunzugun?
- ¿Qué cambios serían necesarios en el currículo de matemáticas para articular adecuadamente el conocimiento matemático mapuche y la matemática escolar en los primeros niveles de la educación básica?

Resumiendo, aún cuando existe un reconocimiento formal de la etnomatemática mapuche, ésta no es abordada desde el punto de vista epistemológico como parte del “Kimün”, conocimiento mapuche. Por tanto, se hace necesario sistematizar el conocimiento matemático mapuche y cómo aprenden los estudiantes mapuches la matemática escolar. Más aún, si estos aprendizajes implican una re-significación y adaptación a códigos ajenos a su cultura. Los sistemas de prácticas mediados por la lengua mapunzugun merecen una atención y una respuesta a la cuestión semiótica y ontológica, como lo plantean Godino y colaboradores (Godino, Font, Wilhelmi y Lurduy, 2011). Por lo demás, si el conocimiento matemático de nuestros pueblos originarios, forman parte de su patrimonio cultural, entonces, debe revalorarse y enseñarse en la escuela para potenciar el espíritu crítico y de reapropiación de su historia y patrimonio cultural.

**Reconocimiento:** Trabajo realizado parcialmente en el marco del proyecto de investigación, EDU2012-31869, Ministerio de Economía y Competitividad (MINECO, España), el Programa de Capital Humano Avanzado de la Comisión Nacional Científica y Tecnológica, CONICYT BECAS CHILE 72150172 y la Corporación Municipal de Quilpué, Chile.

## Referencias

- Cid, E., Godino, J. D. y Batanero, C. (2003). *Sistemas numéricos y su didáctica para maestros*. Universidad de Granada. Disponible en, <http://www.ugr.es/local/jgodino>
- D'Ambrosio, U. (2000). Las dimensiones políticas y educativas de la etnomatemática. *Números*, (43), 439-444.
- Ernest, P. (2006). A semiotic perspective of mathematical activity: The case of number. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1-2), 67-101.
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en didactique des Mathématiques*, 22(2/3), 237-284.

- Godino, J. D., y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39, 127-135.
- Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R. y Lurduy, O. (2011). Why is the learning of elementary arithmetic concepts difficult? Semiotic tools for understanding the nature of mathematical objects. *Educational Studies in Mathematics*, 77(2-3), 247-265.
- Ministerio de Educación (2005). Orientaciones para la Contextualización de Planes y Programas para la Educación Intercultural Bilingüe NB1. Santiago, Chile.
- Quintriqueo, S., y Torres, H. (2013). Construcción de Conocimiento Mapuche y su relación con el Conocimiento Escolar. *Estudios pedagógicos*, 39(1), 199-216.
- Salas, S. S. (2014). *Etnomatemática y multiculturalidad en la educación básica en Chile. El caso de la aritmética mapuche*. Tesis de Máster. Universidad de Granada. España.
- Salas, S. S., Godino, J. D., y Oliveras, M. L. (2015). Números mapuches en el currículo de la lengua mapuzugun en la educación básica chilena. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 8(2), 194-213
- Vithal, R., y Skovsmose, O. (1997). The end of innocence: a critique of 'ethnomathematics'. *Educational Studies in Mathematics*, 34(2), 131-157.

## Diseño De Acciones Formativas Para La Enseñanza De Matemática

Cristina V. Varas, Gabriela Vilanova  
cristinavaras@hotmail.com, vilanova@uolsinectis.com.ar

Proyecto de investigación 29b177 “Aprender y Enseñar con las Tic como instrumentos Mediadores de construcción de conocimiento” Instituto de Tecnología Aplicada (ITA) Universidad Nacional de la Patagonia Austral

Unidad Académica Caleta Olivia ARGENTINA

### **Resumen**

Diseñar acciones de formación supone participar de un conjunto de decisiones en forma de juego de equilibrio entre el modelo pedagógico, los usuarios, según el rol de profesores y alumnos, y las posibilidades de la tecnología.

Los procesos educativos se han modificado para adaptarse a las condiciones sociales actuales. A su vez, la introducción de la tecnología en el campo educativo ha dado lugar a nuevos escenarios basados en el uso de las Tics (Tecnologías de la Información y la Comunicación), que configuran diferentes itinerarios de aprendizaje para cada individuo.

Es fundamental el rol de la universidad, convirtiéndose en la institución de la sociedad en red. En este sentido, las instituciones de educación superior deben responder a las demandas actuales de la sociedad y asegurar que los estudiantes adquieran las habilidades necesarias en el espacio de formación, y en los entornos de trabajo actuales y futuros.

Las propuestas desde la perspectiva de las Tic's como herramientas cognitivas parten del supuesto de usar las mismas para que los estudiantes aprendan "con ellas" mientras se involucran en la solución de problemas o en el desarrollo de tareas complejas. En particular el uso de software libre geogebra en curso de ingreso universitario permite desarrollar habilidades y

capacidades de los alumnos para la construcción de conocimiento de una manera autónoma.

**Palabras Claves:** Acciones formativas, Estrategias pedagógicas, innovación educativa

## **Introducción**

Las instituciones de educación superior han experimentado un cambio de cierta importancia en el conjunto del sistema educativo de la sociedad actual tales como desplazamiento de los procesos de formación desde los entornos convencionales hasta otros ámbitos, demanda generalizada para que los estudiantes adquieran las competencias necesarias para el aprendizaje continuo.

La gestión de proyectos de tecnología en las instituciones de educación superior no puede estar separada de la gestión de los entornos virtuales de formación, ya que en muchas de las decisiones que se toman en este proceso, se debe considerar el contexto y la práctica misma. La definición de la estrategia institucional es clave en cualquier proceso de introducción de una innovación. (Salinas, 1999)

La formación, superando las barreras del espacio y del tiempo, debe conseguir aprovechar y utilizar las tecnologías de la información y la comunicación de forma correcta, y esto sólo se consigue a través del obligado rediseño de las propuestas metodológicas de los programas de formación. Estas propuestas metodológicas han de basarse en la flexibilidad, en la interactividad y en el aprendizaje colaborativo en red, dado que la característica fundamental del aprendizaje se lleva a cabo en colaboración.

El rol del profesor cambia de la transmisión del conocimiento a los alumnos a ser facilitador en la construcción del propio conocimiento por parte de estos. El alumno es el centro o foco de atención en el que el profesor juega, paradójicamente, un papel decisivo.

Adoptar un enfoque de enseñanza centrada en el alumno significa atender a aquellas actitudes, políticas y prácticas que pueden ampliar o disminuir la 'distancia' de los alumnos distantes.

A diferencia del proceso de enseñanza aprendizaje tradicional, en el que el profesor marca el ritmo y dirige la actividad, en la enseñanza apoyada en las TIC, su rol se ve multiplicado y "acompaña" al alumno en su proceso de aprendizaje. Uno de los cometidos esenciales del formador, es el de actuar de organizador y facilitador de la participación. El alumno se convierte en protagonista de su propio proceso de aprendizaje y él mismo adquiere contenidos, destrezas y habilidades. (Cabero, 2007)

### **Curso de ingreso universitario (CIU) en la UNPA Universidad de la Patagonia Austral.**

La Universidad Nacional de la Patagonia Austral (UNPA), es una institución pública está ubicada al sur de la Patagonia Argentina, en la provincia de Santa Cruz. Está constituida por cinco Unidades de Gestión: Cuatro Unidades Académicas ubicadas en las localidades de Río Gallegos, Río Turbio, Caleta Olivia y Puerto San Julián, y el Rectorado que funciona en la ciudad de Río Gallegos (Figura 1, 2).

Las funciones de la Universidad abarcan a las actividades de docencia en carreras de pregrado, grado y postgrado, actividades de extensión, investigación y vinculación. Se dictan un total de 46 carreras en las distintas unidades académicas de diversas disciplinas de las ciencias exactas, sociales y humanidades.

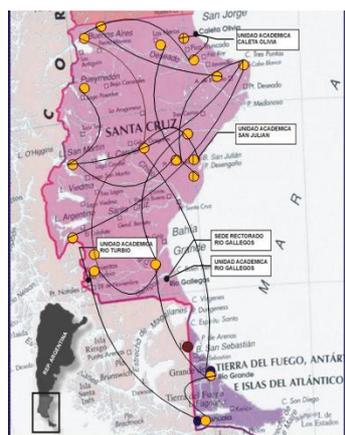


Figura 1. Zona de Influencia (UNPA). Figura 2. Imágenes Zona de influencia UNPA.

En la Unidad Académica Caleta Olivia el Curso de ingreso universitario se implementa desde el Programa de Acceso y Permanencia para alumnos ingresantes de todas las carreras como una instancia optativa y sin requerimiento de aprobación para el ingreso. Se habilitan varios ejes, entre ellos Matemática con el fin de preparar a los alumnos para el cursado de asignaturas de la carrera elegida.

### **ESTRATEGIAS DIDACTICAS PARA ENSEÑANZA DE LA MATEMATICA BASADAS EN GEOGEBRA**

Las herramientas cognitivas son instrumentos abiertos y modificables que los estudiantes operan y manipulan para ayudarse a si mismos a involucrarse en pensamiento constructivo, permitiéndoles pensar mas allá de sus propias limitaciones cognitivas. Los procesos de enseñanza-aprendizaje requieren que éstas contribuyan a la mejora de la calidad educativa.

A diferencia del proceso de enseñanza aprendizaje tradicional, en el que el profesor marca el ritmo y dirige la actividad, en la enseñanza apoyada en las TIC, su rol se ve multiplicado y "acompaña" al alumno en su proceso de aprendizaje. Uno de los cometidos esenciales del formador, es el de actuar de organizador y facilitador de la participación. El alumno se convierte en protagonista de su propio proceso de aprendizaje y él mismo adquiere contenidos, destrezas y habilidades. (Cabero, 2007)

Las herramientas cognitivas pueden asociarse con aplicaciones de software tales como bases de datos, programas de redes semánticas, micromundos, herramientas de autoría multimedia. Cuando dichas aplicaciones se usan correctamente, permiten a los estudiantes interactuar con el conocimiento en dos sentidos: por una parte, proveen de un formalismo estructural, lógico, que andamia diferentes tipos de pensamiento y representación del conocimiento; por otra parte, permiten a los estudiantes decidir como organizar y representar su conocimiento, más que actuar solamente de una manera pasiva y repetitiva. (Jonassen & Carr)

La estrategia pedagógica incluye el uso de material didáctico que se ha desarrollado titulado “Manual del ingresante. Eje Matemática” el cual contiene una guía de ejercicios para ser resueltos por los alumnos mediante el uso de software geogebra.

Los temas fundamentales que se desarrollan son: Expresiones algebraicas y operaciones, casos de factores, resolución de distintos tipos de ecuaciones, trigonometría, métodos de resolución de sistemas de ecuaciones y función lineal y cuadrática, además, y de manera paralela se ira enseñando enseña a utilizar las herramientas del programa Geogebra (versión 4.4); permitiendo explorar, visualizar, analizar, verificar y construir nuevos conocimientos. (Fig. 3 y 4)

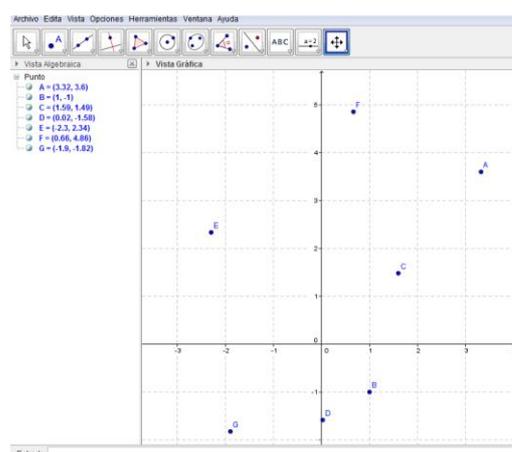


Fig 3: Ejemplo ejes cartesianos

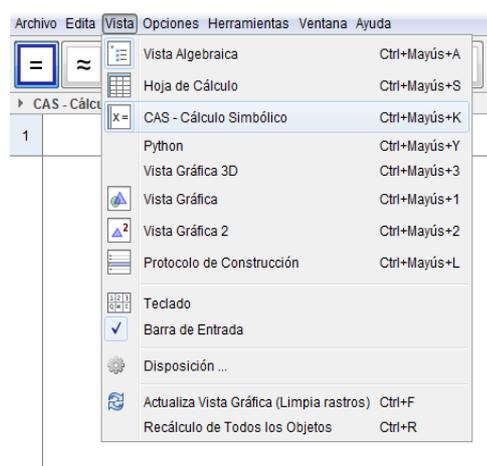


Fig. 4: Ejemplo menú

La innovación en las prácticas docentes, como es el caso del uso de geogebra, implican concepciones del proceso de enseñanza aprendizaje que acentúan la participación activa del alumno en el proceso de construcción de conocimiento.

Permite a los estudiantes interactuar con el conocimiento en dos sentidos, por un lado provee de un formalismo estructural, lógico causal, sistémico que andamia diferentes tipos de pensamiento y representación del conocimiento y por otro lado permite a los estudiantes decidir como organizar y representar su conocimiento, mas que actuar solamente de una manera pasiva y repetitiva.

## **Conclusiones**

La aplicación de las TIC a acciones de formación bajo la concepción de enseñanza flexible, abren diversos frentes de cambio y renovación a considerar, cambios en las concepciones (cómo funciona en aula, definición de los procesos didácticos, identidad del docente), cambios en los recursos básicos tales como contenidos materiales, infraestructuras (acceso a redes), uso abierto de estos recursos (accesibles al profesor, alumno) y cambios en las prácticas de los profesores y de los alumnos.

Las Tics no suponen, por sí mismas, una garantía de cambio positivo en la Universidad, y a ello se le suman nuevos retos como la modificación de los programas de las asignaturas, buenas prácticas docentes en el uso de las mismas, el control de calidad de los materiales, es así que como docentes universitarios interesados en dar respuestas a grupos de alumnos cada vez más heterogéneos y diversos debemos redefinir nuestro rol y asumir las funciones que implica.

Las instituciones de educación superior deben responder a las demandas actuales de la sociedad y asegurar que los estudiantes adquieran las habilidades necesarias en el espacio de formación, y en los entornos de trabajo actuales y futuros.

Diseñar acciones de formación supone participar de un conjunto de decisiones logrando el equilibrio entre el modelo pedagógico, los usuarios, según el rol de profesores y alumnos, y las posibilidades de la tecnología.

El diseño de las acciones formativas supone la planificación de la intervención docente en un proceso de comunicación educativa en forma de guía, orientación y seguimiento individualizado del trabajo del alumno durante todo el curso

Decidir una estrategia didáctica consiste en escoger la más adecuada combinación de métodos, medios y técnicas que ayude al alumno a alcanzar la meta deseada del modo más sencillo y eficaz, tal como en este caso es la propuesta del uso de Geogebra para ingresantes.

Es indudable que los alumnos en contacto con las TIC se benefician de varias maneras y avanzan en esta nueva visión del usuario de la formación. Esto requiere acciones educativas relacionadas con el uso, selección, utilización y organización de la información de forma que el alumno vaya formándose como un maduro ciudadano de la sociedad de la información.

## Referencias

Cabero, J. (2007). Tecnología Educativa. Ed. Mac Graw Hill.

Jonassen, David y Chad Carr (2000): "Mindtools: Affording multiple representation for learning", en Lajoie, Susan (Ed): Computers as cognitive tools: Vol 2. No more walls. Mahwah, NJ:Erlbaum.

Salinas, J. (1999). El rol del profesorado universitario ante los cambios de la era digital. I Encuentro Iberoamericano de perfeccionamiento integral del profesor universitario. Universidad Central de Venezuela. Caracas, 20-24 de Julio.

Salinas, J. (2004). Innovación docente y uso de las tics en la enseñanza universitaria. Revista de Universidad y Sociedad del Conocimiento. 1 (1) Barcelona (ESPAÑA). Recuperado de [http://www.uoc.edu/rusc/dt/esp/salinas1004.html] Fecha: Marzo 2015.

## Relación Entre Capital Cultural Y La Manera En Que Enfrentan Diversas Dificultades Los Jóvenes Migrantes De Localidades Rurales En Las Materias De Matemáticas Cuando Cursan La Licenciatura De Ingeniería Civil De La Universidad Autónoma De Chiapas (UNACH)

Erivan Velasco Núñez, Jesús Abidán Ramos Salas, Alma Rosa Pérez Trujillo

erivel79@hotmail.com, abidan\_salas@hotmail.com, almarpt@hotmail.com

### Resumen

La presente ponencia, que es un extracto de la investigación doctoral, tiene la intención de dar a conocer los avances de la misma. Haciendo referencia a una migración de jóvenes estudiantes del medio rural chiapaneco hacia un contexto determinado como lo es la Facultad de Ingeniería, así como exponer una gama de posibles dificultades que pueden enfrentar estos jóvenes cuando cursan las materias de contenido matemático en los primeros semestres de la licenciatura en Ingeniería Civil de la Universidad Autónoma de Chiapas. También comienzo a incorporar la noción de espacio social, como una configuración de las relaciones sociales que estos jóvenes pueden tener en la facultad de Ingeniería, usando para ello las nociones de capital cultural y de capital económico. Al mismo tiempo, también se incorpora la noción de sede, como aquel espacio donde estos jóvenes interactuarán, de manera específica, con el contenido matemático. Finalizando esta ponencia con la presentación de la metodología que se ha seguido en la investigación, así como la posible ruta metodológica a seguir.

**Palabras clave:** migración, jóvenes estudiantes, capital cultural y económico, problemas de aprendizaje.

### Introducción

La presente ponencia comienza sobre centralización de la educación superior en Chiapas, en la ciudad capital Tuxtla Gutiérrez, la cual se consulto en el último reporte estadístico de ANUIES. Esto con la finalidad de contextualizar los posibles lugares donde los jóvenes estudiantes del medio rural chiapaneco pueden llegar a realizar sus estudios universitarios. Después se comenta del fenómeno de migración de los jóvenes estudiantes del medio rural chiapaneco. Para continuar con la propuesta de considerar a la Facultad de Ingeniería como un espacio social, dentro del cual existen sedes de interacción entre el contenido matemático y estos jóvenes estudiantes. Finalmente comento la metodología que se piensa seguir en esta investigación.

### Centralización de la oferta educativa de nivel superior en la ciudad capital Tuxtla Gutiérrez

La educación superior en la ciudad capital Tuxtla Gutiérrez, cuenta con 38 Instituciones de educación superior de las 117 (ANUIES, 2015) que hay en el

Estado de Chiapas, como se puede observar en la siguiente figura 1, Y las remarcadas en negritas son las que ofertan la licenciatura en ingeniería Civil.

TUXTLA GUTIÉRREZ	
<b>PÚBLICAS:</b>	
<b>Universidad Autónoma de Chiapas (UNACH)</b>	Universidad Privada del Sur de México (UPSUM)
Universidad de Ciencias y Artes de Chiapas (UNICACH)	Universidad San Marcos (USAM)
Universidad Pedagógica Nacional (UPN)	Universidad Koben Yah
Universidad Politécnica de Chiapas	Colegio Universitario Versalles
Centro de Actualización del Magisterio	Colegio Español del Sureste
Colegio Licenciatura en Educación Física Cursos Ordinarios	Escuela Bancaria y Comercial (EBC)
Escuela de Enfermería de Tuxtla Gutiérrez	Escuela de Medicina Alternativa (EMA)
Escuela de Terapia Física del DIF	Escuela Gestalt de Arte y Diseño de Tuxtla
Escuela Normal Rural "Mactumactzá"	Instituto de Estudios Superiores del Centro de Chiapas (IESCECH)
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN NORMAL PRIMARIA DEL ESTADO	Instituto de Estudios Superiores Sor Juana Inés de la Cruz
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN NORMAL SUPERIOR CURSOS ORDINARIOS	Instituto de Estudios Superiores Tomás de Aquino
Escuela Superior de Trabajo Social Dr. Jesús Aquino Juan	Instituto Superior de Diseño de Modas Manique
Instituto Tecnológico de Tuxtla Gutiérrez	<b>Tecnológico de Monterrey (ITESM)</b>
	<b>Instituto de Estudios Superiores de Chiapas (IESCH)</b>
	Centro de Estudios Profesionales del Grijalva
	Centro de Estudios en Artes Culinarias y Enología
	Centro de Estudios Profesionales de Chiapas Fray Bartolomé de las Casas
	Centro de Estudios Superiores Benemérito de las Américas
	<b>Universidad de ciencia y tecnología Descartes</b>
<b>PRIVADAS:</b>	
<b>Universidad Valle del Grijalva (UVG)</b>	
Universidad Maya	
Universidad de Estudios Superiores de Tuxtla	
Universidad del Sur	
<b>Universidad del Valle de México (UVM)</b>	
Universidad Pablo Guardado Chávez (UPGCH)	

Figura 1 Directorio de Institutos de Estudios Superiores (IES) en Tuxtla Gutiérrez. Fuente: Elaboración propia con información de las páginas <http://www.altillo.com/universidades/mexico/de/chiapas.asp>, <http://www.anui.es/informacion-y-servicios/informacion-estadistica-de-educacion-superior/anuario-estadistico-de-educacion-superior> e investigación de campo.

Por su condición de bajo costo (Ver figura 2), respecto de las otras, la Facultad de Ingeniería civil sería la mejor oferta para los jóvenes estudiantes que migran del medio rural.



Figura 2. Costos para IC en las IES de Tuxtla Gutiérrez. FUENTE:

Elaboración propia con información obtenida de las IES

Aunado a eso, el prestigio que representa la carrera de Ingeniería Civil de la UNACH, su visión menciona “*ser una Institución Pública de Educación Superior con programas de calidad en los niveles de licenciatura, maestría y doctorado; con prestigio nacional e internacional;...*” (UNACH, 2015, p. 5) y el hecho de estudiar en una de las escuelas de nivel superior de mayor antigüedad en la ciudad de Tuxtla Gutiérrez. Ya que “*el...22 de diciembre de 1965, se crea la Escuela de Ingeniería Civil, con sede en la ciudad de Tuxtla Gutiérrez, y el 7 de marzo de 1966 se efectúa la apertura de los cursos.*” (UNACH, 2015, p. 7).

### **Migración de jóvenes estudiantes de contextos rurales a la ciudad de Tuxtla Gutiérrez**

Con respecto al proceso migratorio de los contextos rurales a la ciudad de Tuxtla Gutiérrez, Cruz. J, Robledo, G. & Del Carpio C. (2007) nos comentan

El proceso migratorio en la entidad es diverso... En la condición de migración interna los principales movimientos son los realizados por los grupos indios: desplazados por la guerra que salieron de sus comunidades a raíz de la guerra de 1994, los expulsados por motivos religiosos y los comerciantes (principalmente indígenas, zinacantecos, chamulas y tzeltales) que llegaron a la ciudad de Tuxtla Gutiérrez y tienen el control del comercio de frutas, legumbres y flores en los 14 mercados...(p. 142).

Otra discusión sobre una causa del fenómeno de la migración en Chiapas es el de Villafuerte y García (2006), quienes nos dicen

...el fenómeno migratorio en Chiapas, se considera a partir de los cambios en la estructura socioeconómica en la sociedad rural

chiapaneca pero, sobre todo, de la crisis de la producción y de los productores, crisis que comienza a partir de 1988 y se profundiza con el levantamiento armado en 1994. (p. 103)

Dentro del complejo fenómeno de migración del contexto rural, esta investigación considerará la migración de jóvenes estudiantes provenientes de localidades rurales<sup>3</sup> del estado de Chiapas que tienen la intención de estudiar una carrera universitaria en la ciudad de Tuxtla Gutiérrez, estos estudiantes han concluido su educación media superior y migran con la finalidad de tener una mejor calidad de vida, tal vez en la ciudad o al regresar a sus localidades de origen, en ese sentido, Gili V. (2010) nos dice que

La posibilidad de estudiar y de obtener un título profesional es percibida como un condicionante que puede conducir a los jóvenes a abandonar el campo, ya que una profesión es percibida como una fuente de seguridad y estabilidad en relación al trabajo del campo (p. 11).

O bien no quedarse en el habitus del agricultor, Gili V. (2010, p. 2) nuevamente, nos refiere que *“cuando se focaliza el tema de la juventud rural, una problemática aparece recurrente, la tendencia migratoria de jóvenes, justificada en gran parte por una visión negativa de la actividad agrícola y sus beneficios asociados a ella”*.

Estos jóvenes al lograr ingresar a la licenciatura de ingeniería civil de la UNACH, enfrentan problemas cuando cursan las materias de matemáticas, que en algunas ocasiones puede ser causa de deserción escolar, por ello esta investigación tendría por objetivo *evidenciar la relación del capital cultural inherente en los alumnos provenientes de las localidades rurales y la manera en superan o no los problemas en las materias de contenido matemático, cuando cursan los primeros semestres de la carrera de IC en la UNACH.*

## **Posibles dificultades que pueden enfrentar estos jóvenes**

El proceso de transición para pasar del bachillerato a la universidad conlleva un tiempo determinado de adaptación, Aguilar (2007, p. 2), nos dice, *“En sí misma la transición a la universidad es un proceso complejo, multifactorial, que requiere del estudiante, significativos y múltiples cambios, adaptaciones, comprendiendo un periodo, aproximado de dos años”*.

Pinillos (2012) también nos menciona que los principales trastornos que pueden surgir en las personas migrantes son:

### **Trastornos adaptativos**

---

<sup>3</sup> Según la definición de INEGI (2014), una localidad rural es aquella con una población menor a 2,500 habitantes. Aunque en un documento de la OCDE (2007, p. 39), la Secretaría de Agricultura, Ganadería, Desarrollo Rural, Pesca y Alimentación (SAGARPA) usa un umbral hasta de 20,000 habitantes para definir una población como rural. Para efectos de esta investigación se tomará el dato de la SAGARPA como criterio de definición del contexto de procedencia de los estudiantes de IC de la UNACH.

- Trastornos depresivos
- Trastornos por somatización

Tinto (2003, citado en Aguilar, 2007, p. 3) nos dice "...la decisión de permanecer o salir de los estudios superiores está en función del nivel de integración académica y social".

De los jóvenes provenientes de localidades rurales menciona Aguilar (2007) y en el sentido de la integración social.

El estudiante deberá también generar no solo nuevas maneras de pensar sino también nuevas relaciones sociales y culturales con sus profesores y compañeros; o sea nuevas redes de soporte social, que no siempre se logran en clases numerosas, con grupos de diversas características. Si a esto se le agrega el desplazamiento a otra ciudad, el desarraigo del hogar y de su entorno afectivo más cercano, resultara ésta, más dificultosa (p. 2).

