



Instituto Politécnico Nacional

*Centro de Investigación en Ciencia
Aplicada y Tecnología Avanzada*

Unidad Legaria



LA RESIGNIFICACIÓN DEL USO DE LAS GRÁFICAS: EL CASO DE LAS FUNCIONES LINEALES

**Tesis que para obtener el grado de
Maestría en Ciencias en Matemática Educativa**

**Presenta:
Mercedes Neri Ferrer**

**Directora de Tesis:
Dra. Gabriela Buendía Abalos**

**Distrito Federal, México
Noviembre del 2012**



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

ACTA DE REVISIÓN DE TESIS

En la Ciudad de México, D.F. siendo las 11:00 horas del día 26 del mes de Septiembre del 2012 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de la Tesis, designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de CICATA-Legaria para examinar la tesis titulada:

"La resignificación del uso de las gráficas: el caso de las funciones lineales"

Presentada por el alumno:

Neri
Apellido paterno
Nombre(s) Mercedes

Ferrer
Apellido materno

Con registro:

A	0	9	0	6	7	6
---	---	---	---	---	---	---

Paspirante de:

Maestría en Ciencias en Matemática Educativa

Después de intercambiar opiniones, los miembros de la Comisión manifestaron **APROBAR LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISIÓN REVISORA

Director(a) de tesis

Dr. Gabriela Buendía Abalos

Dr. Francisco Javier Lezama Andalón

Dra. Gisela Montiel Espinosa

Dr. Daniel Sánchez Guzmán

M. en C. Juan Gabriel Molina Zavaleta

PRESIDENTE DEL COLEGIO DE PROFESORES

Dr. José Antonio Calderón Arenas



CICATA - I.P.N. U. LEGARIA
Centro de Investigación en Ciencia
Aplicada y Tecnología Avanzada
del Instituto Politécnico Nacional



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

CARTA CESIÓN DE DERECHOS

En la Ciudad de México, D.F. el día 28 del mes de Noviembre del año 2012 el (la) que suscribe Mercedes Neri Ferrer alumna del Programa de Maestría en Ciencias en Matemática Educativa, con número de registro A090676, adscrita al Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y tecnología Avanzada, manifiesta que es la autora intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección de la Dra. Gabriela Buendía Ábalos y cede los derechos del trabajo titulado “La resignificación del uso de las gráficas: el caso de las funciones lineales”, al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso de la autora y/o directora del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a las siguientes direcciones mercedesneri@gmail.com buendiag@hotmail.com Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.


Mercedes Neri Ferrer

LA RESIGNIFICACIÓN DEL USO DE LAS GRÁFICAS: EL CASO DE LAS FUNCIONES LINEALES

Índice

Índice de gráficas y figuras	iii
Glosario	iv
Resumen	v
Abstrac	vi
Introducción	vii
 Capítulo 1: Antecedentes	
1.1 Problemática.....	1
1.2 Estado del arte sobre las gráficas y su uso	12
1.2.1 Las gráficas en contextos no escolares.....	12
1.2.2 El uso de las gráficas	20
1.2.3 Otras visiones sobre el uso de la gráfica	28
1.3 La investigación	31
 Capítulo 2: Marco conceptual	33
2. Aspectos teóricos de la socioepistemología	33
2.1 Resignificación del conocimiento en el uso de las gráficas	34
2.2 Visualización.....	35
2.3 El aporte del lenguaje semiótico	41

Capítulo 3: Aspectos metodológicos

3.1 Búsqueda de gráficas	44
3.2 Aplicación del cuestionario.....	45
3.3 Caracterizaciones	46

Capítulo 4: Análisis de la actividad

4.1 Registro y análisis de las respuestas de los estudiantes a la actividad.....	49
4.2 Un pequeño resumen.....	85

Capítulo 5 Conclusiones	87
-------------------------------	----

Bibliografía	89
--------------------	----

Anexo	92
-------------	----

Índice de Gráficas y figuras

Capítulo 1.	Página
Figura 1.1	5
Figura 1.2	13
Figura 1.3	14
Figura 1.4	15
Figura 1.5	21
Figura 1.6	22
Figura 1.7	23
Figura 1.8	25
Figura 1.9	27
Figura 1.10	27
Capítulo 2	
Figura 2.1	37
Figura 2.2	39
Figura 2.3	39
Figura 2.4	39
Figura 2.5	40
Figura 2.6	43
Capítulo 3	
Figura 3.1	47
Capítulo 4	
Gráfica 4.1	50
Figura 4.1	51
Figura 4.2	52
Figura 4.3	53
Figura 4.4	55
Gráfica 4.2	60
Figura 4.5	63
Figura 4.6	67
Gráfica 4.3	68
Figura 4.7	69
Figura 4.8	72
Figura 4.9	73
Figura 4.10	75
Gráfica 4.4	82
Figura 4.11	84

Glosario

- **Conocimiento matemático funcional**

Es el conocimiento matemático que tiene utilidad y presencia más allá de ser aplicado en la resolución de actividades propias de la escuela, para convertirse en una herramienta útil y así construir y resignificar al conocimiento matemático mismo.

- **Extraescolar**

Dicho de una actividad educativa que se realiza fuera del centro de enseñanza o en horario distinto al lectivo

- **Forma**

Configuración externa de algo. Modo, manera. Ese refiere la forma visible o perceptible de la gráfica y la forma en que un estudiante aborda la gráfica para ser usada de determinada manera.

- **Funcionamiento**

Es el la utilidad que va a tener la información obtenida de la gráfica por su forma. Esto es para que va a ser usada la información obtenida

- **Uso**

Para esta investigación por uso se va a entender, como el conjunto de actividades realizadas con la gráfica para argumentar sobre situaciones extraescolares.

Resumen

La presente investigación tiene como propósito indagar cómo los estudiantes de bachillerato usan el conocimientos adquirido en sus clases de matemáticas cuando se les proponen situaciones de carácter no obligatorio, es decir, que no corresponden a la actividad cotidiana del aula como son ejercicios propuestos en clase, en su libro de texto, o bien en tareas propias de su curso de matemáticas. Esta inquietud surge de observar en mi trabajo, como docente de matemáticas del nivel bachillerato las dificultades que tienen en general los estudiantes para relacionar la matemática que aprenden en la escuela con la solución de situaciones cotidianas

Se usa como marco conceptual diferentes constructos teóricos que aportan puntos de vista a la investigación, con un objetivo en común: el estudio sobre gráficas de una función. La revisión del estado del arte, nos proporciona una categorización de usos de las graficas, tanto por la forma aparente de la gráfica, como por la forma en que los estudiantes abordan a la gráfica para dar un funcionamiento a la información obtenida y así poder argumentar una respuesta a la situación propuesta.

La metodología empleada al realizar esta investigación consiste en seleccionar gráficas impresas en periódicos y libros de texto de bachillerato que reflejen situaciones cotidianas a los estudiantes, y someterlas, al análisis a un grupo de estudiantes de bachillerato a través de un cuestionario. Posteriormente se analizan las respuestas del cuestionario para determinar cómo aplican sus conocimientos matemáticos sobre gráficas en situaciones no escolares.

Abstract

This research aims to investigate how high school students used the knowledge acquired in their math classes when they proposed situations of non-mandatory character, i.e., that do not correspond to the daily activity of the classroom as they are exercises proposed in class, in your textbook or in tasks of his mathematics course. This concern arises from observing in my work as a teacher of mathematics at high school, the difficulties that students have in general to relate the mathematics they learn in school with the solution of everyday situations

Different theoretical constructs that provide views to research with a goal in common is used as a conceptual framework: the study on a function graphs. The review of the state of the art gives us a categorization of uses of graphs, both by the apparent from the graph shape and how students approach the graph to give a performance to obtained information and thus able to argue a response to the proposal.

The methodology used to conduct this investigation consists in selecting graphs printed in newspapers and high school textbooks that reflect everyday situations to students and subjecting them to the analysis of a group of high school students through a questionnaire. Later, the questionnaire responses are analyzed to determine how to apply their mathematical knowledge graphics in non-school situations.

Introducción

¿Y esto del punto y la pendiente y de todo esto en la gráfica para que me va a servir, después de pasar la materia? Hace tiempo uno de mis estudiantes me hizo esta pregunta, lo cual me hizo reflexionar sobre qué pasa con el conocimiento matemático una vez que aprobamos los cursos de matemáticas y no se diga una vez que terminamos la educación escolar. Tradicionalmente los docentes de matemáticas estudiamos los temas, preparamos la clase, explicamos con esmero con la esperanza de que nuestros estudiantes aprendan bien esos temas de matemáticas, pero ¿esa matemática que aprendieron en clase, les funciona para algo fuera de su vida escolar?

La pregunta de ese estudiante hizo que me pusiera a observar qué pasa con algunos conceptos matemáticos que se aprenden y que están presentes en más de un curso de matemáticas del nivel medio superior. En los cursos de matemáticas los estudiantes aprenden conceptos que usan para dar solución a un determinado ejercicio el cual se ubica dentro de un currículo, de un ambiente y de un discurso escolar, y ese conocimiento le sirve en ese momento para lograr una nota que le ayuda a pasar a otro nivel de conocimiento. El conocimiento matemático adquirido tiene un significado escolar y en teoría puede ser usado cuando se le requiera, sin embargo al llegar a cursos superiores, se observa que el estudiante no articula lo que supuestamente ya sabe de matemáticas con otros conocimientos que requieren de ese saber previo, se queda con la sensación de que no hay más significados y utilidad para ese conocimiento que el que le dio en su momento, de esto dan cuenta algunas investigaciones como la de Lara (2007), Parra (2008) por mencionar algunas. Un ejemplo de conocimiento que trasciende a diferentes niveles educativos y cursos de matemáticas es la gráfica, tal como lo reportan Flores (2005), y Cen (2006) en sus respectivas investigaciones sobre el estado de el uso de las gráficas en los libros de texto del nivel básico escolar y del nivel medio superior.

La enseñanza de la gráfica dentro de la temática escolar es una noción matemática que curricularmente en el nivel bachillerato se ubica como la representación del concepto de una función en donde la gráfica de esa función se construye a partir de algún procedimiento comúnmente la tabulación de datos, para ubicarlos después como puntos en un plano cartesiano y así dar forma

aparente a la gráfica. Otra actividad relacionada a gráficas es la interpretación de la misma, lo cual requiere de ciertas habilidades para leer una gráfica ya sea local o globalmente para dar un sentido y significado (Leinhardt, et al, 1990) tal y como lo citan Dolores y Cuevas (2007) a quedando su uso enmarcado en un discurso que es accesible como medio de comunicación en un medio escolar. En esta investigación no estudiaremos a la gráfica por su representación del concepto de función, sino por el uso que se da a la gráfica mismo que genera formas de hacer la lectura y esa forma nos va a proporcionar un funcionamiento que a su vez hará que el uso de la gráfica ponga en acción los conocimientos aprendidos.

Es nuestra pretensión indagar como usan los estudiantes de bachillerato las gráficas en un contexto extraescolar, es decir las gráficas, que se presentan en diversos medios como periódicos, libros de administración, economía o problemas planteados en su libro de texto, que propongan situaciones que les son cotidianas a los estudiantes, en esta situación los estudiantes usan y ponen en juego sus conocimientos que han adquirido en su entorno social y escolar para dar un uso a las gráficas, cómo ven, leen e interpretan la información contenida en una gráficas presentada en una actividad que no está ubicada en la clase cotidiana de matemáticas, además de cómo argumentan la información leída en esa representación gráfica extraescolar

Nuestra investigación sobre el uso de las gráficas se reporta en cinco capítulos. Describiendo brevemente cada uno:

Capítulo 1. En este capítulo se plantea la problemática de nuestra investigación, se hace una revisión de libros de texto del nivel bachillerato para ver que tratamiento se da a los conceptos ligados a la función y a la gráfica. El estado del arte sobre las gráficas y su uso, las investigaciones que sirven como marco de referencia la descripción del uso de las gráficas ubicadas en un contexto no escolar y otro desde la mirada de un emisor de las mismas. Las investigaciones sobre el uso de las gráficas en el discurso matemático de los libros de texto del nivel básico de educación hasta el nivel licenciatura también sobre otros puntos de vista sobre las gráficas como Roth y Lacasta.

Capítulo 2. El marco conceptual que ubica a nuestra investigación bajo diferentes puntos de vista que enriquecen y proporcionan marcos de referencia de la semiótica y la visualización.

Capítulo 3. Trata sobre los aspectos metodológicos de la investigación desde la búsqueda de las gráficas, la elaboración y puesta en escena de la actividad además las categorizaciones de los usos desde los cuales se analizarán las respuestas de los estudiantes a la actividad.

Capítulo 4. En este capítulo se hace el registro de las respuestas de los estudiantes además del análisis de cada actividad en que se aprecian las formas y los funcionamientos que generan su vez usos de la gráfica, y también ubicar que conocimientos matemáticos usan los estudiantes y como argumentan sus respuestas.

Capítulo 5. Conclusión de la investigación.

Capítulo 1: Antecedentes

1.1 Problemática

En el sistema escolar medio superior mexicano (Bachillerato) el acercamiento que tienen los estudiantes al concepto de gráfica se propone en diferentes cursos como un método de solución de un sistema ecuaciones lineales, como una tabulación de datos, como una representación de puntos de una función trigonométrica, la distancia entre dos puntos, como la gráfica de una función algebraica o trascendente; en cualquier caso el estudiante se queda sólo con la gráfica que representa a un objeto matemático que se da en un ámbito escolar. El uso de las gráficas en un ambiente escolar está regido por el discurso matemático escolar que el profesor y los libros de texto utilizan para tratar de mostrar un conocimiento matemático. De esto dan cuenta algunas explicaciones sobre qué es “gráfica” que se presentan en los libros de texto de diferentes cursos de matemáticas del nivel bachillerato. Aunque no es el objetivo de esta investigación analizar el discurso de los textos de matemáticas del nivel bachillerato, sobre la explicación de que es gráfica, se considera importante mostrar cómo se define a una gráfica en el discurso matemático escolar de los libros de texto institucionales ya que es de esta manera como se trata a la gráfica en la clase de matemáticas del nivel bachillerato.

Por ejemplo Cuéllar (2008), en el texto de Matemáticas 1 escribe qué es la gráfica en los temas: métodos de solución de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas, método gráfico y en el tema introducción a las funciones. En el capítulo 13, en el apartado titulado “*Gráfica de ecuaciones*” inicia el tratamiento de este concepto: “*Conocer la gráfica de una ecuación es importante porque nos permite observar propiedades y características de dicha expresión que son utilizadas en la interpretación y solución de problemas*” (p. 369).

Más adelante escribe como definición. “*El conjunto de todos los puntos que satisfacen una ecuación se llama **lugar geométrico o gráfica de la ecuación.***” (p.369). Para referirse a la gráfica de un objeto, en particular de una recta, menciona que:

“El lugar geométrico o gráfica de una ecuación de primer grado con dos variables es una recta, y recíprocamente, toda recta representa una ecuación de primer grado con

una o dos variables.” (p.370)...Decimos que la gráfica de una ecuación es completa cuando al marcar un número suficiente de puntos cartesianos hacen que un patrón o comportamiento de su curve sea evidente” (p. 372).

En ese capítulo, se explica el concepto de función y de otros elementos ligados a ella (dominio, rango variable, constante, relación, etc.) e incluye un concepto de gráfica de una ecuación sin establecer qué diferencia hay entre función y ecuación. Los ejemplos y ejercicios que se proponen están enfocados al trazo de gráficas de una ecuación lineal o cuadrática con dos variables por medio de la tabulación de datos, la determinación de intersección con los ejes de la gráfica de una ecuación, identificación de gráficas de función de las que no lo son aplicando la prueba de la recta vertical, se muestran ejemplos de gráficas de diferentes tipos de funciones asociadas a su respectiva expresión algebraicas.

En el capítulo 9, usa el método gráfico para dar solución a un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas, donde indica que se debe *“trazar la gráfica (recta) de cada ecuación en un mismo sistema de coordenadas cartesiano y su conjunto solución estará dado por el par ordenado (x, y) común a ambas rectas.”*(p.291) Las instrucciones de los ejercicios son: *trazar la gráfica de las ecuaciones que se indican, y otra actividad, resuelve por el método gráfico los siguientes sistemas de ecuaciones lineales.* (p.292)

Lo que llama la atención en este texto es que primero propone un uso del concepto de gráfica para resolver sistemas de ecuaciones, pero la definición de gráfica como la representación de una función, se estudia en un capítulo posterior. No es pretensión de esta investigación, tratar el orden curricular de los temas de estudio discurso matemático de los libros de texto, pero es importante señalar que en la secuencia del plan de estudios del curso de matemáticas primero se proponga un uso de la gráfica para resolver sistemas de ecuaciones, ¿será porque los estudiantes ya cuentan con una noción de lo que es una gráfica adquirida en niveles básicos de educación secundaria?

El mismo autor en su texto para el curso de Geometría Analítica, del nivel bachillerato (Cuéllar, 2010), propone el apartado *“Lugar geométrico o gráfica de la ecuación”* y dice que

El conjunto de todos los puntos que satisfacen una ecuación se llama gráfica o lugar geométrico de la ecuación (p. 12).

En este caso mantiene el mismo concepto de gráfica, pero agrega:

De acuerdo con la definición anterior, todo punto $P(x, y)$ que satisfaga una ecuación está en la gráfica que le corresponde, y viceversa: si un punto está en la gráfica de la ecuación, entonces satisface tal ecuación.

Para obtener la gráfica de una ecuación basta localizar cierto número de puntos que la satisfagan y dibujar la línea continua que los une (la línea puede ser una recta o una curva) (p. 12).

Lugar geométrico o gráfica de una ecuación de primer grado (se le llama así porque el máximo exponente de ambas variables es 1) es una recta (p. 13).

Las actividades que se deben realizar son las propias del curso, tabulación, ubicación de punto y trazo de gráficas de la ecuación de la recta, circunferencia, parábola, elipse e hipérbola.

En Méndez (2007), se presenta un párrafo titulado: “Concepto de lugar geométrico”.

Definimos un lugar geométrico como la gráfica cuyos puntos satisfacen una ecuación algebraica con dos variables, que se colocan en un plano cartesiano y tiene soluciones reales. La cantidad de puntos que forman la gráfica está directamente relacionada con el número de soluciones de la condición algebraica.

En otras palabras, toda pareja ordenada (x, y) de números reales que satisface una ecuación pertenece a la gráfica y la solución de ella (p. 18)...Es necesario definir un lugar geométrico cuando:

- *Se tiene una ecuación y es necesario encontrar el lugar geométrico que representa*
- *Se plantean algunas condiciones de un lugar geométrico y nos piden hallar su ecuación.(p.19)*

El autor define directamente lugar geométrico como gráfica para posteriormente en sus ejercicios da un significado de gráfica al objeto representado en un plano cartesiano y también a la acción de dar valores a una de las variables.

Las actividades que se realizan en ambos textos son las propias del curso: graficar puntos, encontrar la ecuación y la gráfica que representa el lugar geométrico, tabulación de valores, intersecciones con los ejes, simetría con los ejes, simetría al origen, ubicar puntos en el plano y calcular la distancia entre ellos, calcular la división de un segmento en una razón dada, el punto medio entre dos puntos, ángulo de inclinación de un segmento, pendiente de una recta, ángulo entre rectas, paralelismo y perpendicularidad entre rectas, ecuación de la recta, su transformación algebraica, y representación gráfica, ecuación de la circunferencia en su forma ordinaria con centro en el origen y con centro fuera del origen, transformaciones algebraicas y sus representaciones gráficas, en los siguientes capítulos se estudian la parábola, la elipse y la hipérbola como lugar geométrico, sus elementos y ecuaciones.

Las actividades con relación a la gráfica son de construcción de la misma pero no de interpretación de gráficas situadas en contextos extraescolares.

Lo anterior muestra que en el curso de Matemáticas III la actividad que se desarrollan en los cursos de matemáticas tiende hacia la construcción de gráficas pero no desarrollan otro tipo de tareas como la interpretación de las mismas para obtener y dar información esto es, los libros de texto no contienen actividades que muestren gráficas similares a las que aparecen en otros medios no escolares, como los periódicos. Una finalidad de la matemática escolar es que los estudiantes de bachillerato deberían saber cómo utilizar los conocimientos matemáticos que aprenden en clase sobre gráficas y que los usen en la interpretación de la misma cuando estas gráficas se presentan en situaciones extraescolares.

En el libro de texto para el curso de matemáticas IV: Funciones, Ortiz (2007) nos dice que “*Una función es una relación en que a cada elemento del dominio corresponde uno y sólo un elemento del contradominio*” (p. 13). En otra parte del texto este autor resume que “*Una función es una **relación** en que no hay dos pares ordenados diferentes con el mismo primer elemento*” (p. 15).

Los diferentes autores de libros de texto de matemáticas IV hacen una clasificación de funciones en general en algebraicas y trascendentes; Ortiz (2007) considera a las algebraicas como “*aquellas cuyo valor se puede obtener mediante un número finito de operaciones algebraicas*...” “*Las funciones algebraicas pueden ser racionales o irracionales*” (p.16).

Por otra parte, Cruz (2000) propone una clasificación de funciones en las que ubica a las funciones por intervalos seccionadas, como se muestra en el siguiente cuadro (ver figura 1.1) .

Funciones	Algebraicas	Polinomiales	Constante Identidad Lineal Cuadrática
		Racionales	
		<u>Por intervalos</u>	<u>Seccionadas</u> Valor absoluto Entero mayor Signo
		Irracionales	Raíz cuadrada Raíz enésima
		Compuestas	Inversas
	Trascendentes	Trigonómicas Trigonómicas inversas	
		Exponenciales	Logarítmicas

Figura 1.1. Clasificación de funciones

Nuestra investigación trata sobre las funciones lineales seccionadas. Las funciones seccionadas a diferencia de las funciones lineales no toman como su dominio todos los valores de los números reales sino que se va marcando con intervalos.

Cruz (2000) propone un tratamiento sobre funciones por intervalos de la siguiente manera: “*En ciertos casos la función no se da como una fórmula, sino con varias, para distintos intervalos de su región de definición*”.

Muestra el siguiente ejemplo:

$$r \quad f(x) = \begin{cases} -2 & \text{si } x \leq -3 \\ 0 & \text{si } -3 < x \leq 3 \\ 2 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

El dominio de esta función se compone de tres intervalos

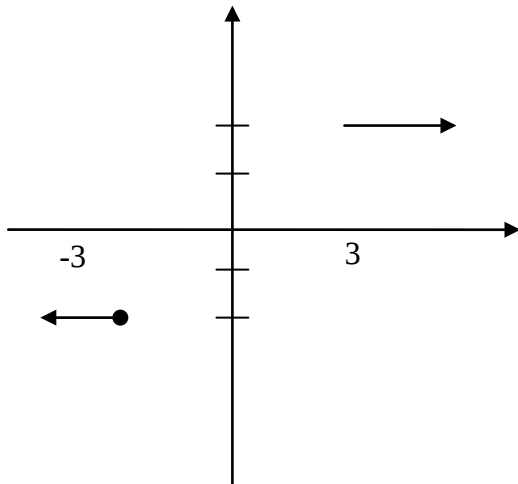
$$(-\infty, -3], (-3, 3] \text{ y } (3, \infty)$$

Entonces, al graficar este tipo de funciones lo haremos por las SECCIONES en que se divide al dominio.

Aquí la gráfica de $f(x)$ en cada sección es una recta paralela al eje X , puesto que $f(x)=-2$, $f(x)=0$ y $f(x)=2$ (que son constantes).

Dominio=Reales

$$\text{Imagen} = \{-2, 0, 2\}$$



Cuéllar (2006) propone lo siguiente para la función por secciones

La función definida por partes

Algunas veces las funciones se definen por medio de dos o más expresiones; a tales funciones se les llama funciones definidas por partes.

Ejemplo

$$f(x) = \begin{cases} 2x+6 & \text{si } x < 1 \\ x^2 & \text{si } 1 \leq x < 3 \\ 1 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

Se hace una revisión de conceptos relacionados a la gráfica, para lo cual se consultaron libros de texto de bachillerato que los estudiantes y los profesores utilizan en su cotidiano escolar, tanto en sus cursos de matemáticas como material de consulta, en la escuela donde doy clases, para conocer el discurso matemático con el que los estudiantes se supone los estudiaron en sus clases de matemáticas.

Los conceptos matemáticos relacionados al concepto de gráfica de una función lineal se describen a continuación son:

- Sistema coordenado

Ortiz (2007, p.6) *Sistema coordenado rectangular consiste en dos rectas perpendiculares entre si que se cortan en un punto 0, al que se llama **origen del sistema**.*

*Dichas rectas se llaman **ejes coordenados**. El eje se denomina eje xx' , eje x , eje de las abscisas, y el eje vertical yy' , eje y o eje de las ordenadas... Los ejes pertenecen a un plano que se divide en cuatro regiones llamadas **cuadrantes***

- Par ordenado

El concepto de par ordenado se trata con diferentes nombres en los libros de texto de nivel bachillerato.

