

Instituto Politécnico Nacional
Centro de Investigación en Ciencia
Aplicada y Tecnología Avanzada
del IPN

Una secuencia didáctica basada
en modelación matemática

Tesis que para obtener el grado de
Maestro en Matemática Educativa
presenta:

Juana Soledad Soto Ñanco

Director de la tesis:
Avenilde Romo Vázquez

México, D.F., enero de 2013



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

ACTA DE REVISIÓN DE TESIS

En la Ciudad de México, D.F. siendo las 11:00 horas del día 26 del mes de Septiembre del 2012 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de la Tesis, designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de CICATA-Legaria para examinar la tesis titulada:
Una secuencia didáctica basada en modelación matemática.

Presentada por el alumno:

Soto
Apellido paterno
Nombre(s) Juana Soledad

Nanco
Apellido materno

Con registro:

B	1	0	2	4	4	8
---	---	---	---	---	---	---

aspirante de:

Maestría en Ciencias en Matemática Educativa

Después de intercambiar opiniones, los miembros de la Comisión manifestaron **APROBAR LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISIÓN REVISORA

Director(a) de tesis

Dra. Avelinde Romo Vázquez

Dr. Francisco Javier Lezama Andalón

Dr. Gustavo Martínez Sierra

Dra. Gabriela Buendía Abalos

Dr. Hugo Abraham Vélez Pérez

PRESIDENTE DEL COLEGIO DE PROFESORES

Dr. José Antonio Calderón Arenas



CICATA - I.P.N. U. LEGARIA
Centro de Investigación en Ciencia
Aplicada y Tecnología Avanzada
del Instituto Politécnico Nacional

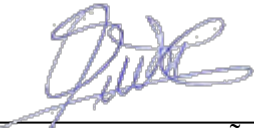


INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

CARTA CESIÓN DE DERECHOS

En la Ciudad de México, D.F. el día 07 del mes de Enero del año 2013, el que suscribe Juana Soledad Soto Ñanco alumna del Programa de Maestría en Ciencias en Matemática Educativa, con número de registro B102448, adscrita al Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, Unidad Legaria, manifiesta que es el autor intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección de la Dra. Avenilde Romo Vázquez y cede los derechos del trabajo titulado “Una secuencia didáctica basada en modelación matemática”, al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a las siguientes direcciones soledadsot@gmail.com, avenilderv@yahoo.com.mx. Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.



Juana Soledad Soto Ñanco

Contenido

Resumen.....	0
Introducción	1
Capítulo I.....	3
Problemática.....	3
1 Problemática	4
1.1 Introducción	4
1.2 Modelación matemática ¿qué lugar darle en la formación de futuros ingenieros?.....	4
1.2.1 Las matemáticas de los ingenieros.....	4
1.3 Breve descripción y análisis del curso de ecuaciones diferenciales.....	6
1.3.1 Descripción del programa del curso Ecuaciones Diferenciales e Integración en $\mathbb{R}^n$	6
1.4 Justificación.....	11
1.5 Conclusión	13
Capítulo II	15
Marco Teórico	15
2 Marco teórico	16
2.1 Introducción	16
2.2 Elementos de la Teoría Antropológica de lo Didáctico	16
2.2.1 La noción de la praxeología.....	17
Tipos de tareas.....	17
Técnicas.....	18
Tecnologías	18
Teorías.....	19
2.3 Instituciones susceptibles de participar en la circulación de saberes	21
Instituciones identificadas para el estudio.....	23
Instituciones de enseñanza E(M).....	23
Instituciones de enseñanza E(TC)	24
2.4 Conclusión	26
Capítulo III	28
Elementos Tecnológicos necesarios para el diseño de la Secuencia Didáctica	28
3 Elementos tecnológicos necesarios para la generación de la secuencia	29

3.1 Introducción	29
3.2 Tipos de modelos utilizados en Ingeniería	29
3.3 Elementos de la Teoría de Señales y de Teoría de Control (DI)	32
3.4 Elementos del programa computacional Matlab y Simulink	42
3.5 Conclusión	45
Capítulo IV	46
Secuencia Didáctica.....	46
4 Análisis Secuencia Didáctica.....	47
4.1 Introducción	47
4.2 Análisis de las tareas que componen la secuencia	48
4.3 Objetivo general.....	48
4.4 Análisis de Primera Actividad. “Analizando el sistema W”	48
4.4.1 Análisis de la Tarea 1	48
4.4.2 Análisis de la Tarea 2	49
4.4.3 Análisis de la Tarea 3	53
4.4.4 Análisis de la Tarea 4	55
4.5 Análisis de Segunda Actividad “Calor de hogar”	59
4.5.2 Análisis de la Tarea 2	60
4.6 Análisis de Tercera Actividad “Jugando con la voz”	65
4.6.1 Análisis de la Tarea 1	65
4.6.2 Análisis de la Tarea 2	67
2.5.3 Análisis de la Tarea 3	69
Objetivo de la tarea 3	69
4.6.3 Análisis de la Tarea 4	70
Objetivo de la tarea 4	70
4.7 Conclusión	71
Capítulo V	73
Análisis Resultados Aplicación de la Secuencia Didáctica.....	73
5.1 Introducción	74
5.2 Características de los participantes.....	75
5.3 Análisis de resultados de la aplicación de la secuencia didáctica	76

5.3.1 Análisis primera actividad “Analizando el sistema W”	76
5.3.1.1 Análisis resultados Tarea 1.....	76
5.3.1.2 Análisis resultados Tarea 2.....	77
5.3.1.3 Análisis resultados Tarea 3.....	81
5.3.1.4 Análisis resultados Tarea 4.....	84
5.3.2 Análisis segunda actividad “Calor de hogar”	89
5.3.2.1 Análisis resultados Tarea 1.....	89
5.3.2.2 Análisis resultados Tarea 2.....	90
5.3.3 Análisis tercera actividad “Jugando con la voz”	97
5.3.3.1 Análisis resultados Tarea 1.....	97
5.3.3.2 Análisis resultados Tarea 2.....	99
5.3.3.3 Análisis resultados Tarea 3.....	100
5.3.3.4 Análisis resultados Tarea 4.....	101
5.4 Conclusión	101
Capítulo VI.....	103
Conclusiones	103
6 Conclusiones.....	104
7. Bibliografía	106

Resumen

Esta tesis tuvo como objetivo principal vincular la enseñanza de las ecuaciones diferenciales con una aplicación en la formación de futuros ingenieros. Para cumplir con dicho objetivo se analizó el programa de la asignatura de ecuaciones diferenciales de la Universidad Austral de Chile así como investigaciones en desarrolladas en Matemática Educativa y principalmente la desarrollada por Bissell (2004).

Estos análisis permitieron reconocer que era necesario identificar y adaptar un modelo matemático utilizado en ingeniería para considerarlo en el diseño de una secuencia didáctica que permitiera vincular las ecuaciones diferenciales con una aplicación no necesariamente matemática. Para realizar el análisis de los modelos en uso se utilizaron elementos la Teoría antropológica de lo didáctico que se presentan en el capítulo II.

El marco utilizado permite situar la formación matemática de ingenieros reconociendo las instituciones que intervienen y posibles relaciones entre éstas. Particularmente, se consideró que para el análisis de los modelos en uso se utilizarían documentos representantes de la teoría de control como disciplina P(TC) Escobedo (2006) y Martínez (2007) y representantes de la enseñanza de esta disciplina en escuelas de ingeniería E(TC) un curso introductorio (Pérez et. al. 2008), otro de fundamentos (Gil, J. y Díaz-Cordovés 2010) y una monografía que aborda un fenómeno en específico (De la Torre Vega et. al. 2001).

La secuencia didáctica se plantea una vez que se ha determinado que el modelo matemático en uso, modelo digital de voz, el cual fue identificado en Martínez (2007), posteriormente fue analizado, adaptado y modificado para figurar en la secuencia didáctica antes mencionada.

En el capítulo IV, se presenta la secuencia didáctica creada para los estudiantes de Ingeniería en Computación de la Universidad Austral de Chile, Sede Puerto Montt, secuencia que se fundamenta en un modelo de producción digital de voz, el cual es modelado y simulado en Simulink librería del programa Matlab.

En el capítulo V, se presentan los resultados obtenidos de la aplicación de la secuencia didáctica a un curso de Ingeniería en Sistemas, del Tecnológico de Estudios Superiores de Cuautitlán Izcalli, del cual se desprenden las conclusiones para mejorar y eventualmente continuar con esta secuencia didáctica a futuro.

Abstract

This thesis was mainly aimed at linking the teaching of differential equations with an application at engineers training. To meet this objective we have situated at the University Austral of Chili and we have analyzed the program of differential equations. In the same way, we have analyzed different research developed in mathematics, in particularly Bissell (2004).

This analysis allowed recognizing the need to identify and adapt a mathematical model used in engineering to consider in designing a linking sequence to enable teaching differential equations with one application not necessarily mathematically. To perform the analysis of the models in use elements used anthropological theory of didactics presented in Chapter II.

The framework used for situating the mathematical training of engineers recognizing the institutions involved and relations between them. Particularly, it was considered that the analysis of the models in use representing documents would be used control theory as a discipline P (TC) Escobedo (2006) and Martinez (2007) and representatives of the teaching of this discipline in engineering schools E (TC) an introductory course (Perez et. al. 2008), another of fundamentals (Gil & Diaz-Cordovés 2010) and a monograph that addresses a specific phenomenon (De la Torre Vega et. al. 2001).

The didactic sequence arises once it has been determined that the mathematical model used, digital voice model, which was identified in Martinez (2007), was subsequently analyzed, adapted and modified to include the aforementioned didactic sequence.

Chapter IV presents the didactic sequence designed to students in Computer Engineering from the Universidad Austral de Chile, Puerto Montt headquarters; sequence is based on a production model digital voice, which is modeled and simulated in Simulink Matlab bookstore.

In Chapter V, presents the results obtained from the application of the didactic sequence to a course in Systems Engineering, Technology and Higher Education of Cuautitlan Izcalli, which are released the findings to improve and this didactic sequence to future.

Introducción

Los conceptos matemáticos estudiados en las universidades parecen carecer de sentido cuando no los vinculamos a una aplicación. Los estudiantes muchas veces conocen una definición la usan y después simplemente la olvidan, ¿cómo lograr que los conocimientos sean más perdurables en el tiempo y que cada vez que se les presente una aplicación puedan fundamentar los estudiantes con respuestas del ámbito de las matemáticas? Hay un dicho que dice “una imagen vale más que mil palabras”, me acojo a este dicho porque pienso que en las matemáticas me pasa lo mismo como docente, siento que existe la necesidad de unir las aplicaciones con los conceptos pero de una forma que sea más amigable con los estudiantes, ¿cómo hacer que dentro de una aplicación visual logren ver un modelo matemático y lo asocien a conceptos que han visto antes en sus cursos de matemáticas?, esta es otra pregunta que me he hecho como docente y siempre llego a la conclusión que la creación de actividades didácticas es una excelente herramienta para comenzar a dar respuestas a estas preguntas.

El presente trabajo nace de una necesidad como docente de querer vincular un concepto como son las ecuaciones diferenciales con las aplicaciones ya sean matemáticas como las no matemáticas, ver cuál es el rol de la modelación de fenómenos físicos como sistemas y relacionarlos con ecuaciones que los representan. Las aplicaciones no matemáticas resultan más atractivas para los estudiantes, a pesar de que indirectamente siempre hay un modelo matemático asociado a ella. La búsqueda de un modelo que se adapte a las necesidades fue bastante complicada, ya que al principio se buscaron aplicaciones matemáticas que llevaran a un modelo matemático, dentro de las cuales se encontraron las típicas aplicaciones de física y ecuaciones diferenciales, pero analizando varias investigaciones se encontró un modelo de producción digital de voz, el cual fue la base de la secuencia didáctica creada que se presenta en el siguiente trabajo.

La estructura de la tesis es la siguiente:

Capítulo I. Se plantea la problemática en estudio, en este caso el problema de vincular las aplicaciones del área de ingeniería con las ecuaciones diferenciales y todo lo que está detrás de estos elementos, ya sean programas de estudio, instituciones, contenidos, etc. Se analiza además el rol de la modelación matemática en la formación de futuros ingenieros y la importancia de las matemáticas en la especialidad

Capítulo II. Aquí se presenta el marco teórico, en el cuál se utiliza la Teoría Antropológica de lo Didáctico, con el modelo extendido, el cual permite identificar las instituciones que entran en juego finalmente en este trabajo de tesis. Se considera la noción de praxeología y

de institución de enseñanza, se detalla los elementos que constituyen la Teoría Antropológica de lo Didáctico.

Capítulo III. En este capítulo se presentan los elementos tecnológicos necesarios para el diseño de la secuencia didáctica, se consideran las necesidades de la asignatura de ecuaciones diferenciales y se integran elementos tecnológicos como programas computacionales, más específicamente Matlab y Simulink, los cuales se incorporan como herramientas de simulación y validación.

Capítulo IV. Este capítulo detalla cada una de las actividades y tareas que conforman la secuencia didáctica creada para un curso de ecuaciones diferenciales de la Universidad Austral de Chile, Sede Puerto Montt. Esta secuencia consta de tres grandes actividades y cada una de ellas tiene tareas asociadas, las cuales comienzan con tareas que llevan a los estudiantes a explorar, razonar y responder de acuerdo a simulaciones que realizan en Simulink y Matlab.

Capítulo V. Este capítulo presenta los resultados de la aplicación de la secuencia didáctica en la carrera de Ingeniería en Sistemas del Tecnológico de Estudios Superiores de Cuautitlán Izcalli del quinto y sexto semestre. Aquí se detalla cada una de las actividades con las respuestas obtenidas de los estudiantes y se hace un análisis de las respuestas.

Finalmente se presentan las conclusiones de la tesis.

Capítulo I

Problemática

1 Problemática

1.1 Introducción

En este capítulo se presenta la problemática, su origen y su justificación para estudiarla en este trabajo. La importancia de la modelación matemática en las carreras de ingeniería ha sido objeto de estudio de muchos autores, Bissell (2004) afirma que los ingenieros enfrentan los problemas de distinta manera a como lo hacen los matemáticos y físicos, a pesar de que los problemas son los mismos. ¿Por qué los ingenieros enfrentan de distinta manera los mismos problemas?, ¿será que tienen las herramientas de análisis?, ¿tienen más información o menos información?, ¿analizan más o menos que los matemáticos? Estas preguntas resultan interesantes en el momento de analizar cómo resuelven problemas los ingenieros y los futuros ingenieros, también podemos preguntarnos sobre la pertinencia de lo que se les enseña a los futuros ingenieros tanto en cuanto a los contenidos como a la forma de resolver, analizar y concluir con los problemas que se les presentan. Por lo anterior en este capítulo se presenta un análisis del curso de ecuaciones diferenciales de la Universidad Austral de Chile, se detallan los contenidos, la metodología y lo que se les presenta como colección de ejercicios a los estudiantes, para posteriormente analizar el curso. Finalmente se presenta la justificación de este trabajo, la cual se da como profesora de la Universidad Austral de Chile y se fundamenta en los modelos matemáticos los cuales son la base de los sistemas tanto físicos como tradicionales, los cuales se ven en ingeniería pero no son relacionados en gran parte con las ecuaciones diferenciales.

1.2 Modelación matemática ¿qué lugar darle en la formación de futuros ingenieros?

1.2.1 Las matemáticas de los ingenieros

Bissell (2004) afirma que la forma de enfrentar los problemas matemáticos por los ingenieros es muy distinta a la forma de hacerlo por matemáticos y físicos. Para ilustrarlo Bissell analiza cómo los elementos de la variable compleja fueron remplazados por modelos geométricos para el análisis de fases, filtros y su respuesta de frecuencia.

La aproximación de la fase permitió una poderosa representación geométrica (basada en los diagramas de Argand) para ser utilizado en una gran variedad de aplicaciones –desde la poderosa transmisión eléctrica para circuitos eléctricos y transmisión de ondas electromagnéticas. Los ingenieros pudieron usar y manipular estos diagramas sin la necesidad de la representación de números complejos, que más que fundamentarlos

dificultaba su entendimiento. Por ejemplo, el diagrama de fase de una sinusoidal afectado por el ruido durante la transmisión puede ser representado geométricamente por un vector, que representa la amplitud y la fase del “puro” senoide, más que una variación aleatoria del vector ruido con el cual se introduce un grado de incerteza dentro de la posición resultante recibida de la fase (Bissell 2004, p.2).

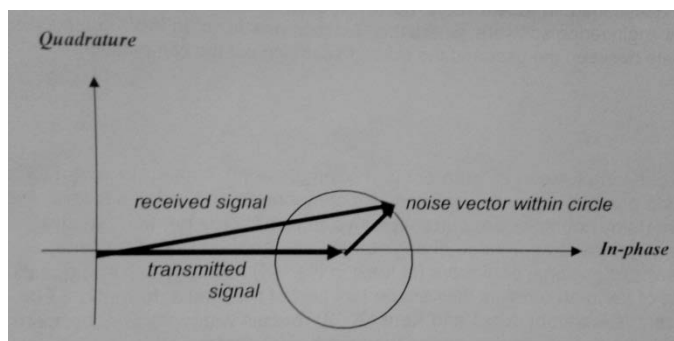


Figura 1 Sinusoide con ruido en representación fase

Este ejemplo muestra cómo los ingenieros generan técnicas matemáticas que no son, desde una óptica disciplinar, las más aptas ni las mejor fundamentadas, pero sí las más funcionales desde una óptica práctica. A partir de este ejemplo no sólo puede verse una manera en la que los ingenieros usan técnicas matemáticas –en este caso una representación geométrica- sino la tensión entre las matemáticas como disciplina y la ingeniería práctica, la cual está relacionada a la solución de problemas cotidianos del ingeniero. En esta misma investigación Bissell (2004) muestra cómo los artefactos, en particular la computadora analógica fue utilizada para resolver modelos de sistemas dinámicos a través de ecuaciones diferenciales lineales, lo cual se recalca era hecho con una precisión sorprendente. Actualmente, las nuevas tecnologías y en particular los programas computacionales, tal y como lo menciona Kent (2007) han modificado el trabajo del ingeniero. Bissell (2004) destaca que el uso de estos programas, haciendo referencia al Matlab y a su librería Simulink, genera una economía del trabajo matemático y no sólo por la capacidad de graficación sino que también son ‘*feel system*’ como lo fue en su época la computadora analógica.

Es muy interesante reconocer, aunque muchas preguntas quedan abiertas, cómo el uso de estos programas ofrece rapidez y precisión, además de que genera un acercamiento a la naturaleza del problema. Al menos es lo que puede comprenderse por el ‘*feel system*’. ¿Cómo podría considerarse este acercamiento desde una óptica didáctica? Para responder esta pregunta se considera necesario estudiar/analizar alguna disciplina de la especialidad que permita comprender qué es lo que aquí se reconoce como ‘*feel system*’. Esto permitiría

posteriormente considerarlo en el diseño de un dispositivo didáctico (secuencia didáctica), objetivo de esta investigación, que involucre modelos matemáticos, tareas de ingeniería y uso de programas computacionales.

El análisis de los resultados de la investigación de Bisselle (2004) muestran que la computadora analógica y el programa computacional Matlab permiten la resolución de ecuaciones diferenciales lineales. Es por ello, que en la siguiente sección se analiza el programa de ecuaciones diferenciales ordinarias de la Universidad Austral sede Puerto Montt. Este análisis tiene por objetivo conocer las pretensiones de dicha asignatura y las razones institucionales que hacen que se imparta en esta institución en la formación de futuros ingenieros.

1.3 Breve descripción y análisis del curso de ecuaciones diferenciales

En esta sección se hará una breve descripción y análisis del programa de ecuaciones diferenciales, de la carrera de ingeniería en computación, de la Universidad Austral de Chile, Sede Puerto Montt. El objetivo de esta descripción y análisis es conocer cuáles son los objetivos de enseñanza de este curso en una formación de ingenieros.

1.3.1 Descripción del programa del curso Ecuaciones Diferenciales e Integración en $\mathbb{R}^n$.

En la primera parte del programa aparecen los datos técnicos de la asignatura:

1.1 Nombre de la asignatura **Ecuaciones Diferenciales e Integración en $\mathbb{R}^n$.**

1.2 Clave y Código **CIBA 050 – 05**

1.3 Carrera: Ingeniería en Computación

1.4 Requisitos CIBA 041-05 “Álgebra Lineal y Cálculo Diferencial en $\mathbb{R}^n$ ”

1.5 Número y tipo de horas 8 horas teóricas.

1.6 Descripción de la asignatura:

Con esta asignatura se concluye, por una parte, la formación de los estudiantes en la importante, útil y necesaria teoría de integración de Riemann, a la vez que se introducen algunos elementos fundamentales de la “Geometría Diferencial” (curvas y superficies en el espacio), mientras que por otra parte, dota a los estudiantes de una

sólida formación en el área de las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias, una de las más importantes aplicaciones de los programas de Matemáticas Superiores, estudiados durante los tres semestres anteriores del Bachillerato.

Se puede observar como la teoría de integración de Riemann es considerada “importante, útil y necesaria”, pero no se explicita para qué. Aunque la misma cita permite interpretar que esta importancia es dada en el sentido teórico de las matemáticas, pues se señala que se introducirán elementos fundamentales de la Geometría Diferencial y se dotará a los estudiantes de una sólida formación en el área de las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias, pero no hay relación explícita con la formación de especialidad ni con la práctica de los ingenieros. Esta cita obliga a la reflexión sobre las razones de la enseñanza de esta asignatura particularmente en relación a sus aplicaciones en ingeniería. Es decir, ¿por qué es necesario que los futuros ingenieros en computación tengan conocimientos sobre las ecuaciones diferenciales ordinarias? ¿Para qué les serán necesarias en su formación de especialidad y en la práctica? ¿Podrá generarse algún dispositivo didáctico que permita no sólo su comprensión matemática sino su utilidad en la formación de especialidad y/o en la práctica?

Después de los datos técnicos de la asignatura aparecen los aprendizajes esperados, se presentan a continuación algunos de estos aprendizajes, los cuales se consideran relevantes para el presente análisis.

Con el desarrollo de esta asignatura, se pretende garantizar en los estudiantes el logro de los siguientes **aprendizajes** (en el ámbito de la aplicación de los conocimientos: saber hacer):

- Modelar un problema conducente al planteamiento de una ecuación diferencial (ordinaria), o de una ecuación de diferencias, siendo capaz, previamente, de clasificarla y de aplicar los métodos estudiados para resolverla.
- **Interpretar, modelar y resolver**, un problema práctico que conduzca al planteamiento de un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias.
- Distinguir el concepto de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden en el marco de un problema concreto de las ciencias o la práctica.

Se puede observar cómo los aprendizajes esperados/prometidos al cursar esta asignatura hacen referencia primeramente a la modelación matemática, no se especifica qué tipo de modelación matemática es la buscada. Tampoco es claro el tipo de problemas que pueden plantearse haciendo uso de las ecuaciones diferenciales, pues un problema conducente puede ser matemático, ingenieril o de la vida real. Se hace un énfasis en que el estudiante debe ser capaz de clasificar el tipo de ecuación utilizada y de aplicar las técnicas o métodos matemáticos adecuados. ¿Cómo se logra este aprendizaje? ¿Se pretende utilizar un repertorio de problemas y de ecuaciones diferenciales “tipo” para resolverlas? Esto no se especifica y una componente que sorprendentemente está ausente es el tipo de herramientas computacionales asociadas al proceso de modelar problemas que lleven a una ecuación diferencial.

Aparecen los términos “interpretar, modelar y resolver” un problema práctico con una ecuación diferencial. Estos términos son sumamente interesantes, pues la enseñanza de esta asignatura debe generar elementos para que los estudiantes puedan interpretar, modelar y resolver, en referencia a sus conocimientos matemáticos, un problema práctico. Lo que supone que en el curso debe existir un lugar para la resolución de problemas prácticos y la manera en la cual las ecuaciones diferenciales son utilizadas. Lo anterior lleva a preguntarse: ¿Qué tipo de problemas prácticos pueden ser abordados en la impartición de esta asignatura? ¿Cómo se eligen? ¿El profesor de matemáticas conoce este tipo de problemas? ¿Al profesor de esta asignatura le serán suficientes sus conocimientos matemáticos para enseñar la resolución, modelación e interpretación de este tipo de problemas? Estas preguntas muestran la complejidad que implica el logro de los aprendizajes esperados que aparecen en el programa y los cuales deben ser que enfrentados por el profesor de esta asignatura.

La reflexión anterior puede acoger una pregunta más: ¿Cómo distinguir una ecuación de primer orden en el marco de un problema concreto de las ciencias o la práctica? Todo esto lleva a plantearse la necesidad de generar un dispositivo didáctico que permita conectar los conocimientos matemáticos asociados a las ecuaciones diferenciales y a su uso en contextos de ingeniería.

Siguiendo con el programa de ecuaciones diferenciales, aparece la metodología que usa este curso:

1.7. Técnicas Metodológicas y Didácticas.

Se utilizarán diversas técnicas en el desarrollo de la asignatura. Entre ellas se destacan: la técnica expositiva, basada en una buena motivación que atraiga la atención de los estudiantes. La motivación fundamental es la necesidad de lograr aprendizajes perdurables bajo la guía de docentes expertos que posean conocimientos

profundos de la especialidad, así como un elevado nivel científico. Complementando a la técnica expositiva se utilizarán otras técnicas combinadas. También se utilizarán otras técnicas, como la técnica de los círculos concéntricos, la técnica de la argumentación (forma de interrogatorio destinada a comprobar lo que el estudiante debería saber), la técnica del diálogo (la que orienta al estudiante para que reflexione, piense y se convenza que puede obtener resultados valiéndose del razonamiento), la técnica de la discusión (especialmente en clases caracterizadas por la aplicación del Método de Elaboración Conjunta), la técnica del debate (que puede versar sobre temas que hayan provocado divergencias en el desarrollo de una clase, dudas surgidas no aclaradas, tópicos del programa de la asignatura, etc.) y la técnica del seminario (que incluye las técnicas de la discusión y el debate). Obviamente, por las características propias de esta asignatura se utilizará también la técnica de la demostración, la técnica del redescubrimiento y la técnica del estudio dirigido.

Se puede apreciar que en la metodología a pesar de ser bastante completa en lo que es clase expositiva, se enuncian bastantes técnicas para lograr la comprensión de los objetivos propuestos en el programa de estudios. Sin embargo, estas técnicas no se detallan en relación a al contenido matemático, sino que corresponden más a sugerencias pedagógicas generales. Por ejemplo, la técnica de discusión y debate podría ser utilizada en este curso o bien en alguno de cálculo diferencial e integral. Y además de ello, no se dice qué implica discutir y debatir. ¿Qué se discute la aplicación de una ecuación diferencial, las técnicas de resolución, la unicidad de la solución?

Por otra parte no aparece una descripción de las técnicas, ¿qué caracteriza la técnica del redescubrimiento o del estudio dirigido? Además de esto, sorprende que no se haga referencia al uso de la tecnología informática como software matemático. Es importante destacar que la tecnología va siempre como apoyo a un curso de matemáticas y es útil para que los alumnos puedan por ejemplo visualizar de mejor forma conceptos que muchas veces parecen abstractos para ellos. Este curso tiene objetos geométricos importantes que deben ser visualizados con claridad por los estudiantes. Muchos autores han apoyado el concepto de visualización dentro de las asignaturas de matemáticas, por ejemplo Zimmermann y Cunningham (1991) definen a la visualización matemática como: “el proceso de producir o usar representaciones geométricas y gráficas de conceptos o principios o problemas matemáticos, ya sean hechas a mano o generadas por computadoras” (p. 67). Los mismos autores, añaden que: “Visualizar un diagrama significa simplemente formar una figura mental del diagrama, pero visualizar un problema es comprender el problema en términos de un diagrama o de una figura visual” (p.68).

Finalmente se muestra parte de los contenidos del curso de ecuaciones diferenciales, sólo se consideran los relevantes para el desarrollo del presente trabajo de investigación.

V Ecuaciones diferenciales de primer orden.