Por otro lado, y en referencia lo que se enseña en las instituciones escolares (el sistema), Torres (2000) nos dice lo siguiente:

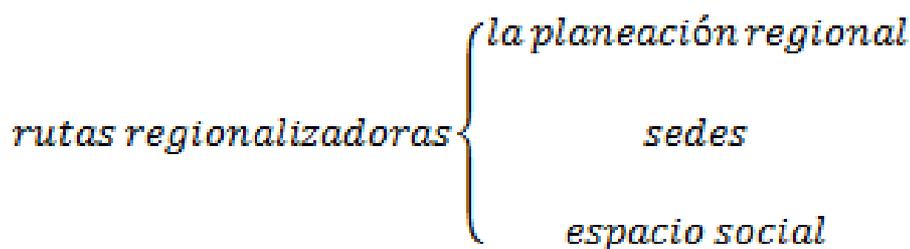
La única cultura que las instituciones académicas acostumbran a etiquetar como tal es la construida desde y con el visto bueno de las clases y grupos sociales con poder. De esta forma,...el idioma y la norma...que la escuela exige es la de los grupos sociales dominantes,..., las matemáticas (*por ejemplo, son usadas*)... para proteger una modalidad empresarial y el mundo de los negocios típicos de las sociedades de economía capitalistas, etc. (p. 138)

Para la sede y en el mismo sentido que Torres, Hernández (2012) nos dice:

La escuela (Facultad de Ingeniería), los docentes, los libros de texto, han privilegiado una lógica (razonabilidad) del proceso enseñanza/aprendizaje homogeneizadora y renuncia al reconocimiento de las diferencias regionales, culturales, económicas y territoriales de los alumnos y los profesores....(p.88)

## **Espacio social y Sedes de interacción en la configuración de una región**

Se exponen algunas rutas que se puede seguir en el proceso de regionalización (entendido éste proceso como el ejercicio que lleva a cabo el investigador al construir su región de estudio en una investigación específica). Las rutas que señalan Pons y Chacón (2014, pp. 30 – 37), son las siguientes:



Por otro lado Palacios, J.J. (1983) nos dice

... el termino región comporta dos significados fundamentales. El primero hace referencia a la noción abstracta de un ámbito en cuyo interior se cumplen ciertos requisitos de semejanza u homogeneidad, ya sea que éste se conciba en el mundo material que conocemos o en cualquier lugar del universo.

El segundo significado se inscribe en el nivel más reducido de generalidad para denominar ámbitos concretos de la realidad física y sus elementos. Concretamente aquí el término se utiliza para identificar porciones determinadas de la superficie terrestre, definidas a partir de criterios específicos y objetivos preconcebidos, los cuales pueden provenir de las ciencias naturales o de las ciencias sociales. (pp.3-4).

Con respecto a la segunda noción de Palacios (1983), existen 14 estudiantes en la licenciatura de ingeniería civil que provienen de localidades rurales.

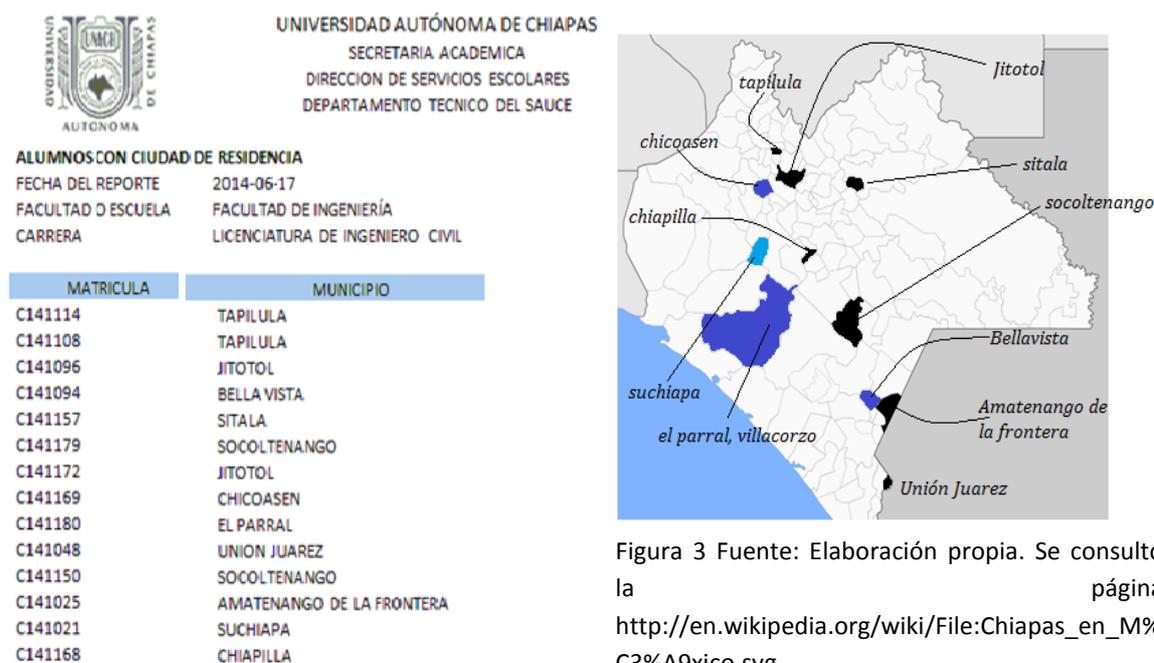


Figura 3 Fuente: Elaboración propia. Se consultó la página [http://en.wikipedia.org/wiki/File:Chiapas\\_en\\_M%C3%A9xico.svg](http://en.wikipedia.org/wiki/File:Chiapas_en_M%C3%A9xico.svg)

Fuente:Elaboración propia con información del Departamento de Control Escolar de la FI de la UNACH

Dentro de la primera noción de Palacios (1983) el de la noción abstracta, consideramos que estos jóvenes se encuentran homogenizados o son semejantes en los aspectos que caracterizan la localidad de procedencia, según Castro (2012, p. 185), por, “...vivir en territorios con densidad poblacional relativamente baja, con prolongada presencia de generaciones en éste, por tanto con importantes relaciones de parentesco asentadas en el lugar, con identidades ligadas al trabajo y relación con la tierra...”

En este mismo sentido se pronuncia, Maya, V. (2006, p. 7) quien nos dice “la población del medio rural merece especial atención; sus formas de vida, economía, modos de relación, comunicaciones, usos y costumbres son distintos a los propios del medio urbano”.

La noción abstracta sería un espacio social, donde los jóvenes estudiantes de las localidades rurales se distribuyen de acuerdo a su capital económico y cultural.

Dentro de este espacio existen espacios más específicos donde se dan interacciones entre individuos y el conocimiento matemático. Estos escenarios específicos dentro del espacio social, coinciden con el sentido de las *Sedes* de Giddens (1995) quien nos dice

En el desarrollo de la teoría de la estructuración he introducido dos nociones que tiene alguna concernencia aquí: los conceptos de *sede* y de *disponibilidad de presencia*... Las *sedes* denotan el uso del espacio para proveer los *escenarios* de interacción, y a su vez los escenarios de interacción son esenciales para especificar su *contextualidad* (p. 151).

Entonces, estos jóvenes provenientes de localidades rurales tienen inherentes un capital cultural, que es una concepción que en él individuo se construye a partir de tres aspectos Bourdieu (2011). Este capital cultural, suponemos, permite superar o no los problemas que se presentan en las materias con un contenido matemático en los primeros semestres de la IC de la UNACH.

- El estado incorporado: Es la incorporación a un individuo de lo que un objeto, cosa, etc., pueda transmitir. Por ejemplo, los buenos modales, el hábito por la lectura. Y puede adquirirse de manera totalmente encubierta o inconsciente y queda marcada por sus condiciones primitivas de adquisición.
- El estado objetivado: Se hace referencia a las propiedades... que se presentan en todas las apariencias de un universo autónomo y coherente. Es transmisible en su materialidad y permanece irreductible ante lo que cada agente o aún el conjunto de agentes puede

apropiarse de él. Por ejemplo, escritos, pinturas, libros, monumentos, etc.

- El estado institucionalizado: puede ser visto como lo adquirido en instituciones escolares, y que se refleja en el título o grado que ésta expide, vaya, institucionalizándose. (pp. 213-220)

Este capital cultural coincide con el propuesto por Bourdieu (2011b, p. 212) que nos dice “*La noción de capital cultural se ha impuesto, en primer lugar como una hipótesis indispensable para dar cuenta de la desigualdad en el rendimiento escolar de niños originarios de las diferentes clases sociales...*”

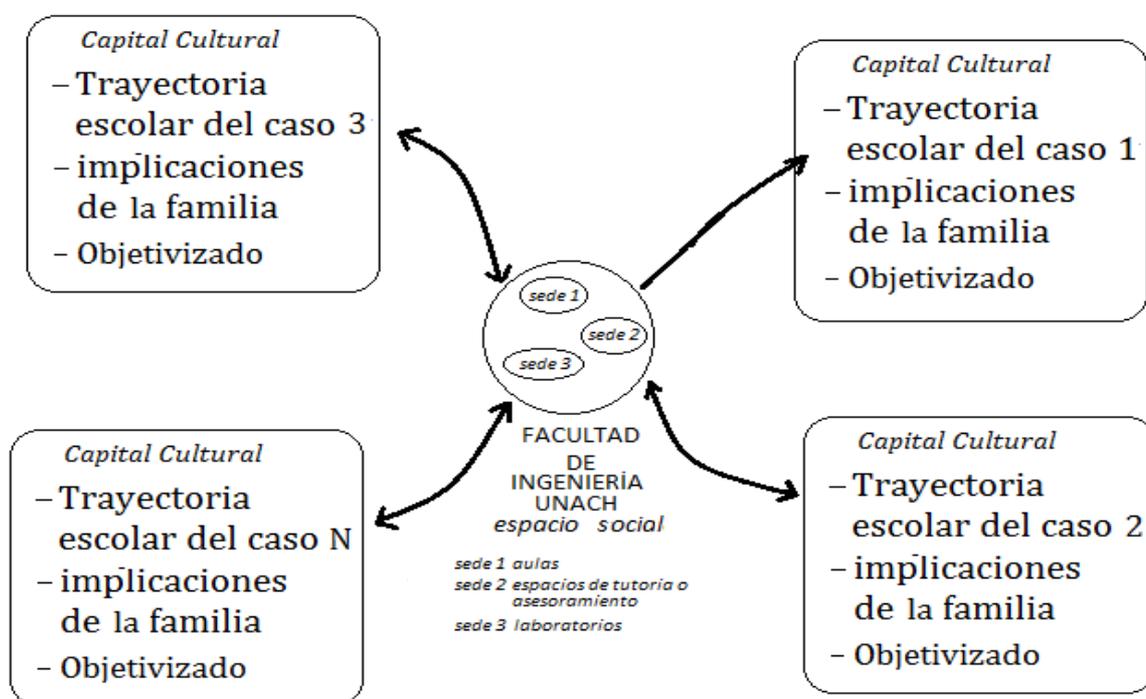


Figura 4 Capital cultural de los jóvenes del medio rural en la Sede. Fuente: el Autor

## Metodología

La **PRIMERA** es una investigación exploratoria que utilizará técnicas de recolección de información cuantitativas (para buscar las relaciones entre localidad rural de procedencia de los estudiantes con los índices de reprobación presentados al concluir el primer semestre de sus estudios (ciclo escolar enero-junio de 2014) en IC de la UNACH. Complementando esta etapa se realizará el análisis de contenido de los planes de estudios que se corresponden con los subsistemas en los cuales estudiaron el nivel medio

superior los estudiantes que reprobaron álgebra superior, cálculo diferencial y/o geometría analítica en el primer semestre.

Las actividades que se desarrollaron durante esta etapa son las siguientes:

1. Identificación de los alumnos procedentes de localidades rurales del estado de Chiapas mediante un cruce con la base de datos que se encuentra en Control Escolar de la FI y el tamaño de las poblaciones en Chiapas, con información del INEGI.
2. Identificación de alumnos de localidades rurales con materias reprobadas y sin materias reprobadas.
3. Identificación de alumnos de localidades urbanas con materias reprobadas y sin materias reprobadas.
4. Construcción de un cociente comparativo en cuanto al índice de reprobación en las materias de contenido matemático, entre alumnos de localidades rurales y alumnos de localidades urbanas.

Como resultado de esta primera etapa ya se tiene un listado de los estudiantes que serán investigados a profundidad durante la segunda etapa de la investigación.

La **SEGUNDA** etapa de la investigación se centrará en un análisis cuantitativo mediante el estudio de caso para la comprensión del capital cultural y el capital económico que poseen estos jóvenes de las localidades rurales, para configurar su distribución en el espacio social, sus vivencias en el seno familiar, para el estado incorporado en los hábitos de estudio para las matemáticas en el nivel superior, y como usan los libros, o cualquier material de apoyo para aprender matemáticas, esto para el estado objetivizado, y para el institucionalizado su trayectoria escolar.

Stake, (1998) nos dice

Estudiamos un caso cuando tiene un interés muy especial en sí mismo. Buscamos el detalle de la interacción con sus contextos. El estudio de casos es el estudio de la particularidad y de la complejidad de un caso singular, para llegar a comprender su actividad en circunstancias importantes (p. 11).

La metodología a utilizar durante esta segunda etapa será cualitativa y las actividades que se desarrollarán son las siguientes:

1. Entrevistas a profundidad con los estudiantes seleccionados. Para obtener información sobre el capital cultural y económico para aprender matemáticas y configurar así un espacio social.

2. Interpretación de los datos obtenidos de las entrevistas de trabajo. Para dar cuenta de la relación entre el capital cultural de los jóvenes de las localidades rurales y los problemas que enfrentan los estudiantes en el aprendizaje de la matemáticas en los primeros cinco semestres de la IC de la UNACH.

## Conclusiones

Se ha elaborado un trabajo documental y de campo, creo yo, lo suficiente para seguir con el proceso de la selección de los posibles colaboradores para la investigación. Al ser la UNACH una institución de educación superior con prestigio, antigüedad y de bajo costo seguramente se encontraran a los jóvenes estudiantes que provienen de localidades rurales. Es en ellos que se debe hacer un estudio a profundidad para tratar de evidenciar la relación que pueda existir entre el capital cultural inherente en ellos con los problemas que ellos enfrentan cuando cursan las materias de matemáticas en los primeros semestres de la licenciatura en Ingeniería Civil en la UNACH.

## Referencias bibliográficas

- Aguilar, M. del C. (2007) *La transición a la vida universitaria. Éxito, fracaso, cambio y abandono*. IV Encuentro Nacional de Docentes Universitarios Católicos-ENDUC IV “Universidad y Nación. Camino al bicentenario” Recuperado de <http://www.enduc.org.ar/enduc4/trabajos/t064-c36.pdf>
- ANUIES (2015) **Anuario Educación Superior – Licenciatura**. Recuperado de <http://www.anui.es.mx/informacion-y-servicios/informacion-estadistica-de-educacion-superior/anuario-estadistico-de-educacion-superior>
- Bourdieu, P. (2011) *Las estrategias de la reproducción social*. 1ra ed. Buenos Aires: Siglo XXI
- Castro, A. (2012) Familias rurales y sus procesos de transformación: Estudio de casos en un escenario de ruralidad en tensión. *Psicoperspectivas*, 11(1), 180-203. Recuperado el 20 de Octubre del 2014 desde <http://www.psicoperspectivas.cl/index.php/psicoperspectivas/article/viewFile/172/188>
- Cruz, J., Robledo, G. & Del Carpio C. (2007) *Las migraciones internas de los pueblos indígenas de Chiapas*. El colegio de la Frontera Sur y Universidad Intercultural de Chiapas. México.
- Giddens, A (1995) *La constitución de la sociedad. Bases para teoría de la estructuración*. Buenos Aires: Amorrortu Editores.
- Gili, V. (2010) *Percepciones y representaciones de jóvenes horticultores acerca del trabajo agrícola y el medio rural*. VII Congreso Latinoamericano de Sociología Rural. Porto de Galinhas, Pernambuco: Brasil. Recuperado de <http://www.alasru.org/wp-content/uploads/2011/08/GT13-Valeria-Gili.pdf>

- Hernández, H. (2012) *Aprendizaje de las matemáticas: Un acercamiento a las estrategias de construcción de conceptos matemáticos en la carrera de Ingeniería Civil*. Tesis de Doctorado, Universidad Autónoma de Chiapas, Tuxtla Gutiérrez.
- INEGI (2014) *Glosario*. INEGI. Información para niños y no tan niños  
Recuperado de <http://cuentame.inegi.org.mx/glosario/r.aspx?tema=G>
- Maya, V. (2006) La educación de las mujeres en el medio rural. *Convergencia con Europa y cambio en la universidad: XI Conferencia de Sociología de la Educación: Santander, 22, 23, y 24 de septiembre de 2006*. Consultado de file:///C:/Users/erivan/Downloads/Dialnet-LaEducacionDeLasMujeresEnElMedioRural-2376713%20(1).pdf
- OCDE (2007) Estudios de política Rural, México. OECD Rural Policy Reviews MEXICO. OECD.
- Palacios, J. (1983) El concepto de región: la dimensión espacial de los procesos sociales. *Revista Interamericana de Planificación*. Vol. XVII, No. 66 México. Pp. 56-68.
- Pinillos, M. (2012) Intervención psicosocial y educativa para prevención de riesgos asociados a procesos migratorios. *Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales, Niñez y Juventud*, 10(1), pp.579-591
- Torres, J (2000) *Globalización e interdisciplinariedad: el curriculum integrado*. Madrid, España: Ediciones Morata S.L.
- Stake, R. E. (1998) *Investigación con estudio de casos*. 2da ed. Madrid: Ediciones Morata S.L.
- UNACH (2015) *Inducción a la licenciatura en Ingeniería Civil*. Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Chiapas. Consultada el 2 enero del 2015 en <http://www.ingenieria.unach.mx/>
- Villafuerte, D. & García, M. (2006) Crisis rural y migraciones en Chiapas. *Migración y Desarrollo*, primer semestre 2006.

## Tendencias Formativas En Matemática Educativa. El Discurso Docente Universitario

Rita Angulo Villanueva  
Universidad Autónoma de San Luis Potosí

### **Resumen**

La tendencia formativa prevaleciente entre los profesores universitarios que forman alumnos para desempeñarse como profesores de matemáticas, actúa como uno de los criterios para la orientación del curriculum y para la adecuación de los contenidos que lo componen. Otro criterio que alcanza tanto a la tendencia formativa en sí, como a la modificación de contenidos, es la tendencia de pensamiento, a la vez que representación social, de un grupo social específico. Hemos llamado a dicha tendencia Estructura Conceptual Científico Didáctica (ECCD), categoría teórica que subyace a esta investigación. Está en proceso una investigación de dos fases que levantó en la primera fase la opinión de profesores universitarios acerca de la orientación formativa y las formas de adecuación de contenidos; en este documento se presentan los resultados acerca de la tendencia formativa. Se levantaron 12 entrevistas a profundidad que fueron analizadas mediante análisis de discurso y 31 cuestionarios cerrados cuyos datos corroboraron los obtenidos en las entrevistas. Entre los resultados se encontró que la tendencia formativa está compuesta por siete dimensiones consideradas trascendentes en la formación de los futuros profesores de matemáticas: Competencias pedagógicas, Competencias matemáticas, Habilidades de investigación, Competencias Integradoras y Otras competencias. A lo largo de este documento se amplía la base teórica del mismo y se describen los componentes (conjuntos temáticos) de cada dimensión detectada en la investigación.

**Palabras Clave:** curriculum, selección contenidos, formación

### **Problematización**

Las matemáticas en tanto ciencias exactas y formales (Foucault, 1969/79: 317) han sido objeto de su enseñanza desde tiempos inmemoriales

a través de la repetición de los mismos procesos de producción de conocimiento: Descripción, explicación y demostración. Cuando la matemática se enseñaba mediante una relación maestro-aprendiz la discusión entre ambos era directa y permitía la reflexión razonada de los fundamentos, procesos y resultados. En tanto que, cuando la escuela se masifica, pensemos en el renacimiento europeo, las escuelas surgen como hoy las conocemos para controlar y enseñar en grupo, la posibilidad de la reflexión conjunta disminuyó notablemente, la cátedra docta se tornó en el modelo de enseñanza y el lugar de la reflexión, al menos entre docentes y discentes fue diluyéndose.

Los matemáticos que trabajan actualmente tanto en la industria como en la investigación y generación de tecnología han sido formados en las universidades bajo un modelo de conocimiento (y enseñanza) que posee tres características centrales: i) ignora la situación contextual de los estudiantes así como las prácticas sociales y profesionales concretas en que habrán de desarrollarse los conocimientos matemáticos; ii) utilizan modelos curriculares que constantemente se ven rebasados por un acelerado y vertiginoso cambio científico, tecnológico y social; y, iii) el modelo de enseñanza se ha visto fuertemente orientado por tendencias derivadas de la psicología (conductismo, constructivismo y cognoscitivismo) que centran en el aprendizaje a partir de la pretensión de asociar procesos cognitivos a procesos matemáticos (Godino, 1991: 17), particularmente en los niveles de educación básica y media superior. En opinión del autor anterior el aprendizaje de las matemáticas, si bien debe conocer y reconocer los procesos cognitivos de quienes aprenden, debe sustentarse en la comprensión de los conceptos matemáticos básicos, es decir, en la estructura disciplinaria. Es precisamente esta **problemática** la que convocó la investigación de la que ahora presentamos sus primeros resultados; la búsqueda de estructuras conceptuales científico didácticas (ECCD) como criterio para la selección de contenidos y base para su modificación continua se constituyó en el objetivo de tal investigación.

En otro sentido, la mayoría de los estudios sobre el aprendizaje de las matemáticas se apoyan en casos y datos de niños y adolescentes, muy pocos refieren apreciaciones en el nivel de educación superior donde los estudiantes ya son adultos.

Llevar el conocimiento científico de la matemática a la formación dentro de las universidades implica un proceso que –necesariamente– transforma el conocimiento científico en contenido escolar. Este proceso ha sido llamado representación (Lundgren, 1991) e implica la selección, omisión y legitimación de contenidos. Desde nuestra perspectiva el conocimiento se saca del contexto (descontextualización) al pasarlo del ambiente científico al escolar en el que se da una recontextualización que pedagógicamente exige la reformulación del conocimiento (Angulo, 2007a: 55-58; Godino, 1991: 23 y Chevallard, 1985/1997).

El proceso de reformulación del conocimiento científico a contenido educativo en la universidad tiene como consecuencia una fragmentación del conocimiento. Dicha *fragmentación* constituyó el **objeto de estudio** de la investigación. El impacto de este proceso alcanza tanto al currículum (en la selección y organización de los contenidos) como a la enseñanza en la comprensión de los mismos.

En el caso del currículum la fragmentación se aprecia en la mutiplicidad de materias que se integran en un currículum, a veces, sin relación unas con otras y en los contenidos que en muchos casos derivan de índices de libros o, fundamentalmente, de la estructura del propio profesor quien, con base en su experiencia reformula los contenidos que incluye en sus programas.

En el caso de la enseñanza, la fragmentación genera en los estudiantes de licenciatura vacíos en el esquema conceptual y, en los resultados de aprendizaje crea bajo rendimiento, altos índices de reprobación y, lo más grave, la incapacidad de aplicar el conocimiento adquirido a la comprensión contextual de los fenómenos.

Godino (1991:22) destaca tres tipos de obstáculos para el aprendizaje matemático: ontogenéticos (propios del estudiante), didácticos (propios de una mala elección de estrategia de enseñanza) y epistemológicos (propios del concepto matemático). Este último tipo de obstáculo puede arrojar cierta luz para comprender el problema de fragmentación del conocimiento producido por la organización curricular. Es decir, el propio conocimiento matemático como obstáculo es identificable a partir de un análisis histórico que permitiese encontrar el punto en el que dicho obstáculo fue superado en el proceso de producción histórica del conocimiento y cómo. De tal forma que su identificación coadyuve tanto a una más pertinente organización del contenido curricular como al diseño de secuencias didácticas mejor estructuradas (Díaz Barriga, 2013: 19-26). Con la finalidad de contribuir a mejorar los procesos de reformulación del conocimiento científico en los currícula universitarios, así como los resultados de aprendizaje de los estudiantes de matemáticas educativas, fue necesario efectuar estudios que profundizaran en las causas de la falta de integración de conocimiento, particularmente los referidos a la fragmentación del conocimiento.

Se partió de los **supuestos** de que: 1. Existe una fragmentación del conocimiento en la enseñanza y el aprendizaje de la enseñanza de las matemáticas como resultado del proceso de transformación del conocimiento en contenidos educativos; y 2. Los profesores pueden propiciar una comprensión integrada del conocimiento científico en los alumnos a partir de reconocer sistemáticamente la Estructura Conceptual Científico Didáctica (ECCD) con base en la que organizan los contenidos de su materia y los que enseñan a los estudiantes.

Se está realizando una investigación que abarca tanto el proceso de reformulación del conocimiento en contenido educativo como el de la integración del conocimiento por parte de los alumnos. La primera fase (sobre reformulación del conocimiento) fue terminada ya. Los resultados de esta fase se agruparon en dos dimensiones, la referida a la orientación formativa y la referida a la selección y organización del conocimiento

El **objetivo** de este documento es presentar los resultados sobre las tendencias existentes en el discurso de los profesores con respecto a la orientación formativa.

Los **principios teóricos** que apuntalan la investigación derivan de la concepción de la ECCD que es una forma de pensamiento utilizada como parámetro para la modificación de contenidos en una carrera. Está constituida por conocimientos y relaciones entre conocimientos científicos y por consideraciones pedagógicas para seleccionarlos, organizarlos y enseñarlos. La ECCD es un hecho social característico de un cierto grupo. Por ser de tipo mental se considera una representación...“representar es hacer presente [algo] en la mente, en la conciencia” (Jodelet, 1993) por medio de signos o símbolos. La representación a pesar de ser consciente opera automáticamente, el profesor que recurre a ella lo hace sin pensarla explícitamente, no la reconoce como un esquema organizado y no sabe que la está utilizando como criterio de selección.

La Teoría de las representaciones sociales (Moscovici y Jodelet, 1993) permite comprender la ECCD como un modelo teórico que revela la interacción entre disciplinas científicas y pedagogía (Jodelet, 2000:11), asume la posibilidad del “...encuentro entre distintas corrientes de pensamiento...” (Jodelet, 2000:13).