- Méndez (2008, p.13) “Parejas ordenadas *Representación matemática con un orden determinado*”
- Cuéllar (2010, p.5) “Las coordenadas cartesianas de un punto P del plano respecto a este sistema de referencia son el par de números reales (x, y) , donde y representa la distancia dirigida de P al eje de las abscisas y x la distancia también dirigida de P al eje de las ordenadas”.

- Salazar (2005, p.14) *“Si en un plano cartesiano fijamos un punto P, si trazamos desde ese punto líneas perpendiculares a los ejes, esas perpendiculares son las proyecciones del punto sobre los ejes y se conocen como coordenadas”*

- Pendiente

Salazar (2005, p. 55). *“La pendiente puedes ser interpretada de dos maneras diferentes por lo menos: una en sentido geométrico, otra como razón de cambio o ritmo de variación. La pendiente de una recta es la tangente de su ángulo de inclinación ($\tan \alpha$), que pasa por los puntos $P(x_1, y_1)$ y*

Q(x_2, y_2) está dada por $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

- Función creciente

Ortiz (2007, p. 17) *Si los puntos x_1, x_2 son tales que $x_1 < x_2$ se obtienen sus imágenes respectivas que mantienen la relación $f(x_1) < f(x_2)$ entonces la representación geométrica corresponde a una función creciente, si se tiene un ángulo agudo en consecuencia, la pendiente es positiva. Una función lineal es creciente significa que tiene la pendiente positiva”.*

- Función decreciente

Ortiz (2007, p. 18) *Si los puntos x_1, x_2 son tales que $x_1 < x_2$ se obtienen sus imágenes respectivas que mantienen la relación $f(x_1) > f(x_2)$ entonces la representación geométrica corresponde a una función decreciente, si se tiene un ángulo obtuso en consecuencia, la pendiente es negativa. Una función lineal es decreciente significa que tiene la pendiente negativa.*

- Intervalos

Cuéllar (2008, p. 3) *“La notación y la terminología de intervalos se utiliza para describir conjuntos numéricos. Los intervalos son subconjuntos de los números reales.*

- Punto máximo

Ortiz (2007, p.105) *“En la ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$ se dijo que si $a > 0$ la curva abre hacia abajo y la curva tiene un máximo...tiene un punto máximo (el punto más alto)”.*

Cuéllar (2007, p. 216) “Para que un punto de una función sea un máximo o un mínimo local o relativo, se requiere que en dicho punto $f'(x) = 0$ o bien que no esté definida”.

• Función constante

Ortiz (2007, p. 69) “Sea $f: \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$ tal que $f(x) = k$ con $k, x \in \mathcal{R}$. La gráfica de la función constante es el conjunto de puntos del plano que representa a los pares ordenados de la función; su primera componente es un número real y su segunda componente es el valor de la constante”.

Esta rápida revisión de textos escolares señala que si bien en Matemáticas se suele favorecer un cierto uso de las gráficas, aún sin conocer las definiciones formales asociadas a la gráfica, en cursos posteriores las tareas son relativas a la obtención de la gráfica –como un fin en si mismo- incluyendo la formalidad de conceptos matemáticos como puntos coordenados, ejes, ecuaciones sin que haya un uso que las relacione con ámbitos extraescolares.

Por otra parte, en mi ejercicio docente he observado que los estudiantes de bachillerato generalmente no logran relacionar lo que aprenden sobre las gráficas que estudian en sus cursos de Matemáticas 1 (sistemas de ecuaciones) con las gráficas que estudian en el curso de geometría analítica (ecuación de la recta y su gráfica) y relacionarla con la gráfica de una función lineal, que estudian en su curso de pre cálculo. Esto es, no hay un conocimiento continuo y significativo alrededor de la gráfica de la escuela.

Además, para los estudiantes no hay relación entre las representaciones gráficas lineales que estudian en la escuela con las gráficas que se publican en medios no escolares. Consideran que las gráficas socialmente compartidas –como las de los periódicos- no tienen relación con los conocimientos de matemáticas con que cuentan hasta ese momento. Así para un estudio las gráficas son objetos que se estudian y construyen en el Bachillerato y son totalmente ajenas a lo que ocurre fuera de la escuela.

Finalmente, también he constatado a través de mi práctica docente que la mayoría de los profesores de matemáticas nos contentamos con enseñar a construir gráficas por algún procedimiento, de

tabulación por ejemplo, pero nos ocupamos muy poco de la interpretación de una gráfica ya construida o de su manejo en la construcción de otros conocimientos matemáticos relacionados a ella. Nos quedamos con la idea de que por el hecho de construir una gráfica, nuestros estudiantes están capacitados para realizar interpretaciones de las mismas en cualquier situación o de saberlas manipular de alguna manera que los apoye y puedan dar un uso al contenido de las gráficas. Pareciera que las gráficas en realidad no nos dicen nada (Buendía, 2012).

He tratado de fomentar cierta “cultura” de uso de gráficas, es decir, que los estudiantes no sólo sepan construir una gráfica para un determinado tema o curso en su estancia en el nivel bachillerato, sino que puedan transitar hacia la interpretación de las gráficas y puedan conocer el plano, manipular los parámetros necesarios de la representación gráfica así como identificar por ejemplo de una recta aspectos como las intersecciones con los ejes X y Y , la pendiente, etc. y dar un significado para obtener y dar información.

Realizar actividades con gráficas en el salón de clase implica que en su construcción o interpretación se pondrán en juego conocimientos matemáticos escolares por parte del estudiante y por parte del mismo docente. Eso supone que tanto la gráfica como los elementos que la conforman deberán ser realmente usados de acuerdo a una situación específica, como algo más que lograr la representación gráfica de una función.

Con base en lo anterior, el interés por desarrollar este tema de investigación surge de la observación continua en el aula, y en particular, del trabajo sobre gráficas que desarrollan los estudiantes. Me he percatado de que el estudiante cree que la actividad ligada a las gráficas sólo es de construcción que se debe estudiar pero no de interpretación ni de ningún otro uso de la misma y es un tema además que el profesor debe enseñar porque lo marca el plan de estudios que rige a la institución escolar. Como consecuencia directa, el estudiante se queda con la idea de que las gráficas que estudia en los textos escolares no tienen relación alguna con las gráficas que se muestran en revistas financieras, periódicos, o textos de administración y economía.

Las preguntas que nos hacemos son entonces: ¿las gráficas pueden ser usadas de diferentes maneras? Cuando se leen e interpretan gráficas ¿los conocimientos escolares que se supone fueron

aprendidos tienen utilidad? ¿Cómo las gráficas pueden ser usadas para obtener y dar cierta información? ¿Qué conocimientos matemáticos ponen en juego los estudiantes de bachillerato para dar un uso a las gráficas?

Así, no investigaremos sobre las gráficas como un concepto escolar, es decir, sólo como la representación de función matemática, sino a la gráfica como portadora de información que va a tener algún uso y que además ese uso es particular como el caso de los estudiantes del nivel bachillerato. La pregunta central de la investigación y que consideramos engloba las anteriores es: ¿Cómo usan los estudiantes de bachillerato las gráficas para dar respuesta a una situación particular propuesta?

1.2 Estado del arte sobre las gráficas y su uso

Sobre la gráfica se han realizado diversas investigaciones que nos proveen de diferentes puntos de vista sobre la actividad que se puede hacer con y de ella. Los puntos de vista teóricos son variados pero convergen en que la gráfica sea objeto de estudio desde el punto de vista del concepto de función o de su interpretación.

En esta investigación vamos a indagar sobre la gráfica como portadora de información que va a ser usada de alguna manera por estudiantes.

1.2.1 Las gráficas en contextos no escolares

Dolores y Cuevas (2007), definen *a una gráfica en los libros de texto como una representación entre dos y tres variables y se considera como herramienta visual útil porque posibilita la detección de tendencias, facilita las comparaciones y se constituyen como un medio idóneo para analizar el comportamiento de fenómenos de variación* (p.75- 76).

Proponen una serie de acciones sistemáticas sobre la gráfica: 1) *¿qué cambia?*, 2) *¿cuánto cambia?*, 3) *¿cómo cambia?* 4) *¿qué tan rápido cambia?*, 5) *¿cómo se comporta globalmente la gráfica?*

Dicha investigación es de corte cualitativo y tiene como objetivo explorar qué lecturas o interpretaciones realizan estudiantes de educación básica sobre gráficas socialmente compartidas, en ambiente escolares y extraescolares, como los medios de comunicación e información. Las gráficas se seleccionaron de periódicos y revistas, que fueran fácilmente leídas e interpretadas en tiempo razonable (ver figura 1.2.)

Los investigadores consideran que las gráficas son objetos que ya no sólo se enseñan en la escuela sino que su uso se ha extendido a otros ambientes sociales en donde la gráfica ya no es un objeto matemático sino que es un portador de información que es requerida por un ciudadano común y que cuando lee o interpreta una gráfica se da en un contexto determinado, regido por un motivo social.

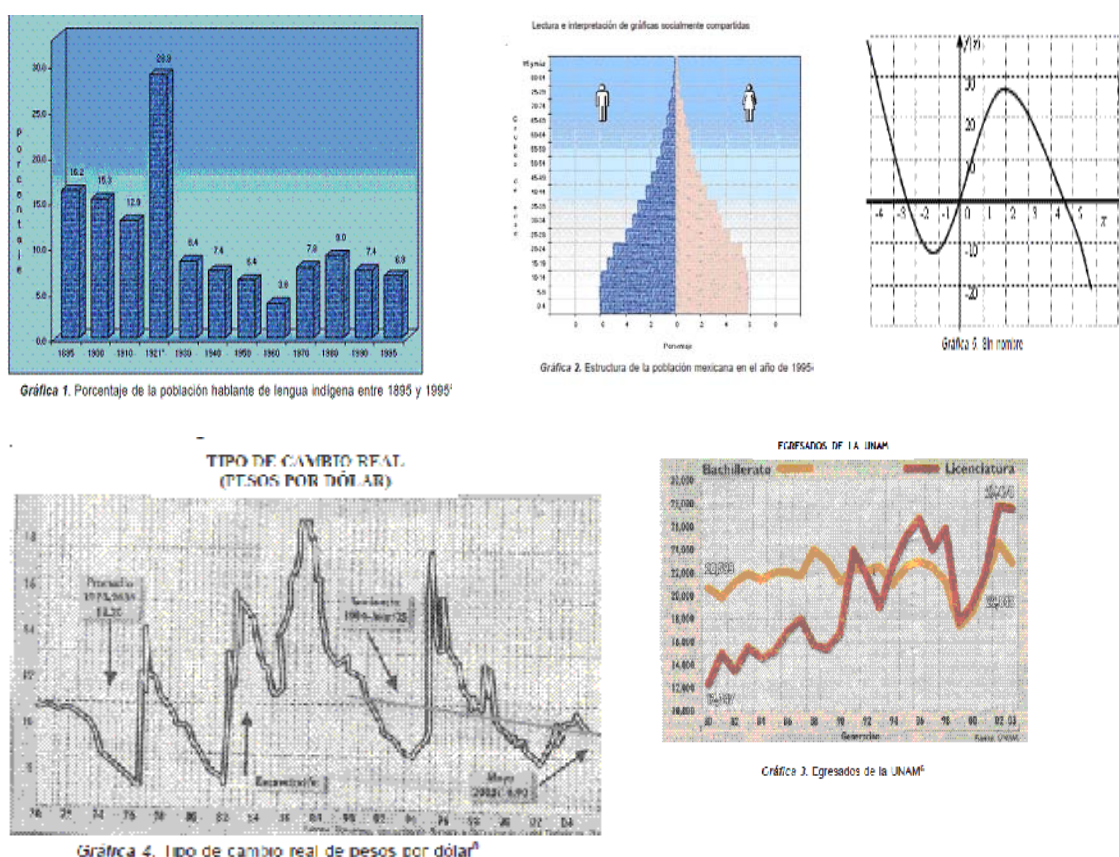


Figura 1.2. Graficas de la actividad de Dolores y Cuevas (2007)

En la actividad participaron estudiantes de sexto grado del nivel básico primaria, y del tercer grado del nivel básico secundaria, fuera de un escenario escolar, sin la presencia de sus profesores. La investigación se centra en ver los procesos de interpretación o lectura de gráfica desde el punto de vista de los estudiantes y con las acciones propuestas además de *explorar el sentido y significado de los conceptos y propiedades de las gráficas, así como las inconsistencias o errores exteriorizados por los estudiantes (p.83).*

En el siguiente cuadro (figura 1.3) se resumen las acciones y lo que involucra cada uno así como información encontrada en el análisis de las respuestas de los estudiantes.

	Acciones sobre las	Lo que se encontró en las respuestas de los
--	--------------------	---

	gráficas	estudiantes
¿Qué cambia?	Identificación de variables Ubicar puntos Determinar intervalos	Lo que cambia se expresa en variables definidas, los estudiantes las identificaban y usaban en sus interpretaciones, aún en los ejes etiquetados con x y $f(x)$, asocian con variables conocidas. Aunque también algunos estudiantes hacían interpretaciones erróneas sobre qué variables estaban representadas en las gráficas.
¿Cuántos cambia?	Comparación y operación de resta entre estados finales e iniciales	La acción referente a esta pregunta no aparece en alguna lectura, sólo algunas comparaciones que sugieren el uso de estimaciones visuales.
¿Cómo cambia?	Determinar si la gráfica crece, decrece o es constante	La acción referente a esta pregunta, las expresiones más frecuentes fueron aumentó, disminuyó, subió, bajó, aumentó poco, subió muchísimo más. Se nota que la lectura es dato por dato y de izquierda a derecha, como se lee cualquier texto, no hacen cálculos para expresar que cantidades o razones de cambio para indicar la variación de comportamiento.
¿Qué tan rápido cambia?	Emplear la razón promedio de cambio en la variables independiente y la variable dependiente.	No hacen cálculo de cambio promedio para analizar la rapidez de comportamiento
¿Cómo se comporta globalmente?	Uso de la razón de cambio instantánea (Derivada) Precisar intervalos de crecimiento y decrecimiento.	En la lectura que hacen los estudiantes, no toman en cuenta todos los datos que se presentan en la gráfica, los estudiantes de primaria dan importancia a valores máximos y mínimos, en las gráficas poligonales es notable la preferencia que dan a la trayectoria de la curva. En la lectura de gráficas socialmente

	máximos mínimos y puntos de inflexión	compartida los estudiantes leen los datos adicionales presentados en ellas, pero tuvieron dificultades en dar un significado al comportamiento de las variables.
--	---------------------------------------	--

Figura 1.3. Resumen del análisis de la actividad de Dolores y Cuevas (2007).

Sobre la lectura de las gráficas poligonales, los estudiantes privilegian la trayectoria de la curva en cuestión, sobre el contenido. En las gráficas socialmente compartidas que mostraban información en cuanto a títulos o letreros, nombres de las variables, los estudiantes leían esta información pero no mostraban mucho dominio en el comportamiento de las variables. En la gráfica escolar, los estudiantes tuvieron dificultades para entender y leer ya que consideraban que faltaba alguna tabla de datos.

En el análisis de las respuestas de los estudiantes los investigadores mencionan inconsistencias y dificultades encontradas, que aún cuando no era el propósito de la investigación no se pueden pasar por alto. Por ejemplo en la lectura de la gráfica1 (ver figura 1.4); dos de los estudiantes de secundaria, Reina e Irving mencionan: *Es una información sobre el aumento y disminución de las lenguas indígenas. La primera gráfica es una información sobre el aumento y la disminución de las lenguas indígenas, muestra el porcentaje de la población que habla lengua indígena que ha disminuido del año 85 al 95.* En su análisis final los investigadores reportan que. *Algunos estudiantes dijeron sobre las variables de la gráfica 1, “que aumentó las lenguas indígenas en 1921 a 1985 y que ya después de 1921 disminuyó hasta 1960; es un aumento y disminución de las lenguas indígenas”. Sus lecturas indican que la variable es el número de lenguas indígenas en lugar del porcentaje de la población mexicana hablante de la lengua indígena.*

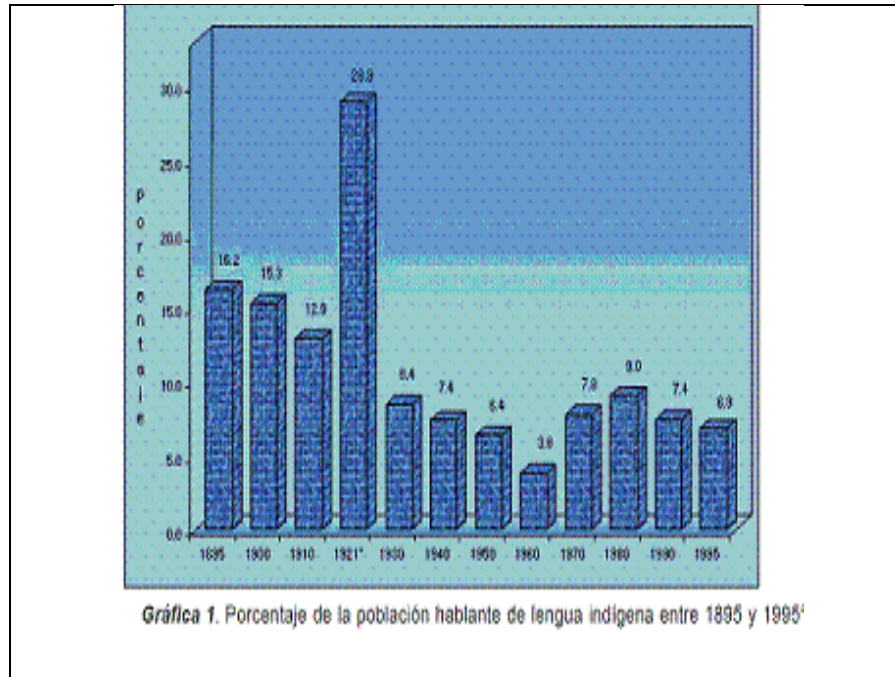


Figura 1.4. Gráfica de la actividad 1 de Dolores y Cuevas (2007)

Las variables que se muestran en la figura 1.4, son la cantidad de hablantes de lengua indígena expresada en porcentaje y el tiempo, medido en años, en este caso se privilegian ciertos significados para una de las variables, en lugar de un porcentaje expresado en la gráfica, o bien que los estudiantes no toman en cuenta elementos en la gráfica que representan algún significado, así que terminan asignándole uno para dar un argumento a su lectura. Otra observación es la forma en que leen los años refiriéndose al año 85 al 95, pero el año 85 no aparece en la escala no se menciona que se hagan interpolaciones en las respuestas de los estudiantes. En la lectura de las gráficas se privilegia para cierta variable un significado, en lugar de un porcentaje expresado en la gráfica, o bien que los estudiantes no toman en cuenta elementos en la gráfica que representan algún significado, así que terminan asignándole uno para dar un argumento a su lectura.

Esta investigación es una gran proveedora de criterios en la selección de las gráficas como son las variables que se mostrarán en las gráficas, el tema que se trata en la gráfica, el mensaje de la nota en extenso, que se seleccionarán para la propuesta de actividad en nuestra investigación.

Además proporciona una perspectiva sobre lo que se puede esperar en las argumentaciones de las respuestas de los estudiantes del nivel bachillerato, por ejemplo: si toman en cuenta las variables de la gráfica o cambian el significado, si hacen lectura de los datos que se presenten en la misma, si usan o no la información adicional de la figura.

Otra investigación donde las gráficas son ubicadas en contextos no escolares es la realizada por Chi (2009), quien pretende indagar cómo las gráficas son usadas desde el punto de vista del emisor para comunicar información en diferentes ámbitos sociales. Las gráficas salen de un contexto escolar para ser usadas como herramientas para informar, convencer, comparar, predecir, etc. de manera que sirven a un grupo social para alcanzar metas específicas.

Chi (2009) usa como línea de investigación la práctica social y el pensamiento y lenguaje variacional. Revisa gráficas que se publican en el periódico REFORMA, hace un análisis de las notas que se divulgaron acompañadas de gráficas, el tipo de gráficas usadas así como las condiciones enunciativas de su discurso.

Es importante señalar que la metodología utilizada por Chi sale de la forma en que han realizado otros trabajos dentro de la línea de investigación sobre el uso de las gráficas, puesto que nos muestra el punto de vista de un constructor de gráficas. Así la gráfica se muestra no sólo como una representación matemática, sino que pretende comunicar información que puede ser usada de diferentes formas, por diferentes usuarios.

La metodología que usó consiste en seleccionar gráficas con ciertos criterios de cotidianeidad de los términos que se involucran en las gráficas, que las gráficas fueran discretas o continua, con máximos y/o mínimos, criterios de presentación en barras o en líneas

Realizó una entrevista a un economista con maestría en periodismo y con experiencia de 15 años trabajando en los medios de comunicación y que en sus publicaciones frecuentemente usa gráficas. Las gráficas que se eligieron se le presentaron al entrevistado para que las leyera, interpretara y comentara cómo usaba las gráficas en su labor periodística. Para esto se utilizó un cuestionario guía

para obtener información más precisa sobre la lectura que se hace en las gráficas, basado en preguntas como: ¿Qué cambia?, ¿Cuánto cambia? y ¿Cómo cambia?

El análisis de la entrevista se realizó tomando las tres partes que forman el estudio de la práctica social declarada por Chi: el contexto, las herramientas y las actividades, mismas que describiremos brevemente a continuación.

El contexto sitúa al informador en una estructura existente en una estructura establecida. Esto hace necesario recordar que la estructura periodística consta de seis partes: título de la nota, título principal, resumen de nota, nota en extenso, nota numérica y gráfica. Esta estructura tiene como propósito que el emisor responda a fines comunicacionales para decir el qué, el cómo, y el porqué del fenómeno informativo: en cuanto principios de asequibilidad y simplicidad de la información deben hacer que ésta sea accesible y entendible para el lector. El comunicador debe situar lo que quiere decir en un contexto que le permitan acotar el conjunto de acciones que el lector deba interpretar sobre la nota periodística ya que son ellas las que orientan sobre el cambio o permanencia de cierto fenómeno, estas condiciones se aplican por igual a las notas numéricas o gráficas. El comunicador pretende que el lector de un sentido y un significado a los discursos que se le proponen.

Incluir datos adicionales que enriquecen a la representación gráfica ya sea en la figura misma como en la nota en extenso es el uso de herramientas y que es de alguna manera una guía para que el lector pueda comparar, medir, predecir variables, que el emisor de gráficas incluye como dato adicional a la gráfica para que el lector pueda comparar como cambia una variable con respecto a otra, en este caso predomina el uso de expresiones como: “mayor, igual, más grande, etc”. diciendo con respecto a quien se hace esa comparación. La medición de variables debe expresar cómo han sido cuantificadas, si se hace debe ser con la misma unidad de medida así como la forma en que se mide para dar énfasis a cierto aspecto de la situación que se presenta de esta manera el lector ve si hay un crecimiento o decrecimiento de cierta variable. Es la forma en se da un significado a la información ya sea por la posición o ubicación de los datos, en la figura o en la nota en extenso.

Cuando la medición y la comparación se combinan se puede predecir, entendiendo a la predicción como:

“aquella necesidad del hombre de adelantar el tiempo a conveniencia para conocer estados futuros, es decir se echa mano de los estados actuales para conocer los estados futuros (Cantoral, 2001)” Para hacer esto claro está implica el conocer un modelo mínimo matemático que relaciones la variable que a uno le interesa con otras variables que ayuden a conocer los estados futuros (p.74)...el uso de la predicción en los medios de comunicación aparece y ello puede ser de forma gráfica o con explicaciones que evidencia el cambio de variables de las cuales depende la variable a predecir a lo largo de la nota (p. 78)

Esto se puede leerse en frases como “Bajará 55% flujo mundial de capitales, prevé OCDE baje 13% inversión en 2008, etc.

El papel que juegan las gráficas en una nota periodística es importante ya que puede servir como prueba de veracidad de lo que afirma la nota. Otra razón es por la naturaleza de la misma gráfica de actuar como dispositivo que cumple con los principios que norman al discurso informativo, (asequibilidad y simplicidad). Para corroborar lo que se dice en un medio informativo los comunicadores recurren a la reconstrucción de hechos, la entrevista, la fotografía, la gráfica y/o la presentación de datos.

En general lo que pretende un emisor de gráficas es convencer, simplificar información, y probar que un fenómeno permanece o cambia, y cómo se comporta en un tiempo, además de convencer a un mayor número de lectores.