- V.1 Ecuaciones diferenciales. Clasificación de las ecuaciones diferenciales. Campos direccionales. Algunos métodos que permiten resolver ecuaciones diferenciales lineales de primer orden. El método de isoclinas, el método de aproximación de Euler.
- V.2 Ecuaciones diferenciales de primer orden. Métodos directos. Técnicas de sustitución. Factor de integración. Ecuaciones exactas.
- V.3 Circuitos eléctricos simples, curvas de persecución y análisis de compartimientos.

En lo referente a los contenidos, éstos se presentan en forma general, lo que es común en los planes de estudio de las universidades Chilenas. Se puede apreciar que se comienza con las ecuaciones diferenciales, su clasificación y lo que son los campos direccionales, pero no hay una unión de aplicaciones de ingeniería vinculada a las ecuaciones diferenciales, ya que los campos direccionales se relacionan con el método de las isóclinas, pero no son una aplicación a la que se le pueda sacar el provecho necesario como para verlo dentro de una aplicación ingenieril. Una vez que se conocen las ecuaciones diferenciales, se pasa a los métodos para resolverla y finalmente se muestran aplicaciones como circuitos eléctricos simples, curvas de persecución y análisis de compartimientos, los cuales se ven en forma muy simple y muchas veces sólo se les da la ecuación diferencial que representa el circuito y se les pide encontrar la solución, sin incursionar en la aplicación de circuitos eléctricos ni tampoco en el modelado del problema, como para que lo visualicen en un programa computacional. Esta parte final del programa es la más pobre dentro del curso. En la institución no se les da importancia a las aplicaciones, sólo a la resolución de ejercicios en forma mecánica, lo que no lleva a los estudiantes a razonar y relacionar los conceptos aprendidos de ecuaciones diferenciales. Un ejemplo de esto son las colecciones de ejercicios que se presentan a continuación, los que resuelven los estudiantes una vez visto los conceptos anteriores en los contenidos de la asignatura.

1) Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales.

- (a) $\frac{dy}{dx} + a\frac{y}{x} = \frac{x+1}{x}$,
 (b) $x\frac{dy}{dx} - 4y = x^6 e^x$.
 (c) $\frac{dy}{dx} + \frac{2}{x}y = 5x^2$,
 (d) $x^2 y' + x(x+2)y = e^x$.
 (e) $(x+1)\frac{dy}{dx} + y - \ln x = 0$, $y(1) = 10$
 (f) $\frac{1}{x}\frac{dy}{dx} - \frac{2}{x^2}y = x \cos x$.
 (g) $\frac{dy}{dt} + 2y = 50e^{-10t}$,
 (h) $\frac{dy}{dx} - y - e^{2x} = 0$.
 (i) $\frac{dr}{d\theta} + r \tan \theta = \sec \theta$,
 (j) $(t+y+1)dt - dy = 0$.
 (k) $(x^2+1)\frac{dy}{dx} + xy = x$.
 (l) $\frac{dy}{dx} + \frac{2}{x}y - \frac{\cos x}{x^2} = 0$, $y(\pi) = 0$.

2) Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales "exactas".

- (a) $(2xy - \sec^2 x)dx + (x^2 + 2y)dy = 0$,
 (b) $(1 + e^x y + x e^x y)dx + (x e^x + 2)dy = 0$.
 (c) $\frac{2x}{y^2}dx + \frac{y^2 - 3x^2}{y^4}dy = 0$,
 (d) $(3x^2 + 6xy^2)dx + (6x^2 y + 4y^3)dy = 0$.
 (e) $2xy dx + (x^2 - 1)dy = 0$,
 (f) $(6xy - y^2)dx + (4y + 3x^2 - 3xy^2)dy = 0$.
 (g) $2xy^2 + e^x + (3x^2 y^2 + \sin y)y' = 0$.
 (h) $(x - y \cos x)dx - \sin x dy = 0$; $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$.

(1) En los siguientes ejercicios, suponga que el circuito RL (Resistencia-Inductancia) tiene los valores dados para la resistencia, la inductancia, la fem y la corriente inicial. Halle una fórmula para la corriente en cualquier tiempo t y calcule la corriente después de un segundo.

- (a) $R = 10 \Omega$; $L = 1 \text{ h}$, $E = 12 \text{ V}$ e $I(0) = 0 \text{ amp}$.
 (b) $R = 8 \Omega$; $L = 1 \text{ h}$, $E = 6 \text{ V}$ e $I(0) = 1 \text{ amp}$.
 (c) $R = 10 \Omega$; $L = 5 \text{ h}$, $E = 10 \text{ V} \sin t$ e $I(0) = 1 \text{ amp}$.

(2) En los siguientes ejercicios, suponga que el circuito RC (Resistencia-Capacitancia) tiene los valores dados para la resistencia, la capacitancia, la fem y la carga inicial. Halle una expresión para la carga en cualquier tiempo t .

- (a) $R = 1 \Omega$; $C = 1 \text{ f}$, $E = 12 \text{ V}$ e $Q(0) = 0 \text{ coulomb}$.
 (b) $R = 10 \Omega$; $C = 0,001 \text{ f}$, $E = 10 \text{ V} \cos(60t)$ e $Q(0) = 0 \text{ coulomb}$.
 (c) $R = 100 \Omega$; $C = 10^{-4} \text{ f}$, $E = 100 \text{ V}$ e $Q(0) = 1 \text{ coulomb}$.

Figura 2 Parte de colecciones de ejercicios de contenidos ecuaciones diferenciales

Se puede apreciar que no hay una introducción a los ejercicios como sistemas físicos que se resuelven con ecuaciones diferenciales o no existe la modelación del problema, lo único que se ve claramente es que la resolución de una ecuación diferencial es importante para esta asignatura y es lo que se solicita con claridad.

1.4 Justificación

Por lo general cuando trabajamos con alumnos de las carreras de Ingeniería y dictamos asignaturas matemáticas nos enfrentamos con alumnos que nos preguntan: ¿para qué nos sirven las matemáticas?, ¿para qué necesitamos un modelo matemático? o nos dicen ¿cuándo calcularemos una derivada o una integral, si en nuestro trabajo nadie lo solicitará? Estas preguntas muchas veces logran descolocarnos o dejarnos perplejos sin poder responder efectivamente o concretamente lo que ellos quieren. Buscar el vínculo de las asignaturas de matemáticas con las aplicaciones de Ingeniería, Medicina, Física, etc., no es difícil pero implementar estas aplicaciones si lo es. Modelar sistemas como por ejemplo: un circuito eléctrico, un motor de un vehículo, problemas de economía, el cuerpo humano, etc. son aplicaciones que muchas veces se nombran en los cursos pero los cuales son vistos muy

por encima y no les queda claro a los alumnos que el vínculo más importante de la Matemática con la Ingeniería es el “modelo matemático” que explica cómo funciona todo en nuestro alrededor. ¿Cómo asociar un sistema físico con una ecuación diferencial?, ¿cómo preguntarles, qué ocurre con el sistema físico ante cierto cambio?, mostrarles concretamente en un computador los efectos a través de las gráficas es un objetivo que muchas veces como profesora me he planteado. El interés como profesora para mejorar la enseñanza en el ámbito de las ecuaciones diferenciales, es que los estudiantes puedan modelar los fenómenos físicos que ven en varias de sus asignaturas no tan sólo de matemáticas, resolver problemas de aplicación de teoría de control e interpretar las soluciones que encuentren a los problemas planteados.

Uno de los objetivos del trabajo presentado es dar respuesta a las preguntas anteriores y poder mostrarles a los alumnos que realizar/refinar un modelo matemático, nos permite poder visualizar de mejor forma un problema matemático que para ellos les parece complejo y no logran determinar su naturaleza. Es importante unir la matemática con todas las áreas y una buena forma de demostrarlo es a través de aplicaciones no tan sólo de ingeniería, sino de cualquier área que modele problemas matemáticos.

Para cumplir con lo anterior, en esta investigación se buscará generar un dispositivo didáctico que involucre herramientas computacionales y conocimientos de la asignatura de ecuaciones diferenciales, ambos elementos son considerados de suma importancia en la formación de especialidad y en la práctica de los ingenieros.

1.5 Conclusión

Los cursos de matemáticas que se dictan en la mayoría de las universidades para futuros ingenieros siguen un modelo de formación que es generalizado, la formación básica y formación de especialidad. Los cursos de matemáticas pretenden preparar al futuro ingeniero en el pensamiento lógico, reflexivo y práctico de su especialidad, para esto les brinda herramientas matemáticas que los lleven a lograr estos objetivos. El principal aporte matemático es el modelo matemático que ellos adaptarán según sus necesidades en el futuro. Lograr la conexión entre las matemáticas y las aplicaciones de ingeniería que involucren un modelo matemático es la finalidad de las últimas asignaturas de matemáticas que se dictan en la mayoría de las universidades y en especial en la Universidad Austral de Chile, que es donde se hace este análisis reflexivo.

Diferentes investigaciones han mostrado que las necesidades matemáticas del ingeniero se han modificado con la omnipresencia de programas computacionales que permiten realizar el trabajo matemático que antes se hacía a lápiz y papel (Kent y Noss 2002; Kent, 2007; Albertí et. al. 2010; y Romo-Vázquez 2009 y 2010). Estas y otras investigaciones (Pollak 1988 y Bissell 2002) reconocen que en la práctica existen dos tipos de necesidades matemáticas: avanzadas (requieren nociones matemáticas avanzadas) para comprender los modelos matemáticos y básicas (técnicas y procedimientos matemáticos básicos) para operacionalizar los modelos matemáticos. Bissell (2000 y 2002) reconoce que el uso de modelos matemáticos en la práctica no atiende a una construcción del modelo matemático sino a diferentes refinamientos y adaptaciones para situaciones específicas. Es por esto que se hace necesario incluir herramientas tecnológicas que sirvan de apoyo a los estudiantes, lo que hace muchas veces más sencilla la labor demostrativa de modelos matemáticos que los estudiantes utilizan pero sin darse cuenta. Ver que un sistema físico está representado por una ecuación diferencial y que ésta se puede resolver a través de un programa que le permita explorar que es lo que ocurre con un sistema físico, es una gran ayuda para los estudiantes, los cuales ven en forma más concreta una ecuación diferencial, la cual antes sólo se remitían a resolver sin saber para qué y por qué.

El análisis del programa de Ecuaciones Diferenciales de la Universidad Austral de Chile, de la carrera de Ingeniería en Computación nos permite ver que en sus objetivos se reconoce que el alumno debe ser capaz de modelar un problema que involucre una ecuación diferencial, como las asociadas a los sistemas físicos, pero no es explícito en el programa, no dice cómo se hará y se explicará este contenido.

Considerando los resultados de las investigaciones analizadas y el análisis del programa de Ecuaciones Diferenciales de la Universidad Austral de Chile, se realiza la presente investigación cuyo objetivo principal es el diseño de actividades didácticas basadas en modelamiento matemático que involucre ecuaciones diferenciales como aplicación matemática dentro de los sistemas físicos.

Capítulo II

Marco Teórico

2 Marco teórico

2.1 Introducción

En este capítulo se presentan elementos de la Teoría Antropológica de lo Didáctico que se consideran útiles para el diseño de la secuencia didáctica, objetivo de esta investigación. Particularmente, se consideran la noción de praxeología y de institución, las cuales permiten precisar posteriormente las instituciones que se tomarán en cuenta en esta tesis, centrada en una formación de futuros ingenieros. El modelo praxeológico extendido se presenta con la intención de mostrar las dos componentes de la tecnología, el teórico y el práctico. Este último expone seis funciones tecnológicas que sustenta el uso de técnicas matemáticas, las cuales pueden estar asociadas a un modelo matemático. Para la identificación de instituciones susceptibles de intervenir en esta investigación se consideró el esquema de recorridos de praxeologías matemáticas entre instituciones presentada en Romo-Vázquez (2009). En dicho trabajo se analizó el rol de las praxeologías matemáticas en tres proyectos de ingeniería desarrollados por equipos de estudiantes del cuarto año de formación universitaria. A diferencia de esa investigación, en la cual se analiza cómo se relacionan las instituciones matemáticas, disciplinas intermedias, enseñanza de las matemáticas, enseñanza de las disciplinas intermedias, práctica y proyectos, en ésta se busca relacionar las disciplinas intermedias y más en particular la teoría de control con la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. Para lo cual, se han elegido documentos representantes de la teoría de control como disciplina P(TC) la tesis doctoral de Escobedo (2006) y la tesis de maestría de Martínez (2007) y representantes de la enseñanza de esta disciplina en escuelas de ingeniería E(TC) un curso introductorio (Pérez et. al. 2008), otro de fundamentos (Gil, J. y Díaz-Cordovés 2010) y una monografía que aborda un fenómeno en específico (De la Torre Vega et. al. 2001). Todos estos documentos son elegidos para su análisis, el cual tendrá por objetivo reconocer el uso de modelos matemáticos y más en particular los elementos tecnológicos que permiten dicho uso.

2.2 Elementos de la Teoría Antropológica de lo Didáctico

En el presente trabajo se utilizará la Teoría Antropológica de lo Didáctico denominada TAD. La TAD nace con las primeras formulaciones de la Teoría de la Transposición Didáctica (Chevallard, 1985). La Teoría Antropológica de lo Didáctico, centra la actividad matemática, es decir el estudio de las actividades en matemáticas, en el conjunto de actividades y de instituciones sociales. Es por ello que la TAD estudia todo el proceso, que va desde la creación y utilización del saber matemático hasta su incorporación en la Institución escolar para convertirse en el saber enseñado.

La noción de institución es básica en esta teoría y es entendida como:

Las instituciones, es decir, organizaciones sociales estables, enmarcan las actividades humanas y simultáneamente las hacen posibles por los recursos que estas instituciones ponen a disposición de sus sujetos. Estos recursos materiales e intelectuales han sido producidos por comunidades, a lo largo de los procesos de enfrentamiento a situaciones problemáticas, se trata de resolverlas con regularidad y eficacia. (Castela y Romo, 2011, p.85)

Dos problemas básicos pueden ser considerados como el origen de la TAD (Bosch, 2006):

- La necesidad de liberarse de los modelos epistemológicos dominantes en las instituciones escolares (Chevallard, 2006). La TAD proporciona elementos que permiten analizar desde otro punto de vista las nociones de la forma en que se considera el conocimiento matemático y la actividad matemática en las instituciones en general, ya sean éstas particulares o dependientes del Estado.
- Se analizan las condiciones y restricciones que afectan el proceso de difusión de los conocimientos matemáticos en la institución escolar.

La TAD permite que toda actividad humana que se realiza regularmente pueda ser descrita por medio de un modelo único que recibe el nombre de praxeologías (praxis +logos).

Esta noción constituye una herramienta fundamental de la TAD para hacer un modelo de la Actividad humana y en este modelo se distinguen dos niveles:

- **Nivel 1:** El nivel de praxis o del “saber hacer”, el cual incluye un cierto tipo de tareas así como las técnicas para resolverlas.
- **Nivel 2:** El nivel de logos o del “saber” en el que se encierran los discursos que describen, explican y justifican las técnicas que se utilizan para resolver las tareas, y que recibe el nombre de tecnología. Dentro del “saber” la teoría ocupa un segundo nivel de descripción-explicación- justificación, en relación a la tecnología.

2.2.1 La noción de la praxeología

Tipos de tareas

“Tareas, tipos de tareas, géneros de tareas no son datos de la naturaleza, son “artefactos”, “obras”, construcciones institucionales, cuya reconstrucción en tal institución, y por ejemplo en tal clase, es un problema completo, que es el objeto mismo de la didáctica” (Chevallard, 1999).

Cuando una tarea t forma parte de un tipo de tareas T , se escribe $t \in T$. En la mayoría de casos, una tarea t y el tipo de tareas T relacionadas se puede expresar por un verbo, por ejemplo Determinar el valor de x en una ecuación de primer grado.

Esta noción es bastante general, sin embargo un tipo de tareas T considera un objeto (en nuestro caso matemático) relativamente preciso, esto es, en el ejemplo anterior, calcular el valor de x en una ecuación de primer grado, es un tipo de tareas T , pero calcular no lo es, a esto se le llamará un género de tareas. A lo largo del proceso escolar los géneros de tareas se van enriqueciendo por medio de los tipos de tareas T que se trabajan en la institución.

Técnicas

Una praxeología relativa a un tipo de tareas T , requiere una manera de realizar las tareas. A esta determinada forma de hacer el tipo de tareas T , se le da el nombre de técnica (τ) relativa a T . El bloque $[T/\tau]$ constituye el nivel práctico-técnico, que se identifica, en general, con el “saber-hacer”.

En relación a las técnicas τ , relativas al tipo de tareas T , es necesario precisar que tienen éxito sobre una parte de las tareas del tipo T , lo que se denomina alcance de la técnica. Desde esta perspectiva, una técnica puede ser considerada superior a otra, en relación a las tareas τ del tipo de tareas T .

Chevallard plantea que en una institución escolar, en general, existe una sola técnica τ , o al menos un pequeño grupo de ellas, relativas al tipo de tareas T que son reconocidas institucionalmente, lo que produce que otro tipo de técnicas no sean utilizadas en la institución.

Tecnologías

La tecnología, " θ ", es entendida como un discurso racional (logos) sobre la técnica " τ ", cuyo objetivo es justificarla racionalmente, para asegurarse que efectivamente permita resolver las tareas del tipo T . El nivel de justificación racional varía dependiendo de la institución.

Una segunda función de la tecnología θ , es la de explicar, aclarar la técnica τ , es decir exponer por qué es la correcta. Estas dos funciones son asumidas por una misma tecnología θ , sin embargo desde el punto de vista matemático, es la función de justificación la que predomina por sobre la función de explicación.

La tercera función de la tecnología θ es la producción de técnicas. En general, las tecnologías son sub-explotadas, en el sentido de que una tecnología θ es productora de muy pocas técnicas τ , desde el punto de vista de la explicación como de la producción.

En una institución determinada I , dado un tipo de tareas T , la técnica τ , relativa a T conserva al menos un elemento de la tecnología θ . En algunos casos algunos elementos de la tecnología θ están integrados en la técnica τ .

Teorías

Una teoría ω , corresponde a un nivel superior de justificación, explicación y producción del discurso tecnológico.

En relación a la teoría, Chevallard plantea:

En todo ámbito, la naturaleza de la teoría puede fluctuar, y de hecho fluctúa históricamente. Como ocurre en materia técnica o tecnológica, hay aquí un progreso teórico que conduce en general a sustituir las evidencias “metafísicas” por enunciados teóricos positivos. (Chevallard, 1999).

Así, una praxeología constituida por un bloque “práctico-técnico”, $[T, \tau]$, y por un bloque “tecnológico-teórico”, $[\theta/\omega]$. Este último bloque se identifica como un saber.

Esta noción de praxeología permite describir y analizar la actividad matemática. Aunque existen ampliaciones a este modelo praxeológico (Castela y Romo, 2011; Castela 2012) en los cuales se especifican funciones tecnológicas que provienen de la práctica. Es decir, se asume que además de la componente teoría que justifica y produce a un nivel más general las tecnologías teóricas existe la práctica o la institución usuaria de las matemáticas que genera explicaciones y justificaciones relacionadas con el uso de las técnicas matemáticas más que con la validez de las mismas. Por ejemplo, el modelo praxeológico extendido (Castela y Romo, 2011) es el siguiente:

$$\begin{bmatrix} T, \tau, \theta^{\text{th}}, \Theta \\ \theta^{\text{p}} \end{bmatrix} \begin{matrix} \leftarrow P(S) \\ \leftarrow Iu \end{matrix}$$

Donde $P(S)$ designa la institución productora de saberes e Iu la institución usuaria de dichos saberes. En este modelo, como se mencionó anteriormente, se reconocen dos componentes tecnológicas, teórica θ^{th} y práctica θ^{p} . La componente teórica está asociada, como en el modelo praxeológico clásico, a la validación, justificación y producción de las técnicas matemáticas mientras que la componente práctica está asociada al uso de las técnicas, a la manera en cómo son adaptadas para resolver tareas que no son estrictamente matemáticas pero que requieren de técnicas matemáticas para ser resueltas.

Con el objetivo de reconocer cómo estos dos tipos de discursos tecnológicos están presentes en el uso de modelos matemáticos en matemáticas e ingeniería consideramos las funciones de la componente práctica θ^{p} descritas en Castela y Romo (2011) las cuales mostramos a continuación:

1.- Describir el tipo de tareas y la técnica. La producción de un discurso que caracteriza el tipo de tarea y los pasos que componen una técnica es considerada como una pieza de saber que no es identificable por sí misma. Las acciones y el contexto social donde se sitúa la noción praxeológica en un sistema compartido se pueden identificar en la elaboración de un sistema de representaciones verbales y simbólicas. La producción de estos lenguajes y la descripción que ellos permiten hacer constituye una componente esencial del proceso de transmisión de una invención técnica.

2.- Validar la técnica. Corresponde a lo que generalmente se entiende como justificar. Los saberes considerados establecen que la técnica produce bien lo que ella dice que produce, que los pasos que la componen permiten alcanzar los objetivos que le son asignados. En el caso de las matemáticas, esta función es generalmente asegurada por los saberes, justificados por las teorías matemáticas. Sin embargo en otros contextos, los saberes validados experimentalmente en laboratorio o empíricamente en el uso pueden validar una técnica.

3.- Explicar la técnica.- Se trata de saberes que permiten analizar cómo la técnica y sus diferentes pasos permiten conseguir los objetivos pretendidos. Contribuyen a la comprensión de las causas de los sujetos y están relacionadas a su cultura compartida.

4.- Facilitar la aplicación de la técnica. Los saberes considerados en esta función permiten a los usuarios utilizar con eficacia pero también con un cierto confort la técnica. Éstos son portadores de mejoras pero también de advertencias que permiten evitar errores y torpezas conocidas como frecuentes. Este dominio de saberes es el terreno privilegiado de las elaboraciones tecnológicas de los usuarios. Dicho dominio produce efectos retomados de descripciones que lo especifican al adaptarlo a las condiciones particulares del contexto institucional de utilización y el enriquecimiento de la memoria de las experiencias acumuladas.

5.- Motivar la técnica y los pasos que la componen. Estos saberes están orientados hacia la práctica. Ellos participan de una inteligencia de los fines: son los objetivos esperados que justifican racionalmente los pasos mostrando su razón de ser. Se trata de escribir una historia de la técnica que sitúe sus componentes, unas en relación con las otras: por qué (¿para hacer qué?) ¿se realiza tal paso en tal momento? Los saberes de motivación están seguidos por saberes sobre el tipo de tareas puesto que ellos analizan los objetivos. Permiten anticipar las etapas esperadas y entonces juegan un rol heurístico importante luego que la aplicación de la técnica necesita adaptaciones.

6.- Evaluar la técnica.- Los saberes considerados en este rubro tienen que ver con el dominio, las condiciones y los límites de una técnica relativamente a las tareas del tipo T. Ellos pueden igualmente considerarse con el funcionamiento de la técnica desde el punto de vista de sus usuarios. Las funciones evaluar, facilitar y motivar pueden estar bastante relacionadas: la puesta en evidencia de ciertas dificultades (evaluar) puede provocar al cabo de cierto tiempo la producción de mejoramientos (facilitar), la motivación es dada por la evaluación (Castela y Romo-Vázquez, 2011, pp. 88-89)

Estas funciones permiten reconocer que el uso de las técnicas matemáticas está sustentado por elementos tecnológicos provistos por la institución usuaria que se considere. En la siguiente sección de este capítulo se presentan las instituciones que se considera pueden aparecer en este trabajo.

2.3 Instituciones susceptibles de participar en la circulación de saberes

En Romo-Vázquez (2009) se asume que en la formación de futuros ingenieros existe una circulación de saberes y de manera más precisa de praxeologías matemáticas entre instituciones de diferente tipo: de producción, de enseñanza y de uso. Por supuesto, lo anterior corresponde a un modelo que es limitado pues pueden existir muchas más instituciones que participen en dicha circulación.

Las **instituciones de producción** son las que producen la praxeología, haciendo pesar sobre éstas todas sus condiciones y restricciones, pero también generando puntos de apoyo. Se reconocen dos instituciones de producción:

- Matemáticas (como disciplina) P(M)
- Disciplinas Intermediarias (como disciplina) P(DI)

Las **instituciones de enseñanza** son las responsables de volver a las praxeologías transmisibles, adaptándolas a las condiciones y restricciones de la enseñanza. Se reconocen dos instituciones de enseñanza:

- Enseñanza de las Matemáticas E(M)
- Enseñanza de las Disciplinas Intermediarias E(DI)

Las **instituciones usuarias** son en las que las praxeologías matemáticas principalmente se operacionalizan para atender a las necesidades de la práctica:

- Práctica profesional Ip

Estas instituciones (producción, enseñanza y usuarias) fueron identificadas en Romo-Vázquez (2009) a partir del análisis de diferentes investigaciones desarrolladas en torno a las matemáticas en la formación y en la práctica de ingenieros. En este mismo trabajo se propuso un esquema de los posibles caminos que puede seguir una praxeología matemática que se produce o pasado por los procesos de validación de la disciplina matemática hasta que llega a ser utilizada en una institución práctica. Se parte del supuesto que las praxeologías se producen en P(M), que se reconocen como matemáticas y circulan, pasando por otras instituciones hasta llegar a la práctica. Se identifican tres posibles recorridos (señalados por las flechas de colores en el esquema 2):

1. $P(M) \rightarrow E(M) \rightarrow \text{práctica}$

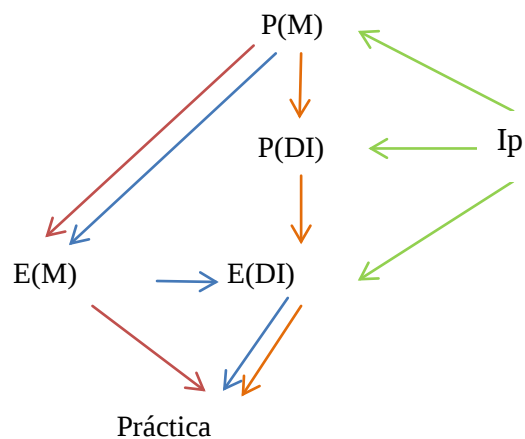
De la institución de producción de conocimientos matemáticos a la enseñanza de las matemáticas y de ésta a los proyectos.

2. $P(M) \rightarrow P(DI) \rightarrow E(DI) \rightarrow \text{práctica}$

De la institución de producción de conocimientos matemáticos a la institución de producción de conocimientos y de ésta a la enseñanza de las disciplinas intermediarias y finalmente a la práctica.

3. $P(M) \rightarrow E(M) \rightarrow E(DI) \rightarrow \text{práctica}$

De la institución de producción de conocimientos matemáticos a la enseñanza de las matemáticas, de ésta a la enseñanza de las disciplinas intermediarias y finalmente a la práctica.



Esquema 1. Recorridos de praxeologías matemáticas entre instituciones hasta llegar a los práctica (representada por los proyectos analizados).

En este esquema se ha puesto práctica al final en lugar de proyectos, como aparece de forma original, esto ha sido con el objetivo de reconocer que en esta institución se utilizan las praxeologías matemáticas o mixtas (que pueden aparecer elementos no matemáticos como parte de la praxeología). Ip en cambio se refiere a la institución práctica que representa la práctica profesional de los ingenieros, la cual puede relacionarse con las instituciones de producción de matemáticas y de disciplinas intermediarias así como la enseñanza de las disciplinas intermediarias.

La circulación de praxeologías es considerada para este trabajo con el objetivo de reconocer que existen diferentes tipos de instituciones que deben considerarse al realizar una investigación en o para una formación de futuros ingenieros. Por lo que en la siguiente sección se especifica las instituciones que se reconocen en este trabajo y cuáles son las relaciones entre instituciones que se están considerando.