Las representaciones sociales, según Jodelet (1993), son: imágenes mentales sobre objetos (a) que concentran un conjunto de significados (b) implícitos en los elementos de la representación. Los elementos de la representación (c), implican sistemas de referencia (d) que permiten la interpretación y dar un sentido a la realidad (e). Son a la vez categorías (f) para clasificar informaciones o novedades. Constituyen teorías (g) y una forma de pensar la realidad (h) que permite fijar posición (i). Conllevan una forma de conocimiento social (j). En la propuesta se desarrollarán cada uno de estos elementos asociados a la ME. Para su profundización teórica consultar Angulo (2007).

La representación social siempre está referida a un objeto, adopta el carácter de imagen una vez que ha sido percibido por el sujeto, tiene un carácter simbólico y significativo, constructivo, autónomo y creativo (Jodelet, 1993). Es temporal y se reconstituye continuamente.

Cada grupo de profesores, según su formación y especialidad así como experiencia, podría disponer la estructura de distinta forma e incluso no incluir los mismos conceptos. No obstante, considero que en la ECCD existen conceptos nodales comunes a todos los profesores-investigadores y que son los mismos que contiene la estructura de la disciplina.

La construcción de las representaciones sociales pasa por: La construcción de lo real en una representación social; y, El anclaje de ésta en el imaginario colectivo. Ambas actividades permiten relacionar la actividad cognitiva con lo social (Jodelet, 1993).

La construcción implica: a) una selección y descontextualización de informaciones; b) la objetivización de las informaciones por medio de imágenes; c) la constitución de un núcleo figurativo mediante la organización de las imágenes y sus relaciones; y, d) la naturalización de los elementos del núcleo figurativo al concederles una ubicación en la estructura.

El anclaje conlleva: a) la asignación de sentido, b) la instrumentalización, c) el anclaje en sí, y d) el enraizamiento. El anclaje implica el enraizamiento en un grupo social, es decir, el grupo que comparte la ECCD.

¿La Matemática Educativa como disciplina científica tiene un objeto de investigación híbrido en tanto abrevan en ella conceptualizaciones provenientes de las ciencias exactas, las ingenierías y las ciencias humanas y sociales?, ¿existe fragmentación del conocimiento entre los componentes de contenido pedagógico y matemático? ¿la fragmentación del contenido ofrece dificultades a los alumnos universitarios para integrar el conocimiento matemático educativo?

## Metodología

La investigación que realizamos es de carácter cualitativo, tuvo dos momentos, en el primero se levantaron 12 entrevistas a profundidad con profesores de matemática educativa de dos universidades. Con base en los resultados de las entrevista se diseñó, para el segundo momento, un cuestionario cerrado que fue aplicado a 31 profesores, mediante sus resultados de corroboró la información obtenida con el primer instrumento.

En el primer momento se aplicó la metodología de análisis del discurso (Angulo, 2007) para la recopilación, procesamiento, análisis e interpretación de los datos. El análisis del discurso es una forma de trabajo para identificar y comprender la carga significativa de un conjunto de expresiones textuales. Se basa en las conceptualizaciones de articulación y articulación significativa propuestas por Alicia de Alba (1995) precisamente para su trabajo sobre análisis discursivo.

Como todo trabajo de carácter hermenéutico, nuestra metodología ha sido construida por aproximaciones a los objetos de estudio y por tanto, consideramos, que está y seguirá estando en construcción, buscará siempre interrogar al objeto para comprenderlo y, en función, de la información proporcionada por el objeto, buscará reconstruirse para avanzar en dicha comprensión (De Alba, 1995). En este punto estamos concibiendo a ésta metodología como un objeto en construcción.

“La metodología, de manera general, pasa por la construcción del objeto, el planteamiento de hipótesis de trabajo, el diseño de categorías de análisis, la recolección de expresiones textuales, la primera lectura para identificación de fragmentos discursivos en expresiones textuales (1er. Nivel del discurso); la integración de fragmentos discursivos por categoría (2º.nivel del discurso); la identificación de palabras clave (3er. Nivel del discurso); el agrupamiento de palabras clave en tópicos comunes (4º. Nivel del discurso)...” (Angulo, 2007:116). Los resultados de este análisis se expresan en categorías teórico analíticas.

En el segundo momento, se recopilaron 31 cuestionarios a profesores en matemática educativa de diez instituciones ubicadas en diez estados de la república. El cuestionario fue cerrado con siete preguntas de opinión\*, se empleó una escala tipo Lickert de cuatro grados para cada pregunta. Las preguntas emanaron de las categorías detectadas en el análisis discursivo realizado en el primer momento de la investigación y pretendían contrastar los resultados obtenidos en el primer momento.

### Los resultados

#### A. Sobre la entrevista a profundidad

Cuadro No. 1



Esta entrevista se aplicó a 12 profesores de dos universidades en el mes de mayo del 2014, permitió detectar las tendencias de pensamiento con respecto a la orientación formativa que deberían tener la Carrera de licenciatura en Matemática educativa. El cuadro

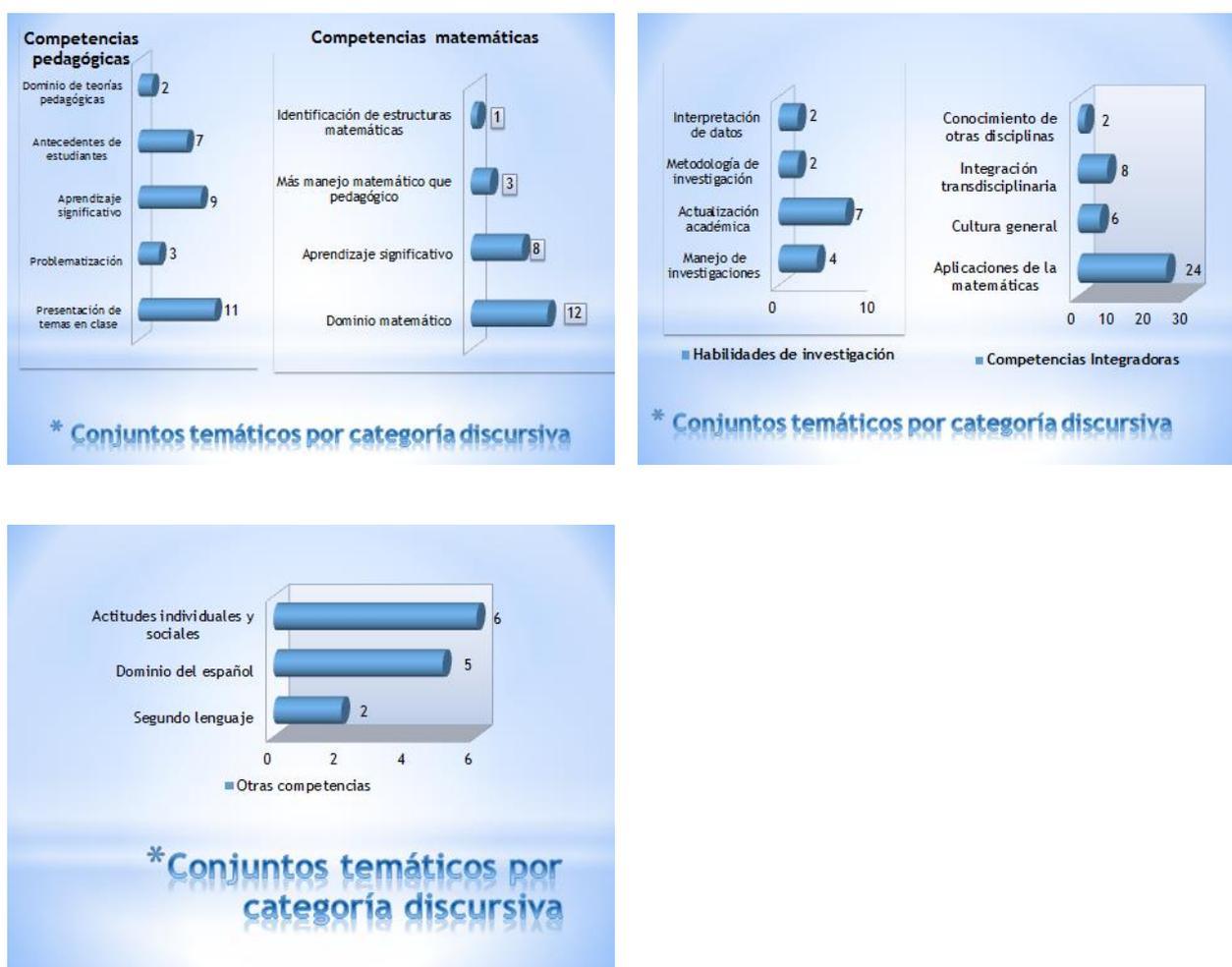
No. 1 muestra que se detectaron 7 categorías analíticas, misma que fueron construidas a partir de 118 fragmentos relevantes, dichos fragmentos fueron agrupados en conjuntos de ideas con el mismo sentido y significado, se les llamó conjuntos temáticos.

Cada categoría incluye varios conjuntos temáticos (5 para la categoría Competencias pedagógicas, 4 para cada una de las categorías nominadas como *Competencias matemáticas*, *Habilidades de investigación* y *Competencias Integradoras* y, 3 para la categoría *Otras competencias*).

Las categorías y conjuntos temáticos aparecen en el cuadro No. 2, como puede observarse en la categoría Competencias pedagógicas el conjunto temático más señalado fue la Habilidad para presentar clase. En la categoría competencias matemáticas fue el Dominio matemático el conjunto

más reconocido, en tanto que en la categoría Habilidades de investigación el conjunto Actualización académica fu el de mayor relevancia, por su lado en la categoría Competencias integradoras es el conjunto temático Aplicaciones de la Matemática la más importante, por último, en la categoría de Otras competencias, las actitudes éticas tanto individuales como sociales fueron consideradas de mayor importancia.

Cuadro No. 2 Conjuntos temáticos por categoría discursiva

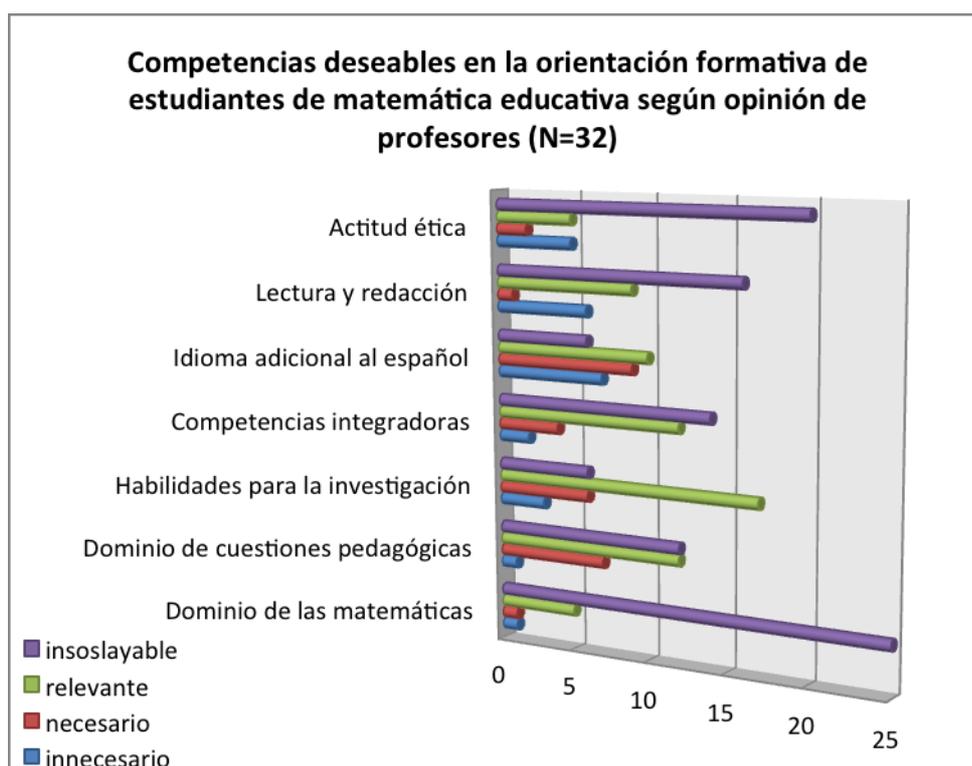


Las categorías y sus conjuntos temáticos muestran las ideas acerca de la orientación que debe darse a los matemáticos educativos en las universidades. Representan la tendencia de pensamiento en los profesores universitarios que imparten clase en este nivel educativo. Conforman, por otro lado uno de los criterios con base en los que los profesores seleccionan, omiten y adecuan contenidos cotidianamente.

Los resultados hasta aquí expuestos fueron corroborados mediante los resultados obtenidos a través del cuestionario que se aplicó a 31 profesores de todo el país en el período noviembre 2014 – abril del 2015.

*B. Sobre el cuestionario*

*Cuadro No. 3*



Puede apreciarse en el cuadro No. 3 que los resultados obtenidos a través de entrevista a profundidad fueron corroborados por el cuestionario cerrado aplicado posteriormente. Dichos resultados confirman la presencia de las mismas 7 categorías detectadas, en este caso la categoría considerada de mayor trascendencia en la formación de matemáticos educativos fue el Dominio de las matemáticas, en segundo término aparece el dominio de la Lectura y la redacción, en tercer término destacan las competencias integradoras y en cuarto sitio las competencias pedagógicas, para dejar en

los últimos sitios el dominio de habilidades para la investigación y el manejo de un idioma adicional.

Si se contrastan los resultados de la entrevista a profundidad con los del cuestionario, puede apreciarse que todas las categorías permanecen como importantes para la formación, si bien varía la importancia de cada una de ellas. Llama la atención que las Habilidades para la investigación sean consideradas como las más relevantes pero no sean estimadas como insoslayables.

## **Conclusiones**

Los datos presentados sucintamente nos permiten estimar que existe una tendencia de pensamiento compartida entre profesores que imparten clase en carreras o posgrados de Matemática educativa. Dicha tendencia privilegia el dominio de las matemáticas como la competencia más deseable en la formación de Matemáticos educativos. Cabe destacar que también consideran de importancia, aunque no fundamental, las habilidades para la investigación.

## **Bibliografía**

- Angulo, R. (2007). *La estructura conceptual científico didáctica*. México: Plaza y Valdés.
- De Alba, A. (1995). *Expectativas Docentes ante la Problemática y los Desafíos del Curriculum Universitario en México (Tomo 1). Tesis para optar por el título de Doctor en Pedagogía. Madrid: Universidad Nacional de Educación a Distancia.*
- Chevallard, Y. (1985/1997). *La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires: Aique.
- Díaz-Barriga, A. (2013). *Secuencias de aprendizaje. ¿Un problema del enfoque de competencias o un reencuentro con perspectivas didácticas? En Revista del curriculum y formación del profesorado, pp. 11-33, Vol. 17, N° 3, (sept.-diciembre). Granada, España: Universidad*

de Granada. [Consultado el 17 de enero del 2014] en <http://www.ugr.es/~recfpro/rev173ART1.pdf>

Foucault, M. (1969/79). *La Arqueología del saber*. México: Siglo veintiuno editores.

Godino, J. (1991). *Hacia una teoría de la didáctica de la matemática*, en Gutiérrez, A. *Área de conocimiento: Didáctica de la Matemática*, pp. 105-148. Madrid: Síntesis.

Jodelet, D. (1993). *La representación social: fenómenos, concepto y teoría*, en S. Moscovici (comp.), *Psicología social II. Pensamiento y vida social. Psicología social y problemas sociales*, 469-494. Barcelona: Paidós.

(2000). *Representaciones sociales: contribución a un saber social sin fronteras*, en D. Jodelet y A. Guerrero (comps.) *Develando la cultura. Estudios en representaciones sociales*, 7-30. México: Universidad Nacional Autónoma de México.

Lundgren, U. P. (1991). *Teoría del curriculum y escolarización*. Madrid: Morata.

\* Las siguientes competencias fueron propuestas como deseables en la formación de Matemáticos Educativos por profesores que dan clases en esta área de conocimiento: Dominio de las matemáticas, Dominio de cuestiones pedagógicas, Habilidades para la investigación, Capacidad para integrar conocimientos y aplicar las matemáticas a la vida cotidiana, Manejo de idioma adicional al español, Lectura y redacción fluidas, claras y congruentes, Actitud ética ante lo personal y lo social. Estime la pertinencia de cada competencia de acuerdo con la escala: 1 Innecesario, 2 Necesario pero no indispensable, 3 Muy relevante, 4 Insoslayable.

## Evaluación De Aprendizajes En Ambientes Virtuales

Laura Lezcano

Universidad Nacional de la Patagonia Austral, Santa Cruz, ARGENTINA  
lezcanolaura@gmail.com

Proyecto de investigación 29b177 “Aprender y Enseñar con las Tic como instrumentos Mediadores de construcción de conocimiento”. Instituto de Tecnología Aplicada (ITA) Universidad Nacional de la Patagonia Austral.  
Unidad Académica Caleta Olivia ARGENTINA

### **Resumen**

La cuestión de la evaluación relacionada al uso de Tic no se refiere sólo a transferir modelos de evaluación tradicionales a entornos virtuales o analizar si es necesario generar nuevas concepciones relacionadas con los propósitos y formas de evaluación. Lo que debe interesar son los fundamentos pedagógicos que sustentan una evaluación auténtica en los entornos virtuales, que oportunidades de aprendizaje y evaluación se pueden crear mediante tic, o en qué aspectos se enriquecen o empobrecen actuaciones tanto de los profesores como de los estudiantes.

La evaluación es un elemento constitutivo de los procesos de enseñanza y de aprendizaje, y como tal, resulta fundamental para producir información que les permita a los estudiantes reconocer aciertos y dificultades en su proceso y actuar en consecuencia, implementando estrategias de estudio y aprendizaje. Al mismo tiempo, brinda información vital para que el docente reoriente su diseño de enseñanza. Desde esta perspectiva, la evaluación se realiza en diferentes momentos del proceso educativo y sobre diferentes elementos y situaciones.

Es necesario considerar una evaluación congruente con la concepción del proceso de aprendizaje de partida. De allí la importancia de interesarse por los fundamentos pedagógicos y de incluir la evaluación en los cambios metodológicos asociados al uso de estrategias centradas en el alumno mediante Tic.

**Palabras Claves:** evaluación de aprendizajes, ambientes virtuales de aprendizaje, estrategias de evaluación, instrumentos de evaluación de aprendizajes.

## Introducción

En el proceso personal de elaboración de tesis para la Maestría en Educación en Entornos Virtuales, la evaluación de aprendizajes en ambientes virtuales es el objeto de lecturas e interrogantes. Desde este recorrido se consideró oportuno presentar los avances realizados a partir de lecturas de bibliografía, experiencias e investigación sobre el tema; y en particular rescatar la importancia de la interactividad entre quienes participan de estas instancias de evaluación de aprendizajes on line y cómo los instrumentos de evaluación pueden considerarse facilitadores de esa relación. No se pretende un desarrollo acabado de la temática, pero sí una presentación que permita la revisión de algunos aspectos y la posible aplicación de estos principios en propuestas de formación matemática.

Para comenzar es necesario señalar que se parte de la concepción de un ambiente de aprendizaje virtual constituido por:

- estudiantes considerados como protagonistas y agentes de sus propios procesos, -el conocimiento y la competencia a desarrollar,
- la evaluación para colaborar con los estudiantes a tener una valoración de su propia comprensión y
- la comunidad que propicia la colaboración con otros estudiantes y miembros de la misma.

Dice Dillenbourg (2000: p. 8):

*“... un ambiente de aprendizaje virtual puede definirse como un conjunto de herramientas integrado que permite la gestión del aprendizaje en línea, proporcionando un mecanismo de entrega, seguimiento de los estudiantes, la evaluación y el acceso a los recursos...”*

Este entorno de aprendizaje bajo la intervención del docente ubica al estudiante a cargo del proyecto, hace posible la realización de actividades según su ritmo, eligiendo opciones de trabajo entre las posibilidades otorgadas por el docente. La evaluación y la realización de actividades interactivas son algunas de las funciones básicas de este tipo de entorno.

En el caso de la enseñanza de la matemática en entornos virtuales, según Milevicich y Lois A, (2010: p. 3) debiera atender, especialmente a las condiciones en las cuales se produce la formación de conceptos:

*“...a) el recurso que genera la representación: pizarra interactiva, computadora, calculadora, cámara etc. b) La relación entre la representación y el objeto representado, de tal modo que posibilite el acceso al objeto representado. c) Las razones por la que el uso de la representación es necesario...”*

En este sentido las plataformas de e-learning ofrecen diversidad de herramientas y propician la adopción de distintos tipos de estrategias docentes, tanto para el desarrollo de los contenidos como para las propuestas de actividades que favorecen la construcción del aprendizaje y su evaluación. (Ejercicios de autocomprobación con textos explicativos, evaluaciones interactivas, etc.)

En toda discusión didáctica, la evaluación de aprendizajes resulta un eje central sobre el cual no siempre hay acuerdos ni miradas convergentes. Las razones son varias y no son objeto de discusión en esta presentación, sin embargo se considera necesario explicitar que se parte de la evaluación considerada como un proceso constitutivo de cualquier propuesta didáctica. Es una oportunidad para promover una permanente reflexión sobre logros y obstáculos en el desarrollo de la tarea. Implica un proceso sistemático, continuo e integrado dentro de un proceso más general que es el educativo.

La evaluación es un acto que permite comprender el proceso de aprendizaje individual y grupal. Supone emitir un juicio de valor sobre un objeto determinado, en donde se relacionan un referente y un referido, es decir un conjunto de criterios que sirven para observar el objeto que se pretende evaluar. Constituye siempre un proceso de comunicación debido a que implica producir un conocimiento y transmitirlo. En este sentido la evaluación es más que medir: no se reduce a la acreditación, sino que se le confieren diversas funciones, se evalúan procesos, resultados, se evalúa con la perspectiva de comprender y mejorar los procesos.

En esta definición se pone de manifiesto una de las funciones primordiales de la evaluación: la retroalimentación de la tarea de enseñanza realizada por el docente, importante para él mismo, pero también para los estudiantes, para los padres y para la institución. La evaluación es parte fundamental del proceso de interacción que se da entre docentes y estudiantes.

*“...Defino la evaluación como un proceso que, a partir del conocimiento y comprensión de cierta información, permite emitir un juicio de valor acerca de un aspecto de la realidad en la cual se interviene en un determinado contexto socio histórico particular y que, a la vez que posibilita tomar decisiones, exige desde el dialogo con quien esté involucrado, argumentar justificaciones del juicio de valor realizado...”*  
(Steiman, 2008: p. 142-143)

Para identificar el proceso de avance de los procesos cognitivos e interactivos en entornos virtuales de aprendizaje es necesario contar con una estrategia sensible y válida de evaluación de desempeños, así como una serie de herramientas que permitan detectar cambios en la complejidad de las construcciones por parte de los estudiantes.

La etapa de búsqueda, conocimiento y comprensión de la información tiene un papel fundamental en el proceso de evaluación. El correcto empleo de los instrumentos adecuados permitirá tener información válida sobre el objeto seleccionado. Los juicios y decisiones que posteriormente se tomen dependen de la información brindada por ellos. Los instrumentos que se

emplean para la etapa de relevamiento de información son parte del proceso de enseñanza y es allí donde cobran sentido. Según la información que deseamos obtener y manteniendo la coherencia de la estructura con la finalidad que se persiguen se seleccionarán estos instrumentos. En este sentido los instrumentos de evaluación de aprendizajes poseen un valor agregado como elementos facilitadores de la interacción entre docentes y estudiante.

Ahora bien, ¿la búsqueda y el conocimiento de la información relacionada a los aprendizajes de los estudiantes en propuestas de formación en ámbitos virtuales, responde a estas mismas características?, ¿el proceso de evaluación en ambientes presenciales es aplicable en ambientes virtuales?, ¿se modifican las particularidades de la evaluación de aprendizajes al cambiar estrategias y entornos de aprendizaje?, ¿estos cambios tienen repercusiones en el ámbito de la evaluación de aprendizajes matemáticos en entornos virtuales?

## **Desarrollo**

### **Las tic y los nuevos modos de aprender y evaluar**

La influencia de la nueva tecnología en los modos de aprender genera nuevos desafíos para la evaluación. La tecnología por sí sola no provoca cambios, no realiza aportes mágicos. A partir del diseño, la implementación y evaluación de propuestas de formación en los entornos virtuales por parte del profesor y en cogestión con el estudiante, se pueden potenciar buenas prácticas de aprendizaje y de construcción conjunta de conocimiento. Se plantean básicamente dos posicionamientos y/o paradigmas sobre la relación con la tecnología. Éstos traen diferentes consecuencias en las decisiones y estrategias didácticas elegidas por los docentes. Si se parte del supuesto que el hombre necesita de la tecnología, el estudiante podría sobrevalorar inadecuadamente el rol de la tecnología y considerarla de manera instrumental como un medio que le ayuda a obtener logros personales en

forma más rápida, sin respetar pautas de un proceso. Los docentes, en particular, percibirían, desde esta perspectiva, la tecnología como una ayuda para proponer tareas, exámenes y actividades de evaluación.

En cambio si se considera que la tecnología necesita del hombre, los pilares y los principios básicos varían. El criterio humano es y seguirá siendo la fuente principal de la toma de decisiones y de transferencias de conocimientos y aprendizajes. La infraestructura tecnológica puede permitir el registro flexible y exhaustivo de los datos de los procesos y el seguimiento de los progresos y avances del desarrollo cognitivos de los estudiantes, de construcción de conocimientos y la adquisición de habilidades y competencias.