Los hechos que ocurren deben ser comunicados y es el comunicador quien tiene que darlos a conocer, por lo que una de sus funciones es simbolizar esos hechos, pensando en el público al que quiere presentarle la información. Un emisor usa las gráficas como herramienta para comunicar información que es de interés a cierta población. Esta información tiene un mensaje y su fin es dar a conocer los hechos: en este caso la grafica cumple un fin que es ser usada para obtener información de lo que es cotidiano para un determinado lector.

El aporte que da esta investigación a mi trabajo es la representación por medio de gráficas de aquello que se quiere comunicar y cómo un receptor interpreta y argumenta sobre lo que ve en la gráfica para un fin específico. En este caso la gráfica es usada para comunicar o transmitir un mensaje que no está en un contexto escolarizado y lo trasciende. Esto nos proporciona una idea del contexto en que el emisor de una gráfica quiere comunicar en lenguaje de signos que tienen como finalidad hacer que este tipo de graficas sean portadoras de información y que esos signos tienen un significado y un sentido que será leído e interpretado por un lector para obtener información y a su vez comunicarla.

1.2.2 El uso de las gráficas.

Otra investigación sobre el uso de las gráficas es el realizado por Flores (2005). En su trabajo se propone encontrar un marco de referencia en el que se ubique a las gráficas de funciones a través de la manifestación de sus usos en el discurso matemático escolar, donde se propicie la resignificación del conocimiento. Ella ha evidenciado dos cosas: cómo vive la graficación en el discurso matemático escolar de los libros de texto de educación básica y la formulación de la génesis del uso de la gráfica en dicho discurso. Para ello hace una revisión de los libros de texto gratuitos de matemáticas y ciencias naturales del nivel básico primaria y libros de texto de matemáticas del nivel básico secundaria. Se propone encontrar el momento en que el concepto de gráfica aparece dentro del currículo de este nivel educativo y cómo es tratado desde sus inicios y también como va evolucionando este objeto matemático en el discurso matemático de los libros de texto.

En esta investigación se identifican tres momentos en el discurso de los libros de texto: Momento del síntoma de uso de la gráfica, momento del uso de la gráfica de la función, y momento del uso de la curva. Se muestra un resumen y ejemplos en el siguiente cuadro (ver figura 1.5).

Momento del síntoma de uso de la gráfica de una función	Momento del uso de la gráfica de la función	Momento del uso de la curva
Se hace presente en los	Curricularmente se	Curricularmente aparece en el

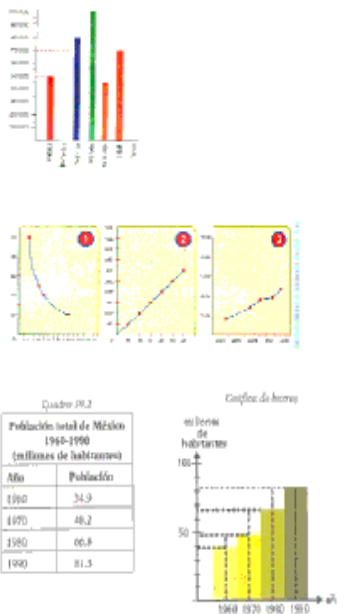
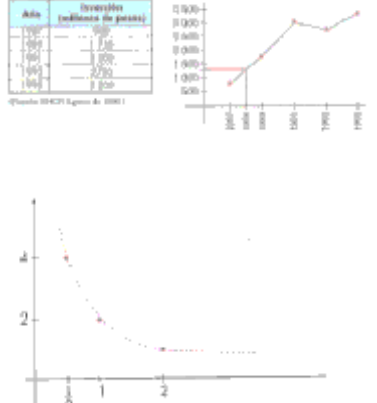
libros de texto de los primeros niveles, el concepto de gráfica y de función no son curricularmente declarados	menciona la palabra gráfica	nivel secundaria el concepto de función y su gráfica, manifestándose el comportamiento de la curva.
		

Figura 1.5. Momentos en el discurso del libro de texto

Describiremos el momento del uso de la curva de la función ya que ejemplos de gráficas como los que se muestran están consideradas en el currículo de las gráficas en el nivel bachillerato se estudia en tres direcciones:

Comportamiento de las cantidades discretas	Comportamiento geométrico	Comportamiento de cantidades continuas
Los funcionamientos de las gráficas enfocan la atención hacia la curva para explicar el comportamiento de las cantidades que arrojan los datos, censos y registros	Los funcionamientos de las gráficas se enfocan hacia la curva y sus transformaciones	Explica el comportamiento de cantidades continuas que se obtienen de funciones y fenómenos interpretados por tablas y gráficas

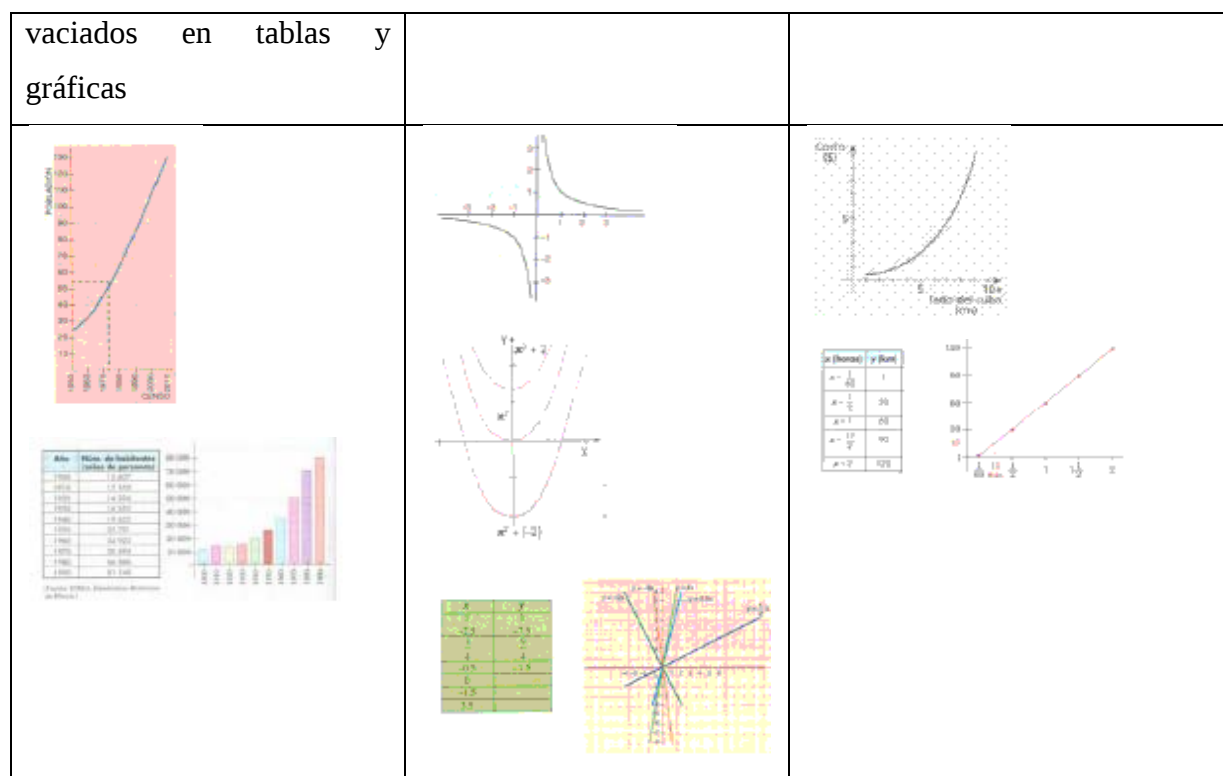


Figura 1.6. Momento del uso de la curva de la función

Al mismo tiempo propone una categorización de los usos de la gráfica, por medio de la forma y el funcionamiento de la misma. El cual se muestra en la figura 1.7.

Categoría	Reproducción y comparación de trayectoria	Patrón de tareas que usan gráficas en las cuales se plasma, comparan trayectorias en retículas cuadriculadas.
Categoría	Análisis de información	Patrón de tareas en la cual se recopila, organiza, compara e interpreta datos e información en tablas, pictogramas, histogramas y gráficas de barras, poligonales y de sectores.
Categoría	Reproducción de figuras	Patrón de tareas en el cual se reproducen figuras en retículas cuadriculadas, triangulares o punteadas, con ausencia o presencia de ejes de referencia
Categoría	Ubicación y desplazamiento	Patrón de tareas en la cual se realizan ubicaciones y desplazamientos en planos, mapas, o planos cartesianos (con presencia o ausencia de retículas) de móviles y puntos

Categoría	Distribución de puntos	Patrón de tareas que usan y comparan tablas y gráficas contiguas, de puntos que se distribuyen y varían de cierta manera.
Categoría	Asociación curva expresión algebraica	Patrón de tareas en la cual se plasman gráficas con curvas que se asocian con una expresión algebraica
Figura 1.7. Categorización de usos.		

En cada categoría se proponen formas como mapas, tablas, gráficas de barras, gráficas poligonales y de sectores, con escalas de referencia. Y funcionamientos como punto en el plano para establecer sus coordenadas, análisis de datos e información en el plano cartesiano, constituyéndose todos estos elementos en un marco de referencia sobre el desarrollo de uso de las gráficas de funciones en el tránsito escolar del discurso matemático escolar del nivel básico. Así, Flores está señalando por forma a la apariencia visible o a diversas representaciones de las gráficas en los libros de texto y por funcionamiento considera la ubicación, comparación de trayectorias, trazo, reproducción de retículas, análisis de datos e información, establecimiento de coordenadas. Para Flores la forma y el funcionamiento no está regido por un orden en particular que anteponga una forma a un funcionamiento o bien un funcionamiento para una forma, por ejemplo: si una actividad del libro de texto es comparar una trayectoria para ser reproducida en alguna retícula cuadrada, se aprecia que la forma y el funcionamiento no mantienen una jerarquía que priorice una al otro.

Esta investigación nos provee de una referencia sobre la génesis del estudio de las gráficas en los niveles básicos de educación. Nuestra investigación al igual que la de Flores, está ubicada en el mismo sistema educativo mexicano, los estudiantes a los que se aplicará la actividad propuesta en nuestro trabajo han usado los libros de texto del nivel primaria, y algunos de nivel secundaria, por lo que se considera han estado expuestos a las actividades que se proponen sobre gráficas. Podemos suponer que tienen alguna noción sobre la lectura e interpretación de gráficas dentro de actividades que les sean propuestas.

Siguiendo esta misma línea de investigación Cen (2006) realiza la revisión de los programas de estudio del nivel medio superior (bachillerato), con el objetivo de conocer el estatus epistemológico de la gráfica, cómo es tratada y cómo se hace presente la graficación en el discurso matemático escolar en los libros de texto del nivel bachillerato. Para esto analiza libros de texto de matemáticas sugeridos en el programa de estudios del nivel medio superior del Instituto Politécnico Nacional (IPN), a fin de caracterizar los usos a través de los funcionamientos y las formas y entender cómo se caracteriza la graficación en los diferentes libros de texto de matemáticas.

Los usos a través de sus formas y funcionamientos que Cen identifica en los libros de texto de matemáticas en el sistema escolar de bachillerato son: la distribución de puntos, comportamiento geométrico, análisis de la curva, cálculo de área y volumen y análisis de información. Cada uso se caracteriza por la forma y un funcionamiento (ver figura. 1.8)

Uso	Forma	Funcionamiento
Distribución de puntos	Tablas con valores preestablecidos, gráficas y ecuaciones Tabulación	Ubicación de puntos. desplazamientos en el plano cartesiano, variación de puntos para el trazado de curvas continuas, identificar puntos críticos de la función (ceros o indefiniciones)
Comportamiento geométrico	Traslación horizontal o vertical, estiramiento o reflexión de la gráfica	Obtención de nuevas gráficas de funciones a partir de una conocida Asociación gráfica expresión algebraica.
Análisis de la curva	Tabla de variación de criterios de primera y segunda derivada	Analizar el comportamiento (crecimiento o decrecimiento) en intervalos para ubicar máximos y mínimos, puntos de

		inflexión y las concavidades
Cálculo de áreas y volúmenes	Integración	Definir la superficie del área o superficie a rotar.
Análisis de información	Gráficas de barras, poligonales, histogramas y la curva normal	Recopilar, comparar, e interpretar datos e información

Figura 1.8 Caracterización de usos

La investigación de Cen muestra la evolución de la gráfica en las diferentes asignaturas de matemáticas que conforman el programa de estudios del nivel bachillerato, los funcionamientos y formas que asumen en cada uso contribuyendo a la resignificación del conocimiento matemático. Esto permite enmarcar en los usos de las gráficas en nuestra investigación.

Todas estas investigaciones tienen en común indagar cómo vive la grafica más allá del las clase de matemáticas. Las gráficas como objeto de estudio ya sea por la forma en que pueden ser leídas e interpretadas, por la información que portan a través de los signos que se pueden observar en ella, por la génesis al seno del sistema educativo mexicano y que obligatoriamente han formado parte de la vida académica de todos los estudiantes de escuelas públicas del nivel básico y nivel medio superior, nos proveen de diferentes criterios para en nuestra investigación de categorizar el uso de gráficas.

Lara (2007) realiza una investigación sobre el uso de gráficas en libros de texto de Mecánica de fluidos. Considera que la didáctica de las matemáticas está fuertemente ligada al predominio de epistemologías de conceptos matemáticos, así los objetos matemáticos no son exclusivos del dominio matemático. La enseñanza de la matemática desde la matemática misma dejando a un lado que la matemática está al servicio de otras áreas científicas. Lara considera que la enseñanza de la matemática no es igual en diferentes áreas ya que cada una tiene diferentes necesidades que cubrir. Esta investigación está orientada a dos aspectos; el primero tiene que ver con la matemática que se enseña en el nivel superior ya que se considera ajena a otras materias de estudio de ingeniería como lo es la mecánica de fluidos, impidiendo que la enseñanza del conocimiento matemático (como el Cálculo) sea funcional. El segundo aspecto es el uso de las gráficas identificadas en los libros de

mecánica de fluidos. Se hace una categorización de usos de gráficas en los libros de texto de mecánica de fluidos, como indicadores de un marco de referencia que ayude a resignificar las gráficas que presumiblemente son abordadas en el cálculo diferencial e integral.

Los textos de mecánica de fluidos proveen de la clase de tareas propias de la mecánica de fluidos que genera formas y funcionamientos de las gráficas en cuestión, evidenciando con ello que el uso de las gráficas es situacional. Esto lo podemos comparar con el uso de las gráficas en los medios de comunicación: es el periódico, la noticia que transmitir, la que provee del contexto y tareas que genera cierto uso de las gráficas.

Así entonces, Lara propone que la graficación -como una práctica institucional- permite realizar múltiples tareas y transformarse para producir un nuevo conocimiento, así como el conocimiento enseñado en cálculo se resignifica en otra área como es la Mecánica de Fluidos. Esto se puede evidenciar a través del desarrollo de un uso determinado de las gráficas, debatiendo entre el funcionamiento y la forma de éstas. Estamos hablando entonces de una epistemología de prácticas en donde el conocimiento es funcional y el uso de las gráficas en tanto su función y su forma se puede comprender por la clase de tareas que generen sus prácticas institucionales

Lara retoma la categorización que es la establecida por Roth (1998), y propone considerar a la graficación como una práctica que usa a las gráficas desde tres categorías: primero como objeto semiótico, en la que las gráficas se constituyen y representan otros aspectos de la realidad, en estas gráficas son visibles las características principales del evento en cuestión. Como segunda categoría las gráficas son usadas como dispositivo de reclutamiento ya que el usuario las emplea de manera intrínseca a su vocabulario profesional en el discurso de la mecánica de fluidos, le asigna un significado a las gráficas propias de los fluidos. Como función retórica, tercera categoría, las gráficas son empleadas para traer luz sobre ciertas características de la naturaleza de las construcciones de los investigadores.

En mecánica de fluidos el uso se desarrolla en situaciones como la interpretación de un fluido en un medio físico. Lara propone como ejemplo la transportación de un fluido en una tasa el análisis y lo realiza de la siguiente manera (ver figura 1.9).:

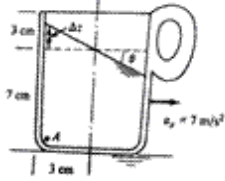
Gráfica	Uso	Funcionamiento	Forma
	El uso como objeto semiótico	Mostrar las características de la taza con el fluido y considerar el movimiento del mismo al ser transportado.	Es por medio de la representación del medio en el cual es transportado el fluido.

Figura 1.9. Ejemplo de transportación de un fluido analizado por su uso, forma y funcionamiento

Presentamos finalmente ejemplos de otros usos de gráficas presentadas en libros de mecánica de fluidos, (ver figura 1.10). Lara concluye que la grafica evoluciona a lo largo de la vida escolar en el nivel superior

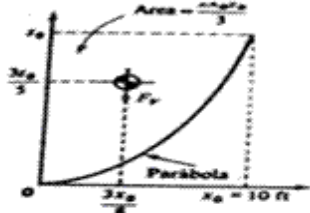
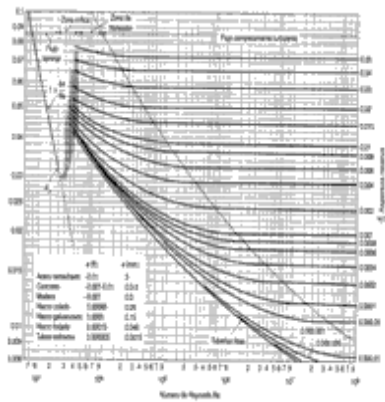
Grafica	Uso	Funcionamiento	Forma
Una presa de forma parabólica, como lo muestra la figura 3.15, con $x_0=10\text{ft}$ y $z_0=24\text{ft}$. El fluido es agua, $\rho g = 62.4\text{lb/ft}^3$, y la presión atmosférica se pueden despreciar. Calcular las fuerzas FH y FV sobre la presa y la posición del CP (centro de presiones) que actúan. La altura de la presa es de 50ft. 	Como dispositivo retórico: La forma parabólica de la presa nos conlleva a hablar de las propiedades de esta representación para conocer el centro de presiones	El funcionamiento es retórico ya que aún cuando no se vea el fluido la gráfica “dice” que en el instante t_x la línea de corriente se comportó y se comportará de la forma dada por la gráfica	La forma es la clase de tareas con relación a la senda y la traza de las líneas de corriente en cuestión
	Como dispositivo de reclutamiento se manifiesta por la clase de tareas con relación a los diagramas de viscosidad absoluta o cinemática, diagramas de densidad o el Diagrama de Moody.	El funcionamiento se encuentra en ejercicios en los cuales se tiene que emplear de algún fluido específico	La forma es como se leen los datos de un fluido en específico viendo la intersección de las líneas vertical y horizontal.

Figura 1.10. Ejemplos de usos de gráficas

Este trabajo nos muestra los usos de las gráficas en niveles superiores y sobre la resignificación del conocimiento a través del uso de gráficas analizando su forma y su funcionamiento, así como es que diferentes puntos de vista teóricos puede coincidir en un objeto como son las gráficas. El conocimiento matemático enseñado o aprendido en la clase de Cálculo se resignifica en la clase de Mecánica de Fluidos a través del desarrollo de usos de las gráficas en la alternancia de formas y de funcionamientos de la gráfica siempre en relación con las actividades que se generan a través de sus prácticas institucionales.

Las investigaciones de Flores (2005), Cen (2006), Lara (2007), nos aporta una categorización que nos parece adecuada para en el análisis de los usos de gráficas ubicadas en contextos escolares y extraescolares. Esto es porque se tiene como punto en común la revisión que hacen de las currícula del nivel básico y medio superior del sistema educativo mexicano. El discurso matemático escolar que se propone en los textos que se han revisado en estas investigaciones es el mismo en que se plantea la presente investigación.

1.2.3 Otras visiones sobre el papel de la gráfica

Roth (1997) considera a la representación gráfica como una herramienta que se utiliza para analizar y comprender fenómenos científicos y son fundamentales para la retórica de la comunicación científica. Esta se vale de prácticas para que el conocimiento sea útil a los integrantes de cierta comunidad, quienes tienen que actuar y razonar en el contexto de su práctica, es decir se adquieren ciertos aspectos de una práctica intelectual en lugar de sólo adquirir cualquier conocimiento o información.

Roth afirma que abordar con otros individuos cualquier objeto matemático, permite adquirir una práctica sin saber las normas explícitas para hacer lo que hacemos, observando, comparando, analizando, corrigiendo en situaciones compartidas, logrando así dar un significado a la gráfica como parte de la práctica matemática. Ha categorizado el uso de la gráfica en tres áreas de uso:

como prácticas semióticas, como prácticas con función retórica y las prácticas como dispositivos de reclutamiento o incorporación.

En las prácticas como objeto semiótico las gráficas constituyen y representan otros aspectos de la realidad. La gráfica es vista como un conjunto de signos con un significado y en la práctica un grupo de individuos identifica esos signos y los relaciona con significados que conoce para dar un uso a esa gráfica. Las prácticas como función retórica surgen en la comunicación científica y en ellas se resaltan ciertas características de construcción sobre la naturaleza de la gráfica, la cual requiere de traducciones que relacionen naturalmente y que se muevan a través de una serie de representaciones hasta que se produzca una representación final que no se obtiene al primer intento. Además de las técnicas matemáticas, se emplean otros procesos para destacar ciertas características y dejar a un lado lo que no es funcional. Una gráfica que es hecha para un fin, no es aceptada para otro. Finalmente las prácticas como dispositivo de reclutamiento que median las actividades científicas como comentar, construir situaciones, etc. En esta práctica se construyen interacciones para involucrar usuarios de diferentes disciplinas, para facilitar la comunicación. Roth menciona que a través de las interacciones sobre y acerca de las gráficas los estudiantes se convierten en usuarios competentes de las representaciones gráficas.

Otro trabajo sobre los usos de la gráfica es el de Lacasta (1998) quien considera a la gráfica desde un punto de vista semiótico, como sistema de signos que son complementarios con los sistemas numéricos y textuales.

Lacasta nos dice que el uso de la gráfica va más allá de resolver un problema de intersecciones y no es lo mismo que dar solución al problema de extrapolación, por ejemplo. Por lo que cada uso de la gráfica debe estar caracterizado por un vocabulario, objetos, conocimientos independientes, un cierto número de situaciones, problemas y ejercicios. Describe diferentes funcionamientos de las gráficas que pueden dar origen a usos personales de las gráficas. Dichos usos se describen a continuación:

1. Funcionamiento de la gráfica como ábaco: se hace usando el dibujo, la imagen. Debe tener dimensiones adecuadas, además de presentarse con una forma bien determinada para obtener

resultados que a su vez están bien determinados mediante la utilización de sus propiedades locales, siguiendo un procedimiento algorítmico. Permite deducir valores representados sobre una medida. No permite hacer extrapolaciones, porque no se sabe si la fórmula algebraica aplicada sea válida fuera del intervalo señalado. No permite encontrarla imagen de un intervalo. Las propiedades globales de la curva como el carácter creciente o no, o la monotonía, no pueden ser analizadas a través del ábaco.

2. Funcionamiento como mensaje topológico: la gráfica se convierte a una curva referida a unos ejes que no presentan necesariamente valores numéricos y que representa una función cualquiera, generalmente la imagen no tiene una relación con una ecuación en particular. Da el mismo tipo de información que una tabla de variación (signo de la función, intervalos de crecimiento, máximos y mínimos) convirtiéndose en un soporte de funciones genéricas. No es posible precisar los valores numéricos en los ejes pero las variables se determinan como un conjunto ordenado.

3. Funcionamiento como ideograma: Es una transformación conforme de la curva, conservando algunas propiedades topológicas. El ideograma se usa para abordar problemas teóricos, usando hechos característicos para mostrar que la curva tiene máximos, mínimos etc. El ideograma es un signo gráfico que representa, una función algebraica, por ejemplo la utilización de la parábola para estudiar el signo de un trinomio, quedando descartado el uso como ideograma para la representación de datos empíricos tabla de datos de variaciones de temperatura corporal.

4. Funcionamiento como elemento interactivo: La gráfica puede funcionar como un medio de control del discurso de comunicación. Es un elemento algorítmico pues cuando el lector (estudiante) hace uso de una gráfica es él mismo quien tiene que encontrar la manera de hacerlo y no obedece a procedimientos de rutina que ya conoce. La respuesta depende del mismo alumno de manera parcial, ya que es al mismo tiempo un instrumento y un objeto que interaccionan. El uso de este funcionamiento como elemento interactivo es lo que se conoce en Teoría de Situaciones de Brousseau como devolución del problema, es decir el acto por el que el profesor hace aceptar al estudiante la responsabilidad de un problema y las consecuencias de esa transferencia. El estudiante tiene un objeto que se le resiste del cual no tiene un método conocido de utilización ni unos índices de verificación, sólo cuenta con una gráfica y es el estudiante quien debe construir el mensaje para la

resolución de un problema. Es el funcionamiento de la gráfica como medio de control de la comunicación y de determinación del objeto. Tiene lugar cuando la respuesta a un problema se obtiene mediante una relación efectiva con la gráfica.