Instituciones identificadas para el estudio

Uno de los objetivos de esta tesis es el diseño de una secuencia didáctica que permita la modelación matemática en una formación de futuros ingenieros. Para efectuar tal diseño se consideran las instituciones de **enseñanza** de dos tipos: cursos de matemáticas E(M) y curso de teoría de control E(TC). Al considerar estas dos instituciones de enseñanza E(M) y E(TC) se asume que las matemáticas P(M) y la teoría de control P(TC) son instituciones de referencia, es decir son las que han generado teorías que validan y/o sustentan las matemáticas y la teoría de control que son enseñadas. Detallamos a continuación dichas instituciones.

Instituciones de enseñanza E(M)

Dentro de las instituciones de enseñanza se sitúa el curso que se utilizarán en la secuencia didáctica, y los elementos tecnológicos utilizados para ello, los cuales se detallan a continuación.

Curso de ecuaciones diferenciales

El curso de ecuaciones diferenciales es un curso que se revisa en este trabajo, ya que tiene directa relación con aplicaciones que utilizan los ingenieros y es una de las últimas asignaturas de matemáticas de las carreras de Ingeniería de la Universidad Austral de Chile, Sede Puerto Montt. Este curso reúne las condiciones necesarias para generar una secuencia didáctica que lleve a los futuros ingenieros a aplicar los conocimientos obtenidos en los cursos de matemáticas anteriores y además les brinda la posibilidad de utilizar sus conocimientos en aplicaciones del área de ingeniería. Al ser una de las últimas asignaturas de matemáticas se asume que los estudiantes están en condiciones de razonar lógica y matemáticamente para enfrentar problemas que se les planteen en sus especialidades, y puedan modelar matemáticamente un problema de ingeniería

Matlab

Matlab es un programa computacional utilizado por la mayoría de los estudiantes, no tan sólo en sus asignaturas de matemáticas, sino en otras como teoría de control, simulación de procesos, etc. Este programa tiene muchas librerías poderosas, una de ellas es Simulink, la cual permite realizar simulaciones de múltiples aplicaciones, todas en tiempo real. Matlab y su librería son utilizados como medio de verificación, en donde los estudiantes pueden validar sus resultados, comparar y analizar sus simulaciones. En este trabajo ambas herramientas computacionales son utilizadas como medio de verificación de las actividades que se propone en la secuencia didáctica, con la finalidad de reafirmar el contenido teórico y práctico que los estudiantes tienen en sus cursos de matemáticas, más en específico, en el de ecuaciones diferenciales.

Instituciones de enseñanza E(TC)

Existen diferentes disciplinas intermediarias o ciencias del ingeniero, para este trabajo se ha elegido la teoría de control debido a que en ésta se utilizan las ecuaciones diferenciales, las cuales son enseñadas en la formación básica de los futuros ingenieros en computación de la Universidad Austral de Chile, Sede Puerto Montt.

Dado que la teoría de control requiere ser analizada se consideraron cinco documentos que permitieran acceder tanto a sus principios y fundamentos como a modelos de fenómenos específicos, particularmente el de la producción digital de voz.

Para analizar los fundamentos de la teoría se consideran dos documentos:

- Fundamentos de control automático de sistemas continuos y muestreados (Gil, J. y Díaz-Cordovés 2010).
- Introducción a los sistemas de control y modelo matemático para sistemas lineales invariantes en el tiempo (Pérez et. al. 2008).

El primer documento fue producido en la Universidad de Navarra en España y el segundo de la Universidad de San Juan, Argentina.

Asimismo se analizaron tres documentos que tratan sobre un fenómeno en específico, la producción de voz, para lo cual se consideraron tres documentos:

- Reconocimiento automático de voz en condiciones de ruido (De la Torre Vega et. al. 2001)

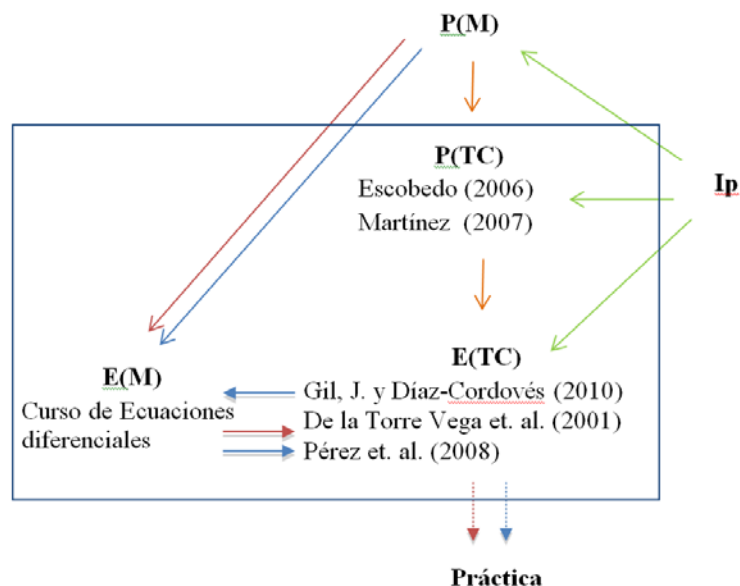
- Análisis acústico del llanto del niño recién nacido orientado al diagnóstico de patología en su neurodesarrollo debido a hipoxia. (Escobedo, 2006)
- Detector de partes vocalizadas de la voz esofágica en dispositivos FPGA (Martínez, 2007).

El primer documento es una monografía producida en la Universidad de Granada, el segundo es una tesis doctoral producida en la Universidad de Oriente de Cuba y el tercero es una tesis de maestría producida en el Instituto Politécnico Nacional de México. Podemos decir que la tesis de Escobedo pertenece a P(TC) más que a E(TC) pues ésta ha sido desarrollada con el objetivo de producir conocimientos o en el lenguaje de la TAD praxeologías y no de enseñarlas.

Puede apreciarse una diversidad de instituciones universitarias en las cuales fueron producidos los documentos considerados para el análisis de los elementos de la teoría de control y el modelo de producción digital de voz. Lo anterior es debido a que la búsqueda de documentos se hizo principalmente en internet y la elección de los documentos privilegió la claridad de los mismos y que todos fueran producidos para un público universitario. Esto último se consideró debido a que en estos documentos, por su naturaleza, se explicitan los elementos tecnológicos, explicaciones y validaciones, que sustentan las técnicas matemáticas.

Estos cinco documentos son analizados en el capítulo 3 de este trabajo y permiten elegir los elementos que figuran en la secuencia didáctica que se presenta en el capítulo 4 de esta tesis.

Proponemos el siguiente esquema de recorridos praxeológicos considerado para esta investigación:



Esquema 3. Recorridos de praxeologías matemáticas entre instituciones hasta llegar a la práctica.

En el esquema tres se muestran las instituciones que se han considerado para este estudio, en el recuadro azul aparecen las que serán analizadas con mayor detalle, E(M), P(TC) y E(TC). El análisis de los documentos de teoría de control será hecho con el objetivo de analizar los modelos matemáticos en uso y particularmente los asociados a las ecuaciones diferenciales. Así mediante dicho análisis podrá primeramente reconocerse cómo se usan las ecuaciones diferenciales en esta teoría para luego ver la manera en que dichos usos pueden ser considerados en una secuencia didáctica.

2.4 Conclusión

En este capítulo se han presentado elementos de la Teoría Antropológica de lo Didáctico que se consideran permitirán diseñar una secuencia didáctica en la que intervengan las ecuaciones diferenciales a partir de su uso en la teoría de control que es una disciplina enseñada en la formación de especialidad. Es decir, se busca relacionar esta disciplina de especialidad con el curso de ecuaciones diferenciales que es parte de la formación básica de los futuros ingenieros. La noción de praxeología permite analizar la actividad matemática y más en específico la actividad de modelación que tiene lugar en la teoría de control, tanto en su enseñanza como en la disciplina misma. El esquema de recorridos praxeológicos ofrece un modelo de las instituciones que intervienen en la formación de ingenieros y presenta algunas relaciones que se establecen entre éstas. Este esquema es limitado pues se

considera que puede haber más instituciones que pueden entrar en juego y no sólo eso sino que las relaciones entre éstas son mucho más complejas. Dado que el objetivo de esta tesis es generar un dispositivo didáctico que relacione la formación de especialidad y la formación básica parece que el esquema propuesto es útil.

El modelo praxeológico será utilizado en el sentido que en éste se reconocen las validaciones que provienen de la práctica. Esto es sumamente importante cuando se analiza una disciplina intermediaria pues ésta tiene una fuerte componente matemática pero también una fuerte componente práctica. Estas dos componentes no son puras es decir se han adaptado en un sistema conceptual coherente y se considera que el modelo praxeológico permite estudiar esta disciplina pues reconoce dos tipos de tecnologías que se supone se encontrarán en el análisis.

Estos elementos permitirán el análisis de los documentos de teoría de control que se presentaron en este capítulo y que serán analizados en el capítulo 3.

Capítulo III

**Elementos Tecnológicos necesarios para el
diseño de la Secuencia Didáctica**

3 Elementos tecnológicos necesarios para la generación de la secuencia

3.1 Introducción

En este capítulo se presentan los elementos tecnológicos que se han considerado necesarios para el diseño de la secuencia. Esta secuencia tiene por objetivo poner en juego praxeologías matemáticas, praxeologías ingenieriles y praxeologías mixtas. Es decir, incluir praxeologías provenientes de los cursos de matemáticas y de los cursos de ciencias del ingeniero, en este caso de la teoría de control. En esta última existen praxeologías matemáticas, pero consideramos que éstas no son las mismas de los cursos de matemáticas pues se han transpuesto en relación a los posibles usos que pueden tener en la disciplina en cuestión.

Lograr que el alumno enfrente de manera eficaz un problema matemático en el área de la Ingeniería no es una labor sencilla, muchas veces como docentes deseamos hacer simulaciones de procesos “reales” para un buen aprendizaje y nos encontramos con muchas trabas al respecto en nuestras instituciones de trabajo.

En el siguiente capítulo se mostrarán los elementos tecnológicos que se han considerado necesarios para el diseño de la secuencia didáctica dirigida a alumnos de un curso de Ecuaciones Diferenciales de la Carrera de Ingeniería Civil Industrial de la Universidad Austral de Chile, Sede Puerto Montt, Chile. Basados en Pérez et. al. (2008) se presenta una breve descripción de los modelos utilizados en ingeniería lo cual permite introducirse al estudio de los elementos de la teoría de control (Pérez et. al. 2008 y Gil, J. y Díaz-Cordovés 2010). La presentación de los elementos de esta teoría permite analizar el modelo básico de la producción digital de voz (Escobedo, 2006; Martínez, 2007) y su pertinencia para ser considerado en el diseño de la secuencia. Se considera importante definir lo que es un sistema, un sistema físico, una función de transferencia y otros elementos que se presentan a partir del análisis de los documentos antes mencionados.

3.2 Tipos de modelos utilizados en Ingeniería

El primer paso en el proceso de análisis de un sistema, ya sea físico, biológico, de mercado, etc. consiste en deducir un modelo matemático a partir del cual puedan estudiarse las características del sistema. En un sentido muy amplio, se puede considerar el modelo como

un medio para representar las relaciones entre los componentes del sistema y la teoría estudiada en matemáticas.

Para un mismo sistema físico existen varios modelos apropiados, según Pérez et. al. (2008) los modelos más útiles y comunes pueden clasificarse en las siguientes categorías:

- ✓ **Analogía directa:** Reproducciones a escala, y modelos analógicos. Una analogía directa es una réplica a escala, de un sistema físico. Esta representación es necesaria, porque existen muchos casos en que el estudio de los sistemas reales es imposible, y la forma de analizar los diversos comportamientos de un sistema es a través de una réplica.
- ✓ **Representación gráfica:** Diagramas de bloques y diagramas de flujo señal. Los gráficos nos permiten visualizar mejor la interrelación que existe entre la entrada y salida de los elementos componentes del sistema que estamos estudiando.
- ✓ **Representación matemática:** Ecuaciones diferenciales, ecuaciones de estado, relaciones por funciones de transferencias, representaciones matriciales, etc. Por ejemplo, si el sistema se modela por ecuaciones diferenciales, las ecuaciones involucran derivadas e integrales de variables dependientes con respecto a la variable independiente tiempo.

Los autores argumentan que una representación matemática adecuada permite a su vez un uso adecuado de herramientas matemáticas. También señalan que la representación matemática no es exacta aunque una buena representación permite estudiar el sistema a pesar de que sus restricciones sean distintas a las de la realidad:

La representación de un sistema físico por medio de expresiones matemáticas y procedimientos gráficos permite al ingeniero emplear instrumentos matemáticos y topológicos adecuados, tales como ecuaciones diferenciales y diagramas en bloques y flujo señal. En la práctica por lo general no se puede hacer la representación matemática exacta de un sistema complejo, pero haciendo las suposiciones correctas y empleando restricciones permitidas sobre las propiedades del sistema puede obtenerse información muy valiosa por medio del estudio matemático apropiado (Pérez, et. al., 2008, p.31).

Se considera importante destacar que los autores reconocen que más que tener un modelo matemático adecuado, cercano a la realidad que se modela, es necesario conocer elementos del sistema físico que se modela, el lenguaje utilizado es “realizar suposiciones correctas y empelar restricciones permitidas sobre las propiedades del sistema”. Estos elementos nos parecen ser de tipo tecnológico asociados al conocimiento del sistema que se modela. La pregunta que emerge es: ¿Cómo hacer que estos elementos tecnológicos estén disponibles en los estudiantes? En particular, porque los estudiantes no conocen el sistema que modelan y por ende las suposiciones que les permitirían modelarlo correctamente. Otra característica que es puesta de manifiesto en este documento es el uso de sistemas lineales en lugar de no lineales para poder modelar los sistemas físicos, es decir los modelos matemáticos elegidos serán lineales por ser *cómodos y fáciles de utilizar*, como se muestra a continuación:

Es importante recordar que en general los sistemas ya sean físicos, biológicos o de otro tipo son en algún aspecto no lineales, y que el tratamiento matemático de los sistemas no lineales es bastante complejo, por eso, es necesario suponer que el sistema estudiado se comporta como lineal dentro de un dominio de funcionamiento. El equivalente lineal de un sistema físico solo se realiza, siempre y cuando esté permitido, para facilitar el análisis matemático (Pérez, et. al., 2008, p.31).

Por tanto utilizar modelos lineales equivalentes a los lineales supone otro conjunto de elementos tecnológicos sobre el sistema que se modela y sobre el modelo matemático que se usa, los cuales se considera no pueden ser vistos de manera independiente.

Los autores presentan un esquema del proceso de estudio y análisis de los sistemas lineales y no lineales, el cual se muestra a continuación:

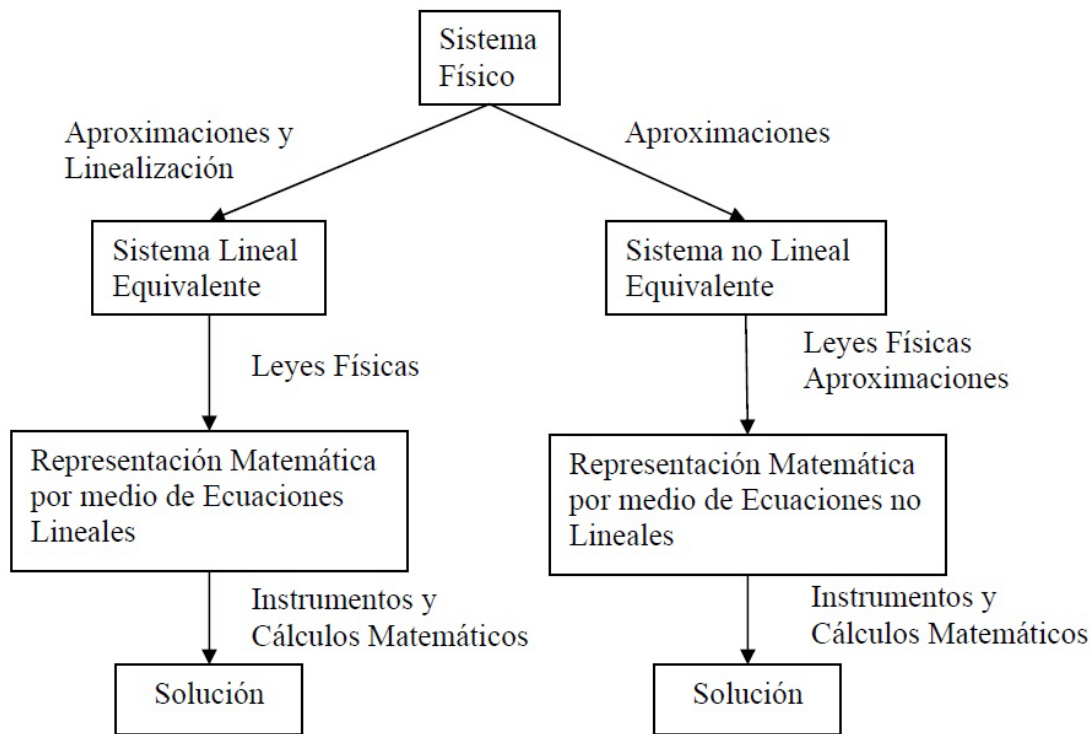


Figura 3. Esquema de análisis de sistemas

El esquema muestra nuevamente cómo la complejidad de los sistemas no lineales es superada a través del uso de sistemas lineales equivalentes, ¿Qué tipo de sistemas pueden considerarse en la secuencia y cómo asegurar que los modelos lineales sean los equivalentes a los no lineales? Para responder a esta última pregunta, se analizan en siguiente sección algunos documentos de la Teoría de Señales y de Teoría de Control con el objetivo de identificar modelos matemáticos lineales utilizados en estas disciplinas y susceptibles de ser considerados en la secuencia didáctica.

3.3 Elementos de la Teoría de Señales y de Teoría de Control (DI)

La secuencia diseñada considera elementos disciplinarios tales como modelos encontrados en tesis y publicaciones que no son del área de las matemáticas, sino de las Disciplinas Intermediarias (DI) y que utilizan modelos matemáticos. Más en específico modelos utilizados en Teoría de control, como pueden ser ecuaciones diferenciales, integrales, Transformada de Laplace, etc., elementos directamente relacionados con la disciplina de las matemáticas.

En las investigaciones analizadas en el capítulo 1 se encontró que muchas aplicaciones no matemáticas, generaban modelos matemáticos que podían ser trabajados con mayor detalle y generar una vinculación directa con las matemáticas. Dentro de este contexto se revisaron libros de texto no matemático (Gil, J. y Díaz-Cordovés 2010), publicaciones (Pérez et. al. 2008; De la Torre Vega et al 2001) y tesis (Escobedo, 2006; Martínez, 2007;) que fundamentan los elementos disciplinarios del contexto no matemático.

Primeramente se presenta el análisis de algunos elementos de la tesis doctoral (Escobedo, 2006) cuyo título es: Análisis acústico del llanto del niño recién nacido orientado al diagnóstico de patología en su neurodesarrollo debido a hipoxia. La elección de esta tesis tiene que ver con el interés en reconocer los modelos matemáticos utilizados en la neurociencia, ya que éstos provienen de la Teoría de Control. Uno de los modelos que se presenta en Escobedo (2006) es el Modelo Digital de Producción de voz, el cual es introducido de la siguiente manera:

Dos factores básicos entran en la producción de voz y lenguaje: el punto o zona de origen del sonido y el filtro, de hecho toda onda de este tipo puede especificarse en función de estas dos características (16), esto es base de la formulación matemática de la teoría acústica para la producción de voz y lenguaje (Fant, 1960; Stevens, 1964; Flanagan, 1972), según lo anterior la salida de voz y lenguaje puede representarse por la expresión (1.1) como:

$$Salida = Fuente \cdot Filtro \text{ (Escobedo, 2006, p.24)}$$

El modelo presentado por Escobedo nos lleva a relacionar un modelo de voz que es considerado como un “sistema”. Un modelo general para representar la producción de voz es presentado de la siguiente manera:

[...] un modelo general de producción de voz considera aspectos de la fuente de sonido, del tracto vocal y del efecto de radiación de los labios. La figura 1.1 presenta, usando la transformada Z, el diagrama de bloques de un modelo de sistema discreto variable en el tiempo de producción de voz (publicación *Digital Speech Processing, Synthesis and Recognition*, Marcel Dekker, Inc. N. York, 1989.) (Escobedo, 2006, p.25)

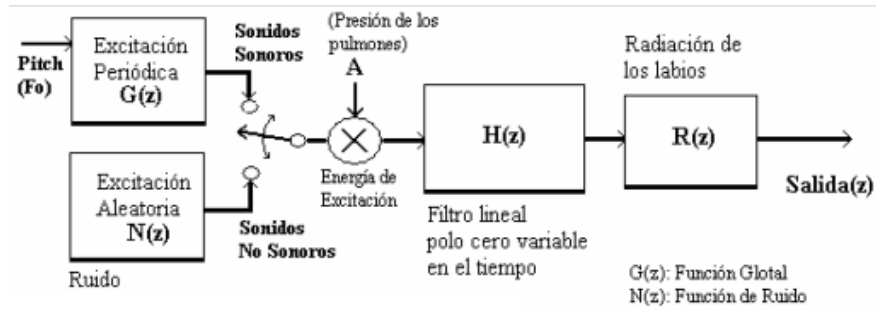


Figura 4. Modelo general de producción de voz (1)

Podemos observar que en este modelo de representación gráfica o esquema de bloques aparecen tanto elementos de la voz como su representación matemática a través de funciones. Por ejemplo, aparece la radiación de los labios representada a través de una función transformada en z , $R(z)$. Esta primera representación del modelo va a detallarse más adelante en la tesis con el siguiente modelo matemático:

$$salida(z) = A \cdot (G(z) - N(z)) \cdot H(z) \cdot R(z) \quad (1)$$

Vemos que existe un sistema (1), en el cual se modela la producción de la voz y en este caso particular el llanto emitido por un bebé. En este contexto vemos que están involucradas varias funciones en el sistema de producción de voz. Se puede apreciar que se incluyen los sonidos sonoros el cual aparece representado por la función $G(z)$ y los no sonoros representados por la función $N(z)$. Se puede visualizar además que para poder emitir voz o en este caso específico el llanto del bebe, se restan los sonidos sonoros y los no sonoros, quedando la expresión $G(z) - N(z)$; una vez realizada esta resta de funciones se multiplican por la presión de los pulmones A . Finalmente al multiplicar las expresiones anteriores por $H(z)$, la cual es la función que hace el cambio de ruido a voz, la que multiplicada por la función $R(z)$, que expresa la radiación de los labios, tenemos finalmente la función de salida. En este caso la función $H(z)$, el cual involucra la presión de los pulmones. Una vez ingresado el ruido o llanto pasa por un filtro representado por otra función $H(z)$ y posteriormente por el efecto de radiación de los labios la función $R(z)$. Matemáticamente podemos retroceder en el tiempo y pensar en la composición de funciones como cuando veíamos $f \circ g(x)$, es decir cada función se ve afectada por una o más funciones, es decir la función de salida del sistema va a ser una función que se ve alterada por cada una de las funciones anteriores, lo que provoca que el modelo sea general, pero la salida del sistema será única dependiendo del tipo de función de entrada que sea considerada. Podemos pensar que determinada respuesta significa

¹ Esta figura corresponde a la figura 1.1 de la tesis Escobedo

un estímulo distinto por parte del niño que llora, por ejemplo cierta respuesta de nuestro sistema indica que el llanto es por hambre, dolor o simplemente alegría. Si lo llevamos al contexto de la emisión de voz, podemos determinar si la voz es de hombre o mujer por ejemplo o podemos detectar que bajo ciertas condiciones la voz es de tal persona u otra, como un sistema biométrico que determina la voz de quién emite una señal de voz.

El modelo digital de producción de la voz se considera sumamente interesante, el análisis presentado anteriormente muestra cómo cada función transformada en z representa elementos de la producción de voz y cómo en el modelo matemático las relaciones entre éstos aparecen de manera explícita. Se considera que la producción de voz puede ser un contexto extra-matemático cercano a los estudiantes y podría por tanto ser considerado en el diseño de la secuencia didáctica. Sin embargo, la especificidad presentada hasta aquí no permite ver todavía cómo puede ser transpuesto/adaptado en la secuencia.

Con la finalidad de reconocer cómo este modelo de producción de voz es descrito para la enseñanza de futuros ingenieros y no como elemento de una investigación doctoral, que lo dota como antes hemos dicho de gran especificidad, se analiza una Monografía del Depto. De Electrónica nº 47 de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Granada p 48. En este documento el modelo de producción digital de voz es presentado de la siguiente manera:

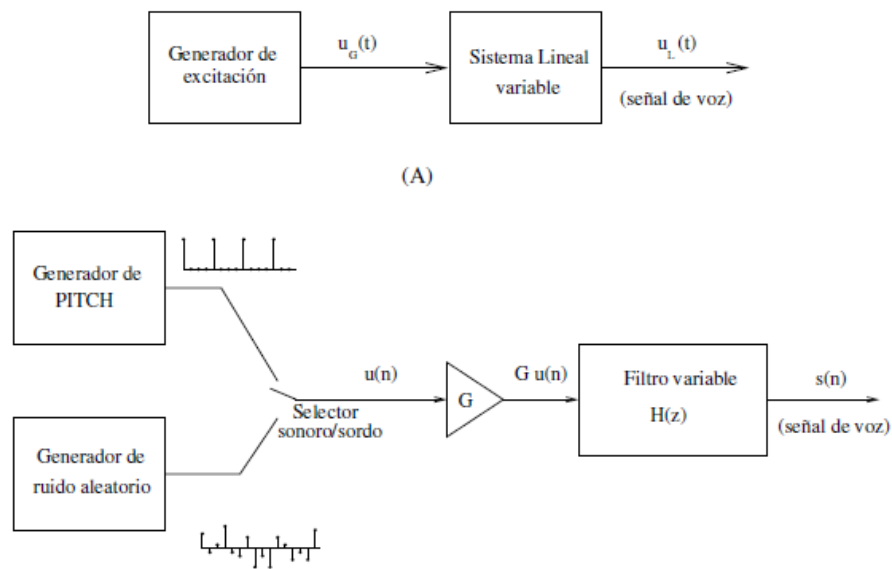


Figura 5. Modelo de producción digital de voz

Revisando este modelo se observa que es más sencillo que el modelo revisado anteriormente de Escobedo (2006). El modelo planteado por Escobedo (2006) considera la radiación de los

labios como otra función dentro del proceso, en cambio en el modelo presentado en la figura 5 se puede apreciar que la señal de voz aparece como salida de un sistema que involucra el generador de ruido y el filtro. Por lo que se asume que el filtro variable que aparece en este modelo incluye la radicación de los labios antes de emitir la señal de voz respectiva.