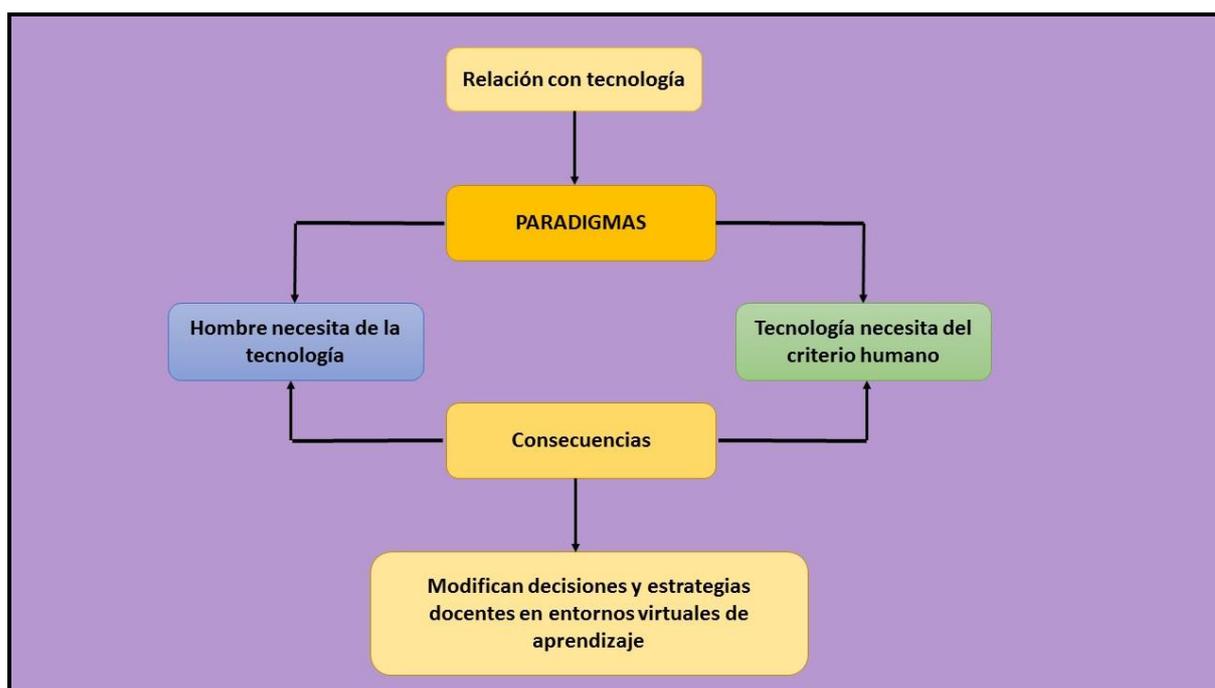


Gráfico N° 1: Paradigmas relación con TIC

*“... el sistema sigue la huella de lo que el estudiante hace, no omite partes de su desempeño y tampoco emite juicios parciales: tiene la programación de los componentes que se deben cumplir y registra los datos en consecuencia. Una evaluación tan minuciosa sería difícil llevar a la práctica por parte de un profesor, y por su minuciosidad se podría*

*prestar a omisiones....se programa una vez y se utiliza para cientos de alumnos...adicionalmente se convierte en un laboratorio para identificar las mejores prácticas instruccionales y los efectos de los distintos tipos de esquemas interactivos..."* (Peñaloza; 2004: p. 69)

Aun cuando coincidimos en parte, con el planteo de Peñaloza, consideramos oportuno hacer hincapié en que es el docente el que posee un papel mediador: el diseño de una propuesta apoyada en mediaciones tecnológicas o en entornos virtuales, facilitan la construcción del propio conocimiento de los estudiantes y su aplicación. Así sin la intervención de los docentes no es posible hablar de aportes, de obstaculizadores o facilitadores de la tecnología.

La evaluación de aprendizajes en los ambientes virtuales implica un proceso de carácter sistémico que obliga al docente a revisar el modelo pedagógico que sustenta su actividad formativa. El diseño de la evaluación forma parte de la estrategia didáctica del docente. En función de cómo la evaluación sea considerada al diseñar el proceso, puede ser percibida como un juicio taxativo sin posibilidad de cambio o mejora o como una ocasión para aprender. Por ello las metodologías centradas en el estudiante no son ajenas a los procesos de evaluación de los aprendizajes.

La cuestión de la evaluación relacionada al uso de tic no se refiere sólo a transferir modelos de evaluación tradicionales a entornos virtuales o analizar si es necesario generar nuevas concepciones relacionadas con los propósitos y formas de evaluación. Lo que debe interesar son los fundamentos pedagógicos que sustentan una evaluación auténtica en los entornos virtuales, que oportunidades de aprendizaje y evaluación se pueden crear mediante tic, o en qué aspectos se enriquecen o empobrecen actuaciones tanto de los profesores como de los estudiantes. Como señala Camillioni (1998), el proceso de evaluar atraviesa los procesos de enseñanza y de aprendizaje de manera tal, que si se analizara y modificara en profundidad la idea de evaluar se modificarían sustancialmente los procesos de intervención de los docentes. En el caso de los entornos virtuales se debieran considerar los mismos aspectos enunciados anteriormente por la autora argentina.

Para identificar el avance de los procesos cognitivos e interactivos en entornos virtuales de aprendizaje, es necesario contar con una estrategia flexible de evaluación así como una serie de herramientas que permitan detectar cambios en la complejidad de las construcciones de conocimientos por parte de los estudiantes.

La tecnología ofrece múltiples posibilidades para una evaluación de aprendizajes sin que por ello dejen de plantear desafíos, nuevos dilemas y múltiples posicionamientos sobre los alcances y sentidos de la evaluación de aprendizajes en los entornos virtuales.

Al igual que en la educación presencial, en los ámbitos virtuales, la evaluación de aprendizaje se encuentra con situaciones que implican, en muchas ocasiones, la reproducción de modelos aprendidos, la réplica de preguntas de administración o bien la negación de la interacción entre docentes y estudiantes en estos espacios de virtualidad. Es por ello que no ha de sorprender que en la fase de diseño de cursos y unidades por lo general se plantee y cree una evaluación inadecuada, cuyo resultado frecuentemente impide o dificulta la calidad del acompañamiento didáctico del curso (Salinas; 2013). Tal es el caso cuando se les requiere a los docentes de cursos que se implementan en entornos virtuales, que incluyan exámenes, tests y otros similares, incluso en aquellos casos donde esto supone sacrificar la coherencia entre objetivos y resultados esperados, entre los niveles de aprendizaje expresados en los objetivos y las tareas de aprendizaje propuestas y realizadas. Se espera que los estudiantes alcancen habilidades de pensamiento de alto nivel, pero luego la evaluación sólo enfoca niveles inferiores (Dorrego, 2006).

Para superar esa limitación al diseñar la evaluación on-line podrían considerarse las particularidades de las perspectivas que asumen el docente y los fundamentos desde los que derivan las concepciones de aprendizaje (constructivista, basado en recursos, colaborativo, basado en problemas, situado, entre otras)

En el caso de la evaluación de matemática en entornos virtuales, un error común, es considerar que la secuenciación de contenidos y actividades, la apertura de foros de discusión y la entrega de tareas en forma sistemática y regular son la solución para alcanzar buenos aprendizajes. Siguiendo a autores ya mencionados (Milevich y Lois; 2010) la enseñanza y evaluación de aprendizajes de nociones matemáticas en entornos virtuales, requiere de un entorno que permita interactuar con las representaciones de los objetos matemáticos de manera sencilla, a través de representaciones gráficas interactivas, tablas de datos, diversidad de situaciones problemáticas que faciliten luego la transferencia de los nuevos aprendizajes, que faciliten la ejemplificación y atribución de propiedades a los distintos objetos, etc.

Las actividades para alcanzar este cometido son muchas: resolución de problemas, exploración, planteo de hipótesis sobre la propuesta dada, análisis de un problema desde varias perspectivas, revisión de las estrategias que se emplea para la resolución de situaciones problemáticas, modificación de las mismas si fuera necesario, planteo de los pasos claves para la solución de las situaciones, explicitación de las soluciones escritas con claridad suficiente, dejarse guiar por el docente en la conversión entre distintas representaciones y los procesos de revisión en la búsqueda de la solución al problema o situación planteada.

Tanto en la modalidad presencial como en la virtual, es posible enumerar algunos principios fundamentales de la evaluación de aprendizajes:

-Confiable: los instrumentos asumen en este sentido un rol fundamental, ya que debieran reflejar fielmente el aprendizaje construido. En los entornos virtuales el estudiante se conoce por medio de sus actividades y por el desarrollo de las consignas dadas a través de los instrumentos. Tal como proponen algunos autores el grado de confiabilidad de los instrumentos de evaluación podrían convertirse en uno de los estándares para juzgar el curso en lo que se refiere a la estabilidad temporal, aplicable a cualquier instrumento.

-Autenticidad: los recursos que se pueden utilizar en los entornos virtuales y en las propuestas mediadas por tecnología facilitan el desarrollo y creación de simulaciones y entornos propicios para este tipo de actividades. Este principio se relaciona con los contenidos de la evaluación con la realidad práctica de los estudiantes.

-Validez: este principio se encuentra dado por la medición de aquello que se pretende medir. En este sentido los instrumentos debieran respetar fundamentalmente este principio.

-Objetividad: este aspecto ha sido objeto de muchas discusiones didácticas, aquí solo haremos referencia a la necesidad de evitar prejuicios, favoritismos y establecer claramente los criterios de evaluación y acreditación.

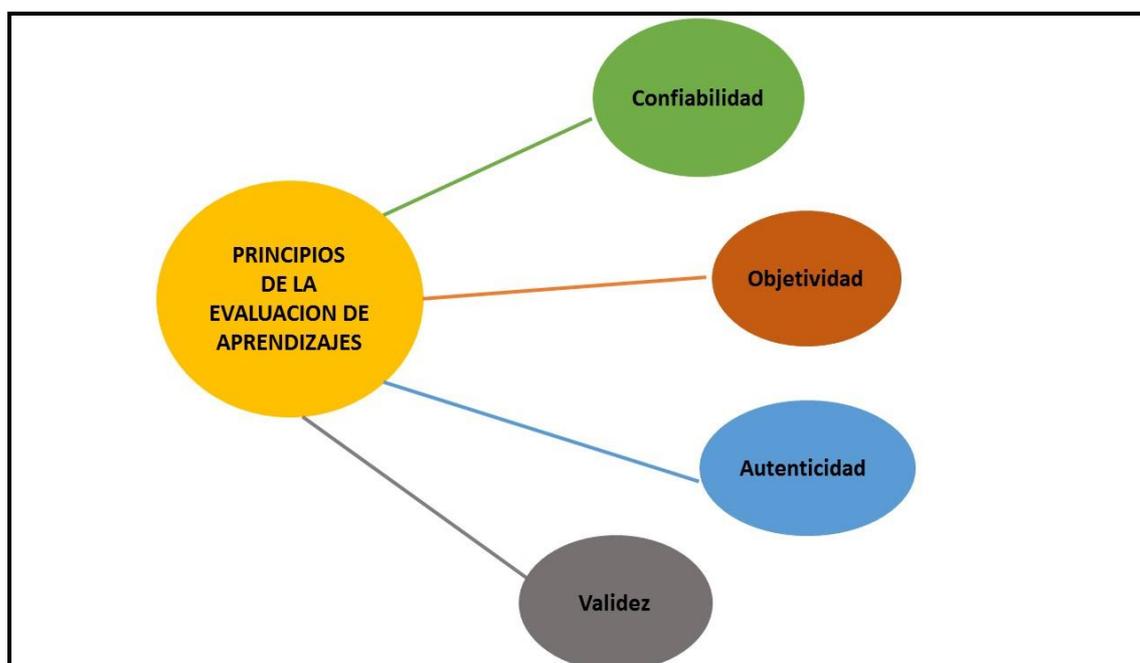


Gráfico N° 2: Principios de evaluación de aprendizajes

### **La multidimensionalidad de la evaluación.**

Elena Barberá (2006) permite comprender la complejidad de la temática al referirse a la multidimensionalidad de la evaluación en relación al

aprendizaje, y también propone una distinción de enfoques y conceptos sobre la evaluación en redes.

En cuanto a la multidimensionalidad que propone esta autora, se recupera especialmente la descripción sobre la evaluación para el aprendizaje sin dejar de considerar todas las dimensiones que facilitan la comprensión de la temática (evaluación del aprendizaje, evaluación como aprendizaje, como evaluación desde el aprendizaje).

El motor de la evaluación *para el aprendizaje* es la retroalimentación, ya que es la interacción y el diálogo entre sus participantes quienes facilitan una ayuda y respuesta ajustada coherente para la promoción y construcción de conocimiento y aprendizaje.

En cuanto a los enfoques y conceptos sobre la evaluación en redes propone:

- *evaluación automática*: implica una evaluación con recursos informáticos. Se desarrolla a partir de instrumentos tradicionales como por ejemplo los test, preguntas de opciones múltiples reforzando estrategias tradicionales de evaluación.
- *evaluación enciclopédica*, se realiza en torno a trabajos de producción (trabajos monográficos y proyectos)
- *evaluación colaborativa*, se desarrolla a partir debates virtuales, foros de conversación grupos de trabajo, etc. Si consideramos la forma en la que se producen estas actividades pueden distinguirse una *evaluación colaborativa* en base a la producción colectiva (wikis, plataformas de trabajo colaborativo) y una *evaluación interactiva* que considera la producción individual que se realiza en un entorno complejo de interacción (participación en un foro, en otros soportes de comunicación asincrónica, etc.), la calidad de las intervenciones (pertinencia, relevancia argumentación)

Como en cualquier entorno formativo, la clave está en el diseño y puesta en práctica de las estrategias didácticas en la evaluación ya que el medio de

formación no hará que la evaluación sea mejor o peor, sin que la evaluación se diseñe sea adecuada y coherente al resto de la propuesta. En cualquier contexto, pero más en un ámbito virtual, las devoluciones, la comunicación y el feedback entre docentes y estudiantes son imprescindibles.

## **Los instrumentos de evaluación como facilitadores de la interactividad**

El rol que la evaluación tiene en la formación on line obliga a una planeación y ejecución minuciosa y el análisis atento de cada uno de sus elementos: cada evaluación conlleva una retroalimentación casi inmediata.

La evaluación interacción, desde el planteo de Barberá (2006) implica la comunicación de criterios de evaluación, de los procesos y resultados, de las devoluciones que realiza el docente sobre la producción del estudiante. Sin dudas, a partir de estos entornos, los estudiantes pueden comentar y compartir sus producciones con otros pares y con los profesores, generando nuevas oportunidades en la construcción de conocimiento. Se adhiere con Barberá (2006) en que la evaluación es más que la consideración de los instrumentos y las evidencias relevadas, la comunicación, la interacción y la retroalimentación son las protagonistas. Sin embargo se incluye la consideración que los instrumentos pueden ser facilitadores de estos procesos.

La evaluación y la interactividad se relacionan, desde el momento en que las evaluaciones son interactivas, implican retroalimentación a y con los estudiantes, en que en ocasiones es andamiaje de sus avances y progresos. Las evaluaciones formativas son ejemplos de trabajo interactivo.

A medida que se avanzó en la revisión de antecedentes, investigaciones y producciones relacionados al tema de tesis y de esta presentación, se fue precisando el uso de algunos términos. En el contexto del párrafo anterior, el concepto de interactividad es complejo y polisémico, sin embargo se lo puede comprender como lo hacen Muirhead y Juwah (2004: p. 13) "... es un dialogo, discurso o evento entre dos o más participantes y objetos que ocurre

sincrónica o asincrónicamente, mediado por respuesta o retroalimentación, teniendo a la tecnología como interfaz...” Desde esta perspectiva se distingue el concepto de interacción del concepto de interactividad en la educación on line. Esta última comprende la forma, la función y el impacto de las interacciones en la enseñanza y el aprendizaje. Se concibe como un proceso, como reciprocidad o dialogo. Dice Peñaloza (2006) que también se pueden contemplar, dentro del marco de la interactividad, sus productos como significados construidos socialmente. Se generan, así construcciones nuevas a partir de una tarea y de la interacción con otros estudiantes y/o con los docentes

La consideración de la interactividad es central para poder comprender los procesos de construcción de conocimientos. Es el núcleo en torno al cual se construyen los conocimiento nuevos, consta de una serie de intercambios entre los participantes que permiten, en el contexto de un entorno virtual de formación , procesar la formación relevante, obtener retroalimentación de otros participantes (estudiantes- pares-docentes) y, o bien, ajustar la construcción o bien generando nuevos conocimientos emergentes.



Grafico N° 3: Componentes de la interactividad

En este contexto la estrategia e instrumentos de evaluación de aprendizaje asumen particular relevancia como facilitadores de la interacción entre quienes participan. Ejemplo de ellos son los foros, los e-portfolios y las rúbricas:

- **Foros:** poseen gran valor pedagógico. (Arango, 2004: p. 5), “... son escenarios de comunicación por internet donde se propicia el debate, la concertación y el consenso de ideas...”.

Los foros permiten trabajar en forma asincrónica con los estudiantes, visualizar y acompañar la construcción del conocimiento. El andamiaje pedagógico está dado por la devolución a un planteo, el pedido de revisión, una pregunta y/o repregunta que obliga a revisar posicionamientos, reflexionar, deliberar y tomar postura. Para los docentes o tutores implica un trabajo de seguimiento y monitoreo de

las intervenciones de los estudiantes para orientar o reorientar si fuera necesario este proceso

Más allá de la intencionalidad pedagógica con la que se diseñe un foro, es reconocido la interacción e intercambio que propicia entre todos los participantes. Esta relación que se establece, no solo facilita la interacción entre los participantes sino que también tiene repercusiones e impacto en las acciones de unos y otros, consecuencias que facilitan la referencia a la interactividad. Para que puedan asumirse como instrumentos de evaluación que facilitan la interactividad deben propiciar la resolución de problemas, la participación de todos los estudiantes, el compartir ideas, analizar opiniones y reflexiones. Estos son componentes muy valiosos al evaluar los propios aprendizajes y los ajenos, se rescatan las intervenciones de los docentes o tutores como andamiajes, como trampolines que facilitan la construcción del aprendizaje. Las intervenciones permiten repensar las participaciones de los pares, las individuales convirtiéndose en una herramienta de evaluación permanente que ayuda en el proceso de enseñanza y de aprendizaje. Se propicia de esta manera la búsqueda de un paradigma cualitativo y el uso de la tecnología y conocimientos disponibles en el medio para transformar la realidad a favor de la calidad la realidad educativa

- ***E-portfolios***: también conocido como cuaderno de trabajo, reflejan el proceso de aprendizaje a través de la recopilación de “evidencias” de ese trayecto. Como instrumento de evaluación posee diversas aplicaciones.

Colabora en la medición de aspectos del aprendizaje que no son medibles a través de pruebas escritas , favorece en el estudiante la toma de conciencia de sus logros, de los aprendizajes alcanzados como así también de los obstáculos que se presentaron en el proceso, compartir experiencias e intercambios entre estudiantes y docentes . El portafolio permite que el estudiante sea protagonista de su aprendizaje y monitoree sus progresos y dificultades. Es una técnica relativamente

reciente y de gran utilidad para la autoevaluación, coevaluación y la heteroevaluación.

Así como el cuaderno o carpeta de los estudiantes es una herramienta de trabajo donde queda registrado lo que se va desplegando y hace posible avanzar en el afianzamiento de algunos conocimientos mediante el regreso a lo ya producido, se puede planificar sesiones en las que se retomem las diversas maneras que pudieron haber usado los estudiantes resolver las actividades propuestas.

- **Rúbricas:** estas permiten gestionar y sistematizar el proceso evaluativo, facilitan la descripción de los criterios a seguir para valorar el trabajo realizado. Estas suelen emplearse para valorar distintos tipos de productos, competencias y habilidades adquiridas por los estudiantes Proyectos, presentaciones digitales, trabajos grupales etc. Existen de distintos tipos pero en todos los casos proporcionan indicadores específicos para documentar el progreso de los estudiantes. Contiene elementos a evaluar y en cada uno de ellos se realiza una descripción de diferentes niveles, se extrapolan por lo novato en un extremo y la experta por otro. Ofrecen gran precisión para valorar las competencias y habilidades adquiridas por los estudiantes al concluir el proceso formativo a través de un conjunto de criterios graduados que reflejan diferentes niveles de logro de una manera clara y explícita. Puede presentar baremos cuantitativos y/o cualitativos. Pueden considerarse más precisas y exhaustivas que las escalas.

Dadas las características de la evaluación de aprendizajes en entornos virtuales, donde pueden desarrollarse algunas limitaciones en la comunicación impuestas por la naturaleza del medio, la evaluación continua del aprendizaje es esencial, su función de retroalimentación al estudiante sobre sus progresos avances u obstáculos.

Consultados algunos docentes de matemática del nivel superior que desarrollan propuestas de formación en entornos virtuales, indican que para

que estos espacios sean exitosos es fundamental revisar el nivel de interactividad que se propicia a través de las estrategias didácticas elegidas por los docentes, entre otros aspectos, se visualizan: la retroalimentación en forma constante, los tipos de ayuda ofrecidas que presenten una combinación de lenguaje numérico, geométrico, algebraico , incluyendo animaciones, y aplicaciones multimedia que facilitan el desarrollo de los diferentes tipos de aprendizaje, el apoyo que ofrece para fortalecer la evaluación, la autoevaluación y la coevaluación y alternativas que permite el seguimiento de los estudiantes a nivel individual y grupal para revisar refuerzos , según las debilidades y fortalezas encontradas.

La evaluación puede convertirse en un elemento motivador del dialogo e intercambio entre quienes participan de la propuesta y los instrumentos ser facilitadores de estos procesos. Sin embargo esto solo se propiciara si el enfoque del docente lo considera así y solo si la propuesta didáctica contempla estos procesos como necesarios para el cambio y la revisión de aprendizajes.

## **Conclusiones**

La evaluación es un proceso fundamental en cualquier entorno formativo. En la modalidad presencial se tiene un contacto frecuente cara a cara que posibilita la aclaración de dudas y la retroalimentación inmediata a sus avances y obstáculos.

En la educación en entornos virtuales, la relación, la interacción entre estudiantes y profesores se realiza por medio de recursos tecnológicos, se disminuye sensiblemente la posibilidad de contar con el lenguaje gestual, corporal y la comunicación en tiempo real. Tal como señala Quesada (2006) gran parte de la evaluación de aprendizajes on line se centra en las actividades que el estudiante realiza y el profesor enseña a partir de sus comentarios, sus devoluciones. La evaluación continua del aprendizaje es esencial y resulta fundamental la consideración de distintos instrumentos que faciliten realizar un seguimiento de los estudiantes. Así, la formación en entornos virtuales no implica solo un cambio en el medio formativo del

docente y del estudiante, va mucho más allá del ámbito y es por ello que la evaluación asume un rol fundamental también. Esta no implica la mera replica de propuestas elaboradas para contextos presenciales sino una búsqueda de formas nuevas de evaluar, acordes al entorno virtual como con las competencias y capacidades a evaluar. La tecnología permite y facilita una variedad de mecanismos de evaluación para diseñar y desarrollar una propuesta acorde al diseño de formación y estrategias didácticas seleccionadas por los docentes. En los entornos virtuales, la evaluación debería ser una actividad continua, el eje vertebrador del aprendizaje.

En este sentido el aprendizaje de los conceptos matemáticos en entornos virtuales requiere la incorporación de simulaciones, modelos y herramientas de visualización, esto facilitará la asimilación de contenidos cada vez más abstractos y complejos. Como se explicitaba anteriormente el análisis de estos procesos y de los avances de los estudiantes estarán dados por un dialogo, que adquiere características diferentes a como lo concebimos en el entorno presencial, enriqueciéndose por las posibilidades que brinda la tecnología: dialogo a través de documentos hipertextuales, a través de comunicación sincrónica y asincrónica (chat, foros, videoconferencias, etc.) y así realizar una devolución sobre sus producciones.

Actualmente, no existe suficiente soporte teórico que encuadre procedimientos, estrategias de enseñanza y de aprendizaje adecuados mediados por tecnología o en entornos virtuales. Sería oportuno generar espacios en el que se puedan propiciar:

- Investigaciones que faciliten innovaciones que propongan estructuras diferentes a las convencionales, donde se reconozcan las características propias de los entornos virtuales.

- Propuestas de estrategias generales de enseñanza contextualizadas en la modalidad virtual y en la especificidad del espacio curricular donde se consideren las interacciones virtuales como facilitadores de los procesos de aprendizaje, la planificación de las diferentes acciones formativas como por ejemplo la evaluación de los aprendizajes, etc.

Así uno de los principales propósitos de una propuesta de formación en entornos virtuales debiera ser, básicamente, promover a través de una guía adecuada y una propuesta acorde la autogestión de sus aprendizajes. La estructura debiera atender de manera primordial, las interacciones entre docente-estudiantes, estudiantes entre sí, empleando los diferentes recursos que facilita la tecnología: un dialogo didáctico mediado (Garcia Aretio: 2001) que se desarrolla a través de materiales, experiencias, retroalimentación.

Las herramientas o instrumentos resultan fundamentales en todo el proceso ya que viabilizan los aprendizajes de los estudiantes y el conocimiento de los docentes para resignificar y revisar sus propias prácticas.

Existen una gran variedad de recursos de evaluación de aprendizajes en entornos virtuales: pruebas objetivas, proyectos, rubricas, creación de mapas conceptuales, que pueden ser clasificadas en evaluaciones automáticas (programadas para ser resueltas y calificadas de inmediato); elaborativas: en estas el estudiante construye un producto como ensayo, un mapa etc. y la evaluación colaborativa en donde los estudiantes son evaluados en situaciones de trabajo grupal. Existen varias clasificaciones, aquí siguiendo con los autores ya mencionados, se toma una propuesta de Barbera (2006)

Sin embargo propiciamos desde esta presentación los instrumentos que faciliten la interacción, la interactividad y el diálogo. Instrumentos que se encuadren en una propuesta didáctica que valore estos aspectos como los más importantes del proceso.

Los foros, los e-portfolios, las rubricas como instrumentos de evaluación, generan nuevas oportunidades y nuevas modalidades de interacción. Al decir de Marina Lipsman (2008) brindan *"... la posibilidad de interaccionar y colaborar entre personas es una de las grandes potencialidades de los nuevos entornos que desafían a toda propuesta educativa y evaluativa..."*.

Sin dudas este es nuestro gran desafío como docentes partícipes de propuestas de formación de educación superior en entornos virtuales. La producción académica es amplia pero la práctica cotidiana nos convoca a ser

promotores activos de propuestas de evaluación que propicien y favorezcan el intercambio de estudiantes y profesores.

Los estudiantes son capaces de seleccionar una amplia gama de estrategias siempre y cuando los docentes les ofrecemos propuestas interesantes, contextualizadas y significativas. Algunos trabajan con las guías dadas por el docente, otros avanzan dejando de lado algunas actividades, otros comienzan con la revisión de contenidos ya aprendidos, buscan material adicional, otros comienzan por lo que les resulta más complejo tratad de establecer relaciones con lo anterior y lo nuevo, y así existen tantas estrategias de abordaje como estilos de estudiante existen.

Por lo expuesto hasta aquí, este planteo nos convoca en cualquier proyecto educativo en el que estemos, a reflexionar sobre algunas aristas del proceso: la opción y desarrollo de modelos adecuados de intervención didáctica, la transformación del rol docente y la transformación en los modos de apropiación del conocimiento por parte de los estudiantes a partir de la incorporación de las tic en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Y aun cuando se reconoce la potencialidad que representa, siguiendo a Barbera (2006), afirmamos que la evaluación del aprendizaje en entornos virtuales es un tema a mejorar, un aspecto sobre lo que hay que seguir profundizando con mayor profundidad, que es necesario desarrollar de un modo más creativo y volver sobre ello invirtiendo más recursos pedagógicos y tecnológicos. No existen muchos desarrollos que profundicen en los estilos o aplicaciones tecnológicas o instrumentos que faciliten y propicien la interactividad entre sus participantes. Esta es una nueva arista para seguir profundizando e investigando.