5. Funcionamiento como estructura matemática: Se refiere a la interacción entre un esquema algebraico (fórmulas, ecuaciones, inecuaciones, límites, derivadas) y un esquema gráfico (curvas y rasgos) relacionándose mediante el discurso del profesor y del estudiante.

Estas visiones aportan a nuestra investigación el punto de vista semiótico ya que se contempla a la gráfica como un conjunto de signos y de significados, portadores de información que va a ser visualizada, y traducida por un usuario quien va a reconocer estos signos y a dar un significado que le es familiar para argumentar información.

1.3 La investigación

Las diferentes investigaciones sobre las gráficas han aportado varios puntos de vista sobre las gráficas y su uso. Tienen en común que las gráficas son un objeto de estudio y son susceptibles de ser usadas en diferentes escenarios académicos.

Dolores y Cuevas (2007) nos dicen que las gráficas son objetos matemáticos que son usados más allá de ambientes escolares, son portadoras de información que privilegian cierta forma de lectura y de interpretación, para argumentar sobre ellas y con ellas. En Chi (2009) se revisa a la gráfica como portadora de información que requiere ser comunicada por un emisor, a una gran diversidad de usuarios en diferentes contextos sociales la gráfica se usa como herramienta para informar, convencer, comparar, etc. y es considerada como un conjunto de signos que portan significados que son leídos y traducidos para ser usados fuera de ambientes escolares, es decir a un grupo social con un fin específico.

Flores (2005) y Cen (2006) desde el discurso matemático escolar de los libros de texto de niveles básicos y nivel medio superior de educación, (situación que no es ajena a nuestra investigación) se

proponen encontrar un marco de referencia en el cual se ubique a las gráficas como una manifestación de usos, favoreciendo la resignificación del conocimiento matemático escolar adquirido en los diferentes grados escolares, haciendo que este conocimiento matemático sea útil y funcional. Estas investigaciones nos brinda una categorización que enmarca los usos que se pueden observar en el análisis de graficas y es un punto de partida para ver cómo se usan los conocimientos matemáticos más allá de una situación escolar, para ser resignificados y cómo se convierten en una herramienta para argumentar una respuesta a una situación.

La gráfica como un conjunto de signos, en el sentido de Lacasta (1998), complementarios con los sistemas numéricos y textuales se constituyen en una herramienta y tienen diferentes funcionamientos. Roth (1997) nos provee de tipos de uso que se categorizan y sirven como marco de referencia a nuestra investigación para analizar cómo el conocimiento matemático se pone en juego en situaciones donde la gráfica de una función se presenta para ser usada en contextos escolares y extraescolares.

Esta revisión nos brinda una referencia de categorizaciones para ubicar que conocimientos matemáticos se ponen en juego, al usar una gráfica. Dichos conocimientos dejan de ser un fin en sí mismos convirtiéndose en una herramienta muy útil y resignificándose para ser utilizados cuando los estudiantes de bachillerato usan gráficas propuestas en situaciones escolares y extraescolares, y así argumentar respuestas a estas situaciones.

Capítulo 2: Marco conceptual

Las investigaciones sobre gráficas y sus usos se han realizado bajo diferentes puntos de vista, cada uno con su problemática, buscando un marco de referencia que sustente su aportación teórica y buscando dar respuesta a múltiples interrogantes. Cada visión aporta, enriquece, hace que las preguntas indagatorias sobre gráficas se multipliquen y busquen especializarse, y traer a la luz nuevos marcos de referencia que proporcionen vías de estudio, de enseñanza, de establecer discursos matemáticos, que brinden apoyo y al mismo tiempo enriquezcan a las prácticas de enseñanza-aprendizaje de un tópico tan rico y variado, tan significativo como son las representaciones gráficas. Esto hace que el conocimiento matemático se signifique y resignifique, construyéndose y reconstruyéndose continuamente haciendo a la matemática funcional en la escuela y fuera de ella.

A medida que se avanza en una investigación sobre graficas es difícil dejar de lado las aportaciones de los constructos teóricos de trabajos anteriores ya que se entrelazan y articulan con un mismo objetivo: el estudio de las gráficas de una función, ya sea desde su génesis, su construcción, su lectura e interpretación, en ambiente escolar y no escolar en que se ubica al objeto de estudio, por la información de la que es portadora, por los signos con que se construyen y cómo son traducidos, por cómo se argumenta con y sobre la representación gráfica para obtener y dar información a una cierta situación.

Planteamos a continuación los elementos teóricos que conformarán nuestro marco conceptual, los cuales provienen de diferentes visiones teóricas: el uso de las gráficas desde la Socioepistemología , los aportes de la semiótica y los elementos de la visualización.

Todos estos enfoques nos aportarán categorizaciones de uso de las gráficas en la secuencia que se propone y analiza en esta investigación.

2. 1 Los usos de las gráficas desde la visión socioepistemológica

Nos interesa indagar cómo usan las gráficas los estudiantes de bachillerato a través de situaciones ubicadas en un contexto no escolar, es decir cómo se usan, mantienen, conservan, construyen, transforman los conocimientos matemáticos escolares en ambientes sociales. Cordero (2005) dice que el conocimiento matemático debe ser funcional porque de esta manera se puede integrar a la actividad humana, involucrándose de tal forma que se construye y reconstruye continuamente, dotando de significados a esa actividad.

Desde la Socioepistemología retomaremos el constructo teórico de uso de las gráficas ya que ese nos permitirá entre otras cosas, analizar cómo los estudiantes usan sus conocimientos de matemáticas para interpretar y dar un significado a representaciones gráficas más allá de los significados matemáticos que el estudiante aprende en la escuela. La gráfica nos importa no sólo como un objeto estrictamente matemático a lograr, sino como objeto portador de información significativa así como un objeto que favorece la significación de conocimiento matemático.

Para Cordero (2005), la graficación es una práctica institucional que pone en juego los conocimientos matemáticos de los estudiantes para hacer que la matemática sea más funcional. El uso y desarrollo de prácticas de graficación orienta sobre nuevas concepciones de enseñanza aprendizaje de la matemática escolar confrontando así las habilidades matemáticas adquiridas y permitiendo su resignificación. Por resignificación se va a entender la reconstrucción y reajuste continuo de los significados de los conceptos matemáticos y resignificar un conocimiento matemático supondrá, en esta investigación y como lo plantea García (2007) que el estudiante ya ha tenido algún tipo de acercamiento escolar al mismo. Esto es debido a que estaremos tratando con estudiantes de Bachillerato y como lo hemos visto a través de la revisión de los libros de textos, ya han tenido trato con gráficas cartesianas. Lo que en este caso no es determinante es el conocimiento formal de la misma.

La gráfica entonces se entiende más allá que como la representación del objeto función y el objetivo es reconocer que es el uso de las gráficas –sin importar si se conoce o no en toda la formalidad matemática- cuando el conocimiento matemático se resignifica para dotarlo de nuevos significados.

Cordero en diversas investigaciones (Cordero y Flores, 2007), así como Flores (2005), Cen(2006), Lara (2007), Parra (2008), nos dice que se puede estudiar el uso de las gráficas analizándolas a través de diferentes formas y funcionamientos que se ponen en juego en una situación (una tarea, un ejercicio, etc.) mismos que se reorganizan para dar lugar a nuevas formas y funcionamientos, resignificando así el saber matemático.

Retomando a Buendía (2011 y 2012) por forma se considerará tanto la apariencia perceptible -no evidente- de la gráfica así como la manera en la que el sujeto actúa con ella y sobre ella en una cierta tarea. Se trata de un actuar en un sentido amplio pues se consideran aspectos sobre cómo el sujeto calcula, cómo argumenta o cómo resuelve o incluso cómo representa, dependiendo de la tarea particular. El funcionamiento es para que le sirve la gráfica al sujeto en cuestión, es el rol de la gráfica en una tarea y cómo funciona esa tarea.

2.2 Visualización

En el trabajo de análisis que realizaremos sobre una gráfica se considera el conocimiento previo que el estudiante ha aprendido en el ambiente escolar y de determinadas herramientas de graficación sobre todo algorítmicas, del conocimiento de un lenguaje no formal, pero que el docente a cargo por su misma formación académica va construyendo con la práctica continua y cotidiana de su discurso matemático escolar, de las argumentaciones que va armando dependiendo de las características de cada grupo de jóvenes con quienes trabaja, pero sobre todo de la visualización que él tiene sobre ese objeto matemático del que pretende que sus alumnos también tengan o desarrollen para que vean lo mismo que el profesor pretende enseñar y que ellos aprendan.

La visualización es una herramienta de la que se echa mano, para analizar y establecer las argumentaciones y elaborar los significados cuando se hace un trabajo de análisis gráfico. Para Zazkis, Dubinsky y Dauterman (1996) citados en Nemirovsky y Noble (2007) la visualización es un acto en el cual un individuo establece fuertes conexiones entre una construcción interna y que se gana a través de los sentidos. Un acto de visualización puede consistir en cualquier construcción mental de objetos o procesos que un individuo asocia con objetos o eventos percibidos por él como

externos. Como alternativa, un acto de visualización puede consistir en la construcción sobre algún medio externo tal como papel, pizarrón o pantalla de computadora, de objetos o eventos los cuales el individuo identifica como objetos o procesos en su mente.

Para Cantoral y Montiel (2003) visualización es la habilidad para representar, transformar, generar comunicar, documentar, y reflejar información visual en el pensamiento y lenguaje de quien aprende.

Para Duval (1999), la representación y la visualización son importantes en la adquisición del conocimiento matemático. La representación se refiere a una gran variedad de actividades significativas, como las creencias sobre algún objeto, las formas de evocar, denotar a esos objetos para que la información obtenida sea codificada. La visualización parece enfatizar imágenes y la intuición empírica de objetos y acciones físicas.

Duval no dice que la visión, desde el punto de vista psicológico, se refiere a la percepción visual y por extensión a las imágenes visuales e implica dos funciones cognitivas esenciales. La primera consiste en dar acceso directo a cualquier objeto físico, que es la razón porque la percepción visual es siempre tomada como un modelo epistemológico de la noción de intuición, nada es más convincente que lo que se ve. La percepción visual requiere de una exploración del objeto en cuestión, involucrando en esta exploración movimientos físicos para poder así tratar de abarcar todos los campos o escenarios posibles que represente dicho objeto es así como la visión es un acceso directo al objeto de estudio. La segunda función es la cognitiva: la visión captura uno o varios objetos o un escenario o situación completos en este caso la visión es opuesta al discurso ya que se requiere de una secuencia de argumentaciones.

Para Duval la visualización está basada en la producción de una representación semiótica. Una representación muestra la organización entre unidades representativas u objetos y considera las representaciones dimensionales (una, dos o tres dimensiones) correspondientes a figuras geométricas, coordenadas (gráficas cartesianas, proposiciones (gráficos deductivos preposicionales o gráficos de prueba), palabras (redes semánticas). Esto es porque cualquier representación requiere de al menos dos dimensiones para poder concebirse y hacerse evidente como representación. Explica a

las representaciones semióticas como un proceso intrínseco de pensar y revitalizar y distinguir las representaciones internas y externas.

Las gráficas cartesianas son ejemplos muy claros porque en teoría, visualmente son fáciles de entender, sin embargo algunas investigaciones han demostrado que a los estudiantes de 15 – 17 años, le cuesta trabajo discriminar ecuaciones del tipo: $y = x + 2$ de $y = 2x$, cuando ven las gráficas de la figura 2.1.

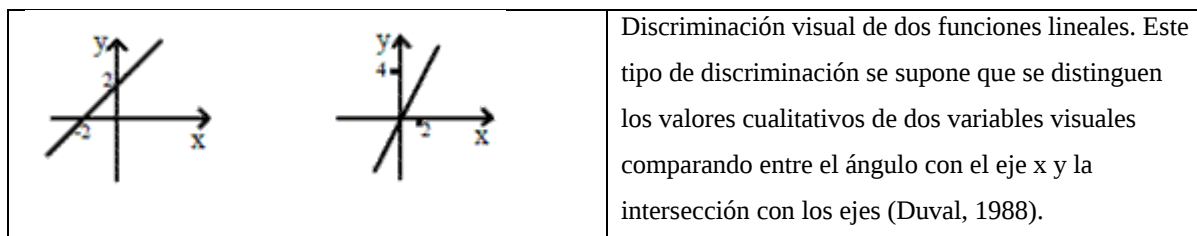


Figura 2.1. Gráficas cartesianas.

No obstante, los estudiantes parecen tener éxito en las tareas estándar tales como construir la gráfica de una ecuación dada, o ubicar las coordenadas de un punto.

Para Duval la visualización está basada en la producción de una representación semiótica. Una representación muestra la organización entre unidades representativas u objetos., considera las representaciones dimensionales (una, dos o tres dimensiones) correspondientes a figuras geométricas, coordenadas (gráficas cartesianas), proposiciones (gráficos deductivos preposicionales o gráficos de prueba), palabras (redes semánticas). Esto es porque cualquier representación requiere de al menos dos dimensiones para poder concebirse y hacerse evidente como representación. Explica a las representaciones semióticas como un proceso intrínseco de pensar y revitalizar y distinguir las representaciones internas y externas.

Arcavi (2003) considera que como seres biológicos, sociales y culturales queremos ver lo que es tangible y lo que no lo es, pero que esperamos que así sea. Somos incapaces de ver lo invisible por la limitaciones físicas de nuestra visión para lo cual nos ayudamos de instrumentos que hacen visible lo invisible, pero refiriéndose a un mundo más abstracto que sólo se puede ver en nuestra mente y

que ningún medio como herramienta puede visualizar por nosotros entonces la visualización es un medio de ver lo que es invisible.

Parafraseando la definición que cita Arcavi de (Zimmermann and Cunningham, 1991, p.3) y (Hershkowitz et al. 1989, p.75): La visualización es la habilidad, el proceso y el producto de creación, interpretación, uso de y reflexión sobre dibujos, imágenes y diagramas en nuestra mente, sobre papel o herramientas tecnológicas con el propósito de describir y comunicar información acerca del pensamiento y desarrollo de ideas previamente desconocidas, y no comprendidas.

Arcavi se propone analizar a través de diferentes formas, usos y funciones de visualización en educación matemática. Para él la visualización ya es considerada una herramienta clave del razonamiento—más allá de ser sólo una percepción visual para convertirse en una ayuda para la solución de problemas. Por ejemplo, en una forma de invisibilidad que encontramos en matemáticas consiste en manejo y la representación de datos y nos muestra un ejemplo de cuatro conjuntos de datos (ver figura. 2.2), que se caracteriza por un conjunto de parámetros idénticos (ver figura 2.3) y que parecen ajenos cuando se traza la figura (ver figura 2.4). La visualización de la gráfica de los datos apoya el desarrollo de características no activas de los datos. Las gráficas nos pueden revelar más información de un hecho que la simple presentación de datos como la figura 2.2 y figura 2.3, parafraseando la frase, “Una gráfica dice que más que mil palabras”.

I		II		III		IV	
X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
10.0	8.04	10.0	9.14	10.0	7.46	8.0	6.58
8.0	6.95	8.0	8.14	8.0	6.77	8.0	5.76
13.0	7.58	13.0	8.74	13.0	12.74	8.0	7.71
9.0	8.81	9.0	8.77	9.0	7.11	8.0	8.84
11.0	8.33	11.0	9.26	11.0	7.81	8.0	8.47
14.0	9.96	14.0	8.10	14.0	8.84	8.0	7.04
6.0	7.24	6.0	6.13	6.0	6.08	8.0	5.25
4.0	4.26	4.0	3.10	4.0	5.39	19.0	12.50
12.0	10.84	12.0	9.13	12.0	8.15	8.0	5.56
7.0	4.82	7.0	7.26	7.0	6.42	8.0	7.91
5.0	5.68	5.0	4.74	5.0	5.73	8.0	6.89

Figura 2.2

$N = 11$
 mean of X's = 9.0
 mean of Y's = 7.5
 equation of regression line: $Y = 3 + 0.5X$
 standard error of estimate of slope = 0.118
 $t = 4.24$
 sum of squares $X - \bar{X} = 110.0$
 regression sum of squares = 27.50
 residual sum of squares of Y = 13.75
 correlation coefficient = .82
 $r^2 = .67$

Figura 2.3

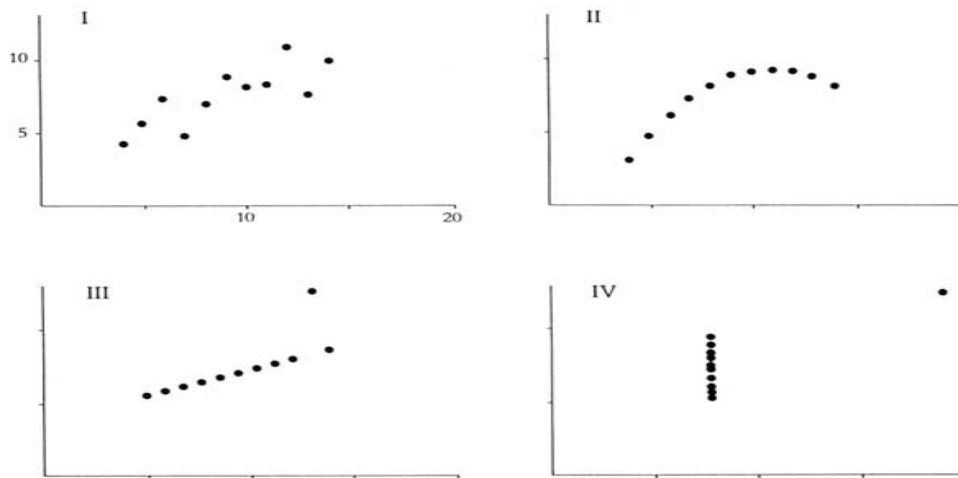


Figura 2.4

Una función de la visualización en un contexto simbólico donde la solución a una situación visual puede permitirnos interactuar con conceptos y significados que nos permiten ver fácilmente la solución de problema y pone como ejemplo lo siguiente: ¿Cuál es la característica de funciones

lineales cuya ecuación es $f(x) = bx + b$? La solución simbólica implicaría transformar a la función en $f(x) = b(x+1)$ - a pesar de todo el valor de b para todas las funciones $f(-1) = 0$ -en otras palabras el par $(-1, 0)$ es la solución a la función. Comparando con la solución propuesta de un estudiante:

En $f(x) = bx + b$ se dan significados a cada parámetro identificando la primera b como la pendiente y la segunda b es la intersección con el eje y . La pendiente es igual al valor de la intersección por lo que le corresponde valor de 1 (ver figura 2.5)

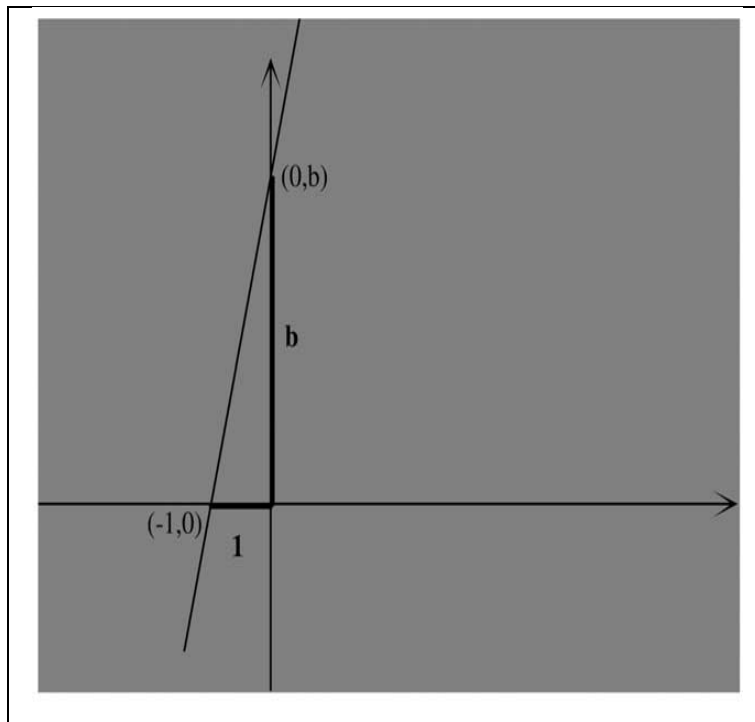


Figura 2.5. A linear function of the form $f(x) = bx + b$.

Para Arcavi nuestras percepciones son conceptualmente dirigidas y ver lo invisible no sólo es producir e interpretar sino también mostrar que se revela como una herramienta con la que podemos pensar y resolver una variedad de problemas.

Al mismo tiempo que se considera que la visualización se ha convertido en una herramienta valiosa en la solución de problemas, surgen las dificultades que Arcavi toma de Eisenberg y Dreyfus, (1991) para proponer tres categorías: las culturales, cognitivas y sociológicas. Las dificultades culturales son las creencias y valores que se tienen sobre lo que significa matemáticas y hacer matemáticas, lo que es aceptable o no lo es. Una controversia surge cuando la comunidad matemática no reconoce al uso de la visualización como herramienta como “esto no es matemáticas”. Las dificultades cognitivas incluyen expresiones como “la visualización es más fácil o más difícil”. El uso de la visualización en representaciones con muchas imágenes la demanda cognitiva es alta, el razonamiento con conceptos en la configuración visual implica que no haya rutinas de procedimientos más formales. Esto consciente o inconscientemente puede ser rechazado por estudiantes y profesores, por considerarla el uso de la visualización como arriesgado. Otra dificultad surge cuando hay una traducción flexible y competente de ida y vuelta entre las representaciones visuales y analíticas de una misma situación. Por lo que aprender a ubicar un problema ya sea en una representación visual o analítica puede ser en un principio complicado. Las dificultades sociológicas son las que Arcavi cita de Eisenberg y Dreyfus, (1991) consideran problemas de enseñanza, en donde los profesores sienten que las representaciones analíticas son pedagógicamente más adecuadas y eficaces.

La visualización como herramienta es una manera de trabajar con representaciones ya establecidas en el salón de clases sino como instrumento para desarrollar la capacidad de ver lo invisible en los objetos matemáticos.

2.3 El aporte del lenguaje semiótico

La inclusión de la semiótica en el campo de la educación matemática se debe a varias razones que varios investigadores se han dado la tarea de estudiar: la conciencia de que la actividad matemática es una actividad simbólica, la comprensión de la naturaleza del discurso matemático escolar, el uso de tecnologías en la enseñanza y aprendizaje de la matemática, como portadoras de signos y convenciones que ubican a la semiótica como una herramienta para dar cuenta, entender y comunicar las relaciones entre los signos a través de los cuales piensan los individuos y el contexto cultural.

Roth y Bowen (sf) la lectura de gráficas contiene dos actividades de naturaleza dialéctica: la estructuración y la puesta en escena. En la primera el lector elabora sus propias gráficas, el subtexto para construir signos pertinentes, utilizando sus conocimientos sobre gráficas. En la escena, los lectores vinculan los signos a objetos materiales u otros signos. Proponen un modelo de lectura en donde se identifica al signo S, referente R, e interpretante I. El signo, es una entidad que se refiere y permanece en otro. Un referente es una entidad o estado en el mundo para que el signo se refiera a y permanezca. El interpretante es otro signo que permanece o elabora la relación de signo al referente. Esta relación permite identificar al lector de de gráficas que está familiarizado con los signos que está leyendo estos signos, los comprende y va más allá de los mismos para dar con el significado y así poder argumentar.

Por naturaleza el ser humano construye una serie de signos para retener, comprender y comunicar lo que observa para recurrir a ese conjunto de signos cuando lo necesita. Lacasta (1998) señala un uso en particular las gráficas como sistemas de signos que actúan de manera complementaria con los sistemas numéricos y textuales.

Para las gráficas, el enfoque semiológico tiene en cuenta la información que el gráfico da, cómo la da y sobre qué la da. Lacasta la gráfica de una función en el ambiente educativo se presenta al mismo tiempo como escritura simbólica, permitiendo la interpretación después de la observación, personalizando el significado y se hace discutible.

Resumiendo

La figura 2.6 resume los aspectos que estamos considerando para enmarcar nuestra investigación, de inicio el estudiante es expuesto al conocimiento matemático escolar el cual adquiere mediante diferentes medios como son el discurso institucional, el discurso de los libros de texto así como el discurso del docente. El estudiante se apropia del concepto matemático, que en teoría permanece con él, hasta que se ve expuesto a una situación ya sea propia del ambiente escolar y o de una situación

extraescolar para ser usado Este conocimiento matemático se pone en juego para de ser usado, reconstruido, transformado y resignificado para argumentar con, sobre y acerca de las gráficas.