Continuando con el análisis del modelo digital de producción de voz se analiza la tesis de Martínez (2007) cuyo título es: Detector de partes vocalizadas de la voz esofágica en dispositivos FPGA. Esta tesis presenta un modelo de voz, el cual se diseña en Simulink y permite llevar de la simulación al contexto real las componentes involucradas. El modelo tomado de esta tesis se presenta a continuación:

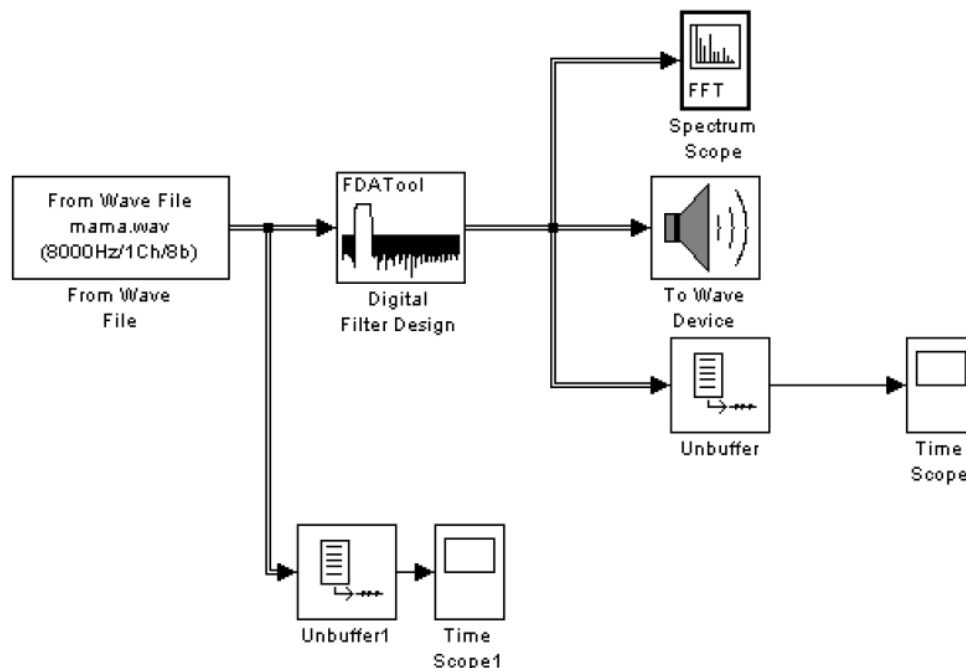


Figura 6. Modelo de voz presentado en tesis Margarita Martínez

En Martínez (2007) aparece el diseño de un filtro digital mediante el entorno de programación Matlab, para detectar las partes vocalizadas de voz esofágica, de acuerdo a las características de la frecuencia que éstas emiten. Posteriormente, se lleva a cabo el análisis de dichas características con el fin de extraer los parámetros necesarios para implementar los filtros en un sistema. Dado que uno de los objetivos de la secuencia que se pretende diseñar es que exista el uso de programas computacionales, se decide reproducir y

simular en Simulink el modelo que aparece en la figura 6. Esto permitirá a su vez conocer y determinar cuál parte o partes del modelo pueden extraerse para la elaboración de la secuencia didáctica.

Una vez que se reprodujo y simuló el modelo propuesto por Martínez (2007) completamente se genera un nuevo modelo el cual se muestra a continuación:

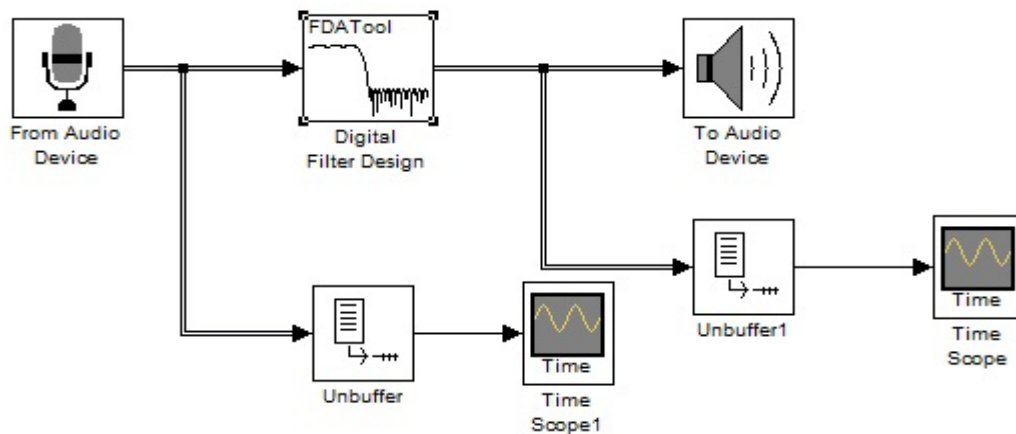


Figura 7. Modelo digital de voz modificado

A partir de la simulación realizada, se considera que el modelo (figura 7) puede ser parte de la secuencia, éste sería más atractivo para los estudiantes, pues podrían hacer una simulación de sus propias voces, la cual ingresaría por el micrófono de su computador y se emitiría modificada (particularmente por el filtro del mismo sistema) por los altavoces del mismo. La adaptación hecha del modelo presentado por Martínez (2007) no considera la simulación del circuito que reacciona con la grabación de voz. Dicho circuito se eliminó del modelo porque era un circuito que generaba el gráfico de salida en un osciloscopio, pero para nuestro caso no resulta necesario.

Una vez que se terminó de revisar el modelo presentado por Martinez (2007), se determinó que en el diagrama de bloques, el bloque “Design Filter Design”, cumple un rol fundamental, ya que es el encargado de hacer modificaciones a la voz, para ello es necesario explorar los parámetros de este bloque, lo que es importante para diseñar la secuencia, porque permite que los estudiantes puedan explorar, simular y analizar que

ocurre cuando su voz es ingresada como “entrada” a un sistema y que lo que se obtiene como resultado es una “salida” de su sistema (voz modificada).

A medida que se avanza en el análisis de los documentos elegidos, se van relacionando elementos que en el principio parecían independientes. En el análisis presentado anteriormente aparece muy fuertemente la Teoría de Control, ya que se observa que el modelo generado tanto por Escobedo (2006) como por Martínez (2007), tienen como base un modelo matemático el cual involucra una entrada y una salida de un sistema, que en este caso es un “sistema de producción de voz”. La Teoría de Control es ampliamente estudiada en los programas de las carreras de Ingeniería y un elemento fundamental es análisis de comportamiento de sistemas.

Según la definición de Gil, J. y Díaz-Cordovés (2010):

[...] la palabra **sistema**, se puede definir como una combinación de elementos que actúan conjuntamente y cumplen un determinado objetivo. A veces se usará la expresión sistema dinámico, es decir, que evoluciona a lo largo del tiempo (p.11).

A partir de la definición de Gil, J. y Díaz-Cordovés (2010), podemos ver que muchas aplicaciones en Ingeniería pueden ser modeladas a través de un sistema, el cual si tiene una entrada o acción, reacciona y genera una salida. Dada la importancia de analizar un sistema, no puede no describirse como se modela matemáticamente. Un sistema se caracteriza por tener una entrada o también la podemos llamar una función forzante y si existe dicha función de entrada obviamente hay una función de salida o una respuesta del sistema. Se puede concluir que siempre en un sistema físico hay una relación causa-efecto, modelado matemáticamente queda como se muestra en la siguiente figura:

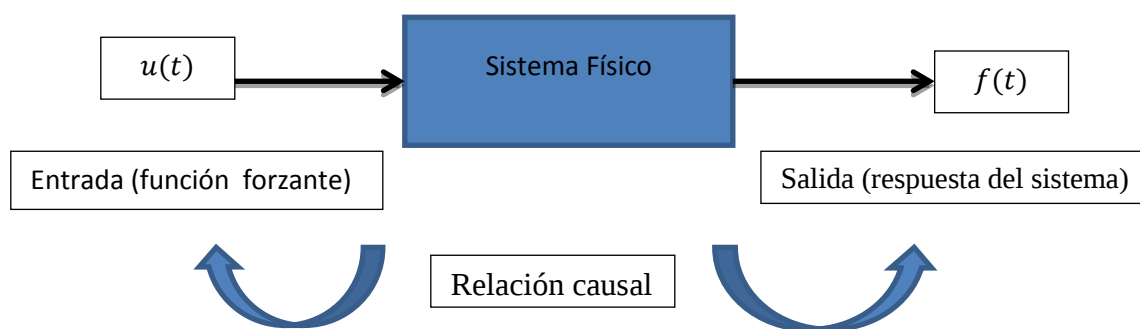


Figura 8. Modelo matemático de un sistema

Algunos sistemas que son bastante utilizados en las carreras de Ingeniería se pueden ver en la figura a continuación:

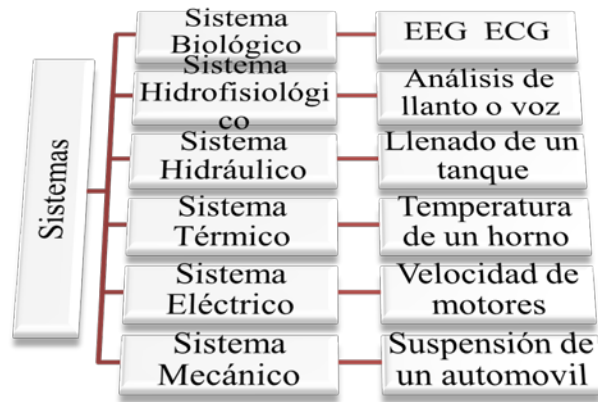


Figura 9. Sistemas en Ingeniería

Se puede decir entonces que la descripción matemática de las características dinámicas de un sistema se denomina “Modelo Matemático” y es esta la razón por la que nos interesa estudiar un sistema.

Muchos sistemas dinámicos pueden ser caracterizados por ecuaciones diferenciales. Se puede obtener la respuesta de un sistema dinámico a una entrada, si se resuelven estas ecuaciones diferenciales, he aquí el elemento matemático, que sin haber aparecido explícitamente en los análisis presentados anteriormente, está involucrado dentro de un sistema. Para obtener las ecuaciones se utilizan las leyes físicas que gobiernan un sistema particular, leyes que muchas veces los estudiantes ven en los cursos de matemáticas, pero que no logran hacer la conexión entre las matemáticas y los sistemas físicos que ahí aparecen.

El primer paso entonces y el más importante en el análisis de un sistema dinámico es elaborar su modelo matemático. Los modelos matemáticos pueden tomar muchas formas diferentes, según sea el sistema particular que se está estudiando y las circunstancias, una representación matemática determinada puede ser más adecuada que otras para un mismo sistema. Una vez obtenido el modelo matemático de un sistema se pueden usar diversas herramientas analíticas y computacionales con el objetivo de lograr un adecuado análisis y

síntesis. Una manera de modelar sistemas lineales, es utilizar “Funciones de Transferencia” para representar la relación entrada-salida entre variables. Dado que la Función de Transferencia es un elemento interdisciplinario vamos a definirla. Según la definición de Gil, J. y Díaz-Cordovés (2010): “La función de Transferencia, es un modelo matemático, porque es un método operacional para expresar una ecuación diferencial ordinaria, lineal, con coeficientes constantes, de manera de relacionar la variable de salida con la variable de entrada de un sistema.” Esta definición será muy importante dentro del desarrollo de la secuencia, ya que los diagramas de bloques que se generan en Simulink, traen la función de transferencia, la cual actúa como una caja negra, la que no sabemos qué hace para poder generar una respuesta del sistema creado.

La secuencia deberá por tanto tener por objetivo transparentar un poco esa caja negra y hacerla al menos gris. Para lo cual deberán diseñarse preguntas del tipo: ¿Qué creen que hace que su sistema modelado cambie ante una entrada determinada?, ¿cómo lo hace el programa computacional?, ¿cómo podrían ellos resolverlo sin utilizar el programa computacional?

Para responder estas preguntas, tal vez los alumnos se apoyen en herramientas matemáticas utilizadas en sus cursos de matemáticas, donde probablemente hayan visto la función de transferencia como elemento matemático de resolución de ejercicios de ecuaciones diferenciales o donde hayan aplicado transformada de Laplace.

Si los alumnos son capaces de ver la conexión entre la ecuación diferencial y la función de transferencia, tal vez hayan visto otra definición de la función de transferencia, como la que describen los autores Gil, J. y Díaz-Cordovés (2010), en otro apartado, la cual dice:

La función de Transferencia de un sistema descrito mediante una ecuación diferencial lineal, e invariante en el tiempo se define en el dominio de Laplace, como: **“El cociente entre la Transformada de Laplace de la salida o respuesta del sistema y la transformada de Laplace de la entrada o función de excitación, bajo la suposición que todas las condiciones iniciales son cero.”**²

Basándonos en la definición de Gil y Díaz-Cordovés (2010), podemos decir que:

² En esta cita se respetó el formato utilizado por los autores en el documento original.

Un sistema puede ser representado por un conjunto de ecuaciones integro-diferenciales de n-ésimo orden con coeficientes lineales invariantes en el tiempo que relacionan la variable de entrada con la variable de salida de la forma:

$$\frac{d^n}{dt^n} y(t) + a_n \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} y(t) + \dots + a_1 y(t) = b_{m+1} \frac{d^m}{dt^m} h(t) + \dots + b_1 h(t) \quad (1)$$

Donde: a_i y b_i son constantes, $h(t)$ es la entrada e $y(t)$ es la salida. Usando la transformada de Laplace para convertir la ecuación integro-diferencial en una ecuación algebraica considerando que las condiciones iniciales son cero o nulas llegamos a la siguiente expresión:

$$Y(s)[s^n + a_n s^{n-1} + \dots + a_1] = H(s)[b_{m+1} s^n + \dots + b_1] \quad (2)$$

Relacionando la salida $Y(s)$ con la entrada $H(s)$, de las expresiones (1) y (2), tenemos que:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{H(s)} = \frac{b_{m+1} s^n + \dots + b_1}{s^n + a_n s^{n-1} + \dots + a_1} \quad n > m \quad (3)$$

Esta última expresión (3) es la denominada función de transferencia del sistema.

Para que un sistema sea modelado por una función de transferencia, debe cumplir ciertos requisitos que presentamos a continuación y los cuales se basan en los señalados por Gil y Díaz-Cordovés (2010):

- ✓ Sistema Lineal: Sistemas en los que físicamente la salida reproduce exactamente los cambios ocurridos en la entrada y matemáticamente el sistema está representado por ecuaciones diferenciales lineales.

- ✓ Sistema invariante en el tiempo: Sistemas, en los cuales los parámetros no varían en el tiempo (fijos), matemáticamente las ecuaciones diferenciales son lineales con coeficientes constantes.
- ✓ Sistema Monovariante: Sistemas que poseen una variable de entrada y una variable de salida.
- ✓ Sistemas de Parámetros concentrados: Sistemas, en donde los parámetros se consideran concentrados en un punto determinado, matemáticamente está representado por ecuaciones diferenciales ordinarias totales, no aparecen ecuaciones con derivadas parciales.

Consideramos que estos requisitos, los modelos presentados tanto de bloques como matemáticos son elementos que serán útiles en el diseño de la secuencia. A continuación presentamos los elementos del programa computacional Matlab y su librería Simulink para analizar cuáles son y cómo se relacionan con los expuestos en esta sección.

3.4 Elementos del programa computacional Matlab y Simulink

El programa computacional Matlab y más en específico su librería Simulink, será utilizado en la secuencia para unir el modelo matemático con el modelo de producción de voz. Este programa está presente en la institución (Universidad Austral de Chile, Sede Puerto Montt), pero no necesariamente se utiliza para vincular las ecuaciones diferenciales con los sistemas físicos. Como existe en la institución, se considera que es un programa conocido por los estudiantes, por lo que podría ser utilizado en la secuencia y darle un uso distinto para que los alumnos puedan experimentar, tanto en la misma institución como fuera de ella. Cabe destacar que su uso no es masivo en los cursos de matemáticas, porque los docentes ven dificultades para su uso, ya sea por cantidad de alumnos, tiempo dedicado a trabajar en clases y prácticas de laboratorio, poco apoyo a las prácticas de laboratorio, etc. Con la generación de la secuencia se espera que tanto los alumnos como los docentes de la institución vean que es posible trabajar en un modelo matemático y practicar con él usando la herramienta Matlab y Simulink. Los elementos básicos necesarios para la generación de la secuencia en simulink son los siguientes:

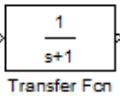
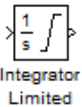
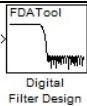
Bloque	Detalle	Librería	Parámetros requeridos
 Transfer Fon	Función de transferencia a lazo abierto	Continuos	Numerador [] Denominador []
 Step	Función escalón de magnitud específica en un tiempo determinado	Sources	Tiempo del escalón Valor inicial Valor final
 Constant	Función constante	Sources	Valor de la constante
 Scope	Función de salida, grafica la señal introducida respecto al tiempo	Sinks	Entradas
 Integrator Limited	Integra una función de entrada	Continuos	Valor inicial Límite inferior Límite superior
	Representa dos señales o más en una misma gráfica	Signals&System	Número de entradas
 Gain	Multiplica la señal por cualquier valor de ganancia que se ingrese	Math	Valor de la ganancia
	Suma dos señales	Math	Número de entradas a sumar
 Digital Filter Design	Filtro que modifica una señal de entrada	Dsp System Toolbox	Permite modificar todos los parámetros que presenta y guardarlos nuevamente
 From Audio Device	Dispositivo de entrada	Dsp System Toolbox	Device
 To Audio Device	Dispositivo de salida	Dsp System Toolbox	Device

Tabla 1. Bloques básicos de Simulink para diseñar secuencia didáctica

Los elementos anteriores, se explican con mayor detalle a continuación:

Transfer Fcn: Representa la función de transferencia, con la cual los alumnos experimentarán diversas entradas y obtendrán distintas salidas del sistema.

Step: Esta función es la función escalón, paso unitario o llamada Heaviside por los ingenieros. Se espera que los alumnos representen esta función como función de entrada y vean qué ocurre con su sistema, cómo se ve afectado por una función escalón

Constant: Esta es la función constante. Se espera que los alumnos ingresen esta función a su sistema y vean la reacción de salida de su sistema.

Scope: Este elemento muestra las gráficas que representa la entrada y la salida del sistema, depende donde sea colocado, por lo que los alumnos pueden ver claramente cuál es la entrada y la salida de su sistema. Es decir, esta herramienta permitiría comparar las dos funciones a partir de sus gráficas.

Integrator Limited: Función que integra una entrada. Se utiliza por lo general para describir ecuaciones diferenciales como modelo en Simulink.

Mux: Elemento que actúa como receptor de entradas y lo direcciona a la salida del sistema, generando un sólo gráfico de todas las entradas ingresadas al sistema.

Gain: Elemento multiplicador, este multiplica al sistema por cualquier ganancia ingresada al sistema.

Sum: Elemento que se encarga de sumar las entradas que ingresan al sistema.

Digital filter Design: Elemento que actúa como filtro cuando existe un sistema de análisis de señales digitales.

From Audio Device: Dispositivo de entrada, se asocia por defecto al sistema de entrada o puede seleccionarse el micrófono del computador como dispositivo directo de entrada.

To Audio device: Dispositivo de salida, se asocia por defecto al sistema de salida o puede seleccionarse los altavoces del computador como dispositivo directo de salida.

Estos elementos descritos anteriormente se consideran útiles para el desarrollo de la secuencia, permitiendo a los estudiantes modelar, simular e interpretar las respuestas obtenidas. Las tareas propuestas para el uso de estos elementos del programa serán basadas en esta descripción y en los objetivos que se precisen para la secuencia en el siguiente capítulo.

3.5 Conclusión

Los documentos analizados: Gil, J. y Díaz-Cordovés 2010, Pérez et. al. 2008; De la Torre Vega et al 2001, Escobedo 2006 y Martínez 2007, permitieron conocer el modelo de voz que fue el inicio de la base de la secuencia didáctica a generar. El análisis de estos documentos permitió dar una amplia visión acerca de cómo generar un modelo matemático a partir de una aplicación no matemática, la que dio luces del contexto no matemático que se deseaba encontrar.

Los diferentes modelos de producción voz encontrados, permiten decidir entre la simplicidad y lo complejo, escogiendo un modelo que permite hacer más sencilla la tarea de modelar el problema. Se elige el modelo de Martínez (2007), porque como se pudo ver en el análisis previo es el más sencillo si lo comparamos con los dos modelos presentados (Escobedo 2006, De la Torre Vega et al 2001), además el modelo presentado por Martínez (2007) se presenta en diagrama de bloques y hecho en Simulink, lo que hace que el modelo sea más predecible de ser probado y comprobado en cuanto a su funcionamiento. Esta elección hace inminente reproducir el modelo, simular y estudiar su comportamiento. Como los resultados obtenidos después del análisis de este modelo presentado por Martínez (2006) son los esperados se procede a seleccionarlo. Una vez seleccionado como se pudo apreciar en secciones anteriores, se generó un nuevo modelo, el cual se espera que logre los objetivos que se planteen en la secuencia didáctica, los que se espera sean:

- ✓ Permitir a los estudiantes, explorar, analizar, describir y ver el fenómeno matemático que está involucrado detrás del modelo de producción de voz.
- ✓ Ver qué papel juega la función de transferencia en un sistema.
- ✓ Ver cuál es el rol de las ecuaciones diferenciales.
- ✓ Relacionar el modelo matemático con un sistema, ya sea de voz, físico, biológico, etc.

Para todo lo anteriormente expuesto, será necesario crear actividades que lleven a los estudiantes a reconocer cómo funciona el modelo matemático, al menos en parte, en el esquema de bloques del modelo de producción de voz que se adaptará para la secuencia.

Capítulo IV

Secuencia Didáctica

4 Análisis Secuencia Didáctica

4.1 Introducción

En este capítulo se mostrará una secuencia didáctica creada para un curso de Ecuaciones Diferenciales. Se consideró este curso porque no se aprecia vinculación directa entre la asignatura y las aplicaciones de Ingeniería, por lo que se plantea crear una secuencia que logre una vinculación y sea un medio de comunicación entre estos dos contextos.

En el capítulo anterior se presentó un modelo de producción digital de voz, el cual es la base de la secuencia didáctica. Se crearán actividades que permitan a los estudiantes explorar, simular y analizar los elementos están involucrados dentro de las actividades propuestas. Se escogió este modelo porque no está situado en un contexto no matemático, pero sí involucra tareas matemáticas y se considera puede ser cercano a los estudiantes.

Para el diseño de la secuencia se comienza por una actividad que tiene por objetivo familiarizar al estudiante con el programa Matlab y Simulink. Esta actividad además de familiarizarlos pretende que reproduzcan los diagramas de bloques, simulen y analicen qué tipo de función de salida se produce ante cierto tipo de función de entrada.

Se considera que la representación gráfica generada por los diagramas de bloques es de gran utilidad para los estudiantes, por lo que la reproducción de los modelos creada para las actividades no presenta mayor dificultad. Cada actividad está diseñada para llevarlos finalmente al modelo de producción digital de voz identificado y presentado en el capítulo 3, de la página 30.

En esta secuencia de actividades los estudiantes verán que ante una determinada función de entrada en su sistema se produce cierta función de salida. El elemento tecnológico que está detrás de este funcionamiento es la función de transferencia presentada en el capítulo 3 (p.30). Este elemento es fundamental en la secuencia, pero en varias de las tareas fungirá como una caja negra. Por ejemplo en las primeras tareas se trabajará con la función escalón unitario como función de entrada lo que siempre generará el mismo comportamiento exponencial en la función de salida. Esto con el objetivo de que los estudiantes puedan ver una regularidad en el funcionamiento del sistema pero sin necesariamente cuestionarse sobre cuál es elemento que lo garantiza, el cual es la función de transferencia. Esta última función será transparentada, al menos un poco, en la última actividad. De manera general, se pretende que la secuencia permita a los estudiantes concluir que una ecuación diferencial es un modelo matemático que sirve para representar el comportamiento de un sistema físico

El programa elegido para el diseño de la secuencia es el Matlab y en específico la librería Simulink, que además de ser un programa utilizado por estudiantes de ingeniería e

ingenieros, permite visualizar todas las gráficas de la función de entrada y todas las gráficas de la función de salida. Se considera que esto lo hace propicio para realizar un diseño didáctico. A continuación se presenta el análisis de las tareas que componen la secuencia.

4.2 Análisis de las tareas que componen la secuencia

En esta sección se analizarán las tareas correspondientes a cada una de las actividades que componen la secuencia didáctica, llamada “Ingenieros en acción”, la cual consta de tres partes, donde cada una contiene tareas que llevan al estudiante al modelo final de producción digital de voz. A continuación se muestran las tres actividades y sus respectivas tareas, con el objetivo de mostrar las razones que sustentan el diseño, el análisis, la puesta en marcha de cada una de ellas, así como las respuestas esperadas de los estudiantes que enfrenten esta secuencia.

4.3 Objetivo general

Los objetivos de esta secuencia son:

- que los estudiantes reconozcan el modelo matemático, función de transferencia, involucrado en el modelo de producción de voz;
- que logren hacer el enlace entre los diagramas bloque y una ecuación diferencial;
- que puedan asociar que la función de salida de el diagrama de bloques representa la solución de dicha ecuación diferencial y
- que finalmente hagan el vínculo de las matemáticas con sistemas físicos así como sistemas en general.

La función de transferencia que funciona como caja negra se hará gris, metafóricamente hablando, en el transcurso de las actividades, esperando que los alumnos puedan transparentar esta caja para responder las preguntas planteadas en cada tarea.

4.4 Análisis de Primera Actividad. “Analizando el sistema W”

4.4.1 Análisis de la Tarea 1

Objetivo de la tarea 1

El objetivo principal de la tarea 1 es que los alumnos se familiaricen con el programa computacional Matlab y Simulink y utilicen el representación gráfica, que como se mencionó en secciones anteriores, constituye un modelo representado a través de un

diagrama de bloques Pérez et. al. (2008). La diagramación en bloques es utilizada en el contexto ingenieril pues resulta eficaz para simular sistemas físicos, se considera que didácticamente es útil pues permite visualizar el tratamiento de la modelación a partir de la simulación. La tarea 1 de la secuencia es la siguiente:

Tarea 1

Al ingeniero en sistemas Juan Voltaje se le ha puesto a prueba en su empresa, a partir de diferentes informaciones que le serán entregadas poco a poco él debe identificar cómo funciona el sistema W. La primera información que recibe es un esquema de bloques que representa el sistema W, el cual aparece a continuación:

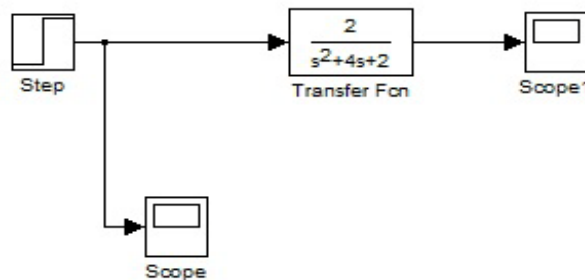


Figura 1. Esquema de bloques del sistema W

Observando el esquema Juan Voltaje decide que una manera de estudiarlo es conocer su funcionamiento, para lo cual decide utilizar Simulink. De la misma manera, te pedimos que tú reproduzcas utilizando el Simulink el esquema de bloques del sistema W.

Esta tarea está en un contexto familiar para el estudiante de ingeniería, porque se le pide hacer uso de una librería para reproducir el esquema de bloques. Esto le permitirá no sólo hacer uso del programa, conocer los menús y herramientas disponibles, sino irse adentrando con la secuencia misma. Esta tarea no pide ninguna simulación pero dará la pauta para solicitarlo en la tarea 2, como se mostrará a continuación.

4.4.2 Análisis de la Tarea 2

Objetivo

El objetivo de la tarea 2 es que los alumnos exploren y simulen lo mismo que hace el Ingeniero Juan Voltaje. Se les pide que ejecuten la primera simulación de su sistema, para que comiencen a analizar qué hace éste y cuáles son las variables involucradas, así como qué ocurre con la salida a partir de una función escalón como función de entrada. Se espera que a partir de las gráficas producidas como efecto de la simulación, el estudiante visualice que hay un primer comportamiento de la función de salida frente a esta función de entrada.

Tarea 2

Juan Voltaje sabe que para efectuar la simulación debe dar clic en el comando . Los parámetros que Juan ingresa son los siguientes:

Entrada Step	Transfer Fcn
Step Time=0	
Valor inicial=0	Numerador=[2]
Valor Final=1	Denominador=[1 4 2]

Tabla 2. Parámetros a ingresar esquema de bloques 1

Con el objetivo de poder analizar lo que hace el sistema W, Juan da doble clic sobre el bloque scope y observa cuál es la señal que entró en el sistema (señal de entrada) y para saber cuál es el efecto del sistema sobre esa señal, da doble clic sobre el bloque scope 1 (señal de salida). Haz tú lo mismo y coloca las gráficas de la función de entrada y de la función de salida en los siguientes recuadros:

Función de entrada	Función de salida
--------------------	-------------------

Figura 2. Gráfica de la función de entrada (scope) y de la función de salida (scope 1)

Una vez que realizan su simulación se les solicita a los estudiantes que grafiquen la función de entrada y la función de salida, que debe ser la que se muestra a continuación.