## **Bibliografía**

Arango, M. (2004). Foros Virtuales como estrategia de aprendizaje. Revista Debates Latinoamericanos N° 2.

- Barberá, E. (2006). Aportaciones de la tecnología a la e-Evaluación. RED. Revista de Educación a Distancia, número especial VI. Revisado el 27/08/15 en <http://www.um.es/ead/red/M6>
- Bautista G. y otros. (2011) Didáctica universitaria en entornos virtuales de enseñanza- aprendizaje. Madrid: Narcea
- Cabanne N. (2010). Didáctica de la matemática. Bs. As.: Bonum
- Coelho MIM. (2004) Relação entre referencias pedagógicos e o uso de ferramentas de couserware: desafios ao promover aprendizagem colaborativa on-line.
- Camillioni, A. y otros. (1998) La evaluación de los aprendizajes en el debate didáctico contemporáneo. Bs. As.: Paidós.
- Actas del I Foro Internacional de Educación Superior en entornos virtuales / compilado por Sara Pérez y Adriana Imperatore. - 1a ed. - Bernal: Universidad Nacional de Quilmes, 2008
- Dorrego, E. (2006). Educación a Distancia y Evaluación del Aprendizaje. RED. Revista de Educación a Distancia, número M6 (Número especial dedicado a la evaluación en entornos virtuales de aprendizaje). Consultado (18 de septiembre de 2015) en <http://www.um.es/ead/red/M6>
- Iztcovich H. (2007). La matemática escolar. Bs. As. Aique
- Garcia Aretio L (2001) La educación a distancia: de la teoría a la práctica. Barcelona: Ariel.
- Litwin E. (2005). Tecnología educativa en tiempos de internet. Bs.As. Amorrortu
- Milevicich y Lois (2010). Estrategias para el aprendizaje significativo en matemática. Consultado el 21 de octubre de 2015 en <http://funes.uniandes.edu.co/5507/1/MilevicichEstrategiasALME2007.pdf>

Quesada Castillo R (2006, septiembre) Evaluación del aprendizaje en la educación a distancia “en línea”.RED. Revista de educación a distancia, número M6 Consultado el 20 de octubre de 2015 en <http://www.um.es/ead/red/M6>

Rosales M. (2014). Proceso evaluativo: evaluación sumativa, evaluación formativa y Assesment su impacto en la educación actual en Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación. Consultado (20 de septiembre de 2015) <http://www.oei.es/congreso2014/memoriactei/662.pdf>

Salinas J y Marin M. (2013) Diseño de acciones formativas en entornos virtuales. Texto Base. Universidad Nacional de la Patagonia Austral.

Steiman J. (2008). Más didáctica en la educación superior. Miño y Dávila.

## Jerarquización De Competencias Usando Matrices De Morganov-Heredia

Mario H. Ramírez

Departamento de Posgrado en Física Educativa, Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, Instituto Politécnico Nacional.  
mramirezd@ipn.mx

### Resumen

En los últimos años se ha buscado implantar el modelo educativo por competencias en los planes y programas de estudio. A nivel internacional, se tienen estándares para las competencias específicas a desarrollar en el nivel universitario-entre los ejemplos más importantes se encuentra el “Proyecto Tuning América Latina” (Pérez-Trejo et al, 2012). Sin embargo, no es suficiente conocer únicamente las competencias, sino que se tiene que conocer la jerarquía de las mismas de tal manera que los profesores puedan planificar un orden para desarrollarlas. En este trabajo, se utiliza la llamada matriz de Morganov-Heredia para obtener una jerarquización de las competencias específicas para el graduado universitario, en particular se presenta el caso de física (Ramírez et al, 2013).

La enseñanza basada en competencias establece la posibilidad de organizar los contenidos de aprendizaje en unidades de significado completo, resolviendo un problema a la vez, con fuertes interrelaciones entre sus componentes. Esta característica permite el diseño de módulos secuenciados e integrados para el desarrollo de las competencias. En el Manual Metodológico de la Secretaría de Educación Pública de México (SEP, 2010) se propone que para dar un orden didáctico a las competencias específicas y poder a su vez vincularlas con los temas y subtemas de aprendizaje en una unidad de aprendizaje se haga por pares la siguiente pregunta: Para desarrollar la competencia X, ¿es necesario antes desarrollar la competencia Y?

En base a la pregunta anterior se ubican las competencias en un arreglo de renglones y columnas formando la matriz de M-H. En cada casilla de la matriz

se considera la respuesta a la pregunta formulada anteriormente tomando como “uno” una respuesta positiva y como “cero” el caso contrario. En el caso de ser la misma competencia, tanto en la fila como en la columna, no se hace comparación dado que ésta no puede ser requisito de sí misma. Una vez obtenida la matriz de M-H, el siguiente paso para la jerarquización es contabilizar los “unos” en cada reglón para las competencias y ordenar entonces desde la competencia que tuvo el menor número de ellos al mayor para obtener el orden didáctico de desarrollo de las competencias. En el caso de que existan competencias con el mismo número de “unos”, el Manual Metodológico propone que los especialistas decidan cual va primero.

La secuencia jerárquica de las competencias permite ver de manera clara que para un graduado es importante desarrollar habilidades, valores y actitudes en un orden que los planes y programas de estudio no especifican o proponen. En el caso de la presente propuesta se puede partir de una competencia “Base”, que pertenece a la categoría de las competencias laborales y sociales, desarrollar competencias metodológicas hasta llegar a una competencia “Meta” de la categoría de las competencias cognitivas.

Un punto importante a señalar es que esta jerarquización de competencias no es una propuesta de estrategia didáctica para la construcción y desarrollo de tales competencias en el aula, sino que muestra una metodología para la construcción de un orden en el desarrollo de las mismas. Otro aspecto es el hecho de que resulta subjetivo la consideración de qué competencias son las importantes para los profesores ya que se puede entrar en polémica acerca de ¿Por qué es importante tal o cual competencia? Situación que no se pretendió abordar en este trabajo

*Palabras Clave: Modelo Educativo por Competencias, Aprendizaje de la Física, Proyecto Tuning, Matriz de Morganov-Heredia.*

## **Referencias**

Beneitone, P. "Reflexiones y perspectivas de la educación superior en América Latina, Informe Final Proyecto Tuning para América Latina 2004-2007", Bilbao, Publicaciones de la Universidad de Deusto (2007).

Pérez-Trejo, L., Méndez-Sánchez, A., Ramírez, M., Olvera, M. y González, A. "Percepción de profesores de física y matemáticas sobre el modelo educativo basado en competencias". *Lat. Am. J. Phys. Educ.* Vol. 6, No. 4, 614-617 (2012).

Ramírez, M, Pérez-Trejo, L., Méndez-Sánchez, A. y Olvera, M. "Jerarquización de Competencias específicas en el programa de Física de la Escuela Superior de Física y Matemáticas del IPN-México utilizando la matriz de Morganov-Heredia". *Formación Universitaria*, Vol. 6(5), 21-28 (2013).

SEP. 105 DGCFT, SEP (2010) "La Técnica de Morganov-Heredia para la organización secuencial de materias y contenidos en: Manual Metodológico y de Procedimientos para la Elaboración de Paquetería Didáctica. Educación Basada en Competencia". México. De: <http://intranet.dgcft.sep.gob.mx/uploads/Manual%20Metodol%C3%B3gico%20y%20de%20Procedimientos%20para%20la%20Elaboraci%C3%B3n%20de%20Paqueter%C3%ADa%20Did%C3%A1ctica.pdf>. Acceso: 20 de agosto (2009)

## Enseñanza De Las Propiedades De Unión, Intersección Y Complemento De Un Evento En Probabilidad, Una Propuesta Desde El Análisis Didáctico

Nicole Astudillo Cabrera, Daniela Aros Ibaceta, Elisabeth Ramos Rodriguez.  
Pontificia Universidad Católica De Valparaíso  
nalejandra121@gmail.com –  
daniela.aros@outlook.esmailto:daniela.aros@outlook.es- –  
elisabeth.ramos@pucv.cl

### **Resumen**

Evitar la memorización de algoritmos para la optimización del tiempo en la resolución de problemas priorizando el razonamiento es un tema de interés en la actualidad (Gómez, 2000). Por ello, nos planteamos como objetivo: diseñar e implementar una propuesta de aula para evitar el abuso en el uso de las fórmulas de unión, intersección y complemento de un evento en probabilidad.

Esta investigación considera dos marcos teóricos consolidados de la didáctica de la matemática, la TRS (Duval, 2006) y la TSD (Chavarría, 2006). La TRS para potenciar la utilización de registros de representación para la comprensión del objeto matemático en el diseño de la tarea. Asimismo, la clase en donde se presentará la propuesta será organizada bajo las fases de la TSD, considerando las limitaciones de aprendizaje, develadas a partir del análisis didáctico (Gómez, 2007) llevado a cabo por las investigadoras, como un aspecto necesario para prever situaciones que pueden ocurrir durante la implementación.

Bajo el paradigma cualitativo analizamos los datos constatando que los estudiantes utilizan el registro numérico y verbal por sobre otros registros, pudiendo sugerir que no consideran otras representaciones para favorecer la comprensión (Batanero, 2005; Gómez, 2000) como por ejemplo el empleo del diagrama de Venn.

Sostenemos que es indispensable que el docente lleve a cabo un análisis de las dificultades y errores asociadas al uso de diversos registros al diseñar una propuesta de aula. Esto permite tener un objetivo claro y definido, evitando ambigüedades, reconociendo que una actividad no puede estar exenta de limitaciones.

*Palabras claves: análisis didáctico, limitaciones de aprendizaje, propiedades de probabilidad, registros de representación, tarea de aprendizaje*

### **Introducción y objetivo de investigación**

El concepto de probabilidad hoy en día es muy utilizado en situaciones del diario vivir, sin embargo, entregar una definición matemática válida de dicho concepto, en todas las áreas en que se involucra, resulta difícil. Además, como menciona Gómez (2000) presentar un planteamiento axiomático de la probabilidad, con toda su complejidad de pensamiento abstracto basado en axiomas, corolarios y demostraciones de los mismos resulta difícil, más aún, si desea estudiarse en enseñanza media, es por ello que en el proceso de enseñanza aprendizaje, al estudiante se le dificulta la comprensión de este objeto matemático.

Sin embargo, existen otras dificultades asociadas al estudio de las probabilidades, por ejemplo, se expone que “la problemática de la enseñanza y el aprendizaje de la Estadística y de la Probabilidad (...) se ve afectado por el área de formación del docente y por el escaso desarrollo de herramientas metodológicas” (Osorio, Suarez y Uribe, 2011, pág. 373), debido a esto se hace necesario que los docentes, a través de un trabajo colegiado, logren crear y desarrollar tareas de aprendizajes que prioricen la comprensión del objeto matemático.

Así, el docente debe evitar un “aprendizaje meramente memorístico – »hechos, nombres y fórmulas«– y fomentar en él un aprendizaje comprensivo y analizador –»enseñar a pensar«–, es decir, un aprendizaje significativo” (Gómez, 2000, pág. 55) logrando dar sentido al objeto de estudio, esto sucede solo si se aplica una adecuada tarea de aprendizaje. Con dicha tarea los estudiantes, tal y como menciona Batanero (2005), utilizan objetos

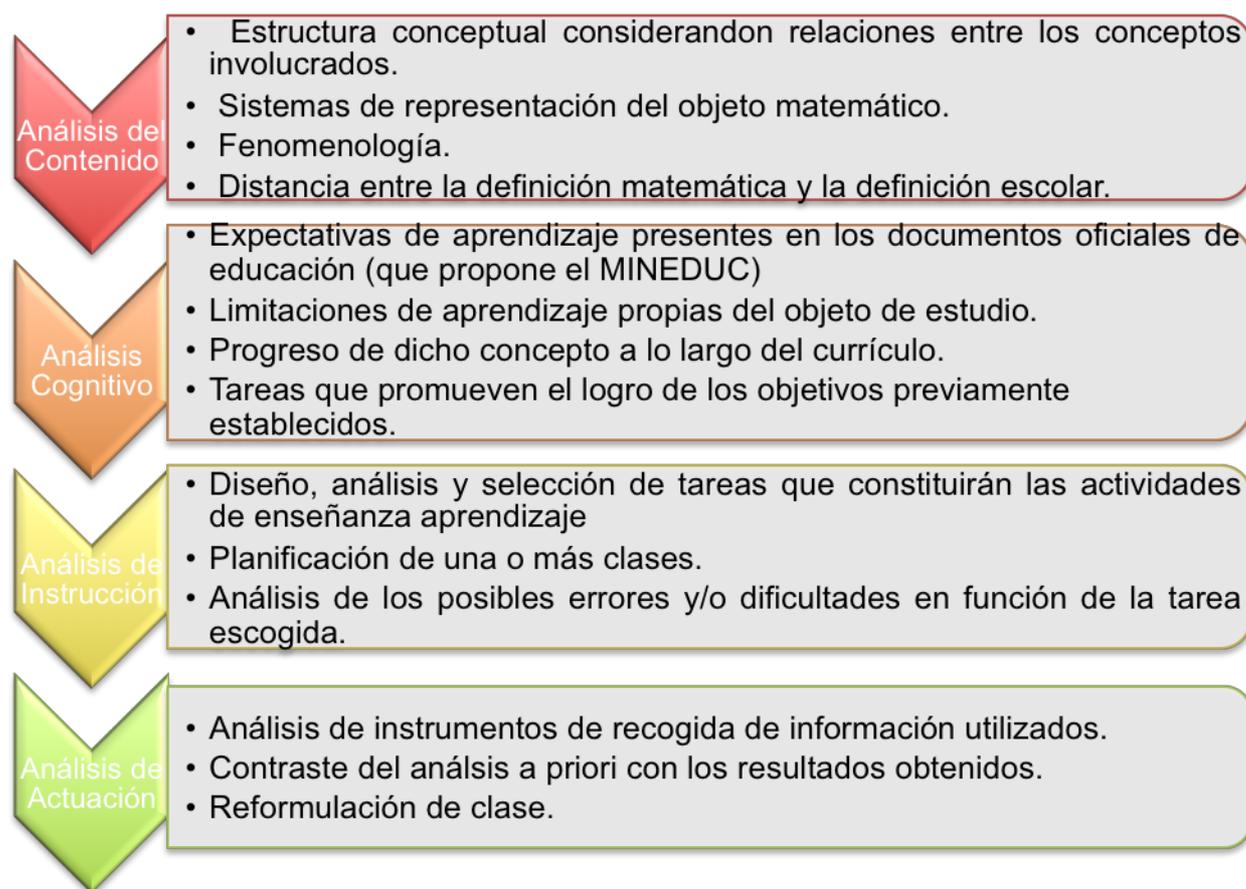
ostensivos que les permitan comprender el objeto matemático en profundidad.

En función de los antecedentes anteriormente presentados, identificamos la problemática de estudio como el uso de algoritmos para la optimización del tiempo en la resolución de problemas, dejando a un lado la comprensión del objeto matemático. Por ellos como objetivo general se plantea: Diseñar e implementar una propuesta de aula para evitar el abuso en el uso de las fórmulas de unión, intersección y complemento de un evento en probabilidad.

### **Marco de referencia**

El marco de referencia bajo el que se sustenta este estudio considera tres aspectos: el análisis didáctico, la teoría de registros semióticos (TRS) y la teoría de situaciones didáctica (TSD).

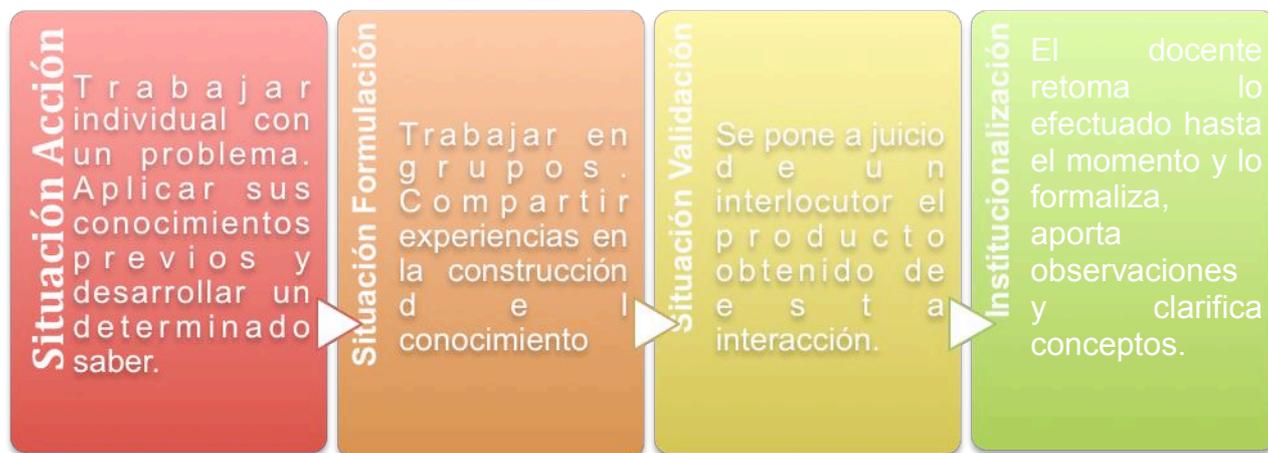
El Análisis Didáctico es una herramienta metodológica para planificar con profundidad, ya que entrega al docente una visión de cómo diseñar, implementar y luego evaluar los resultados de tareas de aprendizajes que se confeccionan en función de un objeto matemático específico. Este marco se estructura como un proceso que posee cuatro etapas o sub análisis, y se describen de la siguiente manera según Gómez (2007)



Por otra parte, para la confección de tareas de aprendizaje que prioricen la comprensión del objeto matemático, se considerará la Teoría de Registros Semióticos (TRS) de Duval, quien expone que la comprensión de un contenido reposa en la coordinación de al menos dos registros de representación, es decir, el estudiante debe ser capaz de reconocer el objeto matemático en sus distintas representaciones sin que sea confundido, y debe realizar cambios de registro sin olvidar que la esencia del objeto matemático es más que, por ejemplo, la expresión algebraica que lo define y/o los valores que toma. También, Varettoni y Elichiribehety (2010) mencionan que la TRS constituye un marco teórico adecuado para analizar las representaciones que los alumnos emplean para resolver un problema, permitiendo reconocer diferentes errores que se puedan cometer en el proceso, y así mejorar la tarea de aprendizaje propuesta.

Finalmente se considerará un segundo marco teórico, la Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau (TSD), con el cual se trabajarán

solamente las fases que propone esta teoría para la organización de la clase, las cuales según lo expone Chavarría (2006),



Cada una de las fases define de manera concreta cada momento, determinando el papel que juegan los estudiantes y el docente en el desarrollo de la actividad de aprendizaje para el logro de los objetivos.

### Metodología

Al realizar una investigación es necesario determinar la metodología de trabajo a utilizar, lo que incluye en primer lugar definir el método de análisis de información que en este caso es del tipo cualitativo, descriptivo simple e interpretativo, puesto que, como exponen Hernández, Fernández y Baptista (2006), se exploran y describen situaciones a las que se enfrenta un grupo determinado de individuos, en donde también se consideran las experiencias de los propios investigadores. Así, los resultados y su posterior análisis no serán objetivos, y tampoco se podrán generalizar para grupos con otras características.

Considerando lo anterior, para efectos de este estudio el contexto escogido es un grupo de 22 estudiantes de tercer año medio, los que pertenecen al Colegio San Vicente ubicado en Valparaíso. Dicho establecimiento es particular subvencionado, e imparte Educación Parvularia en el Segundo Nivel de transición; Educación Básica y Enseñanza Media Científico-

Humanista. Finalmente para el análisis de la información recogida se utilizaron tres instrumentos:

a) Grabaciones de video, que permitieron tener una mirada panorámica de la implementación del plan de acción.

b) Bitácoras, referidas a la descripción del contexto y ambiente donde se desarrolla la investigación, llevando a cabo una secuencia de hechos o cronología de sucesos y como evidencias escritas.

c) Hojas de respuestas, donde se expone la tarea de aprendizaje y en las cuales los estudiantes deberán plasmar sus estrategias de resolución.

## Resultados, desarrollo del análisis didáctico

### A. Análisis del contenido

Antes de elaborar un plan de acción para subsanar la problemática en el aprendizaje de las propiedades de probabilidad, es necesario conocer el objeto matemático en profundidad. Es por esto que se analiza la estructura conceptual del contenido involucrado en el estudio, a continuación se presenta, a grandes rasgos, dicha estructura.

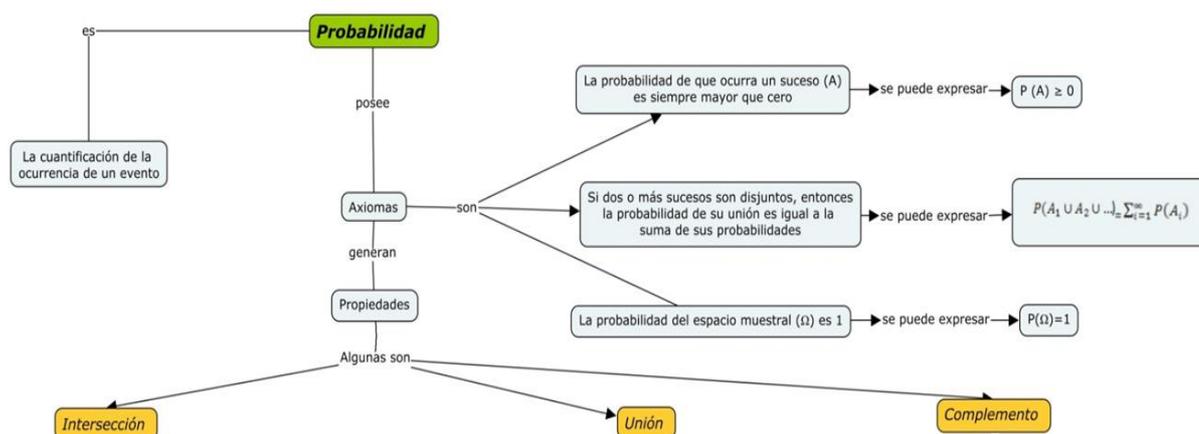


Imagen 2: Estructura Conceptual Probabilidad.

Por otro parte, se analiza la fenomenología de este contenido, considerando contextos y situaciones en las que se les da sentido a las propiedades

También se describen diferentes sistemas de representación bajo los cuales es posible estudiar dichas propiedades, a saber:



Finalmente se comparan las definiciones matemáticas de las propiedades, referidas a teoremas con sus respectivas demostraciones, con las definiciones que se dan a nivel escolar, las que se exponen mediante una expresión algebraica.

### **B. Análisis cognitivo**

El docente describe cómo los estudiantes progresan en la construcción del conocimiento, para esto se identifican las expectativas de aprendizaje que proporcionan los textos oficiales de educación, en las cuales se prioriza el aprendizaje de las propiedades de la suma y producto de probabilidad, reconociendo los distintos tipos de eventos. Es importante además determinar las limitaciones de aprendizaje que hacen referencia a las dificultades y/o errores propios del concepto de probabilidad, puesto que “una característica relevante de la Probabilidad es el hecho de tener su propio lenguaje y notación simbólica. En este sentido, (...) algunas veces el problema puede estar en el empaque y no en el contenido, como cuando la

dificultad no está en los conceptos, sino en la notación que se utiliza” (Osorio, Suarez y Uribe, 2011, pág. 12).

En este caso, “nuestro afán de anticiparnos a los hechos para prever consecuencias muchas veces nos puede llevar a conclusiones equivocadas producto de un análisis apresurado” (Jiménez y Rupin; 2014; pág. 160), por lo cual el establecer regularidades frente al análisis de algunas situaciones genera dificultades en el aprendizaje del concepto. Por ejemplo, si se lanza 3 veces una moneda y se obtiene “sello” el estudiante puede tender a decir que al lanzar por cuarta vez la moneda también obtendrá “sello”, de esta forma existe un error en la apropiación del concepto de dependencia que se involucra en el estudio de las propiedades en probabilidad.

Otra limitación en el estudio de este concepto es el uso de disyunciones, a las cuales no se les da el mismo significado al usarse en el lenguaje cotidiano y en lenguaje matemático, por ejemplo “puede ocurrir que los estudiantes, en primera instancia, asuman que la disyunción “o” es excluyente, pues así suele ser en el lenguaje natural. Así, pueden pensar que si decimos que una persona tiene corderos o vacas significa que sólo tiene un tipo de animal, no ambos” (Jiménez y Rupin, 2014; pág. 165), este error es ocasionado porque el estudiante no interpreta de manera adecuada la operatoria con conjuntos.

Dichas dificultades es posible observarlas a lo largo de todos los niveles escolares, por lo cual es necesario realizar un análisis curricular que abarca desde tercero básico a cuarto medio, reconociendo los contenidos previos necesarios para estudiar en segundo medio las propiedades y los conceptos que puedo abordar luego de este nivel, los cuales son:

3°- 4°	<ul style="list-style-type: none"><li>• Experimento Aleatorio.</li><li>• Con o sin devolución.</li></ul>
5°- 6°	<ul style="list-style-type: none"><li>• Suceso- evento en probabilidad.</li><li>• Posibilidad de ocurrencia de un evento.</li></ul>
7°- 8°-1°	<ul style="list-style-type: none"><li>• Equiprobabilidad.</li><li>• Reconocen el modelo de Laplace.</li></ul>
2°	<ul style="list-style-type: none"><li>• Propiedades de probabilidad.</li></ul>
3°	<ul style="list-style-type: none"><li>• Probabilidad Condicional.</li></ul>
4°	<ul style="list-style-type: none"><li>• Cálculo de probabilidades usando tablas de distribución normal.</li></ul>

Finalmente se identifican las tareas de aprendizaje que permiten cumplir el objetivo propuesto, y resolver o subsanar los errores y dificultades encontrados, esto se logra si el docente tiene clara la actividad a realizar para así poder orientar el logro de los objetivos propuestos.

### **C. Análisis de instrucción**

El tener en cuenta todo el proceso que vive el objeto matemático, desde su primer estudio a nivel escolar, considerando todos los conceptos que lo articulan, nos permite diseñar un plan de acción que tenga una mayor consistencia. En este caso se diseñará una clase cuyos objetivos son

## Objetivo General

- Interpretar y caracterizar las propiedades de unión, intersección y complemento de un evento.

## Objetivo Específicos

- Reconocer las propiedades de unión, intersección y complemento de un evento.
- Representar las propiedades de unión, intersección y complemento de un evento.