Desde la perspectiva del diversos constructos las gráficas se constituyen en un objeto de investigación y a la luz de cada uno de estos constructos se busca aportar y enriquecer el conocimiento estableciendo marcos de referencia desde los cuales se pueda indagar como es usado el conocimiento matemático en determinada situación.

En nuestra investigación, a la mirada de la Socioepistemología de usos, la visualización y la semiótica se constituyen en un marco desde el cual podemos observar que las gráficas pueden ser usadas de diferentes maneras, para argumentar respuesta a situaciones, favoreciendo la funcionalidad del conocimiento matemático.

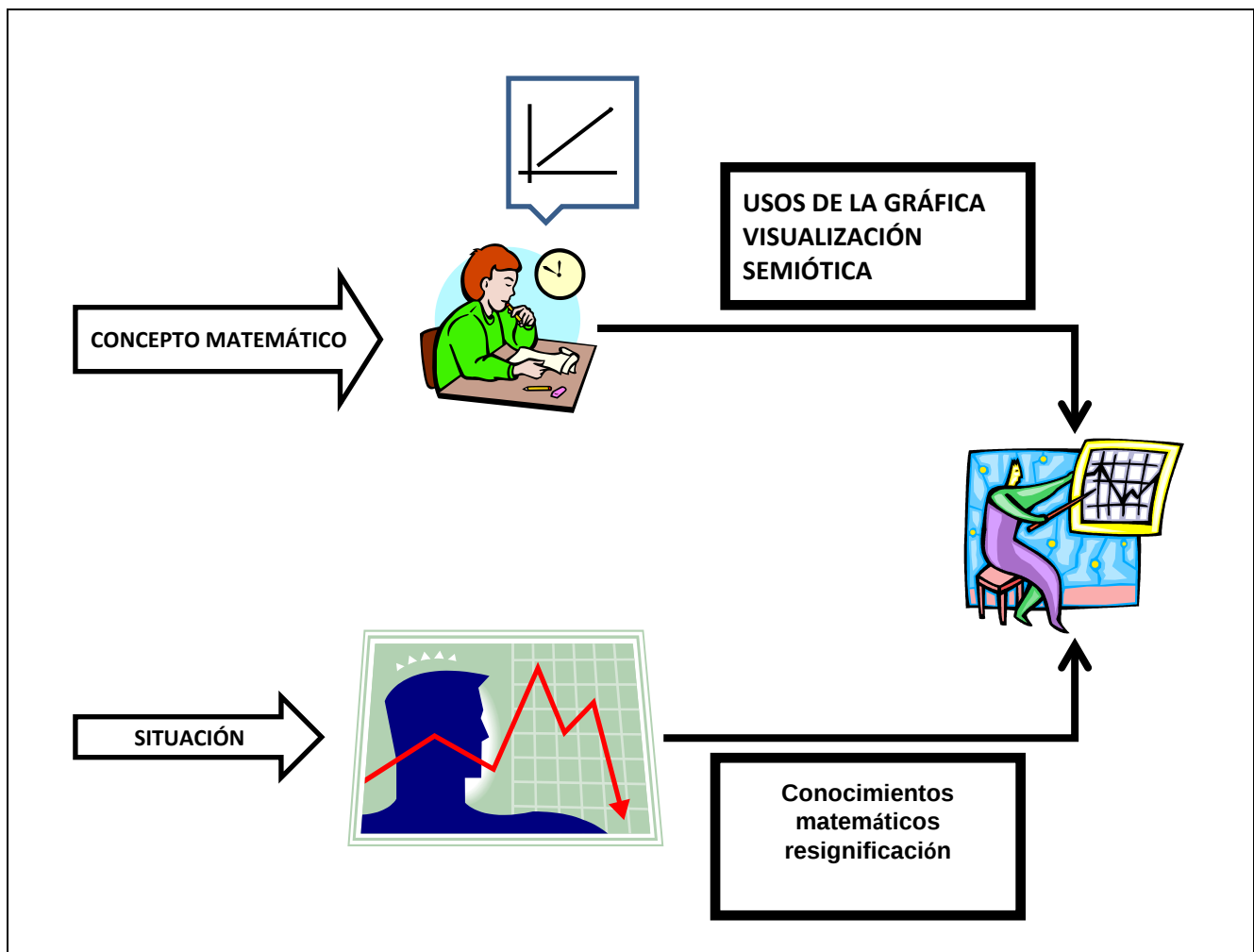


Figura 2.6.

Capítulo 3: Aspectos metodológicos

Hemos decidido presentar los aspectos metodológicos del trabajo de investigación a través de una descripción general del método de trabajo puntualizando en cada etapa la metodología que se siguió

3.1. Búsqueda de gráficas.

El objetivo de esta investigación es ver cómo los estudiantes usan las gráficas referidas a contextos extraescolares. Se buscaron gráficas lineales –dadas en un solo intervalo o por secciones- en libros de texto de bachillerato que describieran alguna situación no escolar, se revisaron gráficas del periódico REFORMA presentaran características de conceptos matemáticos, es decir que tuvieran puntos marcados, diferentes pendientes, que tuvieran secciones crecientes y decrecientes, constantes y que mostraran situaciones cotidianas a los estudiantes. Se eligieron gráficas que tuvieran como características las siguientes:

- Gráficas ubicadas en un plano cartesiano
- -Diferentes escalas y que algunas no iniciaran desde cero
- Gráficas seccionadas, con diferentes pendientes, secciones crecientes, secciones decrecientes y secciones horizontales.

Al ser gráficas extraídas de un periódico se buscó que tuvieran notas en extenso para tener una mejor idea sobre la información contenida en la gráfica. Además de presentar información que no fuera del todo ajena al estudiante. Esto es porque cuando se usa una gráfica en un contexto extraescolar, la información en contexto es importante porque nos sitúa en un argumento.

Se realizó una selección de gráficas extraídas del periódico REFORMA (gráfica 2 y gráfica 3) y de libros de texto de matemáticas 6 (Cálculo diferencial) y del libro de matemáticas 3 (Geometría analítica). Se elaboró con ellas un cuestionario cuyas preguntas no estuvieran enfocadas en buscar como respuesta directa conceptos matemáticos, sino que cuestionaran situaciones cotidianas a los estudiantes. Así al ser cuestionados se esperaba que pusieran en juego sus conocimientos

matemáticos. Para cada gráfica se elaboró un conjunto de preguntas abiertas con el objetivo de que el estudiante se pudiera explayar en sus respuestas. Estas preguntas pretenden guiar al estudiante a ubicarse en la gráfica para abordarla y así dar un uso a la gráfica para obtener y dar información sobre el contexto de cada situación.

Cada actividad fue nombrada de acuerdo al cintillo que la fuente original daba a la gráfica.

- Actividad 1: Temperatura corporal de Julia
- Actividad 2: Temporada alta
- Actividad 3: Le dio sabor al negocio
- Actividad 4: Negocio de computadoras.

En el anexo se muestra el cuestionario completo y en el siguiente capítulo se muestra cada actividad junto con las respuestas a fin de facilitar el análisis.

3.2. Aplicación del Cuestionario

El cuestionario se aplicó en mi lugar de trabajo: La Universidad Victoria que cuenta con nivel Bachillerato u Licenciatura. Está ubicada en la delegación Iztacalco, en la Ciudad de México. Para su aplicación se invitó a estudiantes de segundo y quinto cuatrimestre, la edad de los estudiantes oscila entre los 15 y 18 años, no se les prometió alguna calificación extra por realizarla. Acudieron 50 jóvenes. Al momento de aplicar el cuestionario yo no era su profesora titular de la mayoría de ellos.

Se aplicó en horario extra-clase, a manera de examen, es decir, llegaron de manera voluntaria al lugar de reunión se les dio un cuestionario, miso que debían contestar a tinta sin usar corrector, para poder ver después qué es lo primero que se les ocurría escribir. Se les dio la indicación de contestar ampliamente cada pregunta, también se les dijo que no era una actividad que pretendiera indagar su nivel académico. No podían comunicarse entre ellos y una vez concluida se pudieron retirar. La resolución llevó un tiempo promedio de 55 minutos.

Se revisaron los cuestionarios resueltos y se seleccionaron en una primera revisión los que estuvieran completamente resueltos, ya que había estudiantes que dejaron sin contestar algunas preguntas, en una segunda revisión se eliminaron los que habían respondido con frases muy escuetas. Posteriormente se eligieron los que respondieron ampliamente, quedando así siete cuestionarios de estudiantes, cuyos nombres son: Omar, Ana, Israel, Rodrigo, Naomi, Brenda, Viridiana. No se toma en cuenta el cuatrimestre en que estudian (segundo o quinto) ya que no se observó que eso influyera de manera determinante en sus respuestas por ello la variable de grado de estudios no se consideró.

Para analizar los cuestionarios se transcribió en cuadros a manera comparativa cada respuesta a las preguntas del cuestionario, con el propósito de facilitar el análisis y de poder distinguir diferentes puntos que deseamos indagar en el análisis.

3.3 Caracterizaciones

Las gráficas pueden ser usadas en muchos contextos y de varias maneras. El uso que se da a las gráficas es un continuo cambio de rol en cuanto a su forma y en su funcionamiento lo que nos permite realizar una categorización de diferentes usos, propuestos por varios investigadores. La gráfica es usada de acuerdo a la forma que percibe el estudiante y en consecuencia por cómo el usuario aborda a la gráfica, es decir cómo visualiza, cómo calcula, cómo argumenta. Por *forma* nos referimos a todo ese conjunto de acciones del individuo para que la gráfica tenga un funcionamiento, el cual es cómo y para qué le sirve al usuario. Así estaríamos hablando de varios usos de las gráficas.

Partimos de categorización de usos que investigadores como Roth (1997), Flores(2005), Cen (2006) y Lacasta (1998) proponen en sus trabajos sobre gráficas. Partimos de las acciones sobre la gráfica y posteriormente proponemos usos de la gráfica que utilizaremos para nuestro análisis,

Los usos que categorizan otros investigadores y de los cuales retomaremos algunos para esta investigación son los siguientes de acuerdo a las acciones que se realizan y que permiten establecer estas categorías ver figura 3.1.

Roth	Lacasta	Flores y Cen
Observar, comparar, analizar, identificar, relacionar, comentar, construir	Obtener , utilizar, deducir, construir, comentar	Ubicar, recopilar, distribuir, comparar, interpretar, analizar

Figura 3.1. Acciones que se realizan al usar una gráfica.

En resumen las acciones sobre las gráficas en los usos de los investigadores que hemos citado son: Observar, comparar, analizar, identificar, relacionar, comentar, construir, obtener, utilizar, deducir, construir, comentar.

Los usos que categoriza cada investigador y que retomaremos para esta investigación son los siguientes de acuerdo a las acciones que permiten categorizarlo.

- **Uso semiótico:** El usuario identifica signos y los relaciona con significados que conoce
- **Uso como dispositivo de reclutamiento:** El usuario de la gráfica comenta, construye situaciones parte de un supuesto para argumentar situaciones
- **Uso como ábaco:** Obtiene resultados, utiliza las propiedades locales de la representación gráfica y deduce valores representados mediante operaciones sencillas
- **Uso como mensaje topológico:** Se refiere a los ejes, obtiene información, obtiene intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- **Uso como elemento interactivo:** Se hace una lectura global, decide cómo interpretar un punto una sección, decide como relacionar lo que ve, hace comentarios, construye su mensaje
- **Uso análisis de información:** Ve, recopila, organiza, compara, interpreta datos e interpreta información.

Estos usos de gráficas nos permiten evidenciar los conocimientos de la matemática escolar que funcionan como herramientas para los usuarios de gráficas para dar respuesta a diversas preguntas. Ese es el conjunto de conocimientos que son resignificados al argumentar sobre una serie de cuestionamientos. Por medio de estos usos los estudiantes dan un significado a sus conocimientos de la matemática escolar.

Capítulo 4: Análisis de la actividad

4.1 Registro y análisis de cada actividad

El siguiente registro, en categorías de las respuestas de los estudiantes a la actividad propuesta, se categoriza por pregunta.

A continuación se muestran las actividades y las respuestas de los estudiantes de bachillerato. Para realizar el análisis de las respuestas hemos seleccionado las respuestas más representativas de cada pregunta de tal manera que nos permita dar cuenta de las formas y funcionamientos que consideramos hablan de cierto uso, también se hace la revisión sobre que conocimientos matemáticos que se ponen en juego para argumentar una respuesta y cómo son resignificados estos conocimientos.

Actividad 1: Temperatura corporal de Julia

Una de las situaciones que más angustia causa a los padres de familia es cuando los hijos sufren un aumento de temperatura corporal normal (36.4°C y 37.2°C), pues las consecuencias pueden ser fatales. la fiebre entre los 38°C y los 40°C , se presenta, por ejemplo, en procesos como la gripe, la faringoamigdalitis bacteriana y la fiebre tifoidea. la hipertermia se presenta cuando el enfermo supera los 40°C ; es el caso de la meningitis o las fiebres hemorrágicas, situaciones de máximo riesgo

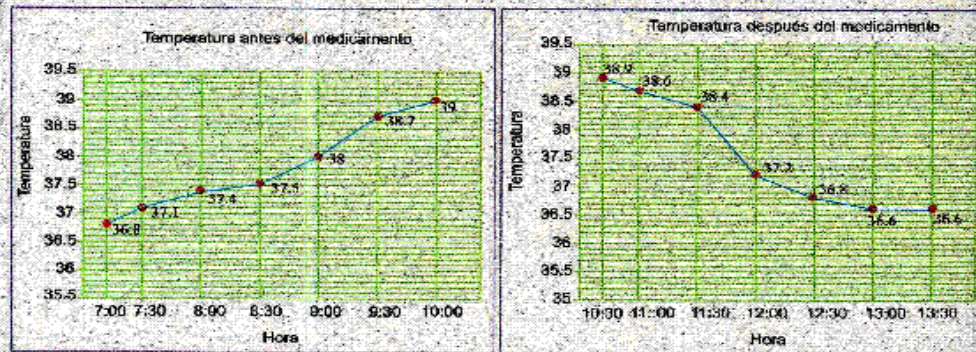
Julia amaneció con molestias y temperatura elevada. Su mamá elaboró una tabla con los registros de temperatura cada 30 minutos hasta las 10:00 am, cuando consultó al médico.

Hora	7:00	7:30	8:00	8:30	9:00	9:30	10:00
Temperatura °C	36.8	37.1	37.4	37.5	38	38.7	39

A las 10:20 se le aplicó un medicamento y su mamá volvió a elaborar una nueva tabla.

Hora	10:30	11:00	11:30	12:00	12:30	13:00	13:30
Temperatura °C	38.9	38.6	38.4	37.2	36.8	36.6	36.6

Con los datos anteriores se elaboraron las siguientes gráficas.



Gráfica 4.1: “Temperatura de Julia”

Respuestas de los estudiantes a la Actividad 1

Pregunta 1. ¿A qué hora, Julia tiene la temperatura corporal más elevada? ¿Cómo lo deduces?

En esta respuesta 6 de los siete estudiantes responden: *A las 10:00 a.m.*

La respuesta es precisa y no nos da información sobre si la respuesta es obtenida de la tabulación o de la gráfica que se muestran. La manera en que los estudiantes responden es directa a pesar de que parte de la pregunta es que nos indique cómo lo deduce.

Independientemente de donde hayan tomado la información, la forma en cómo dan esta respuesta nos dice que los estudiantes ven toda la información que se les presenta y realizan una lectura de lo que representan dos variables con un funcionamiento para ubicar un punto e interpretarlo.

Viridiana realiza marcas en la gráfica (ver figura 4.1); es evidente que nos quiere mostrar de dónde argumenta y su respuesta es más amplia que la de sus compañeros

Respuesta de Viridiana

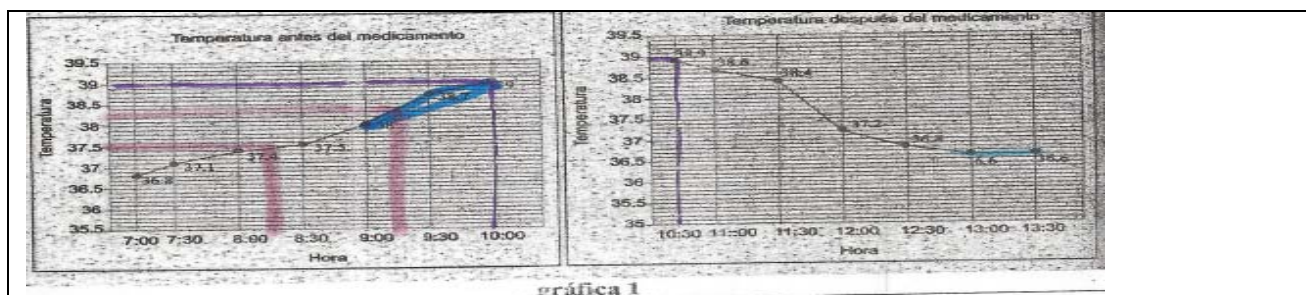


Figura 4.1. Gráfica de la respuesta a la pregunta 1 de Viridiana. :

“Antes del medicamento a las 10 es la temperatura más elevada ya que tiene 39°C después del medicamento la temperatura más alta es 38.9°C a las 10:30”

Da más importancia a lo que ve en la gráfica, la forma como relaciona las variables es realizando marcas en los ejes que le funciona para hacer lectura de la variables. Ella usa los ejes para ver la hora y lo relaciona con el registro de temperatura para argumentar su respuesta. Su análisis de la gráfica es más global y le funciona para ubicar intervalos en la gráfica.

Pregunta 2. ¿Por qué crees que la mamá de Julia no se preocupa mucho a las 8:15 pero si se alarma a las 9:15? Explica tu respuesta

Respuesta de Brenda: *Porque su temperatura aumenta .6*

Respuesta de Rodrigo: *Porque subió casi un grado*

Se encuentra una similitud en las respuesta de Brenda y de Rodrigo ya que los dos dan la impresión de hacer un cálculo “subió .6” y “Porque subió casi un grado” La forma en como Brenda calcula una diferencia entre 38° y 37.4° indica que ve los valores que corresponden a las 8:00 y a las 9:00,

pero estos valores no corresponden a alguna de las horas indicadas en la pregunta. Usa los datos para una cierta forma de calcular que le funciona para afirmar que la temperatura aumenta en el valor calculado en este caso .6. Rodrigo no hace un cálculo en forma tan evidente como Brenda, sólo considera una aproximación a casi un grado. No se sabe cómo argumenta que subió, si lo deduce a través de la tabla o de la lectura en los ejes de la gráfica, pero le funciona para indicar que subió.

Respuesta de Naomi: *Porque cuando la temperatura aumenta arriba de los 38°C puede ser fatal.*

Naomi no da muestra de haber visto a la gráfica ni a la tabulación mostrada, la forma es como lee la información adicional del texto en extenso con un funcionamiento para argumentar sobre lo cotidiano.

Respuesta de Ana: *Porque hubo un cambio muy drástico, se elevó demasiado en tan sólo 1 hora*

La forma en como Ana hace lectura de la figura (no se sabe si de la gráfica o de los valores de la tabla) tiene varios funcionamientos: para leer en los ejes, para ver las unidades en que se dan las escalas y para ubicar puntos. En cualquier caso Ana los relaciona para que le funcionen para indicar cambios, en un intervalo de tiempo, la forma se refiere a cómo articula esta información con el texto para argumentar su respuesta y hablar así de “*cambios drásticos*”.

Respuesta de Viridiana:

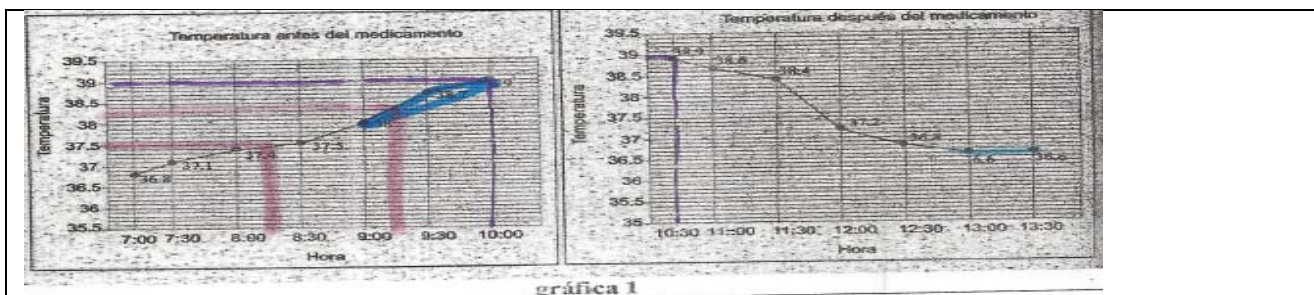


Figura 4.2. Gráfica de la respuesta a la pregunta 2 de Viridiana

“Porque a las 8:00 su temperatura era de 37.4 y en 15’ su temperatura se había elevado solo un poco, pero a las 9:15 se puede ver que la temperatura aumenta considerablemente en un menor tiempo”

La respuesta más amplia es la de Viridiana. La forma en como ve a la gráfica es ubicarse en los ejes y hacer marcas (línea gruesa en la gráfica) donde ella considera que se ubican las 8:15 y las 9:15; esto le permite leer puntos y, junto con las unidades en que se dan las escalas, para hacer cálculos sencillos, como los 15' para indicar un cambio “su temperatura se había elevado un poco” . Argumenta así sobre los cambios en la temperatura.

3. ¿Porque la mamá de Julia consulta al médico a las 10:00 AM y no a las 9:00 AM? Explica tu respuesta

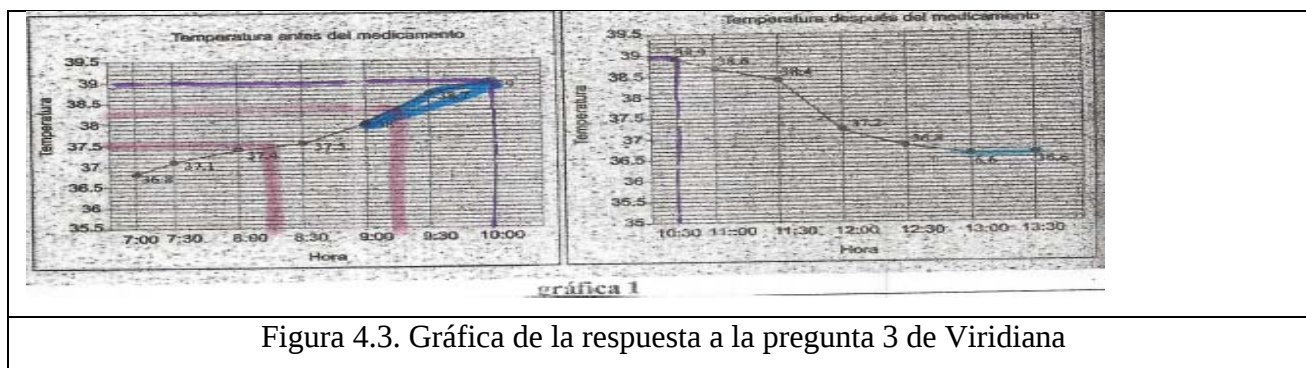
Respuesta de Brenda: *Porque a las 9:00 su Temp. era de 38 que es el inicio de la fiebre fatal pero a las 10:00 ya había aumentado a 39 o sea ya estaba en el punto medio de ser fatal*

Respuesta de Naomi: *Porque de esa forma (ese 6) verificaba si era una temperatura “normal” y no una fatal, como es a las 10:00 que es de 39°C*

Respuesta de Israel: *Porque a las 10:00am ya tenía Julia 39°C y es una temperatura más peligrosa*

La forma como Brenda, Naomi e Israel abordan a la gráfica es ubicando puntos en la gráfica con un funcionamiento para relacionar las variables que representan estos ejes; articulan con la información del texto en extenso para argumentar una respuesta. Naomi hace una lectura en los ejes (forma) y da la impresión de querer hacer una operación pero se decide dar un funcionamiento de comparar lo que ella ve en dos puntos y encierra entre paréntesis lo que para ella es un error, recordando que en las instrucciones se indicó no borrar sino escribir entre paréntesis.

Respuesta de Viridiana:



“Porque podemos notar que la temperatura crece a mayor medida en menor tiempo y que a tal velocidad los daños para Julia podrían ser mayores”

La forma como Viridiana aborda la gráfica es por medio de una lectura global en los ejes con un funcionamiento que le permite usar lo que ve en la gráfica; para hacerlo realiza la marca de la sección en azul la forma. Usa la información que ha leído y ubica en los ejes secciones de la gráfica; las compara para argumentar un mayor crecimiento en un menor tiempo.