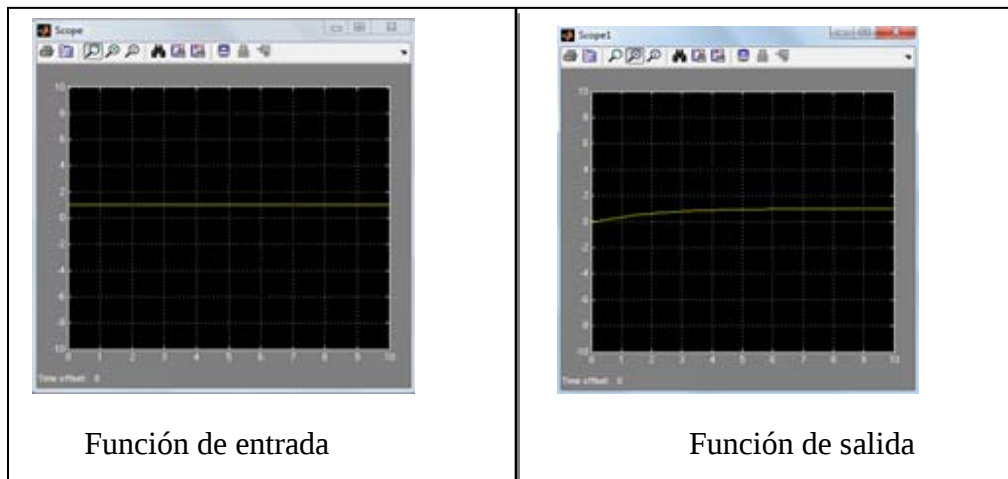


Figura 10. Función de entrada y función de salida de la tarea 2

Al desarrollar la tarea 2, los estudiantes deben generar como función de entrada y como función de salida, las gráficas que aparecen en la figura anterior (Figura 1). Al hacer esto se espera que los estudiantes visualicen que la gráfica de entrada es modificada por la función

de transferencia que funciona como una caja negra, es decir el estudiante no sabe qué es y cómo funciona. Se espera que los estudiantes puedan descubrir cómo se realiza el proceso de modificación de su sistema al ir resolviendo las tareas posteriores.

La función de entrada de su sistema está representada por el bloque “Step” en Simulink. Esta función de entrada, representa la función conocida como escalón o denominada Heaviside. Se escogió esta función porque en Ingeniería se presentan con mucha frecuencia para representar sistemas o fenómenos que están en estados constantes ya sea “activo” o “inactivo”. Por ejemplo, si consideramos un voltaje aplicado a un circuito, éste se puede desactivar después de cierto tiempo. Viéndolo de este modo, resulta conveniente definir una función que pase del estado inactivo al activo, ambos constantes, es por este motivo que se selecciona como función de entrada una función escalón unitario o función Heaviside, la cual se define de forma general como:

$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ 1 & \text{si } t \geq 0 \end{cases}$$

Su gráfica corresponde a la siguiente.

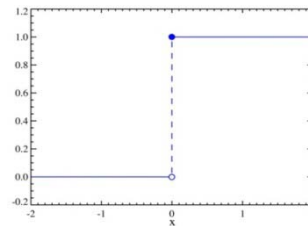


Figura 11. Gráfica de la función escalón unitario

En la tarea 2 se les solicita cambiar los parámetros en la función de entrada, para que sea la siguiente:

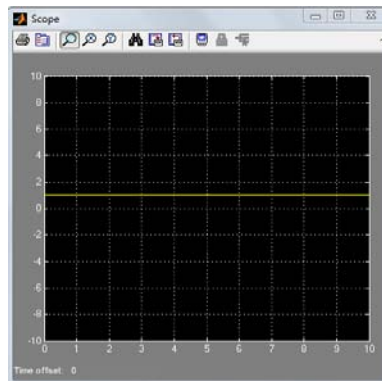


Figura 12. Gráfica de la función de entrada de la tarea 2

A pesar de verse gráficamente como constante, se está utilizando una función escalón particular, pero la forma de la salida será la misma que para toda función escalón:

$$y(t) = k(1 - e^{-t})$$

Este primer acercamiento es para que los estudiantes visualicen que el sistema al recibir la función $u(t)$ como función de entrada produce variación en la función de salida, la cual es de tipo exponencial, $y(t)$ y sólo en infinito será igual a 1. Sin embargo, la tecnología solicitada en esta tarea no requiere un análisis de este tipo sino del comportamiento global de las funciones expresado a través de la forma de sus gráficas.

Continuando con el análisis de la tarea 2 aparecen dos preguntas que se hacen después de simular el sistema anterior.

Pregunta 2.1.

2.1 Suponiendo que el sistema W representa un sistema físico, ¿qué representaría la función de entrada?

En esta pregunta, se espera que el estudiante analice la gráfica de entrada y la gráfica de salida producidas en la tarea 2 a partir de una asociación con el sistema físico. El estudiante debe pensar en un sistema físico que haya conocido en sus cursos anteriores de matemáticas o puede asociarlo a algún sistema físico que conozca de la vida real. Por ejemplo puede decir que su sistema representa un circuito, al cual se le aplica cierto voltaje. El objetivo es que considere que en la función de entrada se expresa un comportamiento constante del sistema.

Pregunta 2.2.

2.2 ¿Y la función de salida? Es decir, ¿qué efecto tiene el sistema sobre la función de entrada?, ¿la deja igual?, ¿la modifica, cómo?

En esta pregunta, se espera que el alumno visualice que hay una modificación de su sistema a partir de la función de entrada. Es decir, que el efecto corresponde al tipo de causa que lo provocó, en este caso la función escalón. En las siguientes preguntas ¿qué efecto tiene el sistema W sobre la función de entrada?, ¿la deja igual?, ¿la modifica, cómo?, el alumno debe ser capaz de decir que el sistema se modifica con la entrada y genera una salida nueva en la cual se aprecia que el sistema perturba el estado constante que ingresó, particularmente en un intervalo entre $0 < t < 4$, luego se va aproximando exponencialmente

hacia el uno. Por lo tanto, hay una caja negra que al recibir una función de entrada genera una salida.

4.4.3 Análisis de la Tarea 3

Objetivo

En esta tarea el objetivo principal es que los estudiantes a partir de otra simulación vean que ante un mismo tipo de funciones de entrada -función escalón- el comportamiento del sistema es el mismo, obteniendo funciones de salida del tipo: $y(t) = k(1 - e^{-t})$, por supuesto los estudiantes no necesariamente pensarán en su expresión analítica sino en la forma de la gráfica de dicha función.

Tarea 3

Juan Voltaje decide que para estar seguro de las hipótesis, que ha estado imaginando, debe realizar varias simulaciones y elige los siguientes parámetros:

<i>Entrada Step</i>	<i>Transfer Fcn</i>
Step Time=1	Numerador=[2]
Valor inicial=0	Denominador=[1 4 2]
Valor Final=3	

Tabla 3. Parámetros a ingresar esquema de bloques 2

Utiliza los parámetros de la tabla 2 y coloca las gráficas en los siguientes recuadros:

Función de entrada	Función de salida
--------------------	-------------------

Figura 3. Gráfica de la función de entrada (scope) y de la función de salida (scope 1)

Continuando con el análisis de la tarea 3, las respuestas esperadas en las preguntas 3.1 y 3.2 son las siguientes:

Pregunta 3.1

3.1 Describe la función de entrada. ¿Qué crees que pueda representar?

En esta pregunta, se espera que el estudiante asocie nuevamente la función escalón al comportamiento de un sistema. Por ejemplo, que diga que la función de entrada escalón puede representar un cambio brusco en el sistema que después se mantiene constante en el tiempo. O bien que diga que el sistema pasa de un estado constante, luego hay un salto y pasa a otro estado constante. La pregunta realizada busca que los estudiantes expliciten lo que pueden estar representando las gráficas en relación al comportamiento del sistema y en ese sentido busca propiciar la generación de un elemento tecnológico, que permita posteriormente sustentar las técnicas de modelación basadas en buscar un comportamiento del sistema a partir de cierta función de entrada. Dicho de otro modo, automatizar el sistema a partir de conocer su comportamiento ante ciertas funciones de entrada. Pasar de ver qué pasa a controlar lo que quiero que pase.

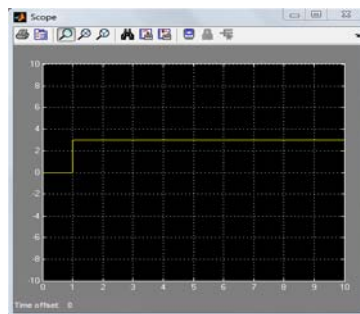


Figura 13. Entrada al sistema correspondiente a la tarea 3, actividad 1

Pregunta 3.2

3.2 La función de salida que has colocado en la figura 3 se parece a la función de salida que colocaste en la figura 2? Si tu respuesta es afirmativa describe en qué se parecen dichas funciones.

En esta pregunta, se espera que el estudiante diga que la función de salida del sistema queda representada por la gráfica que aparece a continuación en conjunto con la gráfica de la tarea anterior para efectuar comparaciones.

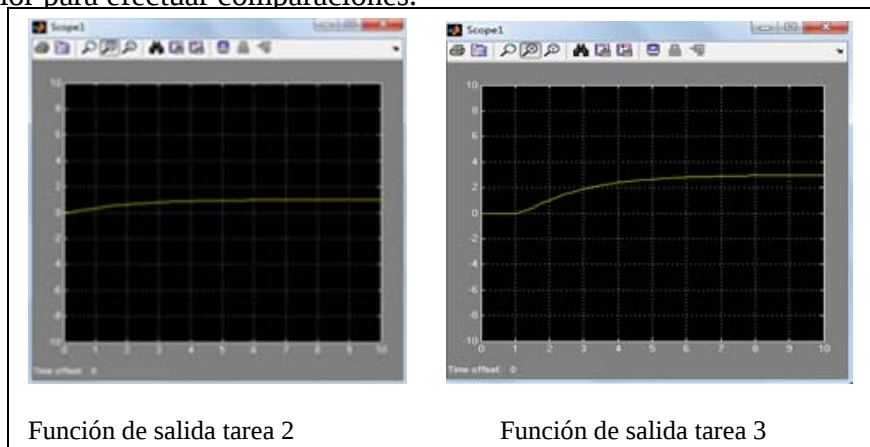


Figura 14. Salida del sistema tarea 2 versus salida del sistema la tarea 3, actividad 1

En la figura 14 se presentan la funciones de salida de la tarea 2 como de la tarea 3. Ambas gráficas tienen cierto patrón que se espera que los estudiantes vean con mayor claridad en la siguiente tarea, la 3. De todas maneras cuando respondan la pregunta 3.2, se espera que los estudiantes respondan que efectivamente se parecen las gráficas de salida, pero hay una variabilidad que depende de los parámetros que se ingresan a la función de entrada escalón, la cual se hará más en la tarea 3 que es la siguiente.

Resumiendo los estudiantes pueden decir que ambos sistemas son afectados por funciones de entrada escalón, sólo que los parámetros de entrada han sido modificados. La salida producida es de la misma forma a ambos casos, su salida es una función exponencial, pero a partir de los parámetros ingresados pueden ver que por ejemplo la función escalón ingresada en la figura 2, en el sistema tarea 2, es constante en uno y su salida se aproxima exponencialmente a esta misma constante. En el caso de la salida tarea 3, la entrada es un escalón constante en tres cuando $t \geq 1$, pero que comienza con el escalón en uno, lo que significa que su salida será también exponencial aproximándose a tres y comenzando a cambiar a partir de $t=1$.

4.4.4 Análisis de la Tarea 4

Objetivo

El objetivo de la tarea 4, se parece bastante al de la tarea 3, ya que se les pide a los estudiantes modificar el parámetro de la función escalón cuanto $t \geq 0$ a 10:

$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ 10 & \text{si } t \geq 1 \end{cases}$$

Los estudiantes podrán ver, al resolver esta tarea, que la función de salida es nuevamente una exponencial que va acercarse asintóticamente a 10, valor que alcanzará en un tiempo infinito, la expresión analítica de la función de salida será: $y(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq t < 1 \\ 10(1 - e^{-t}) & \text{si } t \geq 1 \end{cases}$

Tarea 4

Juan decide hacer una simulación más y elige nuevos parámetros:

Entrada Step	Transfer Fcn
Step Time=1	
Valor inicial=0	Numerador=[2]
Valor Final=10	Denominador=[1 4 2]

Tabla 3. Parámetros a ingresar esquema de bloques 3

Considera los parámetros de la tabla 3, realiza la simulación y coloca las gráficas en los siguientes recuadros:

Función de entrada	Función de salida
--------------------	-------------------

Figura 4. Gráfica de la función de entrada (scope) y de la función de salida (scope 1) de la tercera simulación.

Una vez que se ha realizado la simulación con los parámetros correspondientes, los estudiantes deben generar las siguientes gráficas:

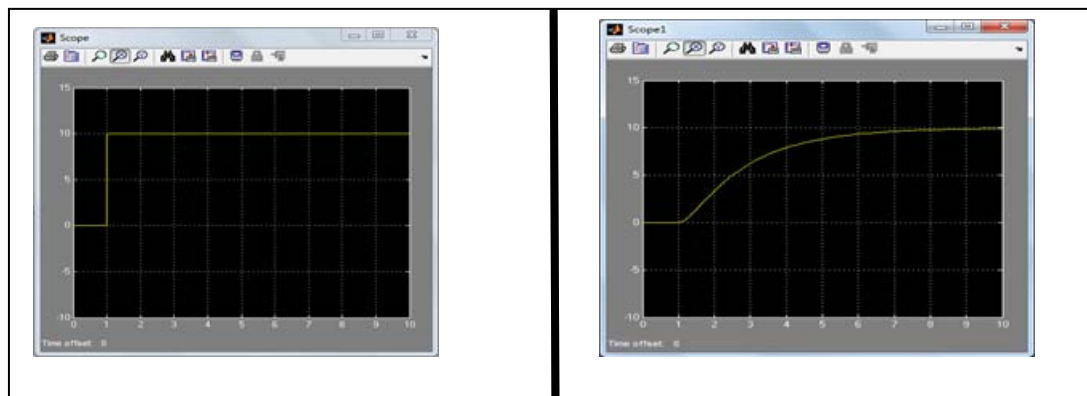


Figura 15. Función de entrada y función de salida de tarea 4, actividad 1

Continuando con la tarea 4, se analizan las preguntas 4.1 y 4.2 que se hacen para que los estudiantes analicen las gráficas anteriores.

Pregunta 4.1, tarea 4, actividad 1

4.1 ¿Al cambiar los parámetros en la función de entrada que ocurre con la función de salida?

Cómo ya han simulado anteriormente, se espera que corroboren que la función de salida del sistema se modifica al cambiar los parámetros de la función escalón, por lo que la salida debe ser similar a las anteriores. Se espera que los estudiantes vean con claridad ahora que la salida de cualquier sistema afectado por una función escalón tiene un patrón determinado y siempre la respuesta es de la forma $y(t) = K(1 - e^{-t})$, que en este caso en particular se hace más notorio. Es decir, al cambiar los parámetros de la función de entrada, hay un cambio en la función de salida pero el patrón sigue inalterable.

Pregunta 4.2, tarea 4, actividad 1

4.2 ¿Qué crees que controle dichos cambios?

Ante esta pregunta, se espera que respondan que lo que controla dichos cambios es la función de transferencia. Aunque tal vez no la reconozcan de inmediato, pueden recordar o asociar que todo sistema físico viene representado por una ecuación diferencial. La función de transferencia relaciona a la función de salida con la función de entrada y aparece como el bloque intermediario entre ambas. También puede pasar que ésta siga siendo una caja negra y que el estudiante todavía no la relacione como el elemento que controla el comportamiento del sistema.

La siguiente tarea de esta primera parte de la secuencia (Caso de Juan Voltaje) es la 4.4 (incluye la 4.3), en la cual la consigna cambia, ahora teniendo la gráfica de la función de salida se les pide encontrar la función de entrada:

4.3 A continuación se muestra la función de salida del sistema W obtenida en una simulación hecha por Juan Voltaje.

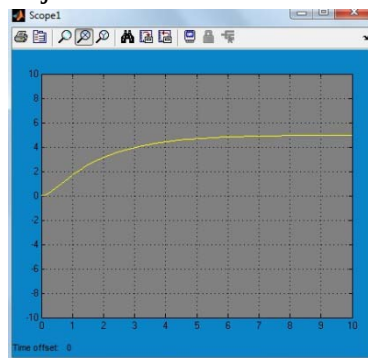


Figura 5. Función de salida del sistema W

Pregunta 4.4, tarea 4, actividad 1

4.4 ¿Podrías encontrar la función de entrada del sistema que fue ingresada por Juan para obtener la función que aparece en la Figura 5?

En esta pregunta los alumnos ya deberían tener claro que ante una entrada escalón aparece una función de salida exponencial. Además las tareas y las simulaciones anteriores le permiten predecir cuál será la función de entrada de su sistema. Dado pueden hacer las simulaciones que estimen conveniente, ellos deberían responder que la función de entrada es $u(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ 5 & \text{si } t \geq 0 \end{cases}$, se espera que los estudiantes presenten en lugar de esta expresión, la gráfica de $u(t)$.

Pregunta 4.5

En la pregunta 4.5, se les presenta a los estudiantes una gráfica, en la que se les pregunta ¿en qué tiempo puede decir Juan que el sistema W alcanzará la estabilidad (constante)?, en esta pregunta se espera que el estudiante sea capaz de ver que se aproxima a un valor constante, pero que jamás llega a él, es decir la estabilidad la alcanzaría en infinito si se puede decir de otra forma. Aunque seguramente ellos darán un valor para t en el cual consideren que es suficiente para decir que el sistema ha alcanzado un nuevo estado constante.

4.5 Juan recibe una última gráfica que es la siguiente:

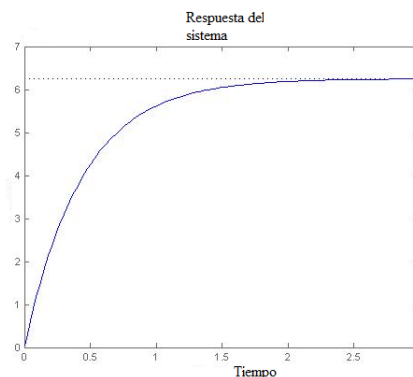


Figura 6. Gráfica de la función de salida del sistema W

¿En qué tiempo puede decir Juan que el sistema W alcanzará la estabilidad (constante)?

Resumiendo, la finalidad de la actividad 1 es que los estudiantes puedan visualizar la relación causa-efecto en un sistema, es decir a partir de una función forzante que ingresa al sistema se produce una respuesta del comportamiento del sistema a dicha función forzante.

Dado que sólo se trabajó con un tipo de funciones de entrada, se puede ver claramente que no existe gran modificación de la función de salida, por lo que los estudiantes pueden relacionar esta actividad con sistemas lineales y estables, ya que el patrón presente en ellos es el mismo. El comportamiento del sistema como ya se dijo se puede relacionar gráficamente con un sistema estable, porque no posee perturbaciones.

4.5 Análisis de Segunda Actividad “Calor de hogar”

4.5.1 Análisis de la Tarea 1

Objetivo de la tarea 1

El objetivo de esta tarea es llevar a los estudiantes a un esquema de bloques un poco más complejo pero dentro del mismo contexto de trabajo. Es decir, simulando sistemas físicos que funcionan como cajas negras, conociendo lo que entra (función de entrada) y lo que sale (función de salida) pero no lo que pasa al interior del sistema.

Tarea 1

Gabriela Maravilla es ingeniero electrónico y necesita construir un sistema que genere calefacción para una casa del sur de Chile. En este lugar hay mucho frío en el invierno por lo que ella elabora su sistema con mucha precisión. Comienza por diseñar un sistema complejo que representa todo el sistema de calefacción.

Al terminar de diseñar su modelo ella nos presenta su resultado final (que llamaremos sistema G) que es el que aparece a continuación:

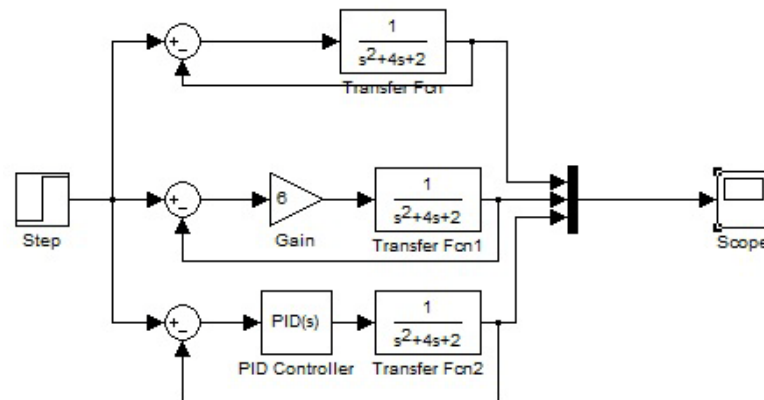


Figura 7. Diagrama de bloques sistema G

Al igual que Gabriela, reproduce el mismo sistema en Simulink.

Se espera que para esta tarea la técnica para reproducir los esquemas bloques se esté consolidando y lo produzcan más rápidamente que en la tarea 1.

4.5.2 Análisis de la Tarea 2

Objetivo de la tarea 1

El objetivo de esta tarea es que los estudiantes coloquen los parámetros que se solicitan y que generen la simulación para tratar de conocer qué elementos intervienen en el sistema de Gabriela. Los parámetros son dados para que los estudiantes puedan generar una primera simulación de este nuevo esquema.

Tarea 2

Gabriela Maravilla asegura que para que su sistema funcione debe ingresar algunos parámetros. Los parámetros que ingresa son los siguientes:

Entrada Escalón	Función de Transferencia	Mux	Pid	Stop time
Step Time=1		Numbers of inputs=3	Proportional=1	
Valor inicial=0	Numerador=[1]		Integral=1/0.4	20
Valor Final=1	Denominador=[1 4 2]		Derivate=0	

Tabla 4. Parámetros ingresados a sistema G

Con el objetivo de comprobar lo que Gabriela Maravilla asegura que funciona, te pedimos ejecutar la simulación en Simulink, coloca luego la función de entrada y de salida (compuesta de tres gráficas) en los siguientes recuadros:



Figura 8. Función entrada y función de salida del sistema G

Al reproducir el modelo en Simulink, los estudiantes deberían generar las siguientes gráficas de la función de entrada y de la función de salida. La técnica para producir estas gráficas consiste en lanzar la simulación una vez reproducido el esquema y la función de entrada, que nuevamente es un escalón unitario.

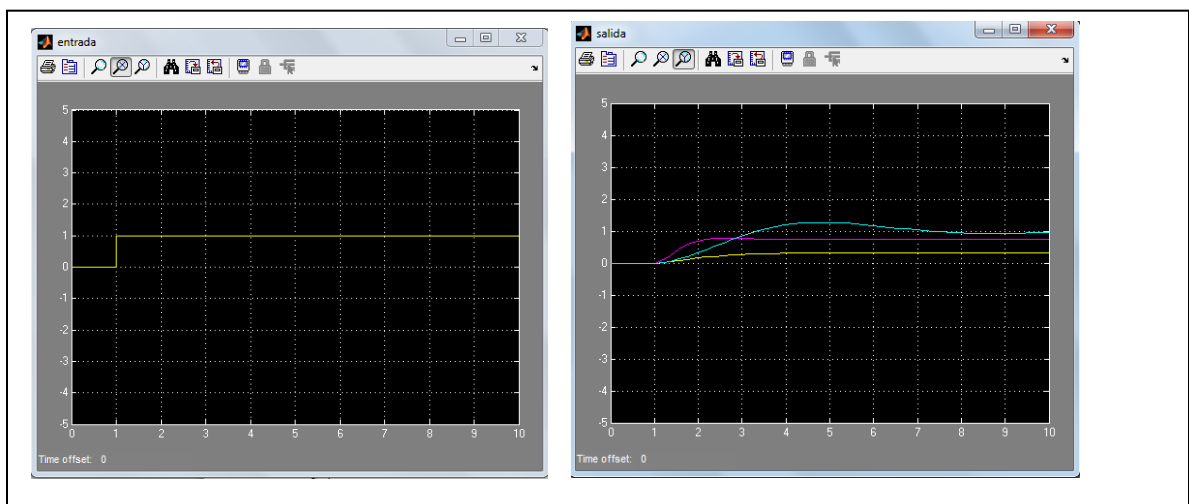


Figura 16. Función de entrada y función de salida del sistema G

Continuando con el análisis de la tarea 2, se plantean las siguientes preguntas

Pregunta 2.1, tarea 2, actividad 2

2.1 ¿Qué crees que hacen los elementos “Gain” y “Pid” a su sistema? Señala qué es lo que te permite saberlo.

En esta pregunta se espera que los estudiantes analicen los gráficos obtenidos en la simulación realizada, su análisis estará guiado por la pregunta y tratando de determinar qué función realizan elementos Gain y Pid. Un primer elemento tecnológico que debe entrar en juego es el conocimiento sobre el comportamiento exponencial de la función de salida ante una función de entrada escalón. En este caso el sistema es un poco más complejo, por lo que deben observar que los elementos antes descritos pueden generar una perturbación en el sistema. Tal vez pueden identificar directamente los elementos Gain y Pid y decir que “Gain” representa una ganancia en su sistema y es un agente multiplicador, esto se puede ver más claramente en la siguiente gráfica, si cambiamos a Gain=10.

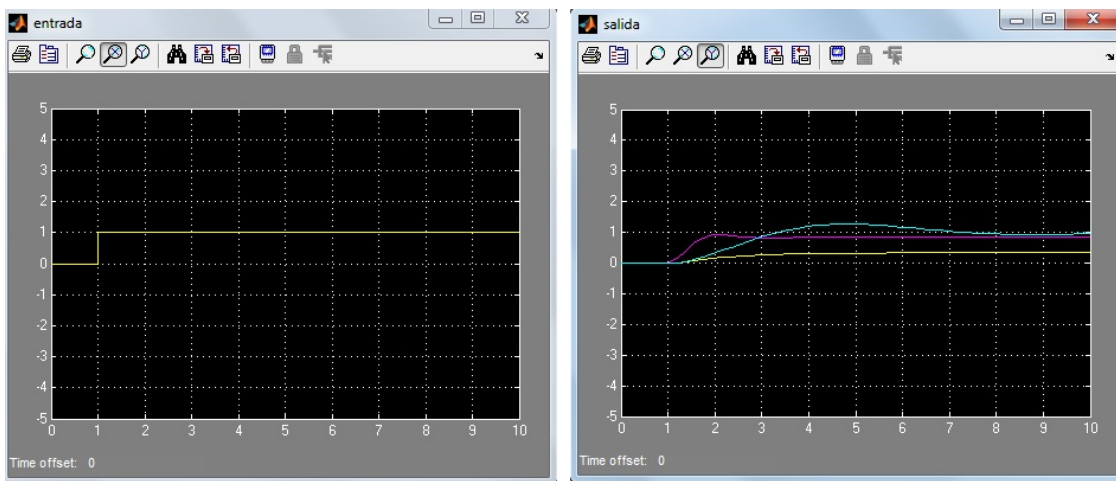


Figura 17. Función de entrada y función de salida del sistema G, con Gain=10.

En cuanto a “Pid”, pueden decir que es un controlador que actúa como agente de retardo y tiene una función de transferencia asociada, la cual solicita parámetros que se han ingresado en esta tarea, al igual que Gain. Lo que le permitiría saber esta respuesta es la observación del gráfico de la función de salida y hacer una comparación con los gráficos que se han obtenido en las tareas anteriores.

Sub-tarea 2.2, tarea 2, actividad 2

2.2 Observa la función de salida (Figura 8). ¿Puedes identificar a qué parte del sistema se corresponde cada una de las gráficas de la función de salida? Si la respuesta es afirmativa, coloca la función de salida en el recuadro de la derecha y marca las correspondencias con el esquema de bloques que aparece en el recuadro de la izquierda.