En dicha clase se presentará una tarea de aprendizaje, orientada al logro de los objetivos, la cual se ilustra en la Figura 1.

***El dueño de un minimarket ha observado que de sus potenciales clientes consumidores de fruta, el 0,6 prefiere comprar frutillas; por otra parte, un 0,3 prefiere ciruelas, mientras que sólo un 0,15 prefiere ambas frutas. Si se selecciona aleatoriamente un comprador de fruta, resuelva las siguientes preguntas mediante dos estrategias distintas.***

***a) ¿Cuál es la probabilidad que no prefiera frutilla?***

***b) ¿Cuál es la probabilidad de que prefiera ambas?***

***c) ¿Cuál es la probabilidad que prefiera al menos un tipo de fruta?***

La tarea presentada promueve, como mínimo, el uso de dos registros de representación semiótica para dar respuesta a las interrogantes planteadas. A modo general, se espera que el estudiante aplique un registro de representación distinto al algebraico, específicamente el uso del diagrama de Venn, ya que mediante este registro es posible deducir algunas propiedades

que no son obvias, favoreciendo así la comprensión por sobre la memorización de las expresiones.

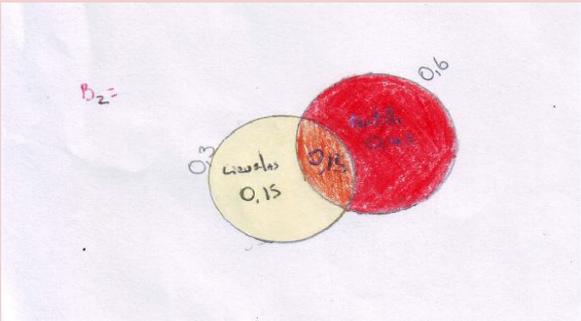
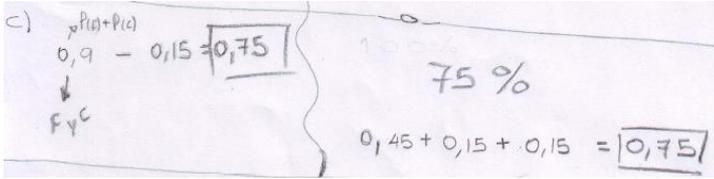
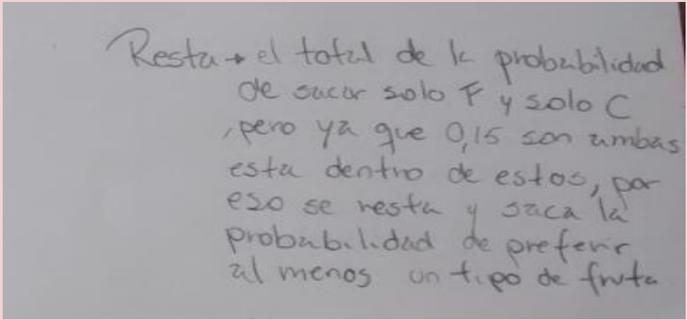
La clase diseñada se planificó para 90 minutos, tomando en consideración diversos factores que podrían retrasar alguno de sus momentos para la distribución del tiempo. Como se mencionó anteriormente, la clase se organizara en función de las fases que propone la TSD, a continuación se describe lo que debería suceder en cada una de ellas.



#### D. Análisis de actuación

Luego de la implementación, se pudo notar que la actividad en sí necesita la secuencia en la que se presentan las preguntas para la mejor comprensión de las dos preguntas finales, la cual no era respetada, produciéndose un desorden y confusión al momento de resolverlas. Con respecto a las estrategias utilizadas, estas se agruparon en tres categorías que se presentan en la Tabla 1

Tabla 1: Categorización de resultados.

Estrategias de Resolución	Evidencias
<p>Registro Conjuntista</p>	
<p>Registro Numérico Simbólico</p>	
<p>Registro Natural</p>	

Se observó que sólo cuatro alumnos de un total de 20 recurrieron al registro gráfico como una estrategia de resolución, en comparación con el resto del curso que prefirieron expresar la respuesta en lenguaje natural y de numérica simbólica. Por otro lado, a pesar de no poseer los conocimientos previos, 12 alumnos fueron capaces de dar respuestas a las interrogantes de manera correcta, aunque no utilizaron el diagrama de Venn como estrategia; siete hicieron la resolución en registro algebraico-natural y cinco en registro algebraico-pictórico.

Teniendo en consideración los resultados y su posterior análisis, se plantea reformular la tarea de aprendizaje involucrada en la clase, es relevante entonces incluir en el problema un esquema del diagrama de Venn en blanco, para que los estudiantes se enfoquen en el trabajo con el registro conjuntista que les permitirá deducir las expresiones de las propiedades, lo que se buscaba desde un principio con nuestra actividad. Por otra parte, se pretende que si los estudiantes no saben utilizar el diagrama de Venn se realizará una institucionalización local, es decir presentará un ejemplo del uso del diagrama de Venn.

### **Conclusiones y comentarios finales**

Con el desarrollo de esta investigación se logró el objetivo general, puesto que la tarea de aprendizaje que se diseñó permite el uso de un registro de representación distinto al algebraico evitando que la enseñanza del objeto matemático, en este caso las propiedades de probabilidad, se redujera a la replicación de un algoritmo, fomentando la comprensión por parte del estudiante de conceptos claves en probabilidad, como por ejemplo a qué se refiere el complemento de un evento. Es importante destacar que, la tarea de aprendizaje propuesta puede ser más orientadora aun para el logro de los objetivos, si se incluyera un esquema con el diagrama de Venn en blanco, de tal forma que el estudiante inmediatamente enfoque sus estrategias de resolución a este sistema de representación, optimizando el tiempo de trabajo y reduciendo las posibilidades de que los estudiantes se desvíen del objetivo de la clase.

Sabemos que todo contenido matemático sufre modificaciones para poder ser estudiado a nivel escolar, según el contexto en el cual se abordará. Dichas modificaciones las debe realizar el docente, definiendo las tareas de aprendizaje que sean más útiles y pertinentes para el logro de los objetivos planteados y de las habilidades que se espera desarrollar con el contenido en los estudiantes.

Otro aspecto relevante a considerar en la investigación fueron las limitaciones de aprendizaje. Al estudiarlas nos permitió prever situaciones conflictivas a las que se podía enfrentar el estudiante al momento de trabajar con el contenido, definiendo acciones para subsanarlas. Por tanto resulta indispensable que el docente analice las dificultades y errores asociadas a un contenido específico, considerando que las tareas de aprendizaje no están exentas de limitaciones, puesto que algunas son propias del concepto mientras que otras son propias de la concepción del estudiante. Se debe considerar además, si el curso posee los conocimientos previos para abordar la actividad, puesto que si esto no ocurre no es posible llevar a cabo la tarea, teniendo que recurrir al repaso de los contenidos. Es por lo anterior, que para un docente es indispensable considerar el contexto y la realidad del curso en la planificación de un contenido, reconociendo las características propias del grupo y así facilitar el aprendizaje.

Finalmente, se espera que esta investigación sea un aporte a la enseñanza de las propiedades de unión, intersección y complemento de un evento en probabilidad, puesto que se concibe al estudiante como un participante activo de su proceso de aprendizaje, donde el docente actúa como guía de dicho proceso, potenciando la comprensión de un contenido matemático por sobre la replicación de algoritmos. Se desea también, incentivar a las futuras generaciones a diseñar tareas de aprendizaje que promuevan la comprensión de un objeto matemático, aun cuando este estilo de clases toma más tiempo de lo normal, como docentes nos aseguramos de que el estudiante realmente está logrando un aprendizaje significativo, sin obviar las complicaciones que pueden surgir, puesto que son inherentes a la realidad chilena en el aula.

## **Referencias**

- Batanero, C. (2005). *Significado de la probabilidad en la educación secundaria*. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa. Noviembre Vol. 8 n°003 comité Latinoamericano de matemática educativa, México.
- Chavarría, J. (2006). *Teoría de las situaciones didácticas*. Recuperable en internet:  
<http://www.unige.ch/fapse/clidi/textos/teoria%20de%20las%20situaciones%20didacticas.pdf>. Universidad de Ginebra. Suiza.
- Gómez, S. (2000). *¿Para qué enseñar fórmulas pudiendo enseñar procedimientos?* Una propuesta didáctica para el tratamiento de la Probabilidad en Bachillerato. Suma 35.
- Gómez, P. (2007). *El análisis didáctico en la formación inicial de profesores de matemática de secundaria*.
- Hernández, R., Fernández, C., Baptista, P. (1997-2006). Metodología de la Investigación. Canadá.
- Jiménez, L. y Rupin, P. (2014) *Guía didáctica del docente*. Matemática segundo año medio.
- Osorio, M., Suarez, A. y Uribe, C. (2011) *Revisión de aspectos asociados a la problemática del aprendizaje de la Probabilidad*. Fundación Universitaria Católica del Norte. Medellín, Colombia.
- Varettoni, M., Elichiribehety, I. (2010). *Los registros de representación que emplean docentes de Educación Primaria: un estudio exploratorio*. Revista electrónica de investigación en educación en ciencias. Vol V N° 2. Argentina.

## Enseñanza de la Matemática y estilos de aprendizaje predominantes. Un estudio de caso

Mario Di Blasi Regner, Silvia Santos, Andrea Comerci  
Departamento de Materias Básicas, Facultad Regional General Pacheco,  
Universidad Tecnológica Nacional, Argentina.  
mario.dibiasi@gmail.com, silvia.santos@live.com.ar, acomerci@frgp.edu.ar

### Resumen

Los Estilos de Aprendizaje (EA) son “los rasgos cognitivos, afectivos y fisiológicos, que sirven como indicadores relativamente estables, de cómo los discentes perciben, interaccionan y responden a sus ambientes de aprendizaje”. Con la reflexión puesta en el triángulo didáctico saber, docente y estudiante en un contexto de educación superior en este trabajo presentamos una experiencia que llevamos a cabo en la Facultad Regional General Pacheco de la Universidad Tecnológica de Argentina cuyo objetivo consistió en favorecer el aprendizaje de los estudiantes del concepto elipse, contenido correspondiente a la materia Álgebra y Geometría Analítica que se cursa en el primer año de las carreras de ingeniería. Dicha propuesta didáctica estuvo basada en estrategias de enseñanza que contemplan el Estilo de Aprendizaje predominante que pueda presentar cada estudiante.

**Palabras Clave:** Investigación educativa, Estilos de aprendizaje, Estrategias de enseñanza, Álgebra, Ingeniería

### 1 Introducción

Como docentes de los primeros años de las carreras de ingeniería nos encontramos, por un lado, con la necesidad de responder a los requerimientos que demanda la formación de un ingeniero con un perfil preestablecido por la institución y por el otro, reparar en la medida de lo posible, un problema abierto a nivel mundial en el campo educativo (Carnelli,

2007) como es el tener que articular los niveles educativos, lograr la transición existente entre la escuela media y la universidad.

Desde la investigación educativa se ha llegado a respuestas parciales acerca de la problemática que nos planteamos, las mismas vienen de la mano de la evaluación y la reformulación en dispositivos de evaluación o propuestas de enseñanza que consideran las dificultades que los estudiantes traen del nivel medio sin descuidar los aprendizajes propios del nivel superior con los enfoques que cada institución desea promover (Amago, 2004).

El panorama de trabajos sobre rendimiento académico basado en *Estilos de Aprendizaje* es amplio y en un gran número del análisis de las distintas investigaciones que versa sobre el tema se concluye que que los estudiantes aprenden con más efectividad cuando se les enseña sobre la base de sus Estilos de Aprendizaje predominantes (Aguilera y Ortiz, 2010).

El trabajo que presentamos dará cuenta del proceso metodológico llevado a cabo en el curso de Álgebra y Geometría Analítica que se imparte en el primer año de las carreras de ingeniería de la Facultad Regional General Pacheco de la Universidad Tecnológica Nacional, tendiente a la elaboración de estrategias de enseñanza, mediadas por dispositivos didácticos diseñados atendiendo a los EA dominantes de las estudiantes entorno a un saber del álgebra como es el tratamiento de secciones cónicas, en particular el abordaje del concepto de elipse. Se expondrán los resultados de dos primeros años de la investigación correspondientes a los ciclos lectivos 2013 y 2014.

## 1.1 Marco teórico

### 1.1.1 Estilos de aprendizaje

Si bien son numerosas las definiciones de Estilos de Aprendizaje, adoptaremos aquella que los caracteriza como “los rasgos cognitivos, afectivos y fisiológicos, que sirven como indicadores relativamente estables, de cómo los discentes perciben, interaccionan y responden a sus ambientes de aprendizaje” (Gallego Gil y Nevot Luna, 2008).

Aceptamos la categorización de Estilos de Aprendizaje propuesta por Honey y Mumford (1986) quienes los clasifican y describen de la siguiente manera:

*Estilo Activo.* Los sujetos que poseen predominancia en este estilo se implican en nuevas experiencias. Son escépticos y emprenden con afán las tareas novedosas. Aceptan los desafíos de nuevas experiencias, y se abruman con los largos plazos. Se involucran en los asuntos de ajenos y centran a su alrededor todas las actividades.

*Estilo Reflexivo.* Los sujetos que tiene predominancia en estos estilos sienten gusto por considerar experiencias y observarlas desde diferentes perspectivas. Reúnen datos, los analizan con detenimiento antes de llegar a alguna conclusión. Se caracterizan por su prudencia.

*Estilo Teórico.* Los teóricos enfocan los problemas siguiendo secuencias lógicas. Con tendencia hacia el perfeccionismo. Integran los hechos en teoría coherentes. Son profundos en su sistema de pensamiento, al momento de tener que establecer teorías, principios y modelos. Tienden analizar y sintetizar la información. Aprecian la racionalidad y la objetividad y escapan de lo subjetivo y de lo ambiguo. Perciben lo lógico como sinónimo de bueno.

*Estilo Pragmático.* El punto fuerte de los sujetos con predominancia en estilo pragmático es la aplicación práctica de las ideas. Descubren el aspecto positivo de las nuevas ideas y aprovechan la primera oportunidad para experimentarlas. Aprecian actuar rápidamente y con seguridad con aquellas ideas y proyectos que les atraen. Tienden a ser impacientes cuando hay personas que teorizan. Son decididos al momento de tomar una decisión o resolver un problema. Conciben que todo pueda ser perfectible pero si funciona es bueno.

#### 1.1.2. Estrategias didácticas, intervención educativa y dispositivo didáctico

Adoptaremos como definición de *estrategias de enseñanzas* aquella que sostiene que se trata del “conjunto de decisiones que toma el docente para orientar la enseñanza con el fin de promover el aprendizaje de sus alumnos. Se trata de orientaciones generales acerca de cómo enseñar un contenido

disciplinar considerando qué queremos que nuestros alumnos comprendan, por qué y para qué” (Anijovich y Mora, 2009).

Este conjunto de decisiones tomadas por el docente bajo dichas condiciones redundan en lo que llamaremos *intervención educativa*. Que como tal la comprendemos, implica una interacción dinámica de la pareja enseñanza-aprendizaje. En ella se asienta una conexión establecida desde el docente hacia la relación con el saber que construye el estudiante para aprender, vínculo que por lo demás funciona como elemento organizador de esta relación (Morales, Lenoir y Jean, 2012).

Al concepto de intervención educativa se puede encontrar asociada la idea de *actividad*, en tanto que se la entienda como aquella tarea que diseñada por el docente, los alumnos realizan para apropiarse de diferentes saberes. La noción de actividad dentro del campo de la enseñanza no resulta novedosa. Planteamientos de este concepto aparecen en John Dewey, fundador de la Escuela Activa, que a principios del siglo XX, resaltaba la necesidad de favorecer la actividad de los estudiantes y su participación protagónica para poder aprender (Dewey, 1948). En este sentido y asociado al concepto de EA, aceptamos que el conocimiento del estilo de aprendizaje de los estudiantes permite orientar la intervención educativa a la vez que “ayuda a los estudiantes a reconocer su propia forma de aprender, las condiciones que requiere para aprender, identificar sus puntos fuertes y débiles y superar las dificultades que se les presentan en el proceso de aprendizaje” (Alonso, 1999).

En este sentido y bajo el contexto descrito de mediación y acción ejercida por su parte, docentes y estudiantes, los materiales didácticos cobran importancia al ser concebidos como dispositivos instrumentales (Lenoir, 2009) que ayudan y facilitan dicha intervención. Los dispositivos instrumentales o materiales resultarían recursos utilizados por el docente en aula y que pueden considerarse desde los textos académicos hasta el mobiliario del aula o las herramientas del laboratorio de informática (Mediano, 2010). Particularmente reconoceremos una noción de mayor amplitud como es el concepto de *dispositivo didáctico*. Si bien, son vastas las

investigaciones que tratan sobre las múltiples dimensiones con que estos participan en las prácticas de enseñanza, aceptamos como definición de dispositivo didáctico aquella que lo propone como “el marco de acción regulador de procesos de aprendizaje, un medio implementado con el fin de alcanzar un objetivo” (Lenoir et al., 2007)

## 2 Metodología

### 2.1 Estudio de casos

Aceptamos que el estudio de casos no se trata de una elección metodológica sino de optar por un objeto de estudio; es el interés en el objeto lo que define y no el método que se usa (Stake, 1994). Cualquier unidad de análisis puede convertirse en ese objeto el cual puede tratarse tanto de una unidad individual como colectiva. En nuestra investigación el caso, representado por el estilo de aprendizaje de cada estudiante es donde se puso toda la atención investigativa la cual estuvo orientada hacia la comprensión de su especificidad más que en la búsqueda de generalizaciones, en virtud de que *“la búsqueda no se orienta hacia el establecimiento de regularidades empíricas sino hacia la comprensión del caso en su unicidad”* (Archenti, Marradi y Piovani, 2007).

Entendemos que el objeto se puede abordar desde diferentes métodos y con diversas técnicas de recolección de datos y análisis y el investigador se aproxima al caso a través de la triangulación metodológica. De modo que en cuanto la posición metodológica por nosotros elegida, hemos de indicar que, optamos por un diseño de investigación mixto o que combinan técnicas cuantitativas y cualitativas tanto en la recogida como de tratamiento y valoración de los datos.

#### 2.1.1 Muestra

El muestreo fue intencional o de conveniencia en virtud que los docentes a cargo de dictar la materia en los cursos elegidos fueron los encargados de seleccionar la muestra y procuraron que sea representativa, dependiendo de la intención de la investigación.

En el primer año de la investigación, correspondiente al ciclo lectivo 2013, la muestra consistió en un grupo formado por dos cursos de los primeros años de la carrera de ingeniería de la materia Álgebra y Geometría Analítica contando con un total de 54 estudiantes; 24 de ellos provenientes de la especialidad mecánica y 30 estudiantes de la civil. En el segundo año de nuestro estudio, año lectivo 2014, la muestra revistió las mismas características que la muestra del año anterior sólo que se contó con un total 76 estudiantes: 36 de la especialidad mecánica y 40 de la de civil.

### 2.1.2 Instrumentos

Para identificar los Estilos de Aprendizaje de los estudiantes de la muestra, se utilizó un cuestionario denominado Test CHAEA creado por los investigadores Alonso, Gallego y Honey (1994) para ser aplicado al ámbito académico sobre la base de una lista de características que determinan el campo de destrezas de cada estilo (activo, reflexivo, teórico y pragmático) el mismo es una adaptación del Cuestionario de Estrategias de Aprendizaje (LSQ) diseñado por Honey y Mumford (1986b). El Test CHAEA, es un cuestionario auto-administrado que está compuesto de ochenta ítems, veinte por cada uno de los estilos; cada ítem admite una puntuación dicotómica (+) o (-), la respuesta con signo (+) si se está más de acuerdo que en desacuerdo, con signo (-), en caso contrario. Todos y cada uno de los ítems deben ser contestados, y en una y sólo una de las opciones. La puntuación absoluta que el estudiante obtenga en cada sección de estilo señala el grado de preferencia (García Cué, Santizo Rincón y Alonso García, 2009).

### 2.1.3 Análisis de la información proveniente del Test CHAEA

Para identificar el estilo de aprendizaje de cada estudiante se sometieron las respuestas del Test CHAEA a la interpretación de las puntuaciones conforme al Baremo General Abreviado, tal como se muestra en la Tabla 1:

**Tabla 1:** Baremo General Abreviado

	<b>Activo</b>	<b>Reflexivo</b>	<b>Teórico</b>	<b>Pragmático</b>
<b>Muy Baja</b>	<b>0-6</b>	<b>0-10</b>	<b>0-6</b>	<b>0-8</b>
<b>Baja</b>	<b>7-8</b>	<b>11-13</b>	<b>10-13</b>	<b>9-10</b>
<b>Moderada</b>	<b>9-12</b>	<b>14-17</b>	<b>10-13</b>	<b>11-13</b>
<b>Alta</b>	<b>13-14</b>	<b>18-19</b>	<b>14-15</b>	<b>14-15</b>
<b>Muy Alta</b>	<b>15-20</b>	<b>20</b>	<b>16-20</b>	<b>16-20</b>

En cuanto a la categorización para la muestra elegida por nosotros se optó por considerar como *estilo predominante* al estilo o los estilos en los cuales los alumnos hubiesen obtenido una clasificación correspondiente a las categorías *alta* o *muy alta*.

2.1.4 Diseño del dispositivo didáctico. Actividades basadas sobre el concepto de elipse.

Los docentes elaboraron un dispositivo didáctico compuesto por tres actividades A, B y C sobre la base de las características de los EA de los alumnos y las estrategias de enseñanza y las características del saber a enseñar seleccionado del programa de AyGA como fue el concepto de *elipse*. Que se pueden observarse en la Fig. 1.



para la resolución del mismo. Y en cuanto a los recursos, los alumnos sólo podían valer de lápiz y papel.

#### 2.1.5 Encuesta. Diseño de cuestionario sobre percepción.

Se optó por realizar mediante la técnica de encuesta mediante un cuestionario auto-administrado diseñado con preguntas abiertas destinado a interrogar a los alumnos participantes, sobre la percepción que tiene de su propio aprendizaje durante la realización de las actividades.

#### 2.1.6 Validación y aplicación del dispositivo didáctico.

El dispositivo didáctico fue sometido a la validación en una prueba piloto aplicada en el curso lectivo de 2013.

La prueba piloto consistió en dos etapas utilizándose dos días de clase de cuatro horas reloj cada una. En una de ella se le asignó a cada alumno, una actividad en función de su estilo predominante. En otra de las clases se realizó la encuesta.

Durante el año lectivo 2014, se consumó la segunda etapa de la investigación. Se destinaron tres clases, de cuatro horas reloj de duración cada una, para el desarrollo de la misma: una primera clase donde se aplicó el Test CHAEA a los estudiantes bajo las mismas condiciones de muestreo previamente comentado, se contó con un total de 76 individuos; una segunda clase donde se los puso en conocimiento de su estilo de aprendizaje predominante y posteriormente se procedió a la aplicación del dispositivo didáctico ya validado. Se conformaron grupos con tres integrantes, los cuales compartían el mismo EA predominantes y se les entregó la actividad según su estilo.

Cabe aclarar que aquellos estudiantes que no contaban con un estilo predominante fueron asignados por azar para integrar cualquier grupo. Durante la experiencia se encontraban presente dos investigadores: uno de ellos en el rol de *observador no participante* y el otro como *profesor* que limitó su intervención al esclarecimiento sobre la formulación de las consignas, la

moderación de una puesta en común en la finalización de la actividad y formulación de preguntas sobre la comprensión de lo realizado por los distintos grupos. La experiencia se desarrolló en el aula donde habitualmente se dictan las clases con una duración aproximada de noventa minutos.

Finalmente se dispuso de una tercera clase en la que se realizó la encuesta.

### **3. Conclusiones**

En relación al objetivo de la propuesta, que consistía en favorecer el aprendizaje de los estudiantes del concepto elipse, por medio de estrategias de enseñanza mediada por un dispositivo didáctico que contempla el Estilo de Aprendizaje predominante que presentaba cada alumno, notamos que:

Las actividades desarrolladas en la clase, nos permitieron advertir una predisposición para el trabajo por parte del alumnado; la clase se tornó en un espacio donde no hubo recelo de comunicar los hallazgos, tanto a sus compañeros como al docente. De hecho, se propuso una puesta en común para exponer los resultados obtenidos por cada grupo, momento de la clase donde hubo lugar para la discusión y extraer conclusiones. En el cual, los estudiantes repararon en que las tres actividades propuestas, correspondían a un mismo problema pero a partir de un abordaje diferente.

Los estudiantes, pudieron expresar con sus palabras, las características que corresponden al lugar geométrico (elipse). A partir de los hallazgos que la experimentación les proporcionó al trabajar con materiales como cartón, alfileres, piolín, compás, el software. Otro hecho que puede ser observado desde la propuesta, es que cada alumno pudo trabajar a su ritmo y no al impuesto por el docente.

Al establecer una comparación entre la propuesta didáctica diseñada sobre la base de los Estilos de Aprendizaje del alumnado, y el modo en que los profesores de la cátedra, presentamos la temática abordada con un enfoque tradicional. Observamos lo débil de la apreciación, en sentido didáctico, de la riqueza que tenemos frente a nosotros en las clases y la exigua intervención que tenemos en el aprendizaje. Cuando el énfasis en la enseñanza, sólo está

puesto en la enunciación de propiedades y expresiones algebraicas de las secciones cónica, como es el caso de la elipse.

## Referencias

- Aguilera, P. E.; Ortiz, T. E. (2010). *La caracterización de perfiles de estilos de aprendizaje en la educación superior, una visión integradora*. Revista Estilos de Aprendizaje, pp.1-20.
- Alonso, C. M.; Gallego, D.J. y Honey, P. (1994). *Los estilos de aprendizaje. Procedimientos de diagnóstico y mejora*. Mensajero.
- Alonso, C. (1999). *Los Estilos de Aprendizaje. Qué son, cómo diagnosticarlos, cómo mejorar el propio Estilo de Aprendizaje*. Mensajero.
- Amago, L. (2004). *Principales dificultades de los alumnos que ingresan a la universidad. Estudio preliminar sobre el estado del conocimiento*. Universidad Nacional de General Sarmiento.
- Anijovich, R.; Mora, S. (2009). *Estrategias de enseñanza. Otra mirada al quehacer en el aula*. Aique, pp. 21-25.
- Archenti, N.; Marradi, A.; Piovani, J. (2007). *Metodología de la Investigación Social*. Emecé, pp. 236-238.
- Carnelli, G. (2007). *Perspectiva integrada de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática: una mirada a la Educación Matemática*. Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática, pp.165-186.
- Dewey, J.: *Philosophy of Education*. Littlefield (1948). Traduc. Castellana: *Filosofía de la Educación*. Losada (1954).
- Gallego Gil, D.; Nevot Luna, A. (2008). *Los estilos de aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*. Revista Complutense de Educación, Vol. 19, No. 1, pp. 95-112.