La respuesta de Ana: *Yo creo que quería ver si la temperatura bajaba o aumentaba*

La respuesta de Rodrigo: *Porque a las 9 AM todavía no era tan grave y desde ese punto podía bajar o empezar a bajar*

Respuesta de Omar: *Tal vez todavía creyó que ella podía controlarla hasta que vio que no bajaba*

La forma como Ana, Rodrigo y Omar abordan la gráfica 1 es realizando una lectura global; leen toda la información de la gráfica y de la nota; esto les permite decir si una variable contribuye a que cambie el comportamiento de la gráfica (por cambio decimos que haya un incremento o baja en la temperatura).

4. ¿Puedes decir en qué momento la mamá de Julia se sintió más tranquila y por qué?

Respuesta de Brenda: *A la (1) 13:00 porque su temperatura ya era estable y al seguir a la 13:30 era constante aunque a las 12:00 ya tenía una temperatura “estándar”*

La forma como Brenda aborda la gráfica es haciendo una lectura global; ubica puntos coordinados para relacionar las unidades hora-temperatura con para comparar secciones a las que llama “estables, estándar y constantes”. La forma como usa la información contenida en el texto en extenso es para ubicar una temperatura “estándar” y articula esta información con la lectura de datos hora-temperatura para analizar que el comportamiento de la curva tiende a ser “estable, estándar, constante”.

Las respuestas de Naomi, Rodrigo y Omar tienen en común que marcan casi la misma hora:

Respuesta de Naomi: *Hasta las 12pm porque hasta ese momento se regularizó su temperatura corporal*

Respuesta de Rodrigo *A las 12.00 porque había bajado 1.8 grados de que tenía a las 10:00*

Respuesta de Omar: *11:30-12:00 fue donde más le bajó su temperatura*

La forma inicial como estos estudiantes abordan la gráfica es leyendo en los ejes las unidades hora-temperatura para ubicar puntos relacionando hora-temperatura y con estos puntos ubicarse en la gráfica para analizar que la gráfica decrece pero también usan la información del texto para afirmar que la temperatura se regulariza o baja.

Respuesta de Israel: *Es posible que desde las 11:30 porque estaba notando como la temperatura bajaba y se sintió más aliviada a las 13:30 cuando su temperatura estaba dentro de los límites normales.*

Respuesta de Viridiana:

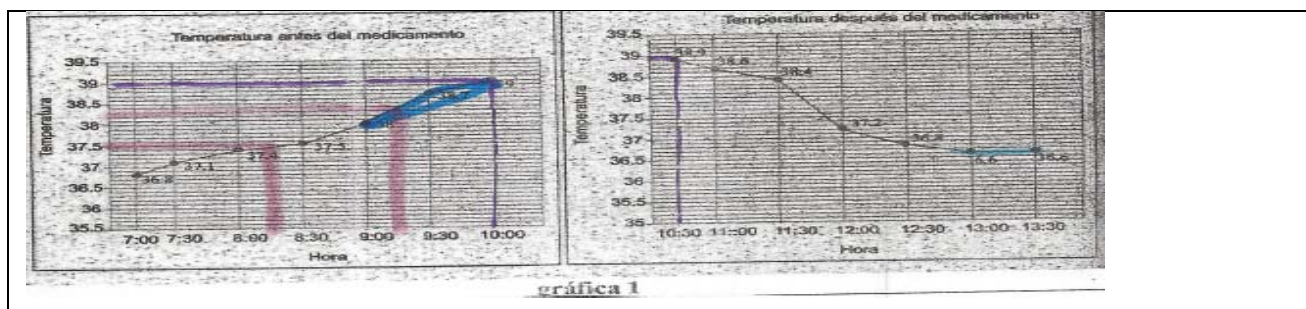


Figura 4.4. Gráfica de la respuesta de la pregunta 4 de Viridiana.

“La mamá de Julia se sintió más tranquila a la 1:30 ya que la temperatura permaneció estable tomando en cuenta que a la una ella tenía una temperatura de 36.6, que mantuvo media hora después”

Israel hace una lectura global de la gráfica con funcionamiento para ubicar intervalos y analiza el comportamiento de las secciones de la gráfica para indicar que la temperatura bajaba; al mismo tiempo da muestra de que toma en cuenta la información del texto para articularla con lo que ve en la gráfica y argumentar que la temperatura se mantiene en límites normales. Mientras que la forma

como Viridiana lee la gráfica es globalmente con un funcionamiento de ubicar y analizar una sección que permanece durante un tiempo (realiza marca en la sección en color azul cielo) para analizar que en la temperatura no hay cambio, se mantiene; argumenta entonces que la temperatura se mantiene igual en un intervalo de tiempo, lo que considera da tranquilidad a la mamá de Julia.

Respuesta de Ana: *Después de darle el medicamento y confirmar que le estaba haciendo efecto disminuyendo la temperatura.*

La forma como Ana responde nos indica que hace una lectura global con funcionamiento para obtener información del texto de la gráfica.

Sobre los usos de las gráficas

Por la forma en que los estudiantes abordan a la gráfica para determinados funcionamientos nos sugiere uno más de un uso en la gráfica, los cuales se describen a continuación.

Uso de la gráfica como objeto semiótico

Cuando los estudiantes ubican un punto ya sea en la tabla de valores o en la gráfica y relacionan la información que ven en los ejes por ejemplo: las variables en que se usa en los ejes de la gráfica o bien las unidades en que se presentan las escalas de los ejes, con signos que le son familiares para dar un significado y argumentar respuestas a situaciones no estrictamente escolares

Uso de la gráfica como mensaje topológico

Los estudiante leen directamente en los ejes para obtener información, y poder ubicar puntos máximos y comparar con otros puntos. Cuando Viridiana hace marcas en los ejes de la grafica, está indicando que da mucha importancia a la información que contienen los ejes para obtener intervalos y usar esta información para argumentar sobre varias situaciones como son:

- Un cambio de temperatura en un intervalo de tiempo
- Ubicar secciones que crecen
- Relacionar lo que representa cada sección para hablar de los cambios de temperatura en un menos tiempo.

- Analizar secciones que tienden a ser constantes

Otro ejemplo de uso como mensaje topológico es el que hace Omar; lee los valores de los ejes para ubicar dos puntos *11:30-12:00* analiza y compara secciones que decrecen y cuál decrece más en un intervalo de tiempo

Uso de la gráfica como ábaco

Los estudiantes deducen valores representados ya sea en la tabla o en la gráfica para realizar cálculos sencillos, sin la necesidad de escribir la operación realizada; esto se evidencia en una respuesta de Rodrigo cuando obtiene un valor numérico de 1.8, además de manifestar que la temperatura “*bajó*”.

Uso de la gráfica como dispositivo de reclutamiento

Ana y Naomi usan la información para comunicar sobre lo cotidiano, en esta situación sobre las consecuencias de una temperatura corporal arriba de los 38°C. La información que obtienen la usan para construir situaciones usando expresiones como “*yo creo*”, “*todavía no era tan grave*”, “*tal vez creyó...*” para argumentar una respuesta que saben son de riesgo para la salud humana, ya sea porque lo leyeron en el texto en extenso o bien porque tienen ese conocimiento que han adquirido por otro medio.

Sobre el uso del conocimiento matemático

En sus respuestas los estudiantes usan sus conocimientos de matemáticas para identificar puntos en el plano. En esta investigación todas las gráficas están situadas en el primer cuadrante con escalas nombradas de forma diferente a las que usualmente se trabaja en clase (*eje x o eje de las abscisas* (*eje y o eje de las ordenadas*). Las acciones escolares son de ubicar, identificar puntos en el plano cartesiano, así como actividad de graficar puntos en el plano cartesiano ya sea a partir de tabular de una función determinada o pares ordenados. En esta actividad no se pregunta directamente la ubicación de un punto en el plano, pero la pregunta va enfocada a que hagan uso de ese conocimiento y aunque se pide que muestren como lo deducen sólo Viridiana lo hace a través de las marcas que hace en la gráfica tal y cómo se hace en una actividad escolar.

Otra acción que refleja el uso de conocimiento matemático es cuando los estudiantes establecen intervalos en los ejes para hablar de cambios, de temperatura con respecto a intervalos de tiempo. Esto se evidencia en una de las respuestas de Viridiana cuando relaciona lo que ve en la gráfica para hablar de una razón de cambio de temperatura con el tiempo, mencionando a la velocidad como una razón de cambio. No escriben los puntos para ser sustituidos en alguna fórmula tal y como se ha establecido en el discurso escolar, pero si usan su conocimiento matemático para establecer cambios de una unidad con respecto a otra además de respetar el orden que se establece en la variación de y con respecto a x . Su conocimiento matemático es usado y resignificado para argumentar una respuesta en situaciones no escolares en este caso las secciones que crecen, aumentan o están estables. Además de asociar estos intervalos a situaciones no escolares como es una situación de gravedad en la salud de una persona.

Actividad 2: Temporada alta

Agrava cuadro gripal, alertan especialistas.

Margarita Vega

La siguiente nota periodística acompañada de una gráfica se publicó en el periódico Reforma

La temporada invernal 2010-2011 ha presentado más cuadros gripales y de influenza con relación al año pasado, aseguraron especialistas.

La neumóloga Sonia Meza indicó que esta temporada invernal se han presentado más cuadros de influenza que el año pasado, lo que atribuyó a que la mayor parte de la población bajó la guardia en cuanto a las medidas de prevención que se adoptaron durante la epidemia de AH1N1.

“He visto más influenza, y no sé si más grave, pero sí más que en años pasados. El año pasado estábamos preparados y este año que no tuvimos tanta preparación y hemos visto muchos casos otra vez” comentó en entrevista.

“Yo creo que la gente, después del miedo del año pasado, fue como un rebote y dejó de tener las precauciones para evitar gripas y por eso estamos viendo complicaciones”, consideró.

Coincidiendo con ella el presidente de la Asociación nacional de Farmacias de México (Anafarmex), Antonio Pascual Feria, señaló “Estamos percibiendo un fenómeno delicado. Los cuadros de las vías respiratorias se están presentado más severos. Hay una recurrencia, y no son los dos, tres días de antes, sino que ahora se van más días”.

“Queremos poner una alerta especial porque en las farmacias estamos percibiendo un estacionamiento de estos cuadros. La gente le da vuelta a estos padecimientos y es de riesgo, se complica, de manera tal que tienen que ir al médico”, agregó.

Recomendó a los encargados de las farmacias orientar al consumidor para que, en caso de que su enfermedad dure más de cuatro días, acudan al médico para recibir el tratamiento indicado.

Reportó, por otra parte, que, debido a las nuevas restricciones para su venta, la demanda de antibióticos ha caído 35 por ciento en el país.

Para compensarlo, dijo, los consumidores han incrementado en 40 por ciento las compras de antigripales y otros medicamentos de libre venta.

Ahora observa la siguiente figura y responde las preguntas



Gráfica 4.2: “Temporada alta”

Respuestas de los estudiantes a la actividad 2: Temporada alta

1. Pregunta 1 ¿Por qué crees se titula a esta figura “temporada alta”?

Respuesta de Brenda: *Porque han aumentado considerablemente en aquella temporada las (narices) enfermedades gripales*

Respuesta de Naomi: *Porque durante ese tiempo se ha mantenido los registros de epidemias más altos que otros*

Respuesta de Omar: *Hubo más enfermos que en otras ocasiones*

Respuesta de Israel: *Porque es el tiempo o temporada del año en que más gente se enferma*

Respuesta de Viridiana: *Porque habla del periodo en el que se registraron más enfermedades respiratorias*

Los estudiantes hacen una lectura global articulando el texto en extenso, el cintillo de la gráfica y a la gráfica; esta forma de usar las gráficas les funciona para argumentar en su respuesta que en un periodo -no especifican las unidades- de tiempo hay un incremento en ciertos número de unidades de

enfermedades, epidemias, enfermos, gente. Los estudiantes ubican un periodo de tiempo para analizar que hay aumento o crecimiento para comunicar lo cotidiano.

Respuesta de Rodrigo: *Porque fue en la semana que más infecciones hubieron*

Rodrigo hace una lectura global de la gráfica con un funcionamiento para ubicar las unidades de los ejes, la forma de ver la gráfica es a través de puntos representados que le permiten ubicar un punto máximo.

Pregunta 2. *¿Cómo te imaginas que la Secretaría de Salud obtiene el número casos de infecciones respiratorias que observas en la figura?*

Respuesta de Brenda: *A través de la información que les proporcionan los hospitales o sea dentro de c/hospital se va a hacer una (gráfica) de las personas que ingresaron a la misma por una enfermedad gripal o por la cantidad de medicina que se consume*

Respuesta de Viridiana: *Según los casos vistos en los centros de salud y los datos dados por la (Anafarmex) en cuanto a la compra de medicamentos*

Respuesta de Omar: *Por el número de antibióticos que se piden en los centros de salud*

Respuesta de Naomi: *Por el número de asistencias al hospital o a doctores respecto a enfermedades respiratorias y por la venta de medicamentos*

Respuesta de Ana: *Porque van al médico o por los medicamentos que se compran en las farmacias*

Respuesta de Rodrigo: *Porque cada vez que alguien va al médico se registra*

Respuesta de Israel: *Por lo que acude al médico es registrado*

Los estudiantes hacen la lectura global del texto en extenso con un funcionamiento para analizar información cotidiana y responder con diferentes argumentaciones; éstas tienen en común deducir un hecho que es el registro de datos, para comparar dos hechos: el número de enfermos con la venta y/o consumo de medicamentos.

Pregunta 3: *¿En qué época del año se registró el mayor número de casos de infecciones respiratorias agudas? ¿Cómo lo deduces?*

Respuesta de Brenda, Ana, Omar: *En la temporada invernal 2010-2011*

La forma como responden Brenda, Ana y Omar es la misma; ellos hacen uso del texto en extenso lo que les funciona para ubicar un intervalo de tiempo en este caso, 2010-2011. Los estudiantes leen el texto para ubicar y obtener un dato del primer párrafo del texto, con un funcionamiento para argumentar involucrando una situación cotidiana como lo es el estado meteorológico con un intervalo de tiempo en años.

Respuesta de Naomi: *Durante la semana invernal, que son las últimas semanas: 49-51*

Naomi lee el texto en extenso para ubicar un intervalo de tiempo invernal; lee en los ejes de la gráfica para ubicar el intervalo de tiempo (semanas) para relacionar dos formas de medir un intervalo que marca la sección de la gráfica que reporta el mayor número de casos de infecciones respiratorias agudas.

Respuesta de Rodrigo: *(Un) En el invierno*

Respuesta de Israel: *(en la semana 50) en invierno*

Respuesta de Viridiana: *En el cierre de 2010; (final de año)*

Los estudiantes leen globalmente la información de la actividad para articular la información obtenida, que les funciona para argumentar sobre el momento en que se registran el mayor número de infecciones respiratorias. Por ejemplo: en la respuesta de Rodrigo se muestra que para responder obtiene la información del texto para ubicar que es en el invierno el periodo de mayor registro de enfermedades respiratorias. Israel encierra entre paréntesis la semana 50 lo que nos indica que había ubicado en los ejes de la gráfica un intervalo de tiempo para responder pero corrige. Entonces, la forma de interactuar con la gráfica es articulando lo que lee en el texto en extenso con la lectura que hace de las gráficas para dar un significado.

Viridiana lee el texto en extenso para ubicar el intervalo de tiempo, 2010, para indicar que toma la parte final del mismo y la ubica como la época en que se registra el mayor número de casos de enfermedades respiratorias.

Pregunta 4. *¿En qué semana crece más rápido el número de infecciones respiratorias agudas?*

Respuestas de Brenda, Naomi, Israel, Omar: *En la semana 50*

Los estudiantes hacen una lectura directa en los ejes para relacionar las variables y ubicar puntos que ellos consideran máximos. Leen las unidades en que se representan los ejes de las gráficas para ser usados en la argumentación puntual de su respuesta.

Respuesta de Ana: *En la semana 47 a la 48*

Respuesta de Viridiana: Viridiana realiza marcas en la gráfica para justificar su respuesta (ver figura 4.5).



Figura 4.5. Gráfica de la respuesta a la pregunta 4 de Viridiana

“En la semana 49 y en la 50 nos da el índice más alto en cuanto a infecciones”

Ana y Viridiana leen directamente los datos de los ejes para ubicar puntos para marcar intervalos. Ana ubica intervalos de tiempo (semanas) que le sirven para calcular la diferencia entre el número de casos, para ubicar cual sección de la gráfica crece más. Las marcas que Viridiana realiza en la gráfica le sirven para ubicar puntos y secciones que crecen, en este caso las marcas le sirven para argumentar que entre las semanas 49 y 50 se registra el índice es más alto de infecciones.

Pregunta 5: ¿Cómo lo deduces? Explícalo

Respuesta de Brenda: *A través de la gráfica*

Respuesta de Israel: *Porque en la gráfica marca que en esa semana el número de casos es mayor*

Respuesta de Omar: *Viendo el punto más alto de la gráfica*

Respuesta de Naomi: *Comparando el punto más alto de la gráfica con respecto a los demás.*

Respuesta de Ana: *Por las cifras que se muestran, aparte la gráfica es muy clara en la ilustración*

La forma como los estudiantes abordan la gráfica es mediante la lectura directa en los ejes de las gráficas con funcionamientos: para ubicar puntos, para comparar los puntos y para ver cuál es el mayor; ven las cifras en la gráfica para comparar y para ver cuál es mayor en el eje vertical.

Respuesta de Viridiana: *Por el crecimiento de la gráfica en el punto en el que estaba en la semana 49 y nos muestra un crecimiento para la semana 50*

Viridiana lee directamente en los ejes de la gráfica para obtener intervalos entre dos puntos y para determinar la sección de la gráfica que muestra para ella el mayor.

Sobre los usos de las gráficas

Por la forma en que los estudiantes abordan a la gráfica para determinados funcionamientos nos sugiere uno más de un uso en la gráfica, los cuales se describen a continuación

Uso de la gráfica como elemento interactivo

Los estudiantes hacen lectura global de la actividad, hacen comentarios y deciden cómo interpretar lo que leen ya sea tomando la información que se encuentra en el texto o bien de la información que ven en la gráfica. Una muestra de ello es que no especifican qué unidades tomarán en cuenta para responder, entonces hablan de semana invernal o bien de semana como unidad de tiempo, dando el mismo significado. En otras respuestas comentan sobre registros que se supone existen y que son hechos por médicos, y relacionan esta información con la que obtienen de la nota que hace referencia a la venta de medicamentos.

Uso de la gráfica como objeto semiótico

Los estudiantes leen los signos en la gráfica y los relaciona con signos y significados escolares que conocen para construir nuevos significados; ubican puntos en la gráfica y comparan las cantidades escritas en la misma para elegir el punto que representa a la mayor ordenada. Por ejemplo en la respuesta de Rodrigo a la pregunta 1 de: *Porque fue en la semana que más infecciones hubieron*, Rodrigo ubica las unidades de los ejes, ve los puntos representados que compara para ubicar un punto máximo, cada eje representa la semana en x y el número de enfermedades en el eje y.

Uso de la gráfica como mensaje topológico

El uso como mensaje topológico se identifica claramente en la respuesta de Viridiana pues lee en los ejes para obtener información para establecer secciones de crecimiento en la gráfica y tener la suficiente información para responder a la pregunta.

Uso de la gráfica como ábaco

Este uso es evidente en la respuesta de Ana a la pregunta 4. Ubica puntos en la gráfica para hacer cálculos sencillos que no necesariamente deben dejar escritos para establecer diferencias entre el número de casos de enfermedades respiratorias representados en el eje vertical. Otro ejemplo es la respuesta de Viridiana se guía sólo por la inclinación que aprecia en la gráfica es mayor y la marca con azul.

Sobre el uso del conocimiento matemático

El uso de conocimiento matemático, en la respuesta a la pregunta 1 es que los estudiantes suponen un registro de datos, además de comparar dos variables número de personas enfermas por cantidad de medicina que se consume, por el número de asistencias al hospital respecto a enfermedades respiratorias y venta de medicamentos y por el registro de datos para ser usados para obtener cierta información.

Los estudiantes ubican puntos que están escritos en la gráfica; se limitan a ver el punto más alto de la e ignoran las secciones que la componen, reportando únicamente con este dato su respuesta. Un ejemplo de esto es la respuesta a la pregunta 4 de Ana y Viridiana quienes ubican intervalos, para calcular la diferencia entre dos puntos para indicar que sección registra mayor crecimiento en un

intervalo de tiempo y así poder comparar el crecimiento entre las secciones que forman la gráfica. Ellas indican a su manera la diferencia entre dos valores de los ejes, para indicar en cuál el crecimiento es mayor; consideran sólo la diferencia entre dos valores del eje vertical ya que en el eje horizontal la diferencia es de una unidad..

Otro uso del conocimiento matemático que se observa es de intervalos de tiempo ya sea por año, por periodo o por temporada, algunas de estas escalas no están representadas en la gráfica pero son utilizadas de la misma forma si estuvieran. Cuando se refieren a cierta semana están usando la escala que se muestra en los ejes de la gráfica, la información que obtienen ya sea en el texto o en la gráfica. La otra representación en el eje vertical es que representa como enfermedades gripales, epidemias, enfermos

El conocimiento matemático sobre pendiente es usado y resignificado para determinar que pendiente de las secciones mostradas es mayor.

Actividad 3: Le dio sabor al negocio

Desplaza agua a los refrescos

Campañas de salud y mercadotecnia exitosa, lograron colocar el agua purificada no sólo como un producto de consumo básico, sino como un producto que se posiciona mejor que los refrescos de sabor en el mercado mexicano.

En los ocho primeros meses de 2008, en México se comercializaron 3 mil 812 millones de litros de agua purificada. El volumen fue 12.3 por ciento superior a la venta de refrescos de sabor, compitiendo con los refrescos de cola.

Y las ventas de agua mantienen una tendencia más que dinámica: en enero-agosto de este año, el volumen de ventas aumentó 4.6 por ciento respecto a igual periodo de 2007.

En contraste, las ventas de refrescos de sabores cayeron 6.3 por ciento y las de refrescos de cola crecieron 2.8 por ciento, de acuerdo con la Encuesta Industrial Mensual del Instituto Nacional de Estadística Geografía e Informática (INEGI).

Los informes de las principales compañías embotelladoras confirman esta tendencia.

El reporte financiero de Coca-Cola FEMSA al tercer trimestre, detalla que el volumen de ventas de refrescos creció 6.6 por ciento en el tercer trimestre del año, y en el agua embotellada, incluyendo agua en presentaciones mayores o iguales a 5 litros, creció más de 8 por ciento.

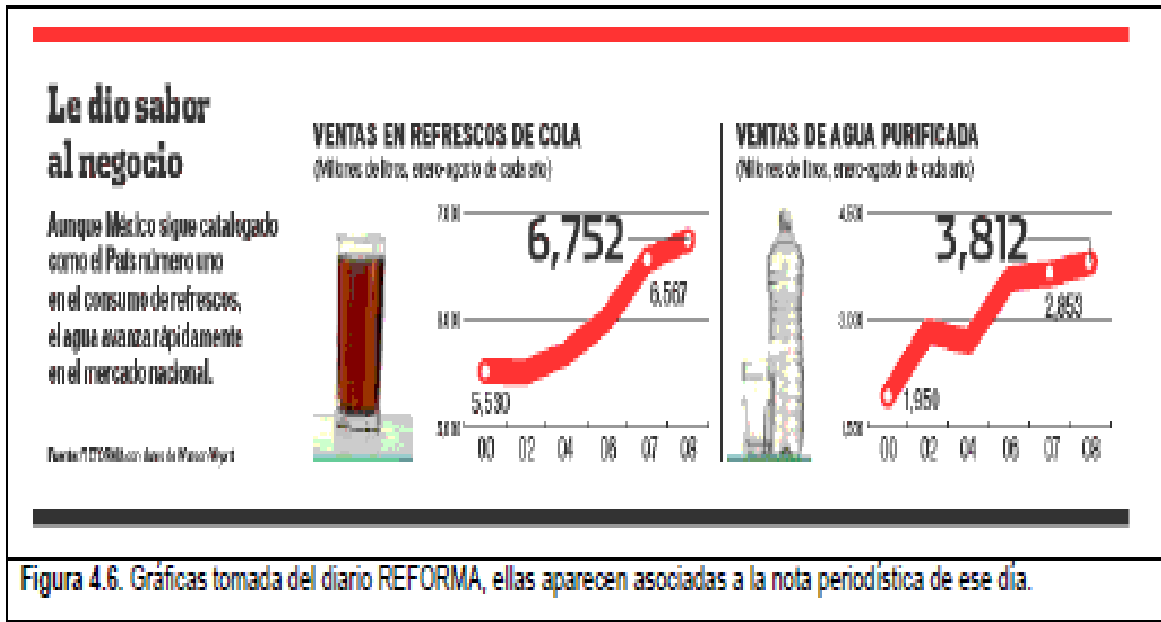
"El volumen de refrescos creció 6.6 por ciento de manera consolidada durante el trimestre, sin embargo, este número hubiera crecido casi 1 por ciento sin el efecto de la inclusión de la compra de Renil. En volumen de ventas las bebidas no carbonatadas creció cerca de 100 por ciento, principalmente impulsado por la marca Jugos del Valle, en México", explica el reporte trimestral de la compañía.