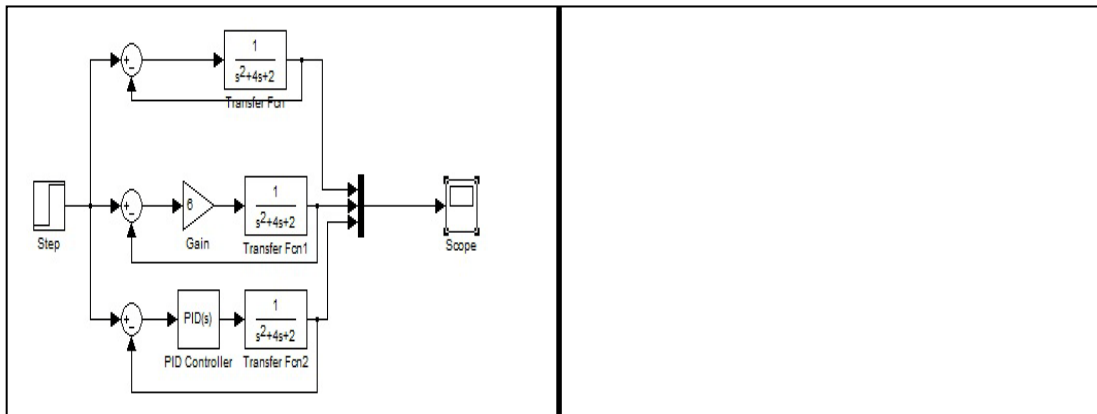


Figura 9. Identificación función de salida sistema G

En esta pregunta, se espera que los estudiantes hagan la correspondencia que aparece en la siguiente figura.

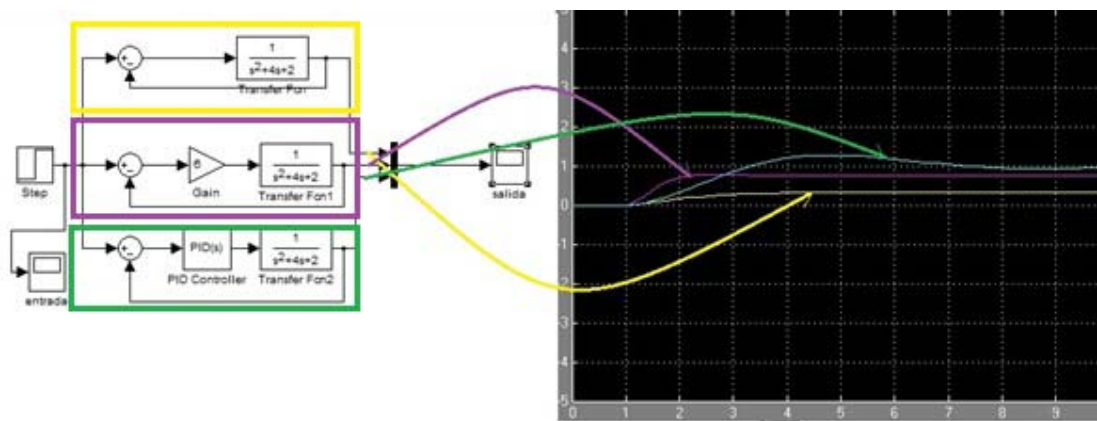


Figura 18. Correspondencia de sistema y función de salida tarea

Pregunta 2.3, tarea 2, actividad 2

2.3 Si la respuesta es negativa, explica por qué no es posible establecer la correspondencia.

Si la respuesta es negativa, significa que los estudiantes no han sido capaces de ver la relación entre la función de salida y los elementos Gain y Pid, los cuales actúan como elementos perturbadores del sistema.

Sub-tarea 2.4, tarea 2, actividad 2

2.4 Observa el siguiente gráfico que Gabriela ha obtenido después de hacer un cambio en su sistema.

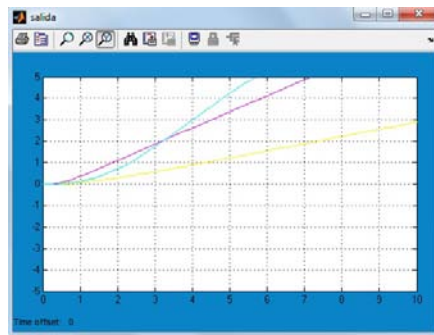


Figura 10. Función de Salida generada por el sistema G, después de una modificación

En el gráfico presentado, se espera que los estudiantes observen con detención para poder responder la pregunta que se realiza a continuación.

Sub-tarea 2.5, tarea 2, actividad 2

2.5 Utilizando Simulink realiza las simulaciones necesarias que te permitan generar la misma función de salida que ha obtenido Gabriela. ¿Qué modificación realizó Gabriela para obtener esta salida de su sistema?

La respuesta esperada por los estudiantes, después de realizar varias simulaciones, es que digan que la función de entrada ingresada por Gabriela es una función rampa, la que provoca la función de salida obtenida por ella. Se espera esta respuesta porque al ver el gráfico pueden observar que el sistema pasa de un estado que está caracterizado por un impulso ascendente y tal vez piensen en responder que la función rampa hace eso en un sistema. La técnica que permitiría resolver esta tarea es el cambio de la función de entrada sustentada por el elemento tecnológico que les permita asociar que la forma de la función

de salida se aproxima a la forma de la función de entrada, como puede verse en la siguiente figura:

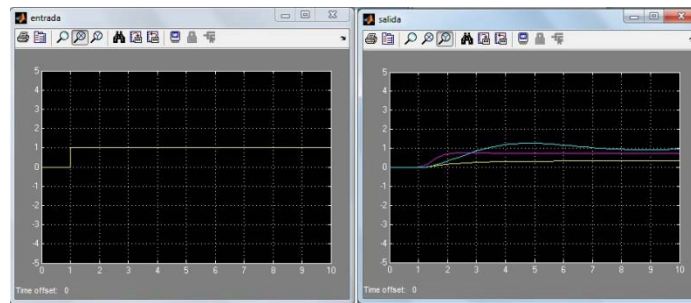


Figura 19. Correspondencia de sistema y función de salida tarea

Pregunta 2.6, tarea 2, actividad 2

2.6 ¿Qué elemento crees que controla/produce el efecto sobre la función de entrada del sistema construido por Gabriela?

En esta pregunta, se espera que los estudiantes estén en condiciones de decir que lo que controla/produce el efecto sobre la función de entrada del sistema construido por Gabriela, es la función de transferencia, es ella la encargada de modificar el sistema. Sin embargo, es posible que los estudiantes no lo vean, pues cada elemento del sistema de bloques permite que éste funcione. Se considera que esta pregunta podría inducir el proceso de transparentar la caja negra, pero puede que la simulación en Simulink no permita verlo y se requiera otro tipo de tarea donde se pida relacionar los bloques con el modelo matemático que está detrás de ellos.

4.6 Análisis de Tercera Actividad “Jugando con la voz”

El objetivo de esta actividad es que los estudiantes logren vincular un modelo de producción digital de voz, con un esquema de bloques y luego con el modelo matemático que lo sustenta.

4.6.1 Análisis de la Tarea 1

Objetivo de la tarea 1

El objetivo de esta tarea es asociar al esquema de bloques un sistema físico que en este caso es el modelo de producción digital de voz, para lo cual deberán primeramente reproducirlo.

Tarea 1

Consuelo Alegría, ingeniero acústico ha sido contratada por una empresa, la cual le presenta el siguiente sistema, modelado por un diagrama de bloques.

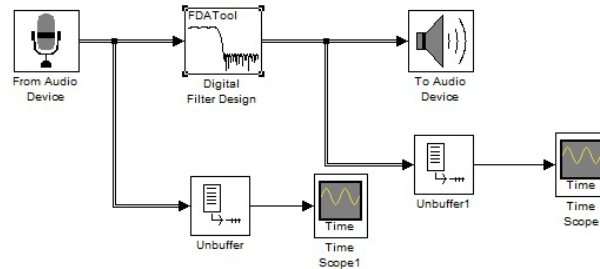


Figura 11. Modelo presentado por empresa acústica

Consuelo procede a generar el modelo en simulink. Reproduce al igual que Consuelo el modelo en Simulink.

Pregunta 1.1, tarea 1, actividad 3

1.1 ¿Qué crees que representa el modelo entregado?, describe las componentes involucradas.

En esta pregunta, se espera que los estudiantes reproduzcan el modelo en Simulink y a partir de los bloques que ingresan digan que al parecer es un sistema de análisis de voz. El sistema tiene como entrada un dispositivo que puede ser un micrófono y como salida los parlantes del computador.

Pregunta 1.2, tarea 1, actividad 3

1.2 Al ejecutar la simulación, ¿qué hace el sistema?

Al ejecutar la simulación de su sistema reproducido en Simulink, los estudiantes observarán que aparecen las siguientes gráficas a medida que ellos producen algún tipo de ruido, hasta que se detiene el proceso de simulación. Al comenzar la simulación las gráficas son casi iguales, ya que no se ha hecho un cambio en el filtro, sólo se le ha dado un poco de retardo a la señal.

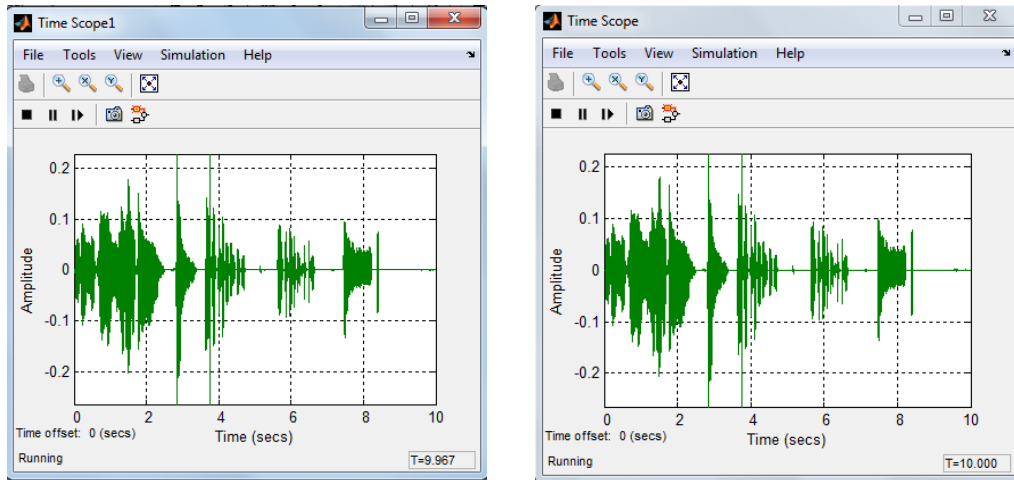


Figura 20. Función de entrada y función de salida del sistema de producción de voz

La respuesta esperada, es que digan que al ejecutar la simulación, aparecen las gráficas de las función de entrada y de la función de salida del sistema, en tiempo real, las cuales corresponden al micrófono (función de entrada) y altavoces (función de salida).

4.6.2 Análisis de la Tarea 2

Objetivo de la tarea 2

El objetivo de esta tarea es lograr que ellos manipulen el modelo en Simulink y hagan cambios en los parámetros de entrada del bloque “Digital Filter Design”, el cual es un filtro, según la definición de Martínez (2007): *Un filtro eléctrico o electrónico es un elemento que discrimina una determinada frecuencia o gamma de frecuencias de una señal eléctrica que pasa a través de él, pudiendo modificar tanto su amplitud como su fase.* Por lo tanto al ser modificado generará distintas respuestas de salida del sistema.

Tarea 2

Para hacer una nueva simulación del sistema te pedimos hablar muy lento o muy rápido y también realizar algunos cambios en los parámetros del bloque “Digital Design Filter”. Para hacer dichos cambios, sigue las siguientes instrucciones:

Haz clic en “Digital Filter Design”, aparecerá una ventana “Block Parameters: Digital Filter”. Comienza por modificar un parámetro y selecciona



dentro de esta ventana cambia los siguientes datos:

Frequency	Magnitude
Wpass= .5	Apass: 5
Wstop= .6	Astop 85

Tabla 5. Datos a ingresar en Digital Filter Design

Para que se guarde la modificación haz clic en “Design Filter” y ejecuta nuevamente la simulación.

Ahora selecciona  y cambia los siguientes datos:

Frequency	Magnitude
Wpass= .6	Apass= 10
Wstop= .7	Astop =90

Tabla 6. Datos a ingresar en Digital Filter Design

Para que se guarde la modificación haz clic en “Design Filter” y ejecuta nuevamente la simulación.

Continuando con el análisis de la tarea 2, se plantean las siguientes preguntas:

Pregunta 2.1, tarea 2, actividad 3

2.1 ¿Afecta este parámetro al sistema?, ¿de qué manera?

Se espera que los estudiantes, respondan positivamente esta pregunta y vean que modificar los parámetros de este bloque del sistema, afecta la salida, la voz se escucha más clara si ellos dicen una palabra por ejemplo. Por ende, produce un cambio en el gráfico de la función de salida, la cual los estudiantes pueden ver a través de las múltiples simulaciones que se espera realicen.

Pregunta 2.2, tarea 2, actividad 3

2.2 ¿Si cambias los parámetros de “Digital Filter Design”, la salida del sistema se ve afectada?

El sistema es simultáneo, al ingresar la función de entrada que se espera sea la propia voz del estudiante, ésta se modifica instantáneamente por el filtro y sale como función de salida por los parlantes del computador. Por lo tanto la señal de salida sí se modifica por el parámetro, lo cual se nota en la calidad de sonido de la bocina y en la forma de la gráfica.

2.5.3 Análisis de la Tarea 3

Objetivo de la tarea 3

El objetivo de la tarea 3 es que después de todas las simulaciones realizadas en las actividades y tareas anteriores, los estudiantes puedan relacionar que una ecuación diferencial está vinculada con los sistemas antes descritos. En este caso se plantea una ecuación diferencial lineal de primer orden la cual pueden resolver, por el método que conozcan, incluso pueden utilizar Matlab para resolverla. Es decir, para esta tarea deberá utilizarse la técnica disponible en cada estudiante.

Tarea 3

El profesor Francisco Ordenes le asegura a Consuelo Alegría que el modelo base de su sistema corresponde a una ecuación diferencial. Consuelo no queda convencida y él le proporciona la siguiente ecuación diferencial de primer orden $y' + 3y = 1$, que satisface la condición inicial $y(0) = 0$, señalándole que ésta se corresponde con el siguiente diagrama de bloques, el cual se muestra a continuación:

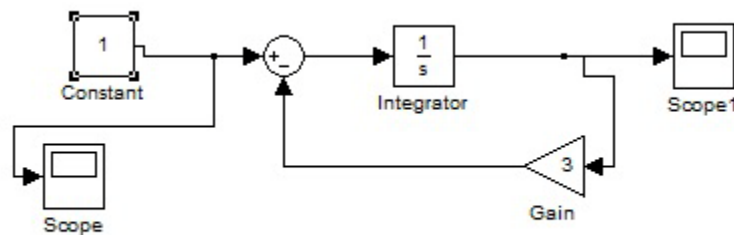


Figura 12. Ecuación diferencial de primer orden modelada en Simulink

Reproduce el mismo modelo que hizo el profesor Francisco en Simulink.

4.6.3 Análisis de la Tarea 4

Objetivo de la tarea 4

El objetivo principal de la tarea 4 es que los alumnos resuelvan la ecuación diferencial, usando Matlab o lápiz y papel, de tal manera que logren llegar a la solución de la ecuación diferencial, la cual corresponde a la siguiente.

$$y(t) = \frac{1}{3}(1 - e^{-3t})$$

Una vez que hayan visto la solución de la ecuación diferencial, se espera que respondan que se corresponde con la función salida del sistema representado en la diagramación bloque. Esto estará inducido por la tarea 4 que se presenta a continuación:

Tarea 4

Con la finalidad de comprobar si la ecuación dada se corresponde con el esquema de bloques (Figura 12) Consuelo Alegría ha generado una estrategia, resolver la ecuación diferencial, graficar su solución y comprobar si la función de salida del sistema es la misma que la solución encontrada.

Continuando con el análisis de la tarea 4, se plantea la siguiente pregunta

¿Consideras que la estrategia propuesta por Consuelo es válida? Argumenta tu respuesta.

La respuesta esperada, es que los estudiantes digan que la estrategia utilizada por Consuelo es la correcta, a partir de haberla seguido tal cual, ya que la solución de la ecuación diferencial es la función de salida del diagrama de bloques propuesto.

Esta última actividad es la que transparenta el modelo matemático, el estudiante no debe descubrirlo sino comprobar que existe y que las respuestas obtenidas, al menos en el caso corresponden a la solución de la ecuación diferencial. Todas las actividades anteriores usan el modelo de manera tácita y sólo en esta última actividad se hace visible. En la secuencia no se muestra cómo cada parte está relacionada con la Ecuación Diferencial ni con la Función de Transferencia, esto queda fuera de los objetivos y tendría que ser retomado en otra secuencia o ser parte del discurso del profesor de Ecuaciones Diferenciales.

4.7 Conclusión

En este capítulo se presentó la secuencia didáctica “Ingenieros en acción” que se ha diseñado y el análisis de las tareas que la componen, de las técnicas que se esperan sean utilizadas por los estudiantes y la relación de éstas con la ecuación diferencial y la función de transferencia, que son consideradas como elementos tecnológicos.

La secuencia presentada se compone de tres actividades:

- 1) Analizando el sistema w
- 2) Calor de hogar
- 3) Jugando con la voz

Estas actividades están a su vez conformadas por tareas, sub-tareas y preguntas que en síntesis buscan transparentar el rol de los elementos tecnológicos, ecuación diferencial y función de transferencia, que permiten el funcionamiento de los esquemas bloques como se detalla a continuación.

La primera actividad tiene por objetivo acercar a los estudiantes a los esquemas bloques, a construirlos utilizando el Simulink (Tarea 1); a descubrir la relación entre la función de entrada y la función de salida a través de una modificación de parámetros (Tarea 2, 3 y 4 y 4.4, así como las preguntas 3.2 y 4.1) y a relacionar el esquema bloque con un sistema físico. (Preguntas 2.1, 2.2, 3.1 y 4.2). Además de motivar el descubrimiento de la función de transferencia como elemento que define la relación entre la función de salida y la función de entrada (Pregunta 4.2).

En la segunda actividad “Calor de hogar” se presenta un esquema bloque que representa un sistema conformado por tres sub-sistemas. Es decir, se presenta un esquema más complejo que en la actividad 1, en el cual se incorporan además dos elementos ingenieriles “PID” y “Gain”, el primero es un controlador y el segundo representa una ganancia del sistema. Matemáticamente corresponde, en este caso a una multiplicación de la función de entrada por un escalar. El análisis que se pide a los estudiantes para determinar la naturaleza de estos dos elementos es sobre las gráficas de las funciones de salida, pues la primera función de salida no se ve afectada por ningún elemento y es dado que es una función escalón, los estudiantes deberán reconocer la función de salida que le corresponde. Las técnicas más solicitadas se basan en la simulación a través de la modificación de parámetros y el análisis sobre las gráficas es requerido para comprender y explicitar la relación entre la función de

entrada y la función de salida. Además en esta segunda actividad y más precisamente en las sub-tareas 2.4 y 2.5 se trabaja con una función de entrada conocida como “rampa”, la cual es una función del tipo $y = mx + b$. Esto con el objetivo de reconocer que la relación entre la función de entrada y de salida está controlada por la función de transferencia. Se considera difícil, casi imposible, que los estudiantes la reconozcan como tal, pero que al menos se cuestione sobre el elemento que controla/define dicha relación.

La tercera actividad es la central en la secuencia y las otras dos permiten tener los elementos para poder desarrollarla y mostrar que la ecuación diferencial es el modelo matemático básico que está detrás de este esquema que modela la producción digital de voz (adaptado para esta secuencia). Esta actividad es de modelación, los estudiantes deben emitir su voz y en tiempo real aparecerá una gráfica que muestra la relación de la amplitud del sonido en relación al tiempo. Los estudiantes podrán efectuar todas las simulaciones posibles variando el sonido, podrán gritar, aplaudir, poner música, hablar lento, rápido, fuerte, etc., para poder ver cómo varía la amplitud en relación al tiempo. La modificación que se pide hacer en el filtro les permitirá modular la voz o el sonido emitido el cual será más claro. En esta actividad se busca relacionar el esquema bloque con un fenómeno físico y luego con el modelo matemático que está detrás que es la ecuación diferencial (tarea 3). Para lo cual, se les explicita que la ecuación diferencial es el modelo que está detrás de todos los sistemas con los que han trabajado y ellos deberán verificar resolviendo la ecuación propuesta que la solución corresponde a la función de salida del esquema propuesto. En la tarea 3 no se expone la ecuación diferencial del modelo de producción digital de voz, pues es una ecuación de segundo orden que podía resultar más compleja al resolverla. Se presentó por tanto un esquema más simple que permitiera verificar que la solución de la ecuación diferencial es exactamente la función de salida del sistema modelado.

Este conjunto de actividades nos parece permitirán a los estudiantes reconocer un uso de las ecuaciones diferenciales, que a través de esquemas bloques y de la librería Simulink, permiten modelar sistemas físicos, simular su comportamiento y controlarlo.

En el siguiente capítulo se presentan los resultados de su aplicación.

Capítulo V

Análisis Resultados Aplicación de la Secuencia Didáctica

5.1 Introducción

En este capítulo se presenta el análisis de resultados de la secuencia “Ingenieros en acción” aplicada a diez estudiantes de ingeniería en computación del Tecnológico de Cuautitlán Izcalli en el estado de México. Los estudiantes que participaron habían cursado la asignatura de ecuaciones diferenciales y realizaron la secuencia de manera voluntaria. La secuencia como se señaló en el capítulo anterior consta de tres actividades cada una con tareas y sub-tareas específicas. La primera actividad tiene por objetivo llevar al estudiante a simular el comportamiento de un sistema físico (sin especificarlo) a través de un esquema de bloques, para lo cual se le pide modificar los parámetros de la función de entrada, que en todas las tareas es una función escalón. Esto permite no sólo la exploración del programa computacional, sino observar que el comportamiento del sistema tiene una regularidad y puede evidenciarse por la forma de la función de salida, que es de la forma $y(t) = k(1-e^{-t})$. El programa utilizado para la aplicación de las actividades es la librería Simulink de Matlab.

En la segunda actividad se proponen tareas que solicitan un análisis más profundo sobre el comportamiento del sistema, el cual es más complejo, pues se conserva una función de entrada escalón, pero se tienen tres sistemas en paralelo que otorgan tres funciones de salida. Esto permite ver al mismo tiempo que las tres funciones tienen el mismo comportamiento $y(t) = k(1-e^{-t})$. Además de esto se han agregado otros bloques, “Gain” y “Pid” que requieren ser analizados y generar varias simulaciones para ver cómo afecta al sistema. Este último sigue siendo general, en el sentido que no se relaciona con ningún sistema físico de la realidad. En la tercera actividad se presenta un sistema de bloques que representa el modelo digital de producción de voz y que permite grabar ruido o voces de los estudiantes. Esta actividad es el corazón de la secuencia pues permite simular el esquema, conectarlo con un fenómeno en específico, experimentar su funcionamiento y modificar un filtro para obtener una función de salida cuyo efecto se visualiza gráficamente y se escucha a la vez. Esto da pie para abrir la caja negra y en la última tarea se les pide a los estudiantes verificar si una ecuación diferencial puede estar de detrás de los esquemas bloques, para lo cual se elige una ecuación lineal de primer orden con coeficientes constantes. Esta parte final trata de que los estudiantes hagan el vínculo de los sistemas físicos con las ecuaciones diferenciales, pero no se hace explícita la motivación, sino que se les presenta como un problema cualquiera para ver cómo responden los estudiantes.

Se presenta primeramente una descripción de los participantes en la aplicación de la secuencia didáctica y luego el análisis de las respuestas generadas para cada actividad con sus correspondientes tareas.

5.2 Características de los participantes

En la aplicación de la secuencia participaron diez estudiantes, los cuales se agruparon por parejas, todos eran estudiantes de ingeniería en sistemas del Tecnológico de Estudios Superiores de Cuautitlán Izcalli del quinto y sexto semestre. Los diez estudiantes fueron invitados a participar en la realización de esta secuencia, por lo que todos fueron voluntarios. Aunque la secuencia estaba pensada para estudiantes de la Universidad de Austral de Chile sede Puerto Montt de la carrera de ingeniería en computación, se aplicó con estudiantes mexicanos de características similares. Los estudiantes participantes habían cursado un curso de ecuaciones diferenciales, lo cual se consideraba como requisito para enfrentar la secuencia.

Se hace notar que ninguno de estos estudiantes conocía el programa Matlab ni tampoco la librería Simulink.

5.3 Análisis de resultados de la aplicación de la secuencia didáctica

Para presentar los resultados obtenidos por los estudiantes que aplicaron la secuencia didáctica, se mostrará cada actividad con sus correspondientes tareas y una tabla con las respuestas generadas por cada pareja de estudiantes. En la primera columna de la tabla aparecen las parejas de estudiantes que se representan por los números 1, 2, 3, 4 y 5, cabe destacar que como pareja entregaron un sólo archivo de respuestas, en la segunda columna sus respuestas y en la tercera el análisis de las mismas.

En varias tareas los estudiantes procedieron de igual manera, sobre todo en la reproducción de los modelos presentados, los estudiantes no tuvieron dificultad en reproducirlos y todos lograron trabajar con los modelos propuestos en los diagramas de bloques. En esos casos se presentará sólo una solución, considerada solución tipo. En el resto de las tareas se mostrarán las respuestas entregadas por los estudiantes en formato digital, se señala que se ha respetado el uso de mayúsculas en las respuestas de los estudiantes. El análisis de respuestas por tareas se presenta a continuación.

5.3.1 Análisis primera actividad “Analizando el sistema W”

5.3.1.1 Análisis resultados Tarea 1

La tarea 1 de la actividad 1, fue presentada de la siguiente forma.

Tarea 1

Al ingeniero en sistemas Juan Voltaje se le ha puesto a prueba en su empresa, a partir de diferentes informaciones que le serán entregadas poco a poco él debe identificar cómo funciona el sistema W. La primera información que recibe es un esquema de bloques que representa el sistema W, el cual aparece a continuación:

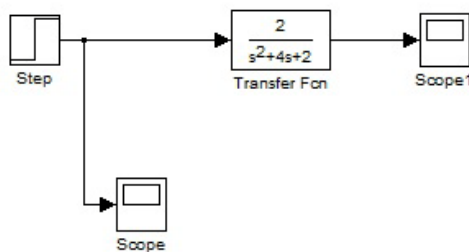


Figura 3. Esquema de bloques del sistema W

Observando el esquema Juan Voltaje decide que una manera de estudiarlo es conocer su funcionamiento, para lo cual decide utilizar Simulink. De la misma manera, te pedimos que tú reproduzcas utilizando el Simulink el esquema de bloques del sistema W.

Todos los estudiantes lograron reproducir el esquema en Simulink, se recuerda que esta librería no la habían utilizado nunca en su carrera. Se considera que la facilidad de uso del programa en conjunto con la habilidad de los estudiantes para buscar los bloques correspondientes permitió que los estudiantes reprodujeran el esquema de bloques sin dificultad alguna.

5.3.1.2 Análisis resultados Tarea 2

La tarea 2 del sistema propuesto en la actividad 1 se presenta a continuación.

Tarea 2

Juan Voltaje sabe que para efectuar la simulación debe dar clic en el comando . Los parámetros que Juan ingresa son los siguientes:

Entrada Step	Transfer Fcn
Step Time=0	
Valor inicial=0	Numerador=[2]
Valor Final=1	Denominador=[1 4 2]

Tabla 4. Parámetros a ingresar esquema de bloques 1

Con el objetivo de poder analizar lo que hace el sistema W, Juan da doble clic sobre el bloque scope y observa cuál es la señal que entró en el sistema (señal de entrada) y para saber cuál es el efecto del sistema sobre esa señal, da doble clic sobre el bloque scope 1 (señal de salida). Haz tú lo mismo y coloca las gráficas de la función de entrada y de la función de salida en los siguientes recuadros:

Función de entrada salida	Función de
------------------------------	------------

Figura 4. Gráfica de la función de entrada (scope) y de la función de salida (scope 1)

2.1 Suponiendo que el sistema W representa un sistema físico, ¿qué representaría la función de entrada?

2.2 ¿Y la función de salida? Es decir, ¿qué efecto tiene el sistema W sobre la función de entrada?, ¿la deja igual?, ¿la modifica, cómo?