García Cué, J.L.; Santizo Rincón, J.; Alonso García, M. (2009). Instrumentos de medición de estilos de aprendizaje. *Revista Estilos de Aprendizaje*. Vol. 2, No.4.

Honey, P.; Mumford, A. (1986). *The manual of Learning Styles*. Peter Honey Associates.

Honey, P.; Mumford, A. (1986b): Modelo de Honey y Mumford. Tendencias Generales del comportamiento personal.  
[http://www.cca.org.mx/profesores/cursos/cep21/modulo\\_2/mod\\_honey\\_mumford.htm](http://www.cca.org.mx/profesores/cursos/cep21/modulo_2/mod_honey_mumford.htm).

Lenoir, Y.; Maubant, P.; Hasni, A.; Lebrun, L.; Zaid, A.; Habboub, E.; McConnell, A. C. (2007). *À la recherche d'un cadre conceptuel pour analyser les pratiques d'enseignement*. Universidad de Sherbrooke.

Lenoir, Y. (2009). L'intervention éducative, un construit théorique pour analyser les pratiques d'enseignement. *Les nouveaux cahiers de la recherche en éducation*, Vol. 12, No. 1, pp. 9-29.

Mediano, F. J. (2010). *Selección y elaboración de materiales educativos*. En D. Cervera (Ed.). *Didáctica de la tecnología*, Grao. pp. 61-76.

Morales, A; Lenoir, Y.; Jean, V. (2012). *Dispositivos didácticos en la enseñanza primaria en Quebec*. *Revista Iberoamericana de Evaluación Educativa*, Vol. 5, No. 3.

Stake, R. (1994). *Case Studies*. *Handbook of Qualitative Research*. Sage Publications. pp. 236-247.

## La Compresión De La Derivada Y Sus Significados. Un Estudio De Caso Con Profesores De Bachillerato

Miguel Díaz Chávez

Instituto Superior de Ciencias de la Educación, Estado de México, México

### Resumen

Diversas investigaciones muestran que estudiantes de cálculo tienen dificultades en la comprensión de conceptos básicos como es el de derivada y sus significados. Otras investigaciones apuntan hacia las creencias y concepciones que tienen los profesores acerca del cálculo y su enseñanza. En general el papel que juega el profesor de cálculo en el aprendizaje de los estudiantes es determinante y depende de sus conocimientos y creencias acerca del cálculo y también de su enseñanza. Conocimientos y creencias del profesor determinan el acercamiento que le da al cálculo, los temas y significados que privilegia, los problemas y ejercicios que elige para motivar y aplicar, por ejemplo la derivada. La investigación la realizamos con profesores del nivel medio superior en la que exploramos sus conocimientos, habilidades, destrezas y su nivel de comprensión sobre la derivada y sus diferentes significados. Una de las partes de la investigación se centra en el manejo cualitativo de algunos significados de la derivada que no son comunes en los programas de cálculo de bachillerato, por ejemplo el comportamiento de la derivada y sus relaciones con las propiedades de las gráficas de las funciones así como sus conexiones con la velocidad y la variación de la velocidad instantánea que llamamos aceleración. Particularmente sobre las relaciones que existen entre la variación de la velocidad y las concavidades de las gráficas de las funciones. Para la exploración se utilizaron modelos basados en el llenado de recipientes de formas diversas. Los problemas que se plantearon consistieron en la descripción del movimiento del nivel de un líquido mientras se le vierte con flujo constante. La descripción del movimiento del nivel del líquido de las diversas formas de los recipientes da lugar a una variedad de curvas con diferentes comportamientos. Para la exploración utilizamos un cuestionario aplicado a nivel piloto a un grupo de nueve profesores del nivel bachillerato en el Estado de México y un segundo cuestionario a un grupo de 12

profesores de ese mismo nivel y del mismo Estado. Se trata de un estudio de caso en donde además de los cuestionarios se llevaron a cabo entrevistas. El marco de referencia que adoptamos consiste en diversos trabajos que destacan y apuntan hacia una descripción del aprendizaje de la matemática con entendimiento. En este contexto, recobra importancia la comprensión de los significados de la derivada por parte del profesor. Al final se presentan los resultados y conclusiones en donde se deja ver la necesidad de una profesionalización del profesor en la enseñanza de las matemáticas.

## La Entrevista Clínica: Opción Para Indagar El Aprendizaje De Límites Y Continuidad

María Inés Ortega Árcega, José Trinidad Ulloa Ibarra, David Zamora Caloca  
*majjua9@hotmail.com, jtulloa@hotmail.com, david.zamora@uan.edu.mx*

Universidad Autónoma de Nayarit. México

### Resumen

La entrevista clínica es utilizada en la investigación en matemática educativa, con la finalidad de profundizar en el conocimiento de las razones por las cuales los estudiantes toman decisiones cuando participan en una propuesta didáctica alternativa y cuestionarles si fue o no interesante o motivante para aprender matemáticas, en este caso, sobre el tema límites y continuidad. La investigación se desarrolló con estudiantes de licenciatura en matemáticas de la Universidad Autónoma de Nayarit (UAN) y para la entrevista se seleccionó a cuatro estudiantes con diferente nivel de conocimientos. En este artículo se reporta el análisis de las entrevistas, además de interpretaciones orientadas hacia algunos aspectos empleados en el diseño instruccional como fue el uso de videos, el trabajo colaborativo y el programa WinPlot.

**Palabras clave:** Entrevista Clínica, Límites, Continuidad, Winplot,

### Introducción

El diseño instruccional aplicado incluyó un cuaderno de trabajo que se integran las actividades, 2 DVD integrados con 28 videos digitales explicativos del concepto de límites y continuidad y actividades diseñadas con el software WinPlot, se incluyeron situaciones tendientes a destacar el trabajo conceptual sobre el operativo, con la finalidad de que alumno se apropiara de conceptos de límite y continuidad los resultados de la propuesta reflejan que es una buena alternativa didáctica para propiciar aprendizajes, lo que se corroboró con el análisis de los instrumentos de evaluación (Pantoja, López, Ortega, Hernández, 2014).

El concepto de límite se incorpora en la estructura cognitiva del estudiante de manera significativa (Ausubel, Novak, J. y Hanesian, 2005; Ballester, 2002), mediante los acercamientos analítico, numérico, verbal y gráfico, porque cuando el estudiante desarrolla las actividades de aprendizaje diseñadas con base en tales representaciones, se facilita darle significado a los desarrollos algebraicos (Núñez, 2002).

Martínez, Montero y Pedrosa (2001) afirman que el software de matemáticas se orienta al cálculo simbólico, la visualización por medio de gráficas, a la representación de un objeto matemático en formas diferentes, a la expresión de la interrelación entre diferentes objetos matemáticos, por ejemplo, la relación entre áreas y tangentes, a utilizar la heurística para el planteo de conjeturas y/o la comprensión de conceptos, al modelado de situaciones y al desarrollo habilidades metacognitivas, situaciones que se incluyeron en el estudio tendientes a destacar el trabajo conceptual sobre el trabajo operativo, con la finalidad de que alumno se apropie del concepto de límite y continuidad sobre la operatividad del cálculo de límites que se aplica tradicionalmente en el aula.

Una vez puestas en escena las actividades y recopilada la información, se realizó la entrevista a los alumnos seleccionados con promedio de calificación alto, medio y bajo, obtenido en el examen de conocimientos, con la finalidad de cuestionar sobre el interés por la propuesta, los contenidos aprendidos, los videos digitales empleados, el software WinPlot y el trabajo colaborativo.

### ***Entrevista clínica (EC)***

De acuerdo a Cobb (1986, citado en Singh, 2000), la EC es un medio por el cual el investigador tiene la oportunidad de cuestionar al alumno sobre por qué desarrolló tal o cuál procedimiento evidenciado en la solución planteada a un problema y que no se plasmó en su escrito. Es una herramienta con el potencial para revelar los conocimientos adquiridos o no, por el alumno, y se ha consolidado como un instrumento para la obtención de datos, en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. (Ginsburg, 1997 citado en Zazkis y Hazzan, 1999)

La EC utilizada frecuentemente en estudios relacionados con la educación matemática (Filloy y Rojano 1984; López y Mota, 2003; Figueras, Cortina, Alatorre, Rojano & Sepúlveda, 2008; Concepción y Dueñas, 2013), es parte de la metodología adoptada para este estudio, con la premisa de que es un medio para recuperar los procesos cognitivos desarrollados durante el estudio. Se indagó específicamente en dos aspectos: el primero en el desarrollo de pensamiento empleado por los estudiantes en la solución del examen de conocimientos, en el que se tomó en cuenta la explicación y justificación del porqué realizó los procedimientos para cada ítem. El segundo, orientado al interés y preferencia por los medios y materiales y el trabajo colaborativo, incluidos en la puesta en escena de la propuesta didáctica. La EC se integró de cinco preguntas generales relacionadas con las respuestas al examen final, al interés por el trabajo colaborativo y al gusto por los videos digitales y el software WinPlot.

### ***Síntesis del estudio***

La fase experimental fue llevada a cabo con catorce alumnos del Tronco Básico de Área (TBA) de primer semestre que cursan la asignatura de Cálculo Diferencial, que de acuerdo a lo analizado en el proceso de selección, distan mucho de un manejo aceptable de conocimientos previos requeridos para el aprendizaje de límites y continuidad (Ortega, Pantoja, Mendoza, 2011; Pantoja, *et al*, 2014). Fueron ocho las sesiones de la fase experimental y estuvieron centradas en el desarrollo de las actividades de los estudiantes, quienes mostraron interés por ejemplo, el trabajo con el software WinPlot gustó a los estudiantes por su simplicidad para manipular las funciones, la facilidad para hacer tablas de valores y por sus gráficas ilustrativas de funciones continuas y discontinuas.

### ***Análisis de las Entrevistas***

El análisis de la entrevista se centró en las respuestas que más aportan a la discusión del tema, desde el punto de vista de los investigadores, así que se hace una exploración detallada, en la que se pretende evidenciar el proceso

cognitivo que el alumno siguió en la solución del examen y en los comentarios sobre la propuesta didáctica.

### **Análisis de la pregunta 1.**

**E:** Quisiera saber tu opinión acerca del examen, las dificultades que enfrentaste a la hora de resolverlo y cómo las enfrentaste. ¿Cuál fue tu estrategia? Veo que tienes por escrito la solución de los límites de la pregunta uno, pero me llama la atención que al llegar al límite trigonométrico no hayas escrito el desarrollo que utilizaste ¿podrías comentarla?

**A 1:** *Fue por deducción, resolví todo ese bloque de ejercicios sólo me faltó el trigonométrico al ver único inciso que quedaba libre (de relacionarlo con la respuesta correcta) supuse que esa sería la respuesta. No tuve idea de cómo se resolvía.*

**A 2:** *Primero me sentí muy nerviosa y cuando me siento nerviosa, regularmente se me olvidan las respuestas, así es que estuve resolviendo, empecé por resolver todo lo que sabía y dejar hasta lo último las cosas que se me hacían difíciles.*

*mmmm bueno pues en sí, al resolver todos los problemas de ese bloque de ejercicios, el límite trigonométrico fue el único que me quedaba por resolver, así es que relacione la única respuesta que me quedaba libre, creo que obligue el resultado, siento que no lo razoné, esos temas de senos y cosenos fue lo que se me hizo más difícil en la clase, los límites trigonométricos al momento de resolverlos se me olvidó todo, totalmente lo de límites trigonométricos quise resolverlo con el uno especial pero no me acorde. (Se refiere al video de límites especiales).*

**A 3:** *La verdad me confundí mucho en esa, llegue al resultado correcto porque resolví todos y, ese me sobró y lo acomode en el inciso que hacía falta rellenar, no lo resolví de acuerdo a un procedimiento.*

Parece que no tuvieron dificultades en los ejercicios propuestos en el examen, pero con el límite trigonométrico, por un lado responden

correctamente por eliminación, por ser la única respuesta que quedaba en el examen de selección múltiple y no porque hayan empleado su conocimiento para solucionar el límite, y por el otro, que el diseño del examen les condujo a seleccionar la respuesta correcta, en ambos casos son situaciones anómalas y ajenas al desempeño del estudiante y son causas atribuibles al profesor.

### **Análisis de la pregunta 3**

**E:** En la pregunta 3 del examen, se te pide transformes la función  $f(x)$  en función continua. Veo un procedimiento, multiplicas por el conjugado, factorizas y reduces pero me gustaría escuchar qué le pasó a la función, ¿por qué hiciste eso?

**A 1:** *Al sustituir el valor de uno en la función, me percaté de que se me daba 0/0 es decir una indeterminación, es por ello que racionalicé y me dio el valor de  $\frac{1}{2}$ , lo sustituí en la función y no se indeterminó, ese valor hizo que la función se hiciera continua en ese punto, es decir, al iniciar el ejercicio en la función había un hueco, el  $\frac{1}{2}$  hizo que se rellenara ese hueco, se remueve la discontinuidad.*

**A 2:** *Como la función es discontinua, busqué la forma de hacerla continua y solo sustituí el valor que me daban como opción, es decir en  $\frac{1}{2}$ , en la función y así comprobé que en ese punto la función no se indeterminaba, es decir, se hacía continua. Solo por intuición vi que el un medio ( $\frac{1}{2}$ ) que me daban como opción de respuesta al sustituirlo en la función no se me indeterminaba, supe que ese sería el resultado.*

**A 3:** *Por qué se indeterminaba con el uno, y tenía que hacerla por el conjugado del numerador y así salió. Púeess hicimos que la indeterminación en 1 pasará por  $\frac{1}{2}$  (resultado obtenido) para hacerla continua.*

El enunciado de la pregunta 3 dice “seleccionar la opción que transforma la función discontinua  $f(x) = \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$  en una función continua” y se le brindan cuatro elecciones. A partir de sus respuestas, se afirma que sus

razonamientos son adecuados, porque identifican a  $x=1$  como el valor que indetermina la función, además de que señalan que al multiplicar por el conjugado y simplificar encuentran el valor del límite y es la que seleccionan como respuesta.

### **Análisis de la pregunta 5.**

**E:** ¿Cuál fue la estrategia para resolver la pregunta 5?, ¿Cómo le hiciste?

**A 1.** *La estrategia para resolver el problema fue graficando, de acuerdo a las gráficas me daba una idea de dónde más o menos se presentaba una discontinuidad.*

**A 2:** *Ese tema también se me hizo muy complicado, discontinuidad infinita y salto finito. La estrategia que usé fue la de primero hacer los dibujos, los bosquejos de la gráfica, así me iba guiando y pues..... los demás los hice por lógica, imaginando cómo serían las gráficas de las funciones, me ayudó mucho practicar en WinPlot, así me di cuenta de las formas de las funciones, los errores que tuve fue en las gráficas de valor absoluto. Estaba tan nerviosa que no recordé la forma de sus gráficas y tampoco pude graficar tabulando por el tiempo, es que si estaba muy nerviosa por el examen.*

**A 3:** *Me confundió que dijera “x mayor o igual que cero” ( $x \geq 0$ ) y “x menor que cero” ( $x < 0$ ). Yo dije no tiene continuidad y me confundí, la forma de resolver para algunas fue graficando y me ayudó mucho, la que me saqué mal no la grafiqué, solo intuí que ese sería el resultado.*

Son tres tipos de funciones las que se pidió analizar en la pregunta 5, sobre el tipo de discontinuidad, tema que regularmente se trata de manera superficial, pero las actividades planeadas sobre la consulta de los videos explicativos y el trabajo con el WinPlot, han sido de ayuda al estudiante para la comprensión de este tema, aunque no arrojan mucha información las respuestas. En el caso de los alumnos 1 y 2, recurren a la parte gráfica como ayuda para emitir sus respuestas, acercamientos que se incluyeron en el estudio con los videos y con el WinPlot.

### ***Preguntas abiertas o de por qué.***

Estas preguntas son generales y se pensaron para que el alumno describiera los conceptos matemáticos incluidos en el estudio, a saber: límite, asíntota y continuidad.

**E.** Dime todo lo que viene a tu mente cuando digo límite, asíntotas y continuidad.

**A 1:** *Límites; lo primero que se me viene a la cabeza, lo primero que pienso es a lo que se aproxima un valor, lo máximo que se pueda acercar. Asíntotas; lo primero que pienso es la discontinuidad.*

**A 2:** *Limite: funciones, derivadas, gráficas en la cual podemos expresar el acercamiento de un número, aproximaciones. Asíntotas: son líneas que me hacen regiones donde puedo encontrar un límite. Continuidad: Cuando un límite no es interrumpido, cuando es continuo va seguido.*

**E:** Quisieras agregar algo más.

*Pues, se me hizo muy interesante la clase, así como usted la dio, en un principio yo estuve en contra de los videos porque me dije: yo no quiero videos yo ocupo la explicación de la maestra, pero conforme fue transcurriendo las clases me di cuenta que cuando veía los videos en mi casa y después llegaba a clase entendía mejor la clase. Por los videos me daba noción del tema que veríamos y reafirmaba más mis conocimientos los videos me hicieron razonar y me hicieron independiente del maestro, yo era una chava que dependía mucho de los maestros y ahora ya no, trato de ser más independiente.*

**A 3:** *Límite: Es cuando una función tiene un límite o sea va a llegar a un cierto punto, pero no lo va a tocar; se acerca a ese número, pero no lo toca. Asíntotas son rectas que cortan al eje de las x o de las y, son asíntotas verticales u horizontales; Continuidad; una gráfica que es continua.*

El concepto de límite se clasifica como uno de los más difíciles de aprender en matemáticas, así que, a priori se sabía que no les resultaría fácil

expresarlo, tal y como sucedió, pero es de apreciarse sus respuestas a su nivel y con su lenguaje. En este mismo sentido sucede con las asíntotas y con la continuidad.

**E:** Por último ¿te gustó la forma de trabajo?, ¿los videos?, ¿el winplot?, ¿el trabajo en equipo?

**A 1:** *Sí, todo me gustó, sobre todo el WinPlot porque a partir de mis respuestas o resultados, yo comprobaba con WinPlot para ver si era correcto, comprobaba mis resultados y a partir de eso, me daba cuenta si está mal o bien, el trabajo en equipo me ayudó mucho, pues también aprendía mucho cuando trataba de explicarles algo.*

**A 2:** *Para mí, la verdad me gustó mucho la forma de dar su clase, el WinPlot me ayudó mucho, porque podía ver cómo era el límite, no lo vi como cuentas, como fórmulas, lo vi físicamente, a muchas personas nos ayuda mucho el ver lo que hacemos; con respecto al equipo, también me gustó mucho porque compartimos ideas, conclusiones, aparte nos explicábamos unos con otros, y así como lo hicimos al interior del equipo, también al exterior con otros equipos discutíamos las ideas. Sentí como si todo el grupo fuéramos un equipo me divertí mucho.*

**A 3:** *Si, lo único que no me gustó mucho fueron los videos porque no se entendía, además, iba muy rápido, me gustó mucho el trabajo en equipo, porque todos nos ayudamos, porque lo que yo no sabía, algún compañero lo sabía y me lo explicaba, nos ayudamos mucho entre sí, además de que era muy divertido.*

Los alumnos no se acostumbran al uso del video digital como un auxiliar para el aprendizaje, porque en la propuesta se planeó que los consultaran en casa y en grupo, con la finalidad de que se apropiaran de los conocimientos previos de límites, pero en clase, se les preguntó si habían cumplido con esta actividad; la respuesta general fue que no, así que se tuvieron que ver en clase con el auxilio del profesor. El WinPlot si les gustó y algo muy importante, desde el aspecto cualitativo y que no se propicia en el aula, es

que manifiestan una satisfacción por la forma de la puesta en escena de la propuesta.

#### **Análisis de la entrevista al alumno 4.**

**E:** El alumno a la hora de la entrevista guardó silencio por un tiempo, ni idea. Bueno, ¿Puedes decirme la estrategia que usaste para resolver el inciso d?

**A 4:** *Para sacar el límite teníamos que hacer según la variable la que no conocemos que tenga mayor exponente lo dividíamos entre ese... el número.*

**E:** ¿Qué problema se te complicó más? y ¿Cuál fue la estrategia?

**A 4:** *A mí lo que se me complicaron fueron las asíntotas oblicuas ejercicio número 3,*

**E:** Dime todo lo que viene a tu mente cuando digo límite, asíntotas, y continuidad.

**A 4:** *Límite pues según yo es un punto límite, es una función donde llega a un punto que..... Asíntotas son para dividir regiones, la recta que pasa cerca de una función pero no lo toca. Continuidad son las funciones continuas y las funciones continuas son funciones infinitas.*

**E:** Quisieras agregar algo más

**A 4:** *No.*

**E:** Por último ¿Te gustó la forma de trabajo?, ¿Los videos?, ¿El WinPlot?, ¿El trabajo en equipo?

**A 4:** *A mí lo que me gustó fue trabajar en el WinPlot y lo que no me gustó fueron los videos porque no les entendía.*

La entrevista con el alumno 4 deja muchas dudas sobre el estudio, por el contraste tan marcado con las aportaciones de los tres primeros entrevistados. Aunque en la fase experimental el profesor tuvo cuidado de que todos los alumnos trabajaran de manera individual y colaborativa, este

alumno refleja un pobre aprendizaje de límites, que de no ser por la entrevista clínica que se les aplicó a los cuatro estudiantes, el profesor pensaría que la propuesta es un éxito, situación que no coincide con los comentarios del estudiante.

### **Conclusiones**

La entrevista clínica es una buena opción para indagar de manera directa el sentir del estudiante, como por ejemplo, la satisfacción por haber logrado aprendizaje o su malestar por no resolver alguna pregunta del examen. De la misma forma, es un medio para escudriñar sobre aspectos que por lo regular en el aula son olvidados, que influyen en el comportamiento de los alumnos, sobre todo en la enseñanza de las matemáticas, ya que al profesor le es muy difícil considerar qué valores del ser humano influyen de manera notable sobre el aprendizaje.

La entrevista clínica permitió saber que la tecnología los motivó, que el trabajo colaborativo promovió el aprendizaje social, que los videos digitales a unos les produjo satisfacción, mientras que a otros no les interesó, que el software WinPlot es una buena herramienta para aprender.

Con respecto del examen, la entrevista clínica permitió indagar los procesos cognitivos que el estudiante desarrolló en las actividades planteadas, así como del conocimiento adquirido sobre los conceptos de límite y continuidad:

- Atención especial merecen los límites trigonométricos, ya que en el aula son relegados a segundo plano, así que no es novedad el hecho de que los alumnos no los puedan solucionar;
- La propuesta fue de su agrado y describen verbalmente el límite, desde su pobre manejo del lenguaje, pero se nota que plantean argumentos válidos para defender su conocimiento sobre límites y continuidad.

Con respecto a los videos, en un principio les gustaron y se notaban motivados, pero de viva voz, los alumnos argumentaron que no los entienden, por lo que se sugiere consultarlos con el profesor,

quien puede manipular el video y responder las dudas generadas en ese momento. La situación es que los videos se construyeron con la finalidad de que el alumno adquiriera conocimientos previos al tema, y así, la discusión en clase se enriquezca, porque de lo contrario, al inicio de un tema nuevo, es un poco incierto que el alumno pueda participar activamente en las discusiones.

Se afirma que los valores son aspectos muy importantes cuando se incluye en el diseño instruccional, la motivación para aprender es uno de los primeros valores a promover en el aula, al igual que la honestidad, la puntualidad y el respeto.

### **Referencias bibliográficas**

Ausubel, D., Novak, J. y Hanesian, H. (2005). *Psicología Educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. México: Trillas.

Ballester, A. (2002). *El aprendizaje significativo. Cómo hacer el aprendizaje significativo en el aula*. Recuperado de [http://www.aprendizajesignificativo.es/mats/El\\_aprendizaje\\_significativo\\_en\\_la\\_practica.pdf](http://www.aprendizajesignificativo.es/mats/El_aprendizaje_significativo_en_la_practica.pdf). Depósito Legal: PM 1838-2002. España.

Concepción, M. D. , Dueñas, A. (2013). La entrevista clínica, un recurso para analizar los procesos cognitivos del aprendizaje del álgebra. *Actas del VII CIBEM Instituto Superior de Investigación y Docencia para el Magisterio, Escuela Normal Manuel Ávila Camacho*. ISSN 2301-0797.

Figueras, O., Cortina, J. L., Alatorre, S., Rojano, T., & Sepúlveda, A. (Eds.). (2008). *Mathematical Ideas: History, Education, and Cognition*. International Group for the Psychology of Mathematics Education. Proceedings of the Joint Meeting of PME 32 and PME-NA XXX. Vol. 3. México: CINVESTAV-UMSNH. Recuperado de <http://www.pme32-na30.org.mx>. ISSN 0771-100X.

Fillooy, E y Rojano, T. (1984). From an arithmetical to an algebraic thought (A clinical study with 12-13 year olds). *Proceedings of the Sixth Annual*

*Meeting of Psychology of Mathematics Education-North American Chapter*, Wisconsin University, Madison, EUA. págs. 51-56.

López y Mota, A. D. (2003). *Volumen 7: Saberes Científicos, Humanísticos y Tecnológicos (Tomo I)*. Consejo Mexicano de Investigación Educativa, A. C. México: GRUPO IDEOGRAMA EDITORES. ISBN: 968-7542-28-4. Recuperado de [http://www.comie.org.mx/doc/portal/publicaciones/ec2002/ec2002\\_v07\\_t1.pdf](http://www.comie.org.mx/doc/portal/publicaciones/ec2002/ec2002_v07_t1.pdf).

Martínez, R. D., Montero, Y. H. y Pedrosa, M. E. (2001). La computadora y las actividades del aula: Algunas perspectivas en la educación general básica de la provincia de Buenos Aires. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 3 (2). ISSN: 1607-4041. Recuperado de <http://redie.uabc.mx/vol3no2/contenido-vidal.html>.

Núñez, J. (2002). *Representación de superficies con WinPlot*. Recuperado de: [http://semana.mat.uson.mx/MemoriasXVII/XI/nuniez\\_jacobo.pdf](http://semana.mat.uson.mx/MemoriasXVII/XI/nuniez_jacobo.pdf).

Ortega, M. I., Pantoja, R., Mendoza, S. (2011). Límites y continuidad en un ambiente para aprendizaje con video digital y Winplot en la Universidad Autónoma de Nayarit. *Revista Fuente* Año 3, No. 8. ISSN 2007 – 0713. Recuperado de <http://fuente.uan.edu.mx/publicaciones/03-08/10.pdf>.