Para Embotelladora Arca, que maneja los refrescos de Coca-Cola y Agua Ciel, las ventas de refrescos en el tercer trimestre crecieron 2.6 por ciento y en agua purificada 85.9 por ciento.



Y en un caso similar se encuentra Grupo Embotelladores Unidos, quienes manejan el agua Electropura y los refrescos de PepsiCo, bajaron 2 por ciento las ventas de bebidas carbonatadas y en agua aumentaron 14 por ciento.

Figura 4.6. Porcentajes de crecimiento por empresa de ventas de agua y refresco. Reforma.



Gráfica 4.3: “Le dio sabor al negocio”

Respuestas de los estudiantes a la actividad 3

Pregunta 1: ¿Qué sucede con la venta de agua entre los años 2007 y 2008? Explica tu respuesta

Respuesta de Brenda: *(existe un aumento de 959 litros) el volumen de las ventas aumentó 4.6% ya que es un producto de consumo básico*

3812
<u>2853</u>
959

La forma como Brenda aborda la gráfica es leer la información que se muestra en los ejes con funcionamiento para ubicar puntos, para realizar cálculos. Realiza la operación aritmética para decir que hubo un aumento de 959 litros. Articula la información del porcentaje obtenida del texto en extenso para argumentar sobre el aumento de de ventas del agua en el periodo establecido en la pregunta.

La forma de interpretar información del texto en extenso le sirve para dar importancia a los datos sobre las ventas de un producto para mencionar lo que lee al decir que es de consumo básico.

Respuesta de Naomi: *Aumentó su venta (con mil ...más) ya que en la gráfica se puede identificar un pequeño crecimiento entre estos 2 años*

Lee la información de los ejes de la gráfica, lo cual le funciona para ubicar puntos y secciones, para indicar que hay un crecimiento. Ubica puntos para realizar una operación, sin dejarla escrita, para expresar un resultado aproximado aunque no da muestra de haberlo usado.

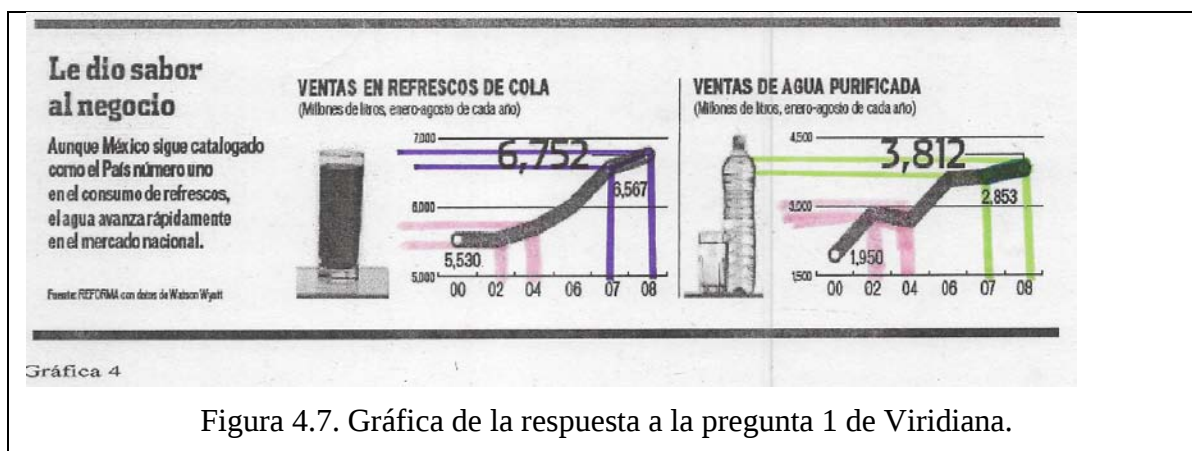
Respuesta de Rodrigo: *Baja el consumo radicalmente comparando con el 2004 al 2005. Yo creo porque se dieron cuenta de que el agua se acaba*

Respuesta de Ana: *Hay un (mayor) menor aumento a comparación de los años anteriores como se muestra en la gráfica.*

Rodrigo y Ana hacen una lectura directa en los ejes con un funcionamiento para ubicar secciones que crecen de diferente manera. La forma de trabajar con la gráfica es comparando diferentes secciones para argumentar que el crecimiento no es tanto como en otro periodo ubicado en otro intervalo de tiempo. Rodrigo termina su respuesta con un funcionamiento para comentar lo cotidiano.

Respuesta de Israel: *El consumo de agua en ese periodo aumentó porque la gráfica sube*

Respuesta de Viridiana:



“Aunque se puede decir que el nivel no tiende a crecer demasiado, refiriéndonos a un país extremadamente consumidor al refresco, se puede decir que las ventas de agua crecen a medidas considerables (traza líneas verdes en la gráfica)”

Viridiana realiza marcas en la gráfica lo que le funciona para ubicar intervalos en los ejes para argumentar que la gráfica no crece demasiado, la forma de trabajar con la gráfica es para complementar su respuesta para hablar de lo cotidiano.

Israel solo lee directamente en la gráfica para ubicar el intervalo de tiempo para argumentar que la gráfica sube.

Respuesta de Omar: *Se mantiene casi igual. No hay (mucha inclinación) en la recta pero fue por la escala que se utilizó.*

Omar hace una lectura directa en los ejes para analizar secciones que casi no registran un crecimiento o cambio notable y para analizar las escalas en que están representadas.

Pregunta 2: *¿Qué sucede con la venta de refresco de cola entre los años 2007 y 2008? Explica tu respuesta.*

Respuesta de Brenda: *Crecieron 2.8% porque (somos) México sigue colocado como el país #1 en el consumo de refresco*

Brenda lee la información de la nota en extenso y la articula con la nota del cintillo de la gráfica con funcionamiento para obtener información y responder a situación cotidiana.

Respuesta de Naomi: *Aumentó su venta, pero de manera más lenta, ya que en este periodo solo se aumentó 185 ventas*

Naomi lee la información de los ejes para ubicar el intervalo en eje vertical lo que le sirve para realizar cálculos con estos valores, aunque no deja escrita la operación: compara con otros valores para expresar que su crecimiento es más lento.

Respuesta de Ana: *A comparación del agua, el refresco aumentó más en su consumo*

Ana lee directamente en los ejes de las dos gráficas para ubicar secciones en los intervalos que marca la pregunta, para comparar las secciones elegidas entre las dos gráficas y determinar cual crece más. Articula lo que ve en la gráfica para comunicar lo cotidiano

Respuesta de Rodrigo: *Sigue firme a pesar de algunas pocas bajan y porque los mexicanos prefieren tomar algo diferente del agua*

Rodrigo lee globalmente el texto y la gráfica, lo que sirve para argumentar que sigue firme, es decir que se mantiene, a pesar de lo que se dice en la nota. La forma de interactuar con la gráfica es usando toda la información para comunicar lo cotidiano.

Respuesta de Israel: *Aumentó su venta y se ve porque sube la gráfica*

Israel hace una lectura global de la gráfica para argumentar un aumento de ventas; la forma se refiere a ver la gráfica y ubicar secciones que crecen, para argumentar que *sube la gráfica* asignando el significado de ventas.

Respuesta de Viridiana:

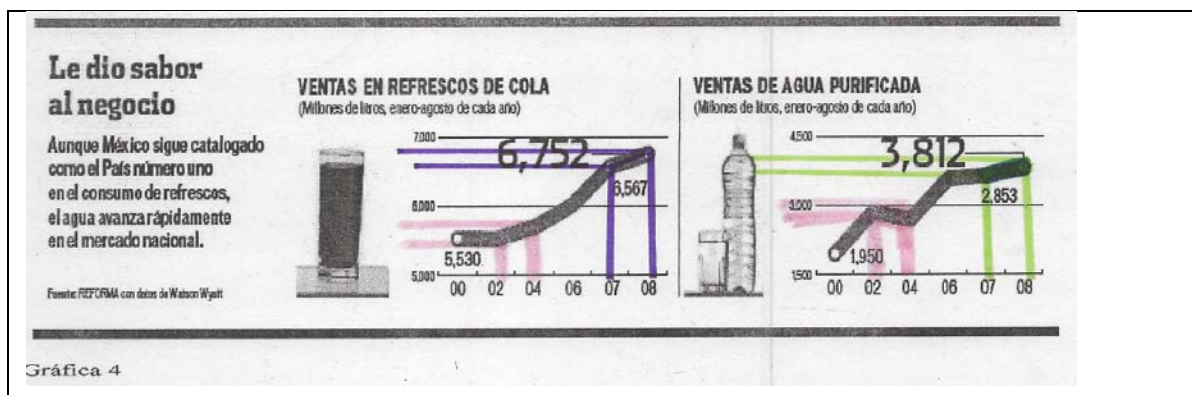


Figura 4.8. Gráfica de la respuesta a la pregunta 2 de Viridiana

“La venta no muestra los mismos niveles como en años anteriores; crece pero es solo mínimo este crecimiento (realiza las marcas en color morado)”

Viridiana ve los ejes para ubicar los intervalos de años que se indican en la pregunta; realiza los trazos desde el eje horizontal para ubicar el intervalo en el eje vertical; compara secciones de la gráfica que le sirve para argumentar mínimo crecimiento. Esa manera de cómo realiza los trazos y cómo compara secciones constituyen la forma de usar la gráfica.

Respuesta de Omar: *Por su escala se ve que creció más que el agua pero en números es otra cosa*

Omar hace lectura en los ejes de las gráficas para ver las escalas, ubicar intervalos, analizar secciones que crecen de forma diferente y para comparar las cantidades que están en los ejes de la gráficas.

Pregunta 3. En el mismo periodo (2007 a 2008) ¿qué se vendió más agua o refresco de cola? ¿Cómo puedes saberlo?

Respuesta de Brenda: *Se vendió más agua porque en la lectura mencionan un aumento del refresco del 6.6% pero del agua fue un 8%*

Brenda hace una lectura global del texto con un funcionamiento para ubicar los datos que le puedan ayudar a dar sustento a respuesta. Ve toda la información que hay en el texto para analizar los datos que se presentan para seleccionar los que ella considera dan respuesta a la situación.

Respuesta de Naomi: *Se vendió más agua, porque el aumento del agua es mayor o la diferencia entre el 2007-2008 es más grande que el refresco.*

Respuesta de Viridiana: Realiza la operación que se transcribe

Refresco	Agua
(08) 6752	(08) 3812
-(07) -6567	-(07) -2853
185mdel.	959mdel.

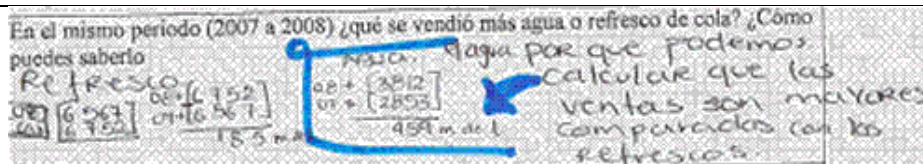


Figura 4.9. Respuesta de Viridiana a la pregunta 3

“El agua porque podemos calcular que las ventas son mayores comparadas con los refrescos.”

Naomi ve los puntos representados en la gráfica lo que le sirve para ubicar los que corresponden al intervalo de tiempo mencionado en la pregunta, para calcular la diferencia entre los valores del eje vertical representados en cada gráfica para comparar los resultados y ver en cuál par se da respuesta. Viridiana hace la lectura directa en la gráfica, para ubicar puntos en los ejes y realizar operaciones que deja indicadas para argumentar su respuesta sobre cómo son las ventas del agua.

Respuesta de Ana: *Refresco en la gráfica se muestra el aumento*

Respuesta de Rodrigo: *Refresco. por la gráfica de arriba que nos indica eso*

Respuesta de Omar: *Cola por los números de la gráfica*

Los estudiantes leen directamente en la gráfica para ubicar cantidades en el intervalo de tiempo indicado en la pregunta; comparan las secciones de la gráfica correspondientes al intervalo localizado para deducir cuál es el que representa las mayores ventas

Respuesta de Israel: *Se vendió más refresco de cola pero el porcentaje del aumento en las ventas de el agua fue mayor y esto se ve en los números que ahí aparecen*

Israel hace una lectura global en el texto, ubica en el cuadro datos (porcentajes), lee en la gráfica directamente para ubicar datos y compararlos de esta manera ubica las mayores ventas para argumentar su respuesta en su respuesta que producto se vende más.

Pregunta 4: Sobre las ventas de agua y refresco de cola. ¿Qué diferencia, ves en las ilustraciones entre los años 2002 y 2004?

La mayoría de las respuestas son similares así que sólo tomaremos las que difieren un poco entre sí.

Respuesta de Brenda: *En el refresco hubo un pequeño aumento, pero en el agua en el 2002 hubo un incremento o iba creciendo pero en el 2004 hubo una decreción*

Respuesta de Rodrigo: *El agua bajo su consumo por el consumo por el favoritismo con el refresco de cola.*

Respuesta de Omar: *La cola fue constante parecía función exponencial el agua tuvo altos y bajos*

Pregunta 5: ¿Las ventas de refresco de cola aumentaron o disminuyeron durante el año 2001?

La mayoría de las respuestas son similares así que sólo tomaremos las que difieren un poco entre sí.

Respuesta de todos los estudiantes es directa: *Permaneció constante, se mantuvieron igual, se mantuvieron estables y dos estudiantes escriben con el año 2000.*

Respuesta de Omar: En la gráfica parece haberse sostenido no sé en números.

Los estudiantes leen directamente en los ejes de las gráficas para ubicar los intervalos tanto en los ejes horizontales como verticales para ver y comparar secciones de la gráfica que muestran crecimiento, decrecimiento o permanecen constantes. En las preguntas 4 y 5 obtienen información para responder sobre el comportamiento de las ventas del agua y del refresco de cola. Cuando se les pregunta sobre un punto intermedio consideran la sección completa para responder que se mantienen estables. Omar no se siente seguro con lo que ve en la gráfica pero no hace cálculos y no comenta más. Usa lo que puede percibir de las gráficas para responder.

Pregunta 6. ¿Se utiliza la misma escala para registrar los litros vendidos de agua y de refresco? Explícalo

Respuesta de Brenda: *No porque son diferentes las cantidades de litros de cada uno pero son los mismos años*

Respuesta de Naomi: *(Si se tia) No, solo son iguales los años pero en los litros con el agua se empieza con 1500 y con el refresco con 5000*

Respuesta de Israel: *No por completo, en cuanto a los años si, pero no en las ventas, porque el refresco de cola se vende aún más.*

Respuesta de Ana: *Se utiliza el mismo lapso de tiempo pero son otras cifras*

Los estudiantes ven las escalas de las dos gráficas para comparar las cantidades representadas en cada eje para argumentar que ejes muestran la misma escala y cuáles son diferentes; en el caso de Israel, él da un significado a lo que representa el eje vertical para decir que se vende más

Respuesta de Viridiana: Y dibuja dos gráficas con escala vertical.

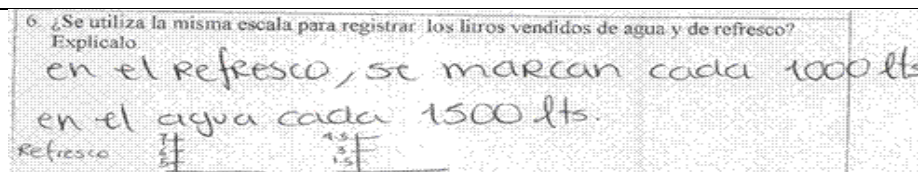


Figura 4.10. Respuesta de Viridiana a la pregunta 6

“En el refresco, se marca cada 1000lts. en el agua cada 1500lt”

Viridiana ve únicamente los ejes verticales de la gráfica y esto le sirve para ver las cantidades representadas, para compararlas y ver en qué intervalos se propone cada escala, para ver en qué número inicia cada una y el valor de cada intervalos; usa dibujos para argumentar su respuesta.

Respuesta de Omar: *No es otra cosa, como subió más el agua y esta del mismo tamaño que la de cola (“la gráfica”) no se podía poner la misma escala*

Omar hace una lectura global de las gráficas para compararlas, para decir que las escalas son diferentes aunque no justifica porqué. Compara las gráficas para decir que las ve del mismo tamaño y por esa razón las escalas no podías ser iguales.

Pregunta 7: *¿Por qué se afirma que el consumo de agua avanza rápidamente en el mercado nacional?*

Respuesta de Brenda: *Porque en la gráfica se puede ver el aumento y la cantidad de litros vendidos en cada producto*

La forma en como ve Brenda a la gráfica le sirve para ubicar los puntos que representan ventas de litros vendidos, lo que le funciona para comparar las cantidades representadas en las gráficas para argumentar en su respuesta que la gráfica muestra el aumento y los litro vendidos de cada producto.

Respuesta de Naomi: *Porque las ventas del agua comparadas con las del refresco aumentan más rápido en un tiempo más corto*

Respuesta de Ana: *Porque por medio de las cifras se dan cuenta de ello*

Respuesta de Omar: *Por el número de consumidores o botellas vendidas*

Los estudiantes hacen una lectura global del texto y de la gráfica para articular la información y así ubicar cantidades que representan intervalos de tiempo, para comparar cantidades del agua y refresco y ver cómo varían esas cantidades que reportan ventas con respecto al tiempo.

Respuesta de Israel: *Porque tuvo un gran porcentaje de crecimiento en las ventas en solo un año 2007-2008*

Israel lee en el texto para articular la información de los porcentajes de ventas con la información del eje de la gráfica que representa al tiempo, para ver cómo crecen las ventas con respecto al intervalo de tiempo.

Respuesta de Rodrigo: *Porque se empiezan a ver las desventajas de tomar refresco*

Respuesta de Viridiana: *Porque se nota que las ventas debido a la mercadotecnia dada es a favor del agua.*

Articulan información obtenida en otros medios no escolares con la información presentada en la actividad para comunicar su cotidiano.

No se considera en esta investigación señalar los posibles errores que haya cometido el emisor en la elaboración de gráficas. Sólo nos interesa indagar como los estudiantes visualizan a la gráfica y a los elementos que muestran. La siguiente pregunta no es para saber qué conocimientos matemáticos ponen en juego los estudiantes a la situación presentada sino lo que los estudiantes pueden visualizar en la gráfica como figura, como conjunto de signos con un significado.

Pregunta 8. *¿Crees que se las gráficas que se imprimen en los periódicos o libros pueden tener errores en la escritura o presentación de datos? Observa con atención la gráfica ¿detectas algún error en ella? si es que existe ¿cuál sería ese error u omisión?*

Repuesta de Brenda: *Si creo que puedan existir errores, en la segunda gráfica se encuentra 2853, 3812 este número está mal colocado ya que tiene que ir debajo de la línea ya que es un 2000*

Respuesta de Naomi: No, porque ya se estudiaron los hechos.- si en la 2ª. Gráfica el 2853 debería de estar abajo del 3000

Brenda y Naomi hacen lectura directa en la gráfica para leer desde los ejes de referencia puntos coordinados, para ubicar puntos representados sobre la gráfica y de esta manera ver los puntos escritos en la gráfica para analizarlos y determinar sus coordenadas, con un funcionamiento para ver posibles errores.

Respuesta de Omar: *No debería pero suele pasar los años no están continuos o en serie 0-2-4-6-7-8*

Omar revisa las escalas de los ejes para comparar los intervalos de tiempo, hace seguimiento puntual de las marcas en los ejes para hacer notar que los años no son continuos.

Respuesta de Ana: *Puede haber errores pero si se estén basando en información, entonces es difícil ...creo que debieron haber explicado con la misma cantidad de litros*

Respuesta de Rodrigo: *No (alcanso) alcanzo a ver ningún error pero estoy seguro que alguna vez puede haber errores*

Respuesta de Israel. *Si pueden tener, me parece porque talvez no toman todos los datos. Siento que si hubieran tenido exactamente lo misma escala para que se pudieran apreciar mejor*

Respuesta de Viridiana: *Creo que hay demasiados datos, y no todos tienden a ser iguales, más bien diría que hay diferentes perspectivas*

Los estudiantes hacen una lectura global de las gráficas, pero no detectan errores; manifiestan que son muchos datos. Sólo Ana menciona que la escale del eje vertical debió ser la misma.

Pregunta 9: Las gráficas que representan las ventas de agua purificada y de refresco de cola aparentemente están en la misma escala, pero no es así. ¿Por qué crees que el redactor del periódico las propones de esta forma

Respuesta de Brenda: *Porque cada producto tiene diferentes raíces de ventas y muestra el aumento o apogeo del agua*

La forma en como Brenda hace la lectura en las gráficas le sirve para analizar los intervalos y los relaciona con la temática de la actividad para comunicar lo cotidiano.

Respuesta de Naomi: *Con los años es igual, pero los millones de litro no, porque antes el agua no había tantas ventas hasta ese número de litros*

Naomi hace la lectura directa en los ejes de las gráficas para comparar los intervalos de los ejes y para mencionar las cantidades en millones de litros en que están las escalas del eje vertical, para comentar sobre lo cotidiano de las ventas de agua.

Respuesta de Ana: *Para hacer una mejor comparación a la mejor*

Respuesta de Rodrigo: *Para ver los niveles diferentes de consumo*

Respuesta de Israel: *Para que haya una mejor comparación y se vea con mayor claridad la venta de agua.*

Respuesta de Viridiana: *Por el nivel de crecimiento de las ventas de acuerdo a cada producto*

La forma en como ven las gráficas les sirve para hacer una lectura global. Ven las cantidades registradas para comparar las gráficas, lo que les sirve para dar un significado a los números que ven en las gráficas

Respuesta de Omar: *Fue su forma de hacerlo no pensó en que algunos no se darían cuenta*

Omar usa lo que ha visto en las gráficas para comunicar lo cotidiano.

Sobre los usos de las gráficas

En la resolución global de esta actividad encontramos los siguientes usos en la gráfica, los cuales se describen a continuación

Uso de la gráfica como ábaco

Este uso se hizo presente cuando los estudiantes ubicaron cantidades en los ejes para realizar operaciones sencillas y así dar un significado al resultado de esa operación por ejemplo el aumento, de ventas, crecimiento lento, en números es otra cosa, comparar resultados para decir quien tuvo mayores ventas.

Uso de la gráfica como dispositivo de reclutamiento

Los estudiantes usan la información obtenida para comentar sobre lo cotidiano, por ejemplo cuando ubican al agua como un producto “*de consumo básico*”, que *sigue firme* y argumentar sobre las preferencias de los mexicanos. Rodrigo comenta y construye situaciones en su respuesta, vincula lo

que ve en la gráfica con lo que para él es una situación cotidiana, o bien construir situaciones que para ellos afectan o influyen en la representación de datos.