En esta tarea se solicita simular el sistema y mostrar las gráficas de la función de entrada y la función de salida. Todos los estudiantes obtienen la misma función de salida al ingresar la misma función de entrada. Por lo que el ingreso de los datos y la simulación se realizó correctamente de acuerdo con las instrucciones dadas en esta tarea. El gráfico obtenido por los estudiantes es el que aparece a continuación:

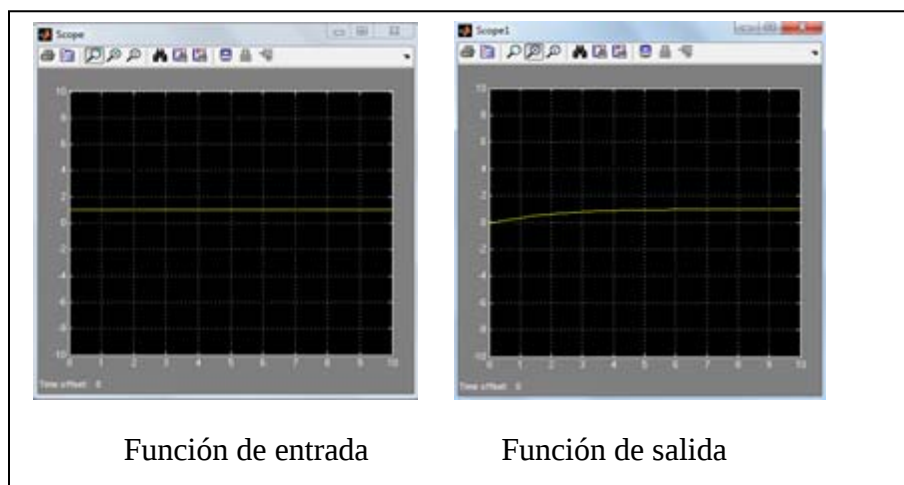


Figura 21. Respuesta generalizada de los estudiantes, tarea 2, actividad 1.

A continuación se muestran las preguntas 2.1 y 2.2 con su respectivo análisis.

Pregunta 2.1, tarea 2, actividad 1

2.1 Suponiendo que el sistema W representa un sistema físico, ¿qué representaría la función de entrada?

Las respuestas obtenidas por los estudiantes, se presentan en la siguiente tabla.

Grupo	Respuesta	Análisis de respuestas
1	Al principio la función de entrada nos muestra una recta continua que va en el eje de las x de 0 a 10 y en el eje de las y comenzando en uno y manteniéndose en el mismo valor.	Aquí se aprecia una descripción de la gráfica de la función de entrada, haciendo un énfasis en que la recta representa un estado constante, expresado como “manteniéndose en el mismo valor”. No aparece ninguna referencia al sistema que se pueda estar modelando.
2	Nos podría simular la salida de corriente de un regulador de voltaje o también como la velocidad de un automóvil cuando es continua en modo	Parece que esta pareja de estudiantes asocia el estado constante del sistema a un “regulador de voltaje” que no tiene perturbaciones. También lo asocian a la velocidad constante de un automóvil,

	crucero.	aunque ésta se representaría por una rampa.
3	Para nosotros sería la entrada de diferentes valores, al realizar diferentes pruebas dentro del sistema a usar.	Esta descripción no es clara considerando la relación del sistema físico con la función de entrada. Se considera que esta pareja realizó varias simulaciones (cambio de parámetros) y su descripción hace referencia a ello.
4	La función de entrada nos representa en un sistema físico por ejemplificarlo la salida de corriente de un cargador de una laptop ya que la gráfica nos muestra una señal continua de 0 - 10 ya que toma el valor de 1 y ésta es constante hasta llegar a 10.	Esta pareja de estudiantes aprecia que la función de entrada representa el estado constante del sistema y lo ejemplifica con el cargador de la laptop. Parece que el ejemplo se basa en que si el voltaje aumentara y/o disminuyera la laptop se vería afectada. Por supuesto, su ejemplo se trata de un caso ideal.
5	Representa la estabilidad del sistema, es decir que no existe una variación dentro del mismo.	Esta descripción es bastante adecuada aunque no haya relación con algún sistema físico.

Tabla 1. Respuesta de los estudiantes a la pregunta 2.1, tarea 2, actividad 1

De manera general, se puede decir que los estudiantes expresan que el sistema que se modela tiene, al iniciar la simulación, un estado constante representado por la función de entrada. Asimismo se puede apreciar que las descripciones muestran en su mayoría ejemplos de sistemas en estado constante y sólo una pareja describe la gráfica sin referencia a un sistema físico (pareja 5). Se considera que esta pregunta les permitió a los estudiantes iniciar una asociación entre un sistema físico y el esquema de bloques que en esta tarea es general.

Pregunta 2.2, tarea 2, actividad 1

2.2 ¿Y la función de salida? Es decir, ¿qué efecto tiene el sistema W sobre la función de entrada?, ¿la deja igual?, ¿la modifica, cómo?

Las respuestas obtenidas por los estudiantes, se presentan en la siguiente tabla.

Grupo	Respuesta	Análisis de respuestas
1	Representa que el sistema va en aumento durante cada bloque. Es decir,	En esta descripción los estudiantes no ven al sistema globalmente sino por bloques.

	Que aunque se le dan los rangos este sistema se mantiene estable. ¿La deja igual? No ¿La modifica, cómo? Si es modificada la función de salida puesto que la señal ya no se mantiene de una forma constante por el contrario va en un aumento visible.	Esto puede deberse a la representación fragmentada propia del esquema de bloques. Es posible que rangos esté asociado a los intervalos de la función de salida, pero no es claro. Aprecian la estabilidad del sistema, pero describen que ésta se va alcanzando o mejor dicho va aumentando, aunque no expresan que esto sucede en relación al tiempo.
2	La modifica de tal manera que hay una variación pero después de cierto tiempo se alcanza un valor constante.	En esta descripción aparece el tiempo como variable independiente y describen la variación que existe antes de alcanzar la estabilidad (expresada como valor constante). Esta pareja no especifica cuál es el valor de t en el cual se alcanza el valor constante.
3	Se modifica poco a poco conforme el programa se ejecuta va subiendo su nivel hasta llegar al punto donde queda en el mismo sitio, lo cual lleva a que esto siga corriendo hasta el infinito ya que no tiene límite para terminar o un límite que se haya establecido	La gráfica de la función de salida se analiza en términos del proceso ocurrido en el tiempo de la simulación hecha. Los estudiantes dicen que la función de salida (aunque no aparece el término como tal) va aumentando hasta llegar a un estado constante y que eso será progresivamente hasta el infinito.
4	La función de salida es diferente ya que al empezar la señal comienza en 0 y cuando la señal llega a 1 se convierte en constante igual hasta llegar a 10	La función de salida se describe a partir de una comparación con la función de entrada. Se menciona que la función de salida inicia en $y=0$ y va a llegar a 1, el cual se alcanza en $x=10$; que es el límite del eje de las abscisas que aparece en la gráfica.
5	La modifica de tal manera que hay una variación pero después de cierto tiempo se alcanza un valor constante. Se modifica porque comienza en cero y el valor de las y se va incrementando de a poco hasta llegar al valor de 1 y después de eso se mantiene constante y vuelvo a citar el ejemplo de automóvil que en un principio cuando se enciende el carro se empieza desde cero y	Los estudiantes presentan una descripción de la función de salida que es muy clara, para ellos el valor de $y=1$ se alcanza en determinado tiempo, que no precisan. Utilizan su ejemplo del automóvil, citado anteriormente y asocian el comportamiento de la función de salida al encendido del automóvil hasta llegar una velocidad deseada que se mantiene constante. Esta última corresponde a una rampa, pero les

	conforme se va acelerando se aumenta hasta llevar al valor deseado y mantenerse en una velocidad constante.	permite sin duda asociar el comportamiento de la función de salida a un fenómeno conocido.
--	---	--

Tabla 5. Respuesta de los estudiantes a la pregunta 2.2, tarea 2, actividad 1

Puede verse que las descripciones hechas sobre la función de salida son variadas pero en general están centradas en la forma de la gráfica. Sólo una de las parejas, en su análisis, realiza la asociación de la función de salida con la función de entrada (pareja 1) y sólo otra de las parejas la relaciona con un sistema físico en específico (pareja 5).

5.3.1.3 Análisis resultados Tarea 3

La tarea 3, de la actividad 1 se presenta de la siguiente forma a los estudiantes

Tarea 3

Juan Voltaje decide que para estar seguro de las hipótesis, que ha estado imaginando, debe realizar varias simulaciones y elige los siguientes parámetros:

Entrada Step	Transfer Fcn
Step Time=1	
Valor inicial=0	Numerador=[2]
Valor Final=3	Denominador=[1 4 2]

Tabla 6. Parámetros a ingresar esquema de bloques 2

Utiliza los parámetros de la tabla 2 y coloca las gráficas en los siguientes recuadros:

Función de entrada	Función de salida
--------------------	-------------------

Figura 3. Gráfica de la función de entrada (scope) y de la función de salida (scope 1) segunda simulación.

Continuando con la tarea 3, se presentan las preguntas realizadas a los estudiantes a continuación.

3.1 Describe la función de entrada. ¿Qué crees que pueda representar?

3.2 La función de salida que has colocado en la figura 3 se parece a la función de salida que colocaste en la figura 2? Si tu respuesta es afirmativa describe en qué se parecen dichas funciones.

Pregunta 3.1, tarea 3, actividad 1

3.1 Describe la función de entrada. ¿Qué crees que pueda representar?

Grupo	Respuesta	Análisis de respuestas
1	Es un aumento en cuanto a y el sistema aumenta pero no aumenta en x, por el contrario se mantiene en una sola posición	Esta descripción no es clara, pero parece que reconocen que y aumenta, no se menciona que la exponencial va acercarse a $y=3$.
2	Puede representar una señal digital la cual parece un escalón	Describen la forma de la función de entrada y señalan que ésta puede ser una señal.
3	Es cuando puedes encender un carro no tiene un valor al arrancar, sabemos que conforme vas acelerando va aumentando su velocidad hasta llegar a un punto donde su velocidad es constante	Aquí parece que reconocen que el escalón es una función que representa el paso de un estado constante a otro constante. Sin embargo, el ejemplo utilizado no corresponde.
4	Representa una condición que sería si el valor del eje de las "x" llega a 1 el valor de "y" aumenta a 3 este valor se vuelve constante hasta llegar a 10	Describen el paso de $y=1$ a $y=3$ en el intervalo donde $1 < x < 10$, en el cual es constante. No hay asociación a ningún sistema en específico.
5	Esta función al llegar al valor de 1 en el eje de las x se aumenta el valor de las y de manera busca o recta y se eleva hasta 3 y a partir de ahí se vuelve continua	Esta es una descripción muy parecida a la anterior, pero en lugar de utilizar constante utilizan "continua".

Tabla 3 Respuesta de los estudiantes a la pregunta 3.1, tarea 3, actividad 1

Puede verse que las cinco parejas de estudiantes intentan describir la forma de la función escalón, que es una función de entrada. No hay uso sistemático de ejemplos, pero se considera que esta pregunta les hace reflexionar sobre la forma de la gráfica y pensar qué es lo que puede representar en términos de un sistema físico. Es decir, reflexionar sobre qué es lo que puede estar modelando. También puede verse que los estudiantes utilizan los ejes "x" y "y" para describir la función, pero no aparece ninguna expresión analítica de la misma.

Pregunta 3.2, tarea 3, actividad 1

3.2 La función de salida que has colocado en la figura 3 se parece a la función de salida que colocaste en la figura 2?

En la siguiente tabla aparecen las respuestas de los estudiantes, en conjunto con su análisis.

Grupo	Respuesta	Análisis de respuesta
1	No, debido a que los valores de entrada se modificaron y al contrario de la gráfica anterior asciende en “y” y no en “x”.	En esta descripción entregada por el grupo de estudiantes, parece que no visualizan el patrón de las gráficas de la función de salida, aunque son explícitos en decir que los parámetros de la función de entrada se modificaron. Cuando dicen que la gráfica anterior asciende en “y” y no en “x” no se logra entender con claridad a lo que se refieren.
2	Si, se parecen porque tanto en la primera figura como en la segunda, la función va incrementando de manera progresiva	En este caso los estudiantes logran percibir que las gráficas de función de salida tienen un patrón en común y es que se van incrementando exponencialmente conforme va cambiando la función de entrada escalón, aunque no son tan explícitos en lo último.
3	No es completamente diferente ya que esta va aumentando, sabemos que llega hasta el punto tres ya que esta constante.	Este grupo al igual que el primero sólo se percata de los valores de los parámetros, pero no del patrón que está detrás de las gráficas de la función de salida.
4	Ambas funciones son parecidas ya el incremento de los valor es tanto como en el eje de las "x" como en el de las "y"	A pesar de que los alumnos dicen que son “parecidas” las funciones de salida, no explican con detalle en qué se parecen.
5	Sí, solo que la segunda empieza sin variación y después de cierto tiempo comienza a variar.	Los estudiantes de este grupo logran visualizar que hay una variación de la función escalón y esta genera la función de salida, al igual que en grupos anteriores no son claros en precisar en qué se parecen las gráficas de las funciones de salida.

Tabla 4 Respuesta de los estudiantes a la pregunta 3.1, tarea 3, actividad 1

Las respuestas de los estudiantes son poco claras y carecen de fundamento en el momento de responder. No son concretos y no logran visualizar con claridad cuál es el patrón que está detrás de las gráficas de salida, pero como recién están comenzando a trabajar con estos elementos, se espera que en las tareas siguientes logren aclarar las dudas que poseen en esta parte de la actividad.

5.3.1.4 Análisis resultados Tarea 4

La tarea 4, se presenta a continuación.

Tarea 4

Juan decide hacer una simulación más y elige nuevos parámetros:

Entrada Step	Transfer Fcn
Step Time=1	
Valor inicial=0	Numerador=[2]
Valor Final=10	Denominador=[1 4 2]

Tabla 3. Parámetros a ingresar esquema de bloques 3

Considera los parámetros de la tabla 3, realiza la simulación y coloca las gráficas en los siguientes recuadros:

Función de entrada	Función de salida
--------------------	-------------------

Figura 4. Gráfica de la función de entrada (scope) y de la función de salida (scope 1) de la tercera simulación.

A partir de las simulaciones anteriores y los gráficos obtenidos, responde las siguientes preguntas:

Continuando con la tarea 4, se muestran a continuación las preguntas realizadas a los estudiantes.

Pregunta 4.1, tarea 4, actividad 1

4.1 ¿Al cambiar los parámetros en la función de entrada qué ocurre con la función de salida?

Las respuestas de los estudiantes se presentan en la tabla a continuación.

Grupo	Respuesta	Análisis de respuestas
1	Se mantiene igual	Esta respuesta parece hacer referencia a que todas las funciones de salida correspondientes a una función escalón como entrada tienen la misma forma.

2	Hay una incrementación notable, ya que las entradas anteriores van aumentando poco a poco y esta última simulación aumenta notablemente pero se observa que no toca el 10.	De la misma manera que la pareja anterior reconocen que las funciones de salida tienen la misma forma, pero que en este caso la $y=10$ es mayor que en ningún otro. Afirman que la exponencial no “tocará” la función constante $y=10$.
3	La función si cambia lo que le pasa a la función de salida es que el cambio para aumentar no lo hace de manera drástica si no que lo hace de manera progresiva	Esta pareja describe el comportamiento de la función de salida como independiente de las simulaciones anteriores, lo cual llama la atención.
4	La función de salida empieza a incrementar poco a poco hasta llega casi al número 10	Al igual que la pareja anterior no relaciona con las simulaciones anteriores y describen de la función de salida.
5	Es igual a el ejemplo de la figura 3, y la función presenta un aumento tanto en “x” como en “y”.	Esta pareja de estudiantes si relaciona esta simulación con las anteriores, pero al describir la función escalón, menciona aumentos en “x” y en “y”. Se esperaba que sólo se mencionara el cambio de $y=3$ a $y=10$.

Tabla 5 Respuesta de los estudiantes a la pregunta 4.1, tarea 4, actividad 1

Contrariamente a lo que se esperaba, los estudiantes no relacionan esta simulación con las anteriores, parece que se concretan a analizar la gráfica de la función de salida actual y a describirla.

Pregunta 4.2, tarea 4, actividad 1

4.2 ¿Qué crees que controle dichos cambios?

A continuación se presentan las respuestas de los estudiantes, con su respectivo análisis.

Grupo	Respuesta	Análisis de respuestas
1	Pues las entradas y las salidas que está simulando, se le dan los valores	Los cambios que perciben los estudiantes están relacionados directamente con los parámetros de las funciones de entrada. No hay ninguna

		referencia a la función de transferencia.
2	Los parámetros de la función de entrada.	Esta respuesta es muy parecida a la anterior, pero en este caso los parámetros son explícitos.
3	Los cambios lo provocan las variaciones de los valores que se ingresan dentro del scope	Aunque se menciona el bloque “scope” se cree que es el bloque de la función de entrada, en el cual se pueden modificar los parámetros.
4	El valor final	Se considera que esta respuesta, tan corta, se refiere a uno de los tres parámetro que se ingresa en la función de entrada “valor final” –éste puede verse en las tablas que muestran los tres parámetros en las instrucciones de la tarea.
5	Los rangos que adquieren los valores de entrada.	Suponemos que también aquí, aunque con otras palabras, se hace referencia a los parámetros de la función de entrada.

Tabla 6 Respuesta de los estudiantes a la pregunta 4.2, tarea 4, actividad 1

Puede verse que esta pregunta no logra llevar a los estudiantes a la reflexión pensada en el diseño, pues se esperaba que los estudiantes centraran su atención en el bloque función de transferencia y pudieran decir que es éste el que controla la simulación. En el momento de efectuar el análisis, se percibe que dado que el trabajo realizado hasta aquí ha estado centrado en la modificación de parámetros en la función de entrada y en observar su efecto en la función de salida, los estudiantes basan sus respuestas en esta experimentación. Podría decirse que la función de entrada no sólo es una caja negra, sino que ni siquiera es considerada. Esta pregunta deberá replantearse o modificarse al momento de mejorar esta secuencia.

Pregunta 4.3, tarea 4, actividad 1

4.3 A continuación se muestra la función de salida del sistema W obtenida en una simulación hecha por Juan Voltaje.

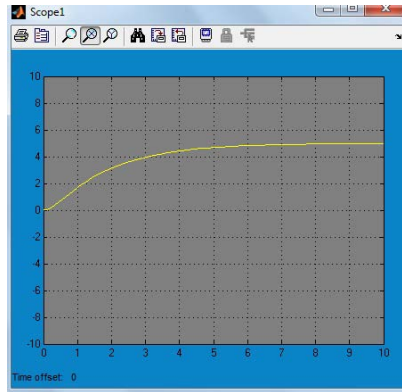


Figura 5. Función de salida del sistema W

En esta pregunta, sólo se les presenta la función de salida a los estudiantes para que analicen y respondan las siguientes preguntas.

Pregunta 4.4, tarea 4, actividad 1

4.4 ¿Podrías encontrar la función de entrada del sistema que fue ingresada por Juan para obtener la función que aparece en la Figura 5?

En esta tarea, 3 de las parejas encuentran la función de entrada que corresponde a esta función de salida (figura 5). Una de las parejas restantes colocó la función de salida, en lugar de la función de entrada, que es exactamente la misma de la figura 5. Esto hace suponer que ellos realizaron la simulación correcta y la manera de verificar que la función de entrada elegida era la buscada era obteniendo la misma función de salida que la de la figura 5. Y una pareja no respondió la pregunta.

Pregunta 4.5, tarea 4, actividad 1

4.5 Juan recibe una última gráfica que es la siguiente:

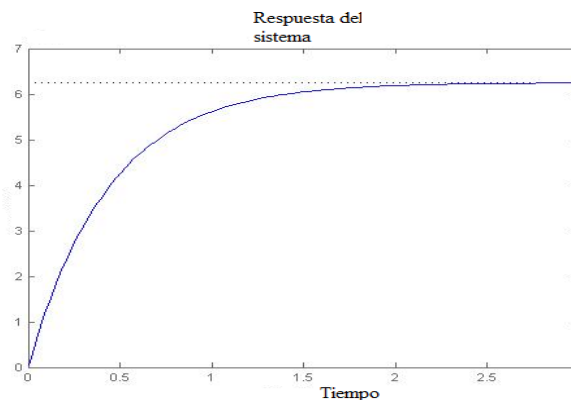


Figura 6. Gráfica de la función de salida del sistema W

¿En qué tiempo puede decir Juan que el sistema W alcanzará la estabilidad (constante)?

Grupo	Repuestas
1	Según la gráfica mostrada está a uno o dos puntos arriba del número seis y es donde se está manteniendo constante que es lo que Juan necesita alcanzar
2	2.8
3	En $t=2.5$
4	Según lo observado en las anteriores puedo decir que la constancia no se alcanza ya que se mantiene en un incremento constante pero nunca alcanza a tocar el valor máximo.
5	En las coordenadas [6,6.2]

Tabla 7 Respuesta de los estudiantes a la pregunta 4.5, tarea 4, actividad 1

Podemos ver que en la primera respuesta los estudiantes mencionan la estabilidad del sistema en $y=6.2$, pero no dicen en qué tiempo puede Juan considerar que este valor fue alcanzado. Es decir, analizan globalmente el comportamiento y consideran que lo importante es alcanzar un estado casi constante. Las parejas 2, 3 y 5 determinan diferentes valores de t [2.8, 2.5 y 6] considerando que para cada valor elegido ya se ha aproximado bastante a 6.2 y puede considerarse como estable. La pareja 4 se ha percatado que la función de salida se aproximará a 6.2, pero sólo en un tiempo infinito alcanzaría dicho valor.

Esta tarea podría ampliarse y generar incluso una tarea matemática que puede explotarse de diferentes maneras. En este caso se buscaba que los estudiantes analizaran el comportamiento de una función de salida respecto al tiempo para evaluar un sistema. Es decir, se busca interpretar la función de salida considerando la estabilidad del sistema.

5.3.2 Análisis segunda actividad “Calor de hogar”

5.3.2.1 Análisis resultados Tarea 1

La tarea 1, de la actividad 2, se presentó a los estudiantes como se muestra a continuación

Tarea 1

Gabriela Maravilla es ingeniero electrónico y necesita construir un sistema que genere calefacción para una casa del sur de Chile. En este lugar hay mucho frío en el invierno por lo que ella elabora su sistema con mucha precisión. Comienza por diseñar un sistema complejo que representa todo el sistema de calefacción.

Al terminar de diseñar su modelo ella nos presenta su resultado final (que llamaremos sistema G) que es el que aparece a continuación:

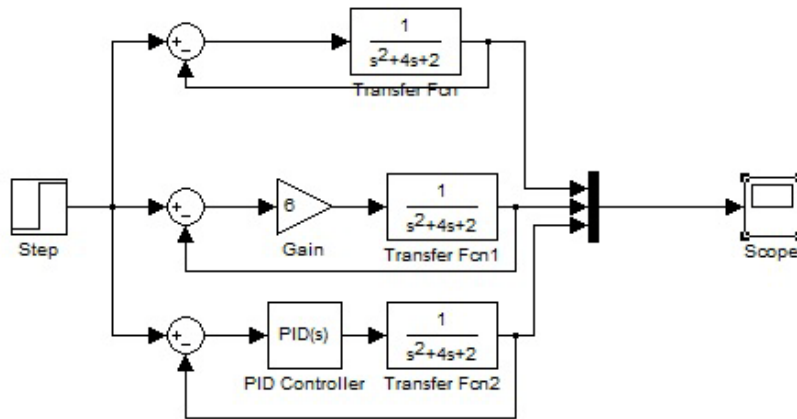


Figura 7. Diagrama de bloques sistema G

Al igual que Gabriela, reproduce el mismo sistema en Simulink.

Todos los estudiantes reprodujeron, sin dificultades, el modelo presentado en el diagrama de bloques de la figura 7.

5.3.2.2 Análisis resultados Tarea 2

La tarea 2 de la actividad 2 se presenta a continuación.

Tarea 2

Gabriela Maravilla asegura que para que su sistema funcione debe ingresar algunos parámetros. Los parámetros que ingresa son los siguientes:

Entrada Escalón	Función de Transferencia	Mux	Pid	Stop time
Step Time=1		Numbers of inputs=3	Proportional=1	
Valor inicial=0	Numerador=[1]		Integral=1/0.4	20
Valor Final=1	Denominador=[1 4 2]		Derivate=0	

Tabla 4. Parámetros ingresados a sistema G

Con el objetivo de comprobar lo que Gabriela Maravilla asegura que funciona, te pedimos ejecutar la simulación en Simulink, coloca luego la función de entrada y de salida (compuesta de tres gráficas) en los siguientes recuadros:

Función de entrada	Función de salida
--------------------	-------------------

Figura 8. Función entrada y función de salida del sistema G

Una vez reproducido el diagrama de bloques de la tarea 1, los estudiantes ejecutan la simulación y todos los grupos dan la misma respuesta de la función de entrada y la función de salida, la cual se muestra en forma general a continuación:

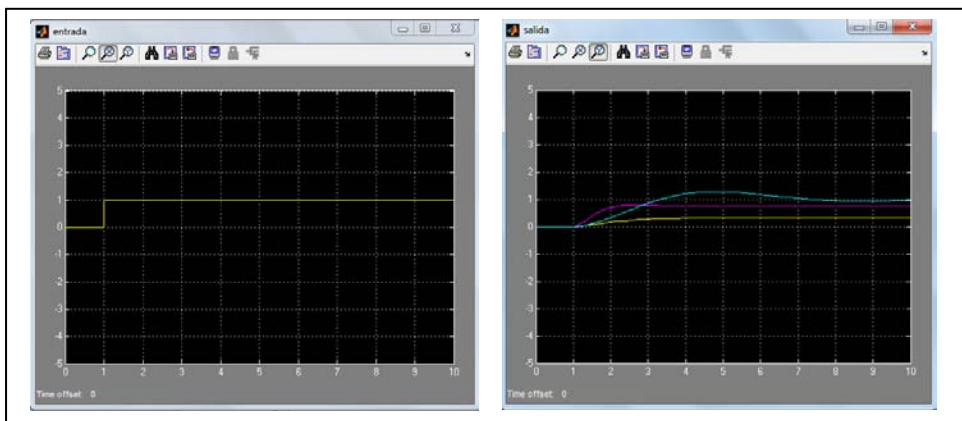


Figura 22 Respuesta general de estudiantes, tarea 2, actividad 2

Continuando con la tarea 2, se les propone a los estudiantes las siguientes preguntas.

Pregunta 2.1, tarea 2, actividad 2

2.1 ¿Qué crees que hacen los elementos “Gain” y “Pid” a su sistema? Señala qué es lo que te permite saberlo.

En la tabla a continuación se presentan las respuestas de los estudiantes y su análisis correspondiente.