Pantoja, R., López, A., Ortega, M. I, Hernández, J. C. (2014) Diseño instruccional para el aprendizaje del concepto de límite: Un estudio de caso en el ITCG, la UJED, la UASLP y la UAN. *UNIÓN: Revista Iberoamericana de Educación Matemática*. 91-110. ISSN: 1815-0640.

Singh, P. (2000). Understanding the Concepts of Proportion and Ratio Constructed by Two Grade Six Students. *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 43, No. 3, pp. 271-292 Published by: Springer. Recuperado de <http://www.jstor.org/stable/3483152>.

Zazkis, R., Hazzan, O. (1999). Interviewing in Mathematics Education.  
Research: Choosing the Questions. *Journal of Mathematical Behavior*,  
17 (4). ISSN 0364-0213.

## Procesos Cognitivos En La Resolución De Problemas Matemáticos Contextualizados

Elia Trejo Trejo, Patricia Camarena Gallardo, Natalia Trejo Trejo  
Universidad Tecnológica Del Valle del Mezquital  
Instituto Politécnico Nacional

### Resumen

En este artículo se presenta la caracterización del proceso cognitivo de un grupo de enfoque ante problemas matemáticos contextualizados. Se presenta como caso particular los sistemas de ecuaciones algebraicas lineales en el contexto del balance de materia. El análisis cognitivo del grupo de enfoque se fundamenta en las teorías de los Campos Conceptuales y en la Matemática en el Contexto de las Ciencias. Los resultados son explicados en mediante las representaciones que construyen los alumnos de los invariantes operatorios en el esquema de entendimiento y de solución. Durante el análisis del actuar de los estudiantes, surgen diferentes tipos de representaciones propias del contexto en el que se desarrolla la investigación, estableciéndose una propuesta de clasificación: proposicional, figurativa no operativa, figurativa operativa, analógica y simbólica matemática. Se identifica a la representación simbólica matemática como la que propicia la comprensión y el dominio de los conceptos de interés. Por tanto, se caracterizó identificando el proceso de interpretación y selección de la información, estructuración y operacionalización. El dominio del campo conceptual se caracterizó por cinco niveles de conceptualización.

**Palabras clave:** campos conceptuales, representaciones, matemática en contexto, matemáticas, proceso cognitivo.

### Introducción

Actualmente la importancia que tiene contextualizar el conocimiento matemático es innegable dado que se considera que el contexto y la actividad de los estudiantes coadyuvan a acelerar los procesos cognitivos de aprendizaje. Sin embargo, en la práctica el presentar una matemática

contextualizada implica desarrollar habilidades de pensamiento que permitan adquirir el conocimiento matemático y transferirlo a cualquier otra área de conocimiento.

Para lograr lo anterior, entre tantas propuestas metodológicas y para el caso particular de la investigación, destaca la propuesta por Camarena (1986) quien a través de la Matemática en Contexto de las Ciencias propone vincular las matemáticas enseñadas en el nivel superior con diversas áreas del conocimiento de los futuros ingeniero.

Ante una matemática contextualizada cobra importancia la actividad del profesor como facilitador del conocimiento mediante la selección adecuada de problemas matemáticos contextualizados y su guía en la solución de los mismos. Asimismo, es importante que a través de la investigación en aulas se proporcionen estrategias a los profesores para fomentar la integración de conocimientos matemáticos con las ciencias específicas de la formación de los futuros profesionistas y conocer desde el punto de vista cognitivo lo que ocurre con los estudiantes cuando trabajan una matemática contextualizada. Siendo esto último el principal interés de la investigación que se reporta.

### **Planteamiento del problema de investigación**

En la Matemática Educativa se reconoce que las matemáticas enseñadas en los salones de clases difieren de la que las personas requieren en situaciones prácticas de su vida cotidiana y desde luego a la que los estudiantes una vez que culminan sus estudios necesitan en su actividad profesional. El presentar una matemática carente de sentido, para el que la estudia, incrementa el grado de dificultad de la transferencia del conocimiento matemático a otras áreas y desde luego, desarrolla actitudes negativas hacia el aprendizaje de las matemáticas.

Como una, entre tantas alternativas para evitar presentar una matemática como la descrita, se plantea la enseñanza de una matemática contextualizada en el área en que se forma y desarrollará profesionalmente el estudiante. Sin embargo, el presentar una matemática contextualizada, con problemas reales trae como consecuencia la necesidad de vincular

conocimientos de diversas áreas, no sólo matemáticos. Lo anterior, supone un proceso cognitivo de mayor nivel que una matemática operatoria o algorítmica.

En ese sentido, es importante caracterizar cómo se dan los procesos cognitivos ante una matemática contextualizada con la finalidad de generar estrategias de enseñanza encaminadas al logro de un aprendizaje significativo, en donde el estudiante es el eje principal.

Dada la intencionalidad de la investigación, de aproximarse a los procesos cognitivos desarrollados por los estudiantes ante una matemática contextualizada es necesario considerar las teorías que abordan estos procesos, entre las que destacan la de Piaget (1991), la teoría de representaciones semióticas de Duval (1993), los campos conceptuales de Vergnaud (1991), las funciones cognitivas de Feuerstein (1980) entre otras. En esta investigación se ha optado por la Teoría de los campos conceptuales de Vergnaud dado que enfatiza la importancia de la adquisición de conceptos científicos y técnicos.

A la luz de esta Teoría el problema de investigación trata la problemática de aproximarse al proceso cognitivo de los estudiantes frente a un problema contextualizado. Específicamente, interesan las representaciones que construyen los estudiantes de los invariantes operatorios utilizados para abordar una situación problema.

Al trabajar con problemas contextualizados, durante el análisis de la información, es necesario tomar conceptos y/o temas específicos de la matemática como del contexto que se elija. Por tanto, se trabaja con la Matemática en el Contexto de las Ciencias, ya que permite vincular a las matemáticas con otras áreas del conocimiento. Por ser de interés de las autoras, se han seleccionado los sistemas de ecuaciones algebraicas lineales como concepto matemático y, del contexto, se toma un caso de balance de materia, situación inserta en la carrera de Técnico Superior Universitario en Procesos Alimentarios.

Para el desarrollo de la investigación, se toman como fundamentos de la contextualización y del análisis, la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias de Camarena (1984) y los Campos Conceptuales de Vergnaud (1991), respectivamente. Durante el análisis cognitivo de los estudiantes, se consideran las características de los esquemas y sus componentes (propósitos, reglas de acción, inferencias e invariantes operatorios) que constituyen la representación de la situación problema realizada por un grupo de enfoque, por lo que se tiene la necesidad de recurrir a una propuesta de esquemas de representación y entendimiento, así como a formas de simbolización como las que realiza Flores (2003) en el marco de la teoría de los campos conceptuales de Vergnaud.

En consecuencia, el objetivo de la investigación es describir el proceso cognitivo de un grupo de enfoque mediante el análisis de las representaciones que elabora de los invariantes operatorios en los esquemas de entendimiento y solución de las situaciones problema que abordan los estudiantes ante la vinculación de un sistema de ecuaciones algebraicas lineales con el balance de materia.

## **MARCOS TEÓRICOS**

### ***Matemática en Contexto***

Como se indica en párrafos anteriores, en la Teoría de la Matemática en Contexto de las Ciencias se identifica la fase didáctica, denominada Matemática en Contexto (Camarena, 1984) que constituye el medio para que se logren los procesos cognitivos. Con la Matemática en Contexto el estudiante trabaja con una matemática contextualizada en las áreas del conocimiento de su futura profesión en estudio, en actividades de la vida cotidiana y en actividades profesionales y laborales, todo ello a través de eventos contextualizados, los cuales pueden ser problemas o proyectos.

La Matemática en Contexto contempla nueve etapas, que se desarrollan en el ambiente de aprendizaje en equipos de tres estudiantes: Líder académico, líder emocional y líder de trabajo. Estas etapas son (Camarena, 1995; 2000):  
1. Determinación de los eventos contextualizados; 2. Planteamiento del

evento o fenómeno contextualizado; 3. Determinación de las variables (dependientes, independientes y controladas) y las constantes del problema; 4. Inclusión de los temas y conceptos matemáticos; 5. Determinación del modelo matemático; 6. Solución matemática del problema; 7. Determinación de la solución requerida por el problema en el ámbito de las disciplinas del contexto; 8. Interpretación de la solución en términos del problema y áreas de las disciplinas del contexto; 9. Descontextualización de los conceptos y temas a tratarse en el curso.

### ***Campos Conceptuales de Vergnaud***

Una aproximación psicológica y didáctica de la formación de conceptos matemáticos lleva a considerar el aprendizaje de un concepto como el conjunto de situaciones problema que constituyen la referencia de sus diferentes propiedades y el conjunto de esquemas puestos en práctica por los sujetos en esas situaciones problema (Vergnaud, 1996). El sentido del concepto matemático se adquiere a través de los esquemas evocados por el sujeto individual para resolver una situación problema.

Los esquemas pueden ser estudiados a través de las representaciones, Vergnaud menciona que el estudiante transforma una acción sobre el objeto matemático, estableciendo control sobre sí mismo mediante las relaciones y clasificaciones en su realidad, de tal modo que se van presentando invariantes en el desarrollo del conocimiento; de esta manera, las representaciones para Vergnaud son todas aquellas herramientas, cualquier notación, signo o conjunto de símbolos que representa alguna cosa que constituye típicamente algún aspecto del mundo exterior o del mundo interior del individuo (incluida la imaginación).

Según Flores (2002) la explicación de Vergnaud sobre el esquema lleva al entendimiento de la relación entre el problema y el individuo que le da sentido y actúa en consecuencia. El esclarecimiento de cómo se coordinan y articulan los esquemas está dado por la representación que forma parte del proceso de dar significado y solucionar un problema. Mediante reglas de acción e inferencias, se identifica el problema de que se trata y cuáles son las variables conocidas y desconocidas, dando origen al esquema de entendimiento a partir del cual se llega al esquema de solución que, a su vez,

conduce a la solución del problema. Con esta idea, el concepto de esquema de Vergnaud se analiza teniendo en cuenta los esquemas de entendimiento y solución que propone Flores (2002).

## MÉTODO

Para realizar la investigación sobre el análisis cognitivo de los estudiantes frente a problemas matemáticos contextualizados, se seleccionaron tres problemas, mismos que han sido trabajados previamente por un grupo de docentes cuidando que las competencias requeridas para su solución se relacionen con un sistema de ecuaciones algebraicas lineales y balance de materia (Trejo y Camarena, 2011). En ese sentido, los problemas o eventos contextualizados que posibilitan el análisis de la actividad cognitiva de los estudiantes se muestran en la figura 1. Es importante destacar que los problemas contextualizados se asocian con un balance de materia, se resuelven mediante un sistema de ecuaciones algebraicas lineales y tienen diferente grado de dificultad.

Elección de problemas de contexto

1. Un fabricante de productos químicos debe surtir una orden de 500 L de solución de ácido al 25% (25% del volumen es ácido). Si en existencia hay disponibles solución al 30% y al 18% ¿Cuántos litros de cada una debe mezclar para surtir el pedido?  
**CONTEXTO:** Área de la ciencia Química (balance de materia en situaciones de mezclado de soluciones).
2. Se deben preparar 100 mL de dos soluciones azucaradas, una al 60% y la otra al 35%. A partir de las soluciones previamente preparadas es preciso realizar una mezcla de las mismas para obtener 100 mL de una solución azucarada al 50.  
**CONTEXTO:** Área de la ciencia Química (problema de índole técnico de balance de materia en situaciones de mezclado de soluciones).
3. Se desea obtener un lote de néctar de mora que tenga 20% de pulpa y 12 ° Bx finales, con un índice de madurez de 15. (Recordar que el índice de madurez es la relación de azúcar/ácido presentes en el néctar). La pulpa disponible tiene 12° Bx y 1.6% de acidez. ¿Cuántos Kg de pulpa y de sacarosa se deben mezclar para obtener un lote de néctar con 20% de pulpa y 12 °Bx?  
**CONTEXTO:** Problema de carácter técnico del área profesional del TSU en el que se requiere un balance de materia para su solución).

**Figura 1. Problemas de contexto.**

Fuente: Adaptado de Trejo y Camarena (2011).

Una vez seleccionados los problemas contextualizados, se desarrollan las dos etapas siguientes:

- 1) Contextualización de sistemas de ecuaciones algebraicas lineales en el balance de materia, utilizando las etapas de contextualización de la matemática en contexto.
- 2) Caracterización del proceso cognitivo de los estudiantes al trabajar con problemas matemáticos contextualizados mediante el análisis del actuar de los estudiantes a través de sus representaciones de las invariantes de los esquemas de entendimiento y solución a los que recurren durante la solución de las situaciones problema.

### ***La muestra***

Se trabaja con un grupo de enfoque de tres estudiantes del primer cuatrimestre de la carrera de Técnico Superior Universitario en Procesos Alimentarios, los cuales se encuentran cursando una asignatura de matemáticas que incluye el tema de sistemas de ecuaciones algebraicas lineales, así como un curso de química en el que se aborda el tema de balance de materia mediante el mezclado de soluciones químicas; ambos cursos están desvinculados curricularmente. El evento contextualizado que van a enfrentar es un fenómeno que se encuentra de manera recurrente en operaciones específicas del área de formación profesional y laboral del técnico en alimentos.

### ***Instrumentos de observación***

La obtención de los datos para el análisis cognitivo se hace mediante la obtención de sus hojas de trabajo y filmaciones que ayudan a refutar o confirmar el análisis que se efectúa con la información escrita. El análisis es cualitativo y atiende las diferentes representaciones que hacen los estudiantes de los invariantes en los esquemas de entendimiento y resolución que construyen en su actuar ante situaciones problema.

### ***Implementación de las situaciones problema***

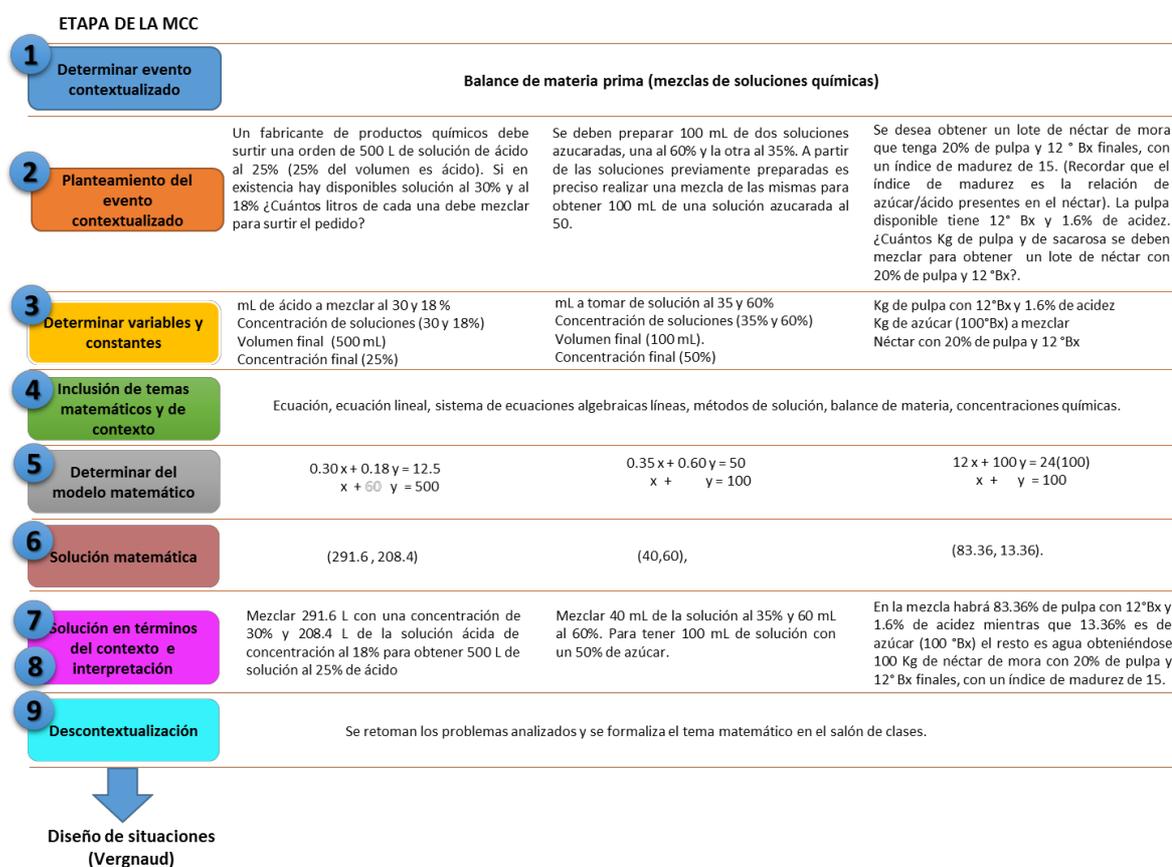
Las situaciones problema son llevadas a cabo por los estudiantes en el laboratorio de ciencias en diferentes sesiones que cubren un total de dieciséis horas.

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### **Contextualización de un sistema de ecuaciones algebraicas lineales con un balance de materia**

Las etapas de contextualización descritas en el apartado del marco teórico, que se encuentran inmersas en la estrategia didáctica de la matemática en contexto, constituyen el proceso metodológico que se utiliza para la contextualización de sistemas de ecuaciones algebraicas lineales (SEL) en el balance de materia (BM) en eventos contextualizados (situaciones problema) de mezclas de soluciones.

En la figura 2 se muestra de forma resumida el proceso de contextualización realizado para los tres problemas contextualizados que en términos de Vergnaud se definen como las situaciones problema. Es sobre estos problemas matemáticos contextualizados sobre los que trabajan los estudiantes y que permitirán describir el actuar de los estudiantes frente al campo conceptual de sistema de ecuaciones algebraicas lineales en el



contexto de un balance de materia.

## **Figura 2. Proceso de contextualización.**

Fuente: Elaboración propia (2014).

El proceso de contextualización de sistemas de ecuaciones algebraicas lineales en el balance de materia permitió establecer la relación entre conceptos que pertenecen a dos áreas de conocimiento distintas y observar la estrecha relación que existe entre ambas. Asimismo, permite identificar las representaciones que puede generar la situación problema y proporciona a los estudiantes un conjunto de elementos que constituyen los siguientes invariantes operacionales presentes en la situación problema.

- a) Un sistema de ecuaciones lineales algebraicas con dos incógnitas determina la relación que existen entre dos variables.
- b) El balance de materia se muestra como un sistema de ecuaciones lineales algebraicas que debe mantener igual la cantidad de producto que entra y la que sale, asociándolo con el sentido de igualdad.

De igual modo, durante la contextualización se identifican los conceptos matemáticos y contextuales que entran en juego, tales como ecuación algebraica, ecuación algebraica lineal, sistemas de ecuaciones, métodos de solución, balance de materia, concentraciones y mezclas de sustancias químicas.

### ***Caracterización del proceso cognitivo de los estudiantes al resolver problemas contextualizados***

Como se ha referido se trabajó con un grupo de enfoque de estudiantes del Programa Educativo de Técnico Universitario en Procesos Alimentarios. La caracterización del proceso cognitivo se realiza mediante el análisis del actuar de los estudiantes a través de las representaciones que hacen de los invariantes en los esquemas que construyen, en particular, el esquema de entendimiento y el esquema de solución, según lo que propone Flores (2002).

En seguida se describen los resultados obtenidos después de analizar los documentos escritos y las filmaciones del actuar del grupo de enfoque.

### **a) Adaptación de esquemas de entendimiento y solución**

Durante el análisis de resultados se ha visto la necesidad de adaptar la propuesta de los esquemas de entendimiento y solución de Flores (2002) dado que estos han sido insuficientes ante la solución de los problemas matemáticos contextualizados.

En atención con lo anterior, en las categorías resultantes de la investigación se identifican:

- Un esquema de *entendimiento canónico*, en el que se observa la comprensión, por parte del grupo de enfoque, de la situación problema utilizando de forma adecuado los propósitos, las reglas de acción, las inferencias y las representaciones de los invariantes operatorios.
- Un *esquema algorítmico*, permite que el grupo de enfoque recurra a la simbolización y el procedimiento convencional del mecanismo que se va a seguir para dar solución a la situación problema. En la investigación se distingue:

*Aritmético*, es cuando se hace uso de operaciones aritméticas para la resolución de las situaciones en contexto.

*Algebraico*, identificado cuando se recurre a la notación propia del lenguaje algebraico en la solución de las situaciones planteadas.

Consecuentemente, surgen las categorías de representación canónica algorítmica, canónica algorítmica aritmética y canónica algorítmica algebraica.

### **b) Identificación de representaciones propias del contexto**

Durante las actividades en las situaciones problemas que surgen de la contextualización de sistemas de ecuaciones algebraicas lineales con el balance de materia, se detectó en el actuar de los estudiantes, el uso recurrente de diferentes tipos de representaciones que se consideran específicas y propias de la vinculación de dos áreas del conocimiento, es decir, que pueden o no surgir en otras vinculaciones.

Por consiguiente, además de las categorías de representación analizadas con la clasificación de Flores, y por la importancia que tuvieron las representaciones encontradas para la construcción del conocimiento de dos ciencias vinculadas, fue necesario definir una clasificación de los tipos de representaciones encontrados, quedando descritas como a) tipo proposicional (P); b) tipo figurativa no operativa (FNO); c) tipo figurativa operativa (FO); d) tipo analógica (AN) y e) tipo simbólica matemática (M). La última, considerada como la representación que permite la aprehensión del conocimiento matemático de interés se caracterizó por distinguir tres procesos para su construcción: 1. Proceso de interpretación y selección de la información; 2. Proceso de estructuración y 3. Proceso de operacionalización.

**c) Procesos cognitivo al resolver problemas matemáticos contextualizados**

Los resultados obtenidos permitieron elaborar una escala de desarrollo cognitivo en los estudiantes ante la solución de problemas matemáticos contextualizados (figura 3), comprobando lo referido por Vergnad en relación al dominio gradual de los conocimientos.

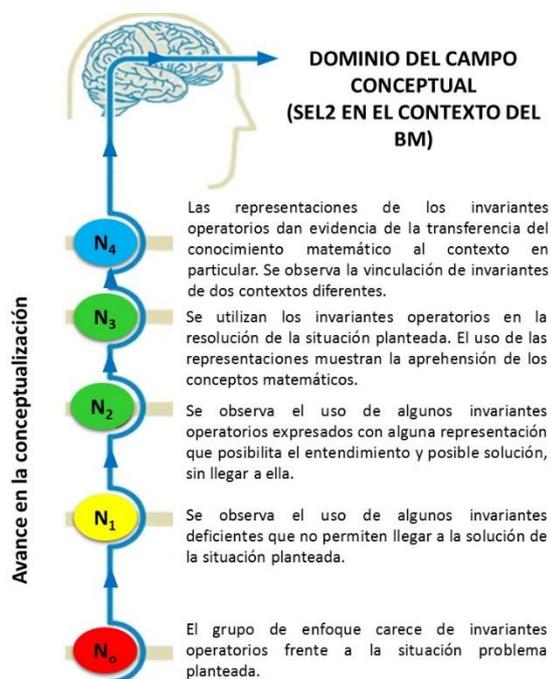


Figura 3. Dominio gradual del campo conceptual de un sistema de ecuaciones algebraico lineal en el contexto de un balance de materia.

Fuente: Diseño propio (2014).

***d) Sobre las representaciones de los invariantes operatorios que caracterizan el desarrollo del proceso cognitivo.***

La solución experta y por tanto el dominio del campo conceptual se da cuando el grupo de enfoque entiende, estructura y domina los invariantes operatorios propios del campo. Lo anterior se observa cuando se recurre una representación simbólica matemática (analítica y gráfica) correspondiente a un sistema de ecuaciones algebraicas lineales en el contexto de balance. Es decir, se cuenta con los esquemas de entendimiento y solución para la situación planteada. El dominio del campo conceptual está en función del uso de las diferentes representaciones ante las situaciones de contexto por lo cual habrán de diseñarse o elegirse situaciones de contexto con la finalidad de acelerar los procesos cognitivos en los estudiantes.

## **CONCLUSIONES**

Durante el desarrollo de las actividades realizadas por el grupo de enfoque, se identificaron las categorías de representación de Flores; sin embargo, éstas no fueron suficientes para describir el actuar de los estudiantes ante una matemática contextualizada; fue necesario definir tipos de representaciones, los cuales surgieron de manera espontánea durante el actuar de los estudiantes.

Si bien al final de las sesiones los estudiantes disponen de esquemas apropiados para enfrentar eventos contextualizados que requieren sistemas de ecuaciones algebraicas lineales, es necesario explorar más acerca de esto, sobre todo en contextos diferentes.

## **REFERENCIAS**

Camarena, G. P. (1984), "El currículo de las matemáticas en ingeniería", en *Memorias de las Mesas redondas sobre definición de líneas de investigación en el IPN*, México.

- Camarena, G. P. (1995), "La enseñanza de las matemáticas en el contexto de la ingeniería", ponencia presentada en el XXVIII Congreso Nacional de la Sociedad Matemática Mexicana, México. Camarena, G. P. (2000), Informe del proyecto de investigación titulado: "Etapas de la matemática en el contexto de la ingeniería", México, ESIME-IPN.
- Duval, R. (1993), "Semiosis y noesis", en E. Sánchez y G. Zubieta (eds.), *Lecturas en didáctica de la matemática: Escuela Francesa*, México, Sección de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN, pp. 118-144.
- Feuerstein, R., Y. Rand, M. B. Hoffman y R. Miller (1980), *Instrumental Enrichment*, Baltimore, University Park Press.
- Flores, R. (2002), *El conocimiento matemático en problemas de adición y sustracción: un estudio sobre las relaciones entre conceptos, esquemas y representación*, Tesis de Doctorado en Educación, Aguascalientes, Ags., México.
- Piaget, J. (1991), *Introducción a la epistemología genética, el pensamiento matemático*, España, Paidós (Psicología Evolutiva).
- Trejo, T. E.; Camarena, G. P. (2011). Análisis cognitivo de situaciones problema con sistemas de ecuaciones algebraicas en el contexto del balance de materia. *Educación Matemática*. Vol 23 Núm. 2, pp.65-90. Grupo Santillana, México.
- Verganud, G. (1991), *El niño, las matemáticas y la realidad: problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria*, México, Trillas.
- Verganud, G. (1996), "The Theory of Conceptual Fields", en L. Stette, P. Neshier, P. Cobb, G. A. Goldin y B. Greer (eds.), *Theories of Mathematical Learning*, Mahwah, NJ, Lawrence Erlbaum, pp. 219-240.