Grupo	Repuestas	Análisis de respuestas
1	De acuerdo con las gráficas el gain nos va a permitir tener dos posibilidades y el pid nos va a permitir realizar integrales o derivadas con la función que se nos asigna.	Los estudiantes dan una respuesta que está relacionada directamente con las gráficas de las funciones de salida y asociadas a los parámetros que ingresan en la función de entrada, pero no aclaran porque dicen que “gain” les permitirá tener dos posibilidades. No queda claro lo que quieren expresar.
2	Los elementos Gain y Pid nos modifican el comportamiento de la función dependiendo de los valores que se les ingrese y lo que me permite saberlo es el jugar con esos valores para ver como cambiaba en la gráfica.	Esta pareja de estudiantes hace una relación muy parecida al grupo anterior, ellos a partir de las simulaciones obtenidas se dan cuenta de que varía la gráfica de la función de salida, pero no logran ver o explicitar cómo son las variaciones.
3	El Gain modifica la línea purpura y el Pid modifica la línea azul	Esta pareja de estudiantes logra ver que los componentes PID y Gain afectan dos subsistemas del esquema bloque, pero no especifican cómo hacen que estas respuestas varíen.
4	Los valores del “gain” y “pid” varían en cuanto cambiamos sus valores en las gráficas ya que el “gain” modifica la gráfica rosa y el “pid” modifica la gráfica azul	Misma respuesta que la pareja anterior, sólo que con otras palabras.
5	“GAIN” solo deja mover una entrada de las 3 porque conforme vas aumentando el valor aumenta la curva, y el “PID” es la ecuación que se	No se aprecia claramente a que se refiere con “ecuación que se realiza dentro del simulador”. No se especifica que gain es un multiplicador que era lo esperado. Al igual que las dos parejas anteriores identifican que estos

	realiza dentro del simulador.	componentes afectan a dos subsistemas del sistema.
--	-------------------------------	--

Tabla 8 Respuesta de los estudiantes a la pregunta 2.1, tarea 2, actividad 2

Las respuestas anteriores muestran que los estudiantes no logran visualizar qué hacen los elementos “Gain” y “Pid”, sólo en forma generalizada los estudiantes saben que cada uno de estos elementos afectan al subsistema donde se encuentran y que eso puede verse en las gráficas de las funciones de salida. Se esperaba que vieran que “Gain” actúa como un agente multiplicador y que “Pid” es un controlador, el cual tiene parámetros de integración y derivación, los cuales sirven para manipular una ecuación diferencial.

Pregunta 2.2, tarea 2, actividad 2

2.2 Observa la función de salida (Figura 8). ¿Puedes identificar a qué parte del sistema se corresponde cada una de las gráficas de la función de salida? Si la respuesta es afirmativa, coloca la función de salida en el recuadro de la derecha y marca las correspondencias con el esquema de bloques que aparece en el recuadro de la izquierda.

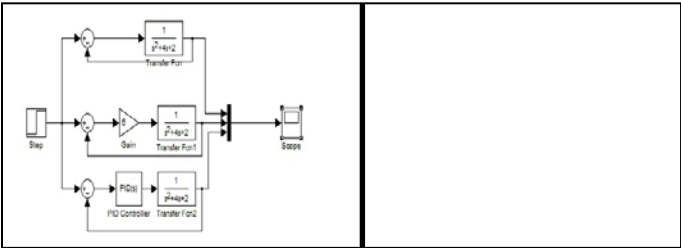


Figura 9. Identificación función de salida sistema G

Las respuestas de los estudiantes son del mismo tipo, la cual es presentada de manera distinta, algunos de forma escrita (3 parejas) y dos de forma gráfica. En la tabla a continuación se presenta las 3 formas que utilizaron los estudiantes para dar su respuesta.

Grupo	Respuesta
1	
2	
3	La primera entrada: Amarillo. La segunda: Magenta La tercera: Cyan

Tabla 9 Respuesta de los estudiantes a la pregunta 2.2, tarea 2, actividad 2

Podemos apreciar que las gráficas son distintas debido a los parámetros utilizados, lo que muestra que los estudiantes efectuaron diversas simulaciones.

Pregunta 2.3, tarea 2, actividad 2

2.3 Si la respuesta es negativa, explica por qué no es posible establecer la correspondencia.

En esta pregunta no hubo respuesta de los estudiantes, ya que todos lograron responder la pregunta 2.2.

Pregunta 2.4, tarea 2, actividad 2

2.4 Observa el siguiente gráfico que Gabriela ha obtenido después de hacer un cambio en su sistema.

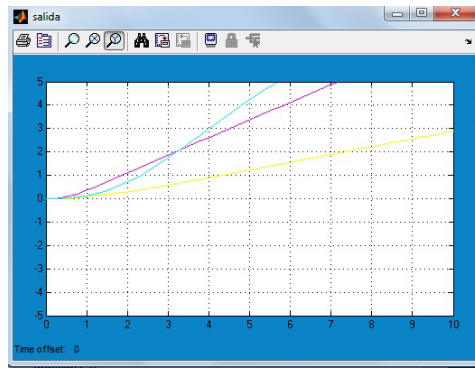


Figura 10. Función de Salida generada por el sistema G, después de una modificación

Pregunta 2.5, tarea 2, actividad 2

2.5 Utilizando Simulink realiza las simulaciones necesarias que te permitan generar la misma función de salida que ha obtenido Gabriela. ¿Qué modificación realizó Gabriela para obtener esta salida de su sistema?

En esta pregunta una sola pareja no elabora la respuesta, en cambio las cuatro parejas restantes logran decir que la modificación que realizó Gabriela es cambiar la función de entrada del sistema, la cual fue reemplazada por una función rampa. El objetivo de esta tarea es logrado. A pesar de que los estudiantes tienen la posibilidad de hacer todos los cambios posibles en la función de entrada, en la cual aparecen cerca de diez tipos de funciones en las opciones de la librería Simulink. Se considera que los estudiantes pudieron observar que la función de salida, debe parecerse a la gráfica de entrada.

Pregunta 2.6, tarea 2, actividad 2

2.6 ¿Qué elemento crees que controla/produce el efecto sobre la función de entrada del sistema construido por Gabriela?

En esta pregunta todas las parejas que dan una respuesta (4 parejas), coinciden que lo que controla/produce el efecto sobre la función de entrada es la función rampa que ellos mismos describen en la pregunta anterior. En ningún caso nombran la función de transferencia, a pesar que explícitamente se les pregunta “¿Qué elemento crees que **controla/produce el efecto sobre la función de entrada?**”, obviamente no puede ser la función de entrada la respuesta. Esta pregunta deja abierta la posibilidad de mejorar y replantear la actividad a futuro.

Pregunta 2.7, tarea 2, actividad 2

2.7 Explica cómo puede reconocerse dicho elemento.

Las respuestas de los estudiantes se presentan a continuación con el análisis de cada una de ellas.

Grupo	Respuesta	Análisis de respuestas
1	Por la variación de cada una de las funciones dentro de la gráfica.	En este caso la pareja de estudiantes dice que las funciones varían, en este sentido se refieren a las gráficas de la función de salida, pero comparando cada una de ellas independientemente. No identifican claramente el elemento tecnológico que les permite dar su respuesta.
2	Porque al quitarlas ya no se muestran.	Los estudiantes plantean que al quitarlas ya no se muestran, pero no indican ¿qué?, ¿la función de entrada?, ¿la función de salida?, ¿los parámetros de la función de entrada?, la verdad no queda claro lo que están respondiendo.
3	Porque el grafico indica una variación constante.	En este caso al igual que las respuestas anteriores no se especifica que gráfico, ¿el de la función de entrada o el de la función de salida? No se ve con claridad lo que quieren responder.
4	Porque las gráficas varían en una diagonal	Respuesta muy parecida a la anterior, al decir que varían en una diagonal, se asume que están describiendo la función rampa. En este caso están describiendo la función de entrada y a ella le están asociando la respuesta del sistema, pero no logran identificar que es la función de transferencia la que genera este cambio en el sistema y no saben cómo lo hace.
5	Se reconoce al cambiar la función de entrada, ya que si nosotros le introducimos otro tipo de entrada a la gráfica empieza a realizar dicha función	Al igual que las respuestas de los grupos anteriores, esta pareja de estudiantes describe que el cambio en la función de salida se debe a la función de entrada. Lo anterior es cierto.

Tabla 10 Respuesta de los estudiantes a la pregunta 2.7, tarea 2, actividad 2

En esta tarea se ve generalizada la respuesta. Los estudiantes dan cuenta de que la función de entrada es la que origina los cambios producidos en la función de salida y dicen que es la que identifica qué es lo que está ocurriendo con el sistema en general. Su reflexión no se hace en relación al sistema sino a la relación causa y efecto que gracias a todas las tareas resueltas es más que clara. Hay una pareja que dice que si quita el elemento de entrada no funciona el sistema, pero la verdad es que si elimina algún elemento que tenga conector el sistema no funcionará, por lo que da el mismo peso a cada elemento que compone el sistema. Al diseñar esta actividad se esperaba que respondieran que la función de transferencia es la que permite saber qué es lo que está pasando con el sistema, la cual actúa como una caja negra.

5.3.3 Análisis tercera actividad “Jugando con la voz”

5.3.3.1 Análisis resultados Tarea 1

La tarea 1, de la actividad 3 se presenta a continuación

Tarea 1

Consuelo Alegría, ingeniero acústico ha sido contratada por una empresa, la cual le presenta el siguiente sistema, modelado por un diagrama de bloques.

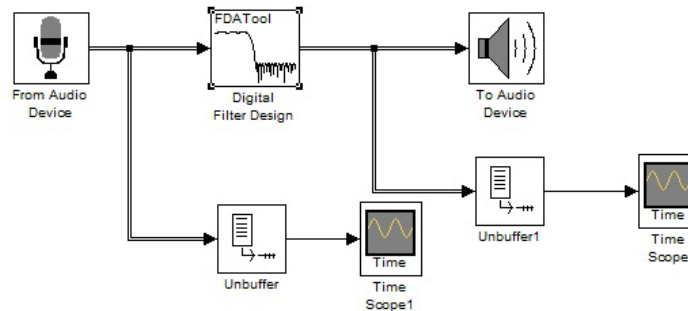


Figura 11. Modelo presentado por empresa acústica

Consuelo procede a generar el modelo en Simulink. Reproduce al igual que Consuelo el modelo en Simulink.

Todos los alumnos reproducen el modelo correctamente y proceden a responder las siguientes preguntas, las cuales se enumeran a continuación.

Pregunta 1.1, tarea 1, actividad 3

1.1 ¿Qué crees que representa el modelo entregado?, describe las componentes involucradas.

Las respuestas de los estudiantes con sus análisis se muestran en la tabla a continuación.

Grupo	Respuesta	Análisis de respuestas
1	Se le dan pulsos de entrada los cuales son procesados por digital filter, el unbuffer y se obtienen pulsos de salida.	La descripción entregada por los estudiantes está relacionada con los elementos bloques del diagrama presentado. Logran asociar una entrada y una salida del sistema y lo caracterizan como pulsos. Hacen una descripción como si estuvieran pensando en un dispositivo que ingresa y emite señales.
2	Lo que nos hace es que obtiene el sonido y luego lo reproduce.	Este grupo de estudiantes describe lo que creen que hace el sistema modelado, tal vez hicieron la simulación y su respuesta está en relación a ello.

3	Un sistema para procesar señales de audio.	Al igual que el grupo anterior los estudiantes de este grupo describen el modelo general, sin identificar las componentes involucradas, pero se entiende que si es un sistema para procesar señales de audio, hay una señal de entrada y una señal de salida modificada, la cual es modificada por algún elemento de procesamiento de señales.
4	Describe la entrada de voz y la salida del audio	De la misma forma que las parejas anteriores, esta pareja de estudiantes lo relacionan con un dispositivo de señales de audio.
5	Es una simulación de entrada de audio, tiene diferentes parámetros para representarlo en el simulador, lo que nosotros pudimos deducir es que hay entrada de sonido, otro componente seria la intensidad que lo recibe, el tiempo que va a tardar en pasar de un audio suave a un agudo, identifica sus parámetros porque hace que la traficación sea más lenta o más rápida y por ultimo su componente de salida.	Los estudiantes logran describir de manera muy precisa lo que representa el sistema modelado por el diagrama de bloques, detallando las componentes involucradas en el mismo.

Tabla 11 Respuesta de los estudiantes a la pregunta 1.1, tarea 1, actividad 3

Esta pregunta es respondida por todos los estudiantes y además logran visualizar claramente lo que representa el sistema en general, a pesar de que no hay una descripción tan detallada de las componentes involucradas en el sistema, como la que hace la pareja 5. La respuesta refleja que los estudiantes al ver más claramente un modelo son capaces de describirlo de mejor manera.

Pregunta 1.2, tarea 1, actividad 3

1.2 Al ejecutar la simulación, ¿qué hace el sistema?

Todos los estudiantes ejecutan la simulación correspondiente y a partir de las pruebas que realizan, todos llegan a la misma respuesta general: que el sistema recopila la información que ingresa por el micrófono de la computadora, lo modifica y lo emite por los altavoces de la misma computadora. Esta era la respuesta esperada el momento de diseñar esta tarea específica, ya que el sistema modelado es un sistema instantáneo, es decir, reproduce la voz al mismo tiempo que la recibe, pero modificada por un elemento determinado.

5.3.3.2 Análisis resultados Tarea 2

La tarea 2 se muestra a continuación, tal como fue presentada a los estudiantes.

Tarea 2

Para hacer una nueva simulación del sistema te pedimos hablar muy lento o muy rápido y también realizar algunos cambios en los parámetros del bloque “Digital Design Filter”. Para hacer dichos cambios, sigue las siguientes instrucciones:

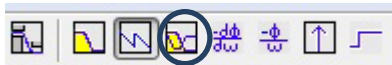
Haz clic en “Digital Filter Design”, aparecerá una ventana “Block Parameters: Digital Filter”.

Comienza por modificar un parámetro y selecciona  dentro de esta ventana cambia los siguientes datos:

Frequency	Magnitude
Wpass= .5	Apass: 5
Wstop= .6	Astop 85

Tabla 5. Datos a ingresar en Digital Filter Design

Para que se guarde la modificación haz clic en “Design Filter” y ejecuta nuevamente la simulación.

Ahora selecciona  y cambia los siguientes datos:

Frequency	Magnitude
Wpass= .6	Apass= 10
Wstop= .7	Astop =90

Tabla 6. Datos a ingresar en Digital Filter Design

Para que se guarde la modificación haz clic en “Design Filter” y ejecuta nuevamente la simulación.

En esta tarea, los estudiantes tenían la opción de modificar dos veces el parámetro de un bloque en particular, todos hicieron las simulaciones y más de las esperadas, a continuación se presentan las preguntas realizadas en relación a esta tarea.

Pregunta 2.1, tarea 2, actividad 3

2.1 ¿Afecta este parámetro al sistema?, ¿de qué manera?

Todos los estudiantes concuerdan de manera generalizada, que efectivamente este parámetro afecta al sistema, de qué manera, algunos responden “que disminuyen y aumentan las ondas dependiendo de la velocidad de la voz” otra pareja dice “se disminuyen

y aumentan las ondas que se grafican”, ambos hacen la misma relación. Las respuestas se basan en las gráficas de las funciones de salida que ellos obtuvieron, lo que les permitió hacer varias pruebas y como fueron en tiempo real, esto además les dio tiempo de analizar el sistema no de forma analítica, sino de forma gráfica y visual, lo que nos hace considerar que es un buen elemento para tener en cuenta en futuros diseños de actividades.

Pregunta 2.2, tarea 2, actividad 3

2.2 ¿Si cambias los parámetros de “Digital Filter Design”, la salida del sistema se ve afectada?

En esta pregunta al igual que la anterior se centra sobre los cambios en los parámetros del filtro, pero aquí se busca que los relacionen con la función de salida del sistema. Todos los estudiantes responden que “sí” se ve afectada la salida. Una de las parejas fundamenta su respuesta al señalar que lo que sale (haciendo referencia a la función de salida) es su propio sonido de la voz que emitieron pero modificada, el resto de los estudiantes no argumentó su respuesta, sólo se remitió a decir que la salida del sistema se ve afectada.

5.3.3.3 Análisis resultados Tarea 3

La tarea 3 se presenta a continuación

Tarea 3

El profesor Francisco Ordenes le asegura a Consuelo Alegría que el modelo base de su sistema corresponde a una ecuación diferencial. Consuelo no queda convencida y él le proporciona la siguiente ecuación diferencial de primer orden $y' + 3y = 1$, que satisface la condición inicial $y(0) = 0$, señalándole que ésta se corresponde con el siguiente diagrama de bloques, el cual se muestra a continuación:

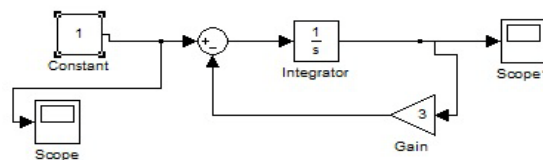


Figura 12. Ecuación diferencial de primer orden modelada en Simulink

Reproduce el mismo modelo que hizo el profesor Francisco en Simulink.

Los estudiantes reproducen el diagrama de bloques que se les presenta y ejecutan la simulación, lo que les permite ver las respuestas de la función de entrada y de la función de salida, de la misma manera que con las tareas anteriores.

5.3.3.4 Análisis resultados Tarea 4

La tarea 4 se presenta a continuación.

Tarea 4

Con la finalidad de comprobar si la ecuación dada se corresponde con el esquema de bloques (Figura 12) Consuelo Alegría ha generado una estrategia, resolver la ecuación diferencial, graficar su solución y comprobar si la función de salida del sistema es la misma que la solución encontrada.

¿Consideras que la estrategia propuesta por Consuelo es válida? Argumenta tu respuesta.

De los cinco grupos de estudiantes, dos grupos no responden a la pregunta planteada en la tarea 4, los otros tres grupos responden que la salida del sistema propuesto por el profesor Francisco corresponde a la solución de la ecuación diferencial, ya que resuelven la ecuación y determinan que el gráfico de la función de salida es el mismo que la solución matemática de la ecuación diferencial. Esta tarea fue respondida en un 60% correctamente según lo esperado en el diseño de la secuencia, lo que hace pensar en elaborar tareas de este tipo, en donde los estudiantes pueden visualizar la respuesta de una ecuación diferencial, la cual modela un sistema físico.

5.4 Conclusión

En este capítulo se presentaron y analizaron las respuestas de los estudiantes a la secuencia “Ingenieros en acción”. La primera actividad “Analizando el sistema w” permite ver que la actividad es compleja en el sentido que los estudiantes nunca habían trabajado con esquemas bloques, todo les es nuevo, el uso de la librería Simulink, la construcción del esquema bloques, la simulación a partir de una función de entrada para obtener cierta función de salida, relacionar el esquema bloque con un sistema físico. Todo esto nos parece que no permitió lograr el objetivo de llevarlos a cuestionarse sobre cuál es el elemento que define la relación entre la función de entrada y la función de salida. Además de que para ellos cada elemento del bloque es igual de importante, la función de entrada, el conector entre bloques, la función de salida, etc. Ciertamente, si alguno de estos elementos no está como debe la simulación no funciona. Sin embargo, se considera que los estudiantes lograron reproducir el sistema, simular su funcionamiento, modificar parámetros y analizar

su efecto a partir del análisis de las gráficas. Todo esto es un trabajo que podría ser desarrollado en una sola sesión para poder permitir una familiarización con la simulación de esquemas bloques.

La actividad 2 “Calor de hogar” fue desarrollada sin ningún problema técnico con el programa. El trabajo sobre los parámetros permitió reforzar la relación entre la función de entrada y la función de salida. Los estudiantes lograron dar cuenta de que las gráficas de la función de entrada y de salida guardan una similitud. Ellos aprecian nuevamente que cada elemento del esquema de bloque es igual de importante y no logran apreciar que la naturaleza de los elementos que lo componen es distinta. Se considera que los elementos “gain” y “pid” quizá no deban ser usados pues los estudiantes requerirían de mayor conocimiento sobre la simulación de estos sistemas para poder identificar su función. La relación función de entrada / función de salida se afianza, pero la función de transferencia sigue hasta esta actividad funcionando como caja negra.

La actividad 3 “Jugando con la voz” fue la que más hizo trabajar a los estudiantes quienes realizaron un gran número de simulaciones para comprender el funcionamiento del sistema representado con el esquema de bloques. Los estudiantes emitieron voz, ruido, música, aplausos entre otros sonidos. Un problema técnico que debe resolverse es que la graficación del sonido emitido se hacía en tiempo real pero las gráficas no podían guardarse. Esto no permitió un análisis comparativo de las gráficas entre las simulaciones efectuadas. Sin embargo, los estudiantes lograron identificar que modificando el filtro podían obtener sonidos de mejor calidad. La segunda parte de la actividad les permitió comprobar que la solución de la ecuación diferencial, la cual les fue presentada, era la misma que la función de salida del sistema. En una reflexión grupal se explicitó que la ecuación diferencial era el modelo matemático que estaba detrás de todos los sistemas representados a través de los esquemas bloques.

De manera general puede decirse que los estudiantes que participaron generaron las respuestas esperadas, aunque en varios casos no superaron las expectativas, debido a que se comprueba que existe la ruptura entre las aplicaciones y cómo utilizar las ecuaciones diferenciales. La exploración, simulación y búsqueda de resultados por parte de los estudiantes fue satisfactoria, desde el punto de vista que ellos tienen la necesidad de buscar respuestas y comprobar sus resultados. Utilizar una herramienta computacional que les brinde esta garantía primero hace interesante para los estudiantes a la hora de querer conocer los resultados de cualquier problema que se plantee. Varias actividades pueden ser mejoradas para sacar el máximo de provecho de la secuencia, lo cual requiere tanto de una reflexión sobre las tareas propuestas como de experimentación con estudiantes.

Capítulo VI

Conclusión General

6 Conclusión general

En esta investigación se hace se considera la problemática general del rol que cumplen las matemáticas en la formación de ingenieros y de manera más particular se aborda la cuestión de cómo se utilizan conceptos y técnicas provenientes de cursos de matemáticas en las aplicaciones de ingeniería. Asimismo, se considera que los programas computacionales se utilizan cada vez más por los ingenieros modificando el trabajo matemático del ingeniero (Kent, 2007), incluso estos programas son utilizados como medio de validación de resultados.

Considerando lo anterior, este trabajo tuvo por objetivo diseñar un dispositivo didáctico que para vincular las ecuaciones diferenciales, que son enseñadas a futuros ingenieros, con alguna de sus aplicaciones en las disciplinas intermediarias o ciencias del ingeniero. Algunos elementos de la Teoría Antropológica de lo Didáctico permitieron abordar el diseño de este dispositivo desde una óptica institucional, es decir se reconocieron algunas instituciones que intervienen en la formación y práctica profesional de los ingenieros y se consideraron algunas posibles relaciones entre éstas. Esto permitió considerar la relación entre las instituciones enseñanza de ecuaciones diferenciales E(ED) con la enseñanza de teoría de control E(TC) y con esta disciplina P(TC). Dicha relación es apenas modelada y se considera que un estudio de otro tipo debe realizarse para poder profundizar sobre esta relación y los recorridos praxeológicos que existen o debieran provocarse entre estas instituciones. El modelo praxeológico fue considerado como un referente en el sentido de que se asume que en la actividad de modelación matemática existen dos tipos de elementos tecnológicos, los teóricos y los prácticos. Sin embargo, no se logró una explotación de las funciones tecnológicas que se considera puede realizarse en futuros trabajos.

Para conocer cómo son utilizadas las matemáticas y en particular modelos matemáticos en ingeniería, se eligió analizar diferentes documentos de la teoría de control. Se comenzó por revisar la tesis doctoral de Escobedo (2006), el cuál presenta un modelo digital de voz, el lenguaje utilizado es muy técnico debido a que está dirigido a una comunidad experta. Es por lo anterior, que se eligió analizar documentos dirigidos a un público universitario, menos experto, lo que nos llevó a elegir el modelo digital de producción de voz de la tesis de maestría de Martínez (2007). Dicho modelo es analizado y adaptado para que figurara en la secuencia didáctica que se presentó en este trabajo.

Con la intención de comprender el uso de este modelo, otros representantes de la enseñanza de esta disciplina en escuelas de ingeniería E(TC) fueron analizados: un curso introductorio (Pérez et. al. 2008), otro de fundamentos (Gil, J. y Díaz-Cordovés 2010) y una monografía que aborda un fenómeno en específico (De la Torre Vega et. al. 2001). Estos documentos son fundamentales para el trabajo de investigación presentado, pues permiten analizar los

elementos de la disciplina, teoría de control, asociados al uso del modelo matemático elegido. Se considera que en futuros trabajos debe generarse una reflexión más profunda sobre la manera de analizar estos documentos y la importancia de considerarlo para el diseño de este tipo de dispositivos didácticos específicos para la formación de futuros ingenieros.

La secuencia didáctica diseñada y puesta en escena en esta investigación está conformada por tres grandes actividades, que a su vez se conforman por tareas, sub-tareas y preguntas con el objetivo de transparentar el rol de los elementos tecnológicos, ecuación diferencial y función de transferencia, que permiten el funcionamiento de los esquemas bloques.

La secuencia presentada generó resultados los que se analizaron en el capítulo V y como se detalla ahí en general los estudiantes que participaron generaron las respuestas esperadas, pero en varios casos no superaron las expectativas de dichas respuestas. Esto puede deberse a una ruptura entre las ecuaciones enseñadas y sus aplicaciones. De todas maneras la secuencia diseñada logra que los estudiantes exploren, simulen y busquen resultados utilizando una herramienta computacional que casi ninguno de los estudiantes había utilizado antes, “Simulink”. Esta herramienta logra que los estudiantes simulen el comportamiento de sistemas que no conocen y que analicen funciones de entrada y funciones de salida de su sistema, lo que les brinda una forma de validar información que ellos predecían pero no podían comprobar. El hecho de que aparezca la función de transferencia como elemento se utilizó para ver si los estudiantes la reconocían como elemento fundamental en la transformación de la función de entrada, pero debido quizá a la naturaleza de las tareas, ésta no fue visible para ellos. Se concluye que el trabajo de los estudiantes fue satisfactorio, desde el punto de vista que ellos tienen la necesidad de buscar respuestas y comprobar sus resultados y son capaces de manejar herramientas computacionales con gran facilidad.

A partir de los resultados obtenidos se puede comprobar que queda mucho camino por recorrer entre las aplicaciones, las ecuaciones y los sistemas físicos, por lo que se puede seguir trabajando en este ámbito. Varias actividades pueden ser mejoradas para sacar el máximo de provecho de la secuencia, lo cual requiere tanto de una reflexión sobre las tareas propuestas como de experimentación con estudiantes y obviamente acompañados de un profesor que guíe en el transcurso de esta secuencia.

7. Bibliografía

- Bissell, C.C. (2004). Mathematical 'meta-tools' in 20th Century information engineering. *Hevelius*, 2 pp. 11–21.
- Bosch, M., Gascón, J. (2009). Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico a la formación del profesorado de matemáticas de secundaria. En M.J. González, M.T. González & J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 89-113). Santander: SEIEM.
- Castela C. et Romo-Vázquez, A. (2011). Des mathématiques a l'automatique : étude des effets de transposition sur la transformée de Laplace dans la formation des ingénieurs. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 31(1). 79-130.
- Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la Teoría Antropológica de lo Didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19 (2), 221- 266.
- De la Torre A. Peinado A. y Rubio A. (2001). *Reconocimiento de voz en condiciones de ruido*. Monografías del Dpto. de Electrónica N° 47. Granada.
- Escobedo, D. (2006). *Análisis acústico del llanto del niño recién nacido orientado al diagnóstico de patología en su neurodesarrollo debido a hypoxia*. Tesis de doctorado no publicada. Universidad de Oriente. Cuba.
- Gil N. y Díaz- Cordovés A. (2010) Fundamentos de Control automático de Sistemas Continuos y Muestreados. San Sebastián: Unicopia.
- Kent, P., & Noss, R. (2002) The mathematical components of engineering expertise: The relationship between doing and understanding mathematics. *Proceedings of the IEE Second Annual Symposium on Engineering Education: Professional Engineering Scenarios 2* (pp.39/1 -39/7). London U.K.
- Kent, P. (2007), Learning Advanced Mathematics: The case of engineering courses. Contribution to the NCTM Handbook chapter: Mathematics thinking and learning at postsecondary level. In Lester, K., F. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning: a project of the National Council of Teachers of Mathematics*. (pp. 1042-1051). Charlotte, NC: Information Age Pub.
- Martínez, M. (2007). *Detector de partes vocalizadas de la voz esofágica en dispositivos FPGA*. Tesis de maestría no publicada. CICATA-IPN. México.
- Pérez M. Pérez A. y Pérez E (2008). Introducción a los sistemas de control y modelo matemático para sistemas lineales invariantes en el tiempo. Facultad de Ingeniería, Departamento de Electrónica y Automática. Universidad de San Juan.