Uso de la gráfica como mensaje topológico

Este uso se pone en evidencia cuando los estudiantes leen información en los ejes de las gráficas para ubicar intervalos y localizan secciones que crecen, de manera diferente en el tiempo, para comparar secciones, para ver las escalas de los ejes, para ubicar secciones que decrecen o se mantienen e el tiempo

Uso de la gráfica como elemento interactivo

La lectura global que incluye al texto, nota de gráfica y a la gráfica, permite interpretar la información y decidir cómo usar el dato numérico del texto y la nota de la gráfica para construir situaciones, por ejemplo: Viridiana y Rodrigo usan la gráfica como uso interactivo porque realiza una lectura global para comentar, decide como interpretar la gráfica y construye situaciones como *“refiriéndonos a un país extremadamente consumidor al refresco, se puede decir que las ventas de agua crecen a medidas considerables”* *“Yo creo porque se dieron cuenta de que el agua se acaba”*

Uso de la gráfica como análisis de información

Este uso permite revisar organizar datos para comparar la información para interpretarla y argumentar sobre ella. por ejemplo en la respuesta de Israel a la pregunta 3: *Se vendió más refresco de cola pero el porcentaje del aumento en las ventas de el agua fue mayor y esto se ve en los números que ahí aparecen.*

Uso como objeto semiótico

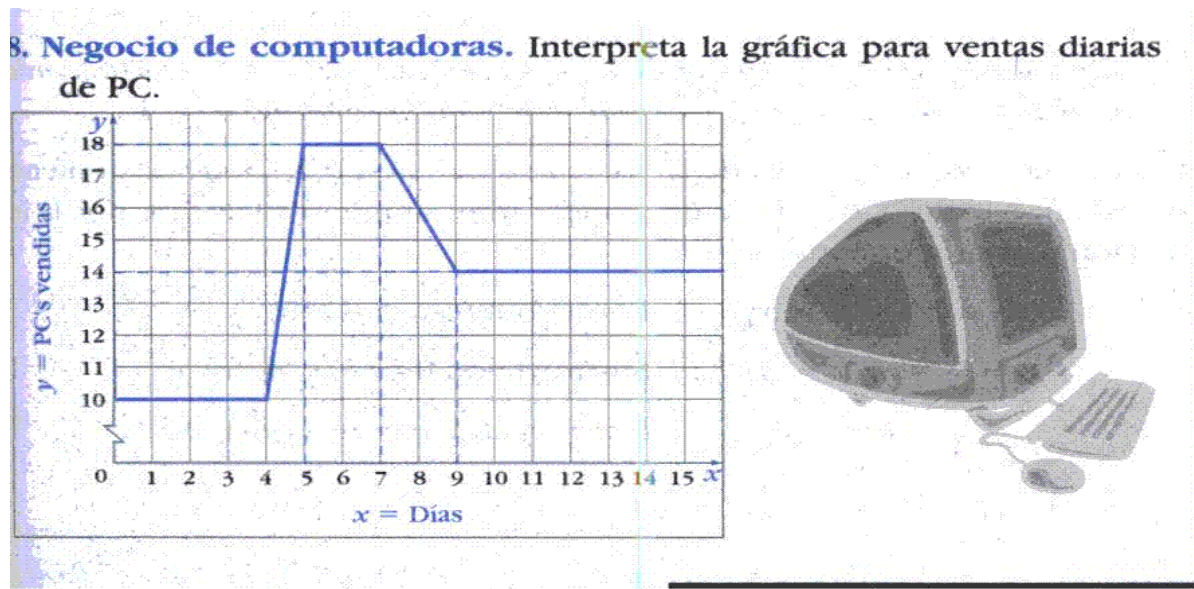
Es evidente el uso como objeto semiótico que estos estudiantes dan a la gráfica, ya que identifican los puntos en gráfica, los relacionan con los signos y los significados que conocen por ejemplo: en la respuesta a la pregunta 4, Omar identifica puntos y secciones y los relaciona con signos y significados que conoce para ver el crecimiento constante para compararlo con una función exponencial; no ve a la gráfica formada por secciones sino continua en su trazo. Otro ejemplo es en la respuesta a la pregunta 6: usan la información que ven en los ejes en este caso las escalas representadas, compararlas y argumentar sobre las diferencias entre las cantidades mostradas.

Sobre el uso del conocimiento matemático

El uso de conocimiento matemático es usado en la pregunta 1, como la localización de puntos cartesianos en el plano. Ubican intervalos en el eje vertical para calcular la diferencia entre ellos para determinar un crecimiento. La forma como usan este conocimiento es resignificado al tener una gráfica como referencia para aplicar este conocimiento sin que se pida específicamente que se calcule, puesto que tienen otros medios para saberlo como es usar el texto en extenso. Si bien no se pregunta en qué periodo las ventas son mayores algunos estudiantes, comparan las secciones de otros intervalos en la misma gráfica para responder que sí hay crecimiento pero es muy poco en comparación a otros años. Una vez más el conocimiento matemático es resignificado al responder a situaciones que no son propias del ejercicio cotidiano escolar, en el cual por lo general, se pide específicamente calcular y comparar intervalos o comparar pendientes entre dos puntos de una recta. Los estudiantes localizan intervalos en los ejes, hacen cálculos de diferencia entre ellos para determinar cuánto varían comparan secciones de la gráficas para determinar cual crece más o menos, o bien permanece constante. Estos conocimiento matemáticos son resignificados ya que la pregunta no está indicando específicamente que se deba usar tal o cual concepto para dar respuesta a la situación, los estudiantes usan lo que saben de matemáticas como apoyo a sus argumentaciones.

Actividad 4: Negocio de computadoras.

Esta gráfica es de un libro de texto de matemáticas 3: Geometría analítica de nivel bachillerato. Corresponde al tema de pendiente de una recta, representada en un plano cartesiano. el problema no se presenta con un texto (nota en extenso), se encuentra en la sección de ejercicios que el estudiante debe resolver



Gráfica 4.4 : “Negocio de computadoras”

Respuestas de los estudiantes a la actividad 4

Pregunta 1: ¿Durante cuánto tiempo se lleva el registro de ventas de computadoras?

Respuesta de Brenda, Naomi y Omar: *En la gráfica se ven 15 días*

Respuesta de Viridiana: *Durante la primer quincena*

Respuesta de Ana: *Durante 2 semanas*

Respuesta de Rodrigo: *Durante 9 días*

Respuesta de Israel: *Al parecer 16 días aunque no está escrito*

Por la forma aparente de la gráfica los estudiantes la sitúan más en un ambiente escolar y de ello se da cuenta en sus respuestas. Hacen lectura directa en los ejes de la gráfica para ubicar el intervalo en que pueden ver el trazo de la gráfica refiriéndose a este intervalo en días o semanas. Sólo Rodrigo considera un lapso de 9 días de registro.

Pregunta 2: ¿Cuándo la venta de computadoras es mayor? Explica tu respuesta.

Respuesta de Brenda: *En el día 5 al 7 porque la gráfica muestra este aumento*

Respuesta de Naomi: *En el día 5º porque la venta es mayor y dura hasta el día 7º*

Respuesta de Omar: *5-7 se sostiene en 18pc's vendidas*

Hacen lectura global en la gráfica para ubicar intervalos de tiempo e intervalos de ventas. Localizan secciones para dar significados de comportamiento de las ventas en el intervalo de tiempo que cada sección representa. Ellos ubican un intervalo de ventas alto, para argumentar que las ventas fueron mayores en ese tiempo.

Respuesta de Ana: *De día 4 al 5 hay una ascendencia en la gráfica*

Ana ve globalmente a la gráfica para ubicar un intervalo en el que para ella las ventas crecen de la misma manera que crece la gráfica.

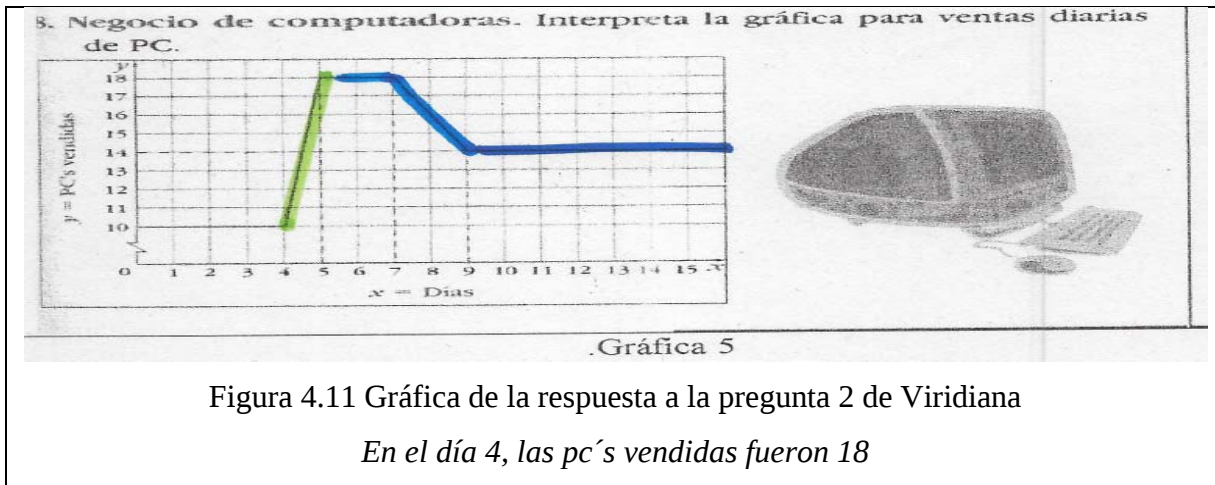
Respuesta de Rodrigo: *En el día 5 porque la gráfica sube considerablemente en ese día*

La forma en como lee Rodrigo la gráfica le sirve para leer en los ejes y ubicar un punto máximo, día 5, para analizar el comportamiento de las ventas y argumentar que ese día la gráfica sube considerablemente.

Respuesta de Israel. *Del día 5 al 9 porque sube la gráfica y se mantiene*

Israel lee globalmente la gráfica para ubicar varios intervalos de ventas altos. Ubica secciones para analizar el comportamiento d crecimiento y comportamiento de ventas.

Respuesta de Viridiana:



Viridiana hace una lectura en la gráfica para ubicar en los ejes secciones, para analizar su comportamiento de crecimiento de ventas. La forma de tratar con la gráfica es realizando marcas en la gráfica (línea verde) con un funcionamiento para dar significado de crecimiento de ventas.

Sobre los usos de las gráficas

En la resolución global de esta actividad encontramos los siguientes usos en la gráfica, los cuales se describen a continuación

Uso de la gráfica como mensaje topológico

Este uso es observado en estas respuestas ya que se refieren a los ejes, para identificar intervalos tanto en el eje horizontal como en el vertical, localizan secciones que tienen un comportamiento de crecimiento y usan esta información para construir situaciones.

Sobre el uso del conocimiento matemático

En el texto de la gráfica se indica que es de un libro de texto así que los estudiantes están predispuesto a usarla como actividad escolar.

El conocimiento matemático sobre formas de representar un intervalo de tiempo hace que las respuestas se escriban de diferente manera pero que representan casi la misma cantidad.

El conocimiento matemático es usado al ubicar intervalos y localizar secciones que se mantienen constantes o bien que representan incrementos en este caso representan ventas.

4.2 Un pequeño resumen

Las gráficas pueden ser usadas de diferente manera por un mismo usuario y en ellas aplicar lo que sabe de matemáticas para argumentar respuestas. En este análisis de respuesta podemos identificar formas de abordar una gráfica y a esas formas darles un funcionamiento.

La forma en que se manifiestan en las respuestas de los estudiantes es

- La lectura directa en los ejes
- La lectura global tanto del texto anexo como de la gráfica
- Realizar marcas en los ejes de las gráficas
- Relacionar las unidades de los ejes
- Ubicar intervalos en los ejes
- Localizar secciones de la gráfica
- Articular la información de la nota en extenso con la información que ven en la gráfica

El Funcionamiento que tiene es.

- Para ubicar un punto que corresponde a variables por ejemplo de tiempo-temperatura
- Para hacer lectura de las variables que representa cada eje y relaciona la información para argumentar una respuesta
- Para hacer cálculos sencillos para encontrar diferencias o cambios entre los puntos de un intervalo
- Para argumentar su respuesta
- Comparar puntos

Estas formas y funcionamiento se entrelazan generando usos de la gráfica, teniendo como herramienta el conocimiento matemático.

Capítulo 5: Conclusiones

La semiótica y la visualización se constituyen en herramientas importantes que sientan un marco de referencia para dar un uso a las gráficas. Las gráficas se convierten en objetos matemáticos susceptibles de ser usados de alguna manera y ponen en juego una serie de conocimientos matemáticos supuestamente adquiridos en la escuela. Esto hace que la matemática que se estudia en la escuela adquiera un carácter más funcional y que los conocimientos matemáticos se usen y se resignifiquen con el propósito de obtener y dar información.

Las gráficas pueden ser usadas en muchos contextos y de varias maneras, el uso que se hace de las gráficas se presta a que sea sujeto de continuos cambios de rol en su forma y en su funcionamiento, lo que nos permite realizar una categorización de diferentes usos. El análisis de las actividades que se propusieron a los estudiantes nos arrojan la siguiente información:

Cuando los estudiantes usan las gráficas ponen en juego la información que poseen sobre conceptos ligados a la gráfica, estos conocimientos están representados por signos en la gráfica y por consecuencia tienen significados que al ser usados se resignifican, construyéndose y reconstruyéndose en cada uso de la gráfica. Por ejemplo cuando los estudiantes hacen lectura ya sea de la tabla de valores o de la gráfica los estudiantes ubican un punto coordenado $P(x,y)$, en ejes que no se identifican directamente como tal. Visualizan y reconocen una imagen escolar de plano cartesiano o de tabulación y dan un significado a esos signos a una situación que no es propia de un discurso escolar

Sobre la pendiente: el estudiante realiza operaciones sencillas de cálculo numérico para determinar que tanto cambia un segmento o intervalo en ocasiones menciona que cambia de manera positiva o cambia de manera negativa y esto se nota cuando usa expresiones como “sube”, “baja”, “no hay cambio”, “pendiente constante”

Sobre función: Cuando el estudiante hace lecturas directas en los ejes de la gráfica lee un valor en el eje de las abscisas, hasta encontrar el valor que corresponde en el eje de las ordenadas, usa el

concepto de función como una relación de correspondencia entre dos variables la resignificación es que no necesariamente lo que lee específicamente representa a los valores de x, y o a una expresión matemática.

Función creciente: Para referirse a una sección de la gráfica que crece, aumenta, sube, si los valores de las abscisas aumentan los valores de la función $f(x)$ aumentan, consideran a la gráfica como un “algo” que crece.

Función decreciente: El estudiante da significados de “algo” que baja o disminuye, porque a medida que lo que él reconoce como los valores de la abscisa aumentan, los valores lo que reconoce como de $f(x)$ disminuyen.

Función constante: el estudiante ubica secciones de la gráfica paralelas al eje de las abscisas, como secciones “estables”, que no cambian, o bien como tal sección que no cambia.

Intervalos: el estudiante usa segmentos referenciados a los ejes para describir el comportamiento de la gráfica y dar un significado a la sección de la gráfica. El estudiante ubica dos puntos en uno de los ejes para indicar que en esa sección la gráfica se comporta de cierta manera en un solo eje y así dar información sobre una situación. Los estudiantes ubican la forma en que se establece la escala en los ejes de las gráficas para indicar el ancho del intervalo, sino el tamaño que se da la escala.

Sobre punto máximo: si bien las gráficas propuestas no están asociadas a funciones cuadráticas o cúbicas, los estudiantes ubican los puntos máximos como las partes más altas de la gráfica como punto máximo, porque así lo ve en las gráficas.

El uso de las gráficas en el aula escolar ya no sólo debe enfocarse a la construcción de las mismas sino debemos trasladar la actividad sobre ellas a situaciones en las que la lectura e interpretación sea más continua, valiéndose de herramientas como la visualización y el uso de signos que hagan del conocimiento matemático más funcional.

Bibliografía

Arrieta, J. , Buendía, G., Ferrari, M. , Martínez G. , Suárez L..(2004). Las prácticas sociales como generadoras de conocimiento matemático. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. Vol. 17

Buendía, G. (2011). El uso de las gráficas en la matemática escolar: una mirada desde la Socioepistemología. *Premisa*. Vol. 48, pp.42-50

Buendía, G. (2012). El uso de las gráficas cartesianas. Un estudio con profesores. *Educación Matemática* 24 (2), 5-31.

Callejas, L y Jiménez, A. (2007). *Matemáticas 5 México*:. Compañía Editorial Nueva Imagen, S.A. de C.V. p. 73-74.

Cantoral, R (2006). Socioepistemología y representación: algunos ejemplos. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa* . Número especial. 83-102

Cantoral, R., Montiel, G. (2003) *Visualización y pensamiento matemático*. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 16

Cen, C., (2006). *Los funcionamientos y formas de las gráficas en los libros de texto: una práctica institucional en el bachillerato*. (Tesis de Maestría no publicada) . Cinvestav-IPN, México

Chi, A.(2009) *Una caracterización de la práctica social de comunicación de información: desde la perspectiva del emisor y el uso de las gráficas*. (Tesis de maestría no publicada).Universidad Autónoma de Guerrero, México.

Cordero, F., Cen, C., Suárez, L. (2010). Los funcionamientos y formas de las gráficas en los libros de texto: una práctica institucional en el bachillerato. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 13(2): 187-214.

Cordero, F. (2005). La Socioepistemología del Discurso Matemático Escolar. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. Vol. 18

Cordero, F., Flores, R. (2007). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. 10(1): 7-38.

Cruz, Toribio. (2000) *Algebra Funciones. Un enfoque moderno*. Ediciones Matemáticas Fáciles.

Cuéllar, Juan. (2006) *Matemáticas IV: Relaciones y funciones*. Ed. Mc Graw Hill.

Cuéllar, Juan. (2007) *Matemáticas V: Cálculo Diferencial*. Ed. Mc Graw Hill.

Cuéllar, Juan. (2008) *Matemáticas I: Algebra*. Ed. Mc Graw Hill.

Cuéllar, Juan. (2010) *Matemáticas III*. Ed. Mc Graw Hill.

Dolores, C. Cuevas, I. (2007). Lectura e interpretación de gráficas socialmente compartidas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 10(001), 69-96.

Duval, R. (1999) Representation, visual and Visualization: Cognitive Functions in mathematical Thinking. En *Proceedings of the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematical Education*.

Flores, R., (2005). *El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto*. (Tesis de Maestría no publicada). Cinvestav-IPN, México.

García-Zatti (2007). *Resignificando el concepto de función lineal en una experiencia de educación a distancia*. (Tesis de maestría no publicada). CICATA-IPN, México

Lacasta, E., Pascual, J. (1998). *Las Funciones en los planos cartesianos*. España: Editorial Síntesis.

Lara, A, (2007). *Categorías de uso en libros de texto de mecánica de Fluidos*. (Tesis de Maestría no publicada). Cinvestav-IPN, México

Martínez V. (2008, noviembre 17). Desplaza agua a los refrescos. *Reforma*

Méndez, A. (2007). *Matemáticas 3* México, DF: Ed. Santillana.

Ortiz, F. (2007) *Matemáticas IV: Funciones*. México D.F. Publicaciones Cultural.

Parra, T, (2008). *El Uso de las gráficas en la Ingeniería. Una resignificación de la derivada*. (Tesis de Maestría no publicada), Cinvestav-IPN, México.

Real Academia (2001). *Diccionario de la lengua española*. (22^a ed.). Edición electrónica. Madrid, España: Espasa Calpe. Consultado en <http://www.rae.es/rae.html>.

Roth, W., (1997). *Toward an Anthropology of Graphing: Semiotic and Activity-Theoretic Perspectives*.

Roth, W. y McGuinn, M. (1998). Inscriptions: Toward a Theory of Representing as social practice. *Review of Educational Research*

Vega, Margarita. (2011, enero 08). Agrava cuadro gripal, alertan especialistas. *Reforma*

Anexo

Gráficas y cuestionarios sobre gráficas.

Nombre:		
Escuela:		
Cuatrimestre:	Edad	Sexo: M /// F

Las siguientes actividades son textos y gráficas relacionadas con ellos que nos exponen diversas situaciones. Léelas y responde las preguntas que se hacen en cada actividad.

Actividad 1
Una de las situaciones que más angustia causa a los padres de familia es cuando los hijos sufren un aumento de temperatura corporal normal (36.4°C y 37.2°C), pues las consecuencias pueden ser fatales. la fiebre entre los 38°C y los 40°C , se presenta, por ejemplo, en procesos como la gripe, la faringoamigdalitis bacteriana y la fiebre tifoidea. la hipertermia se presenta cuando el enfermo supera los 40°C ; es el caso de la meningitis o las fiebres hemorrágicas, situaciones de máximo riesgo

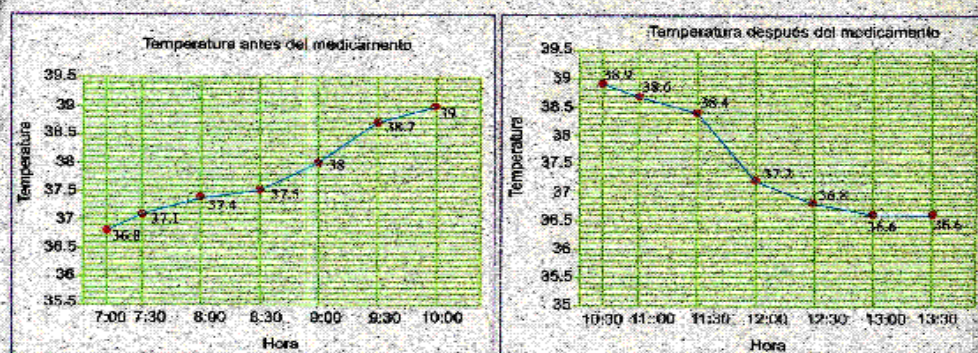
Julia amaneció con molestias y temperatura elevada. Su mamá elaboró una tabla con los registros de temperatura cada 30 minutos hasta las 10:00 am, cuando consultó al médico.

Hora	7:00	7:30	8:00	8:30	9:00	9:30	10:00
Temperatura °C	36.8	37.1	37.4	37.5	38	38.7	39

A las 10:20 se le aplicó un medicamento y su mamá volvió a elaborar una nueva tabla.

Hora	10:30	11:00	11:30	12:00	12:30	13:00	13:30
Temperatura °C	38.9	38.6	38.4	37.2	36.8	36.6	36.6

Con los datos anteriores se elaboraron las siguientes gráficas.



Gráfica 4.1: “Temperatura de Julia”

1. ¿A qué hora, Julia tiene la temperatura corporal más elevada?
2. ¿Por qué crees que la mamá de Julia no se preocupa mucho a las 8:15, pero si se alarma a las 9:15?
3. ¿Por qué la mamá de Julia consulta al médico a las 10:00 AM y no a las 9:00 AM?
4. ¿Puedes decir en qué momento la mamá de Julia se sintió más tranquila y por qué?

Actividad 2**Agrava cuadro gripal, alertan especialistas.**

Margarita Vega

La siguiente nota periodística acompañada de una gráfica se publicó en el periódico Reforma

La temporada invernal 2010-2011 ha presentado más cuadros gripales y de influenza con relación al año pasado, aseguraron especialistas.

La neumóloga Sonia Meza indicó que esta temporada invernal se han presentado más cuadros de influenza que el año pasado, lo que atribuyó a que la mayor parte de la población bajó la guardia en cuanto a las medidas de prevención que se adoptaron durante la epidemia de AH1N1.

“He visto más influenza, y no sé si más grave, pero sí más que en años pasados. El año pasado estábamos preparados y este año que no tuvimos tanta preparación y hemos visto muchos casos otra vez” comentó en entrevista.

“Yo creo que la gente, después del miedo del año pasado, fue como un rebote y dejó de tener las precauciones para evitar gripas y por eso estamos viendo complicaciones”, consideró.

Coincidiendo con ella el presidente de la Asociación nacional de Farmacias de México (Anafarmex), Antonio Pascual Feria, señaló “Estamos percibiendo un fenómeno delicado. Los cuadros de las vías respiratorias se están presentado más severos. Hay una recurrencia, y no son los dos, tres días de antes, sino que ahora se van más días”.

“Queremos poner una alerta especial porque en las farmacias estamos percibiendo un estacionamiento de estos cuadros. La gente le da vuelta a estos padecimientos y es de riesgo, se complica, de manera tal que tienen que ir al médico”, agregó.

Recomendó a los encargados de las farmacias orientar al consumidor para que, en caso de que su enfermedad dure más de cuatro días, acudan al médico para recibir el tratamiento indicado.

Reportó, por otra parte, que, debido a las nuevas restricciones para su venta, la demanda de antibióticos ha caído 35 por ciento en el país.

Para compensarlo, dijo, los consumidores han incrementado en 40 por ciento las compras de antigripales y otros medicamentos de libre venta.

Ahora observa la siguiente figura y responde las preguntas



Gráfica 4.2: “Temporada alta”

1. ¿Por qué crees se titula a esta figura “temporada alta”?
2. ¿Cómo te imaginas que la Secretaría de Salud obtiene el número casos de infecciones respiratorias que observas en la figura?
3. ¿En qué época del año se registró el mayor número de casos de infecciones respiratorias agudas?
4. Observa cómo el número de casos de infecciones respiratorias crece sustancialmente en la semana 47-48 y en la semana 49-50. ¿En qué semana crece más rápido el número de infecciones respiratorias agudas? ¿por qué?
5. ¿Cómo lo deduces?

Actividad 4

Desplaza agua a los refrescos

Campañas de salud y mercadotecnia exitosa, lograron colocar el agua purificada no sólo como un producto de consumo básico, sino como un producto que se posiciona mejor que los refrescos de sabor en el mercado mexicano.

En los ocho primeros meses de 2008, en México se comercializaron 3 mil 812 millones de litros de agua purificada. El volumen fue 12.3 por ciento superior a la venta de refrescos de sabor, compitiendo con los refrescos de cola.

Y las ventas de agua mantienen una tendencia más que dinámica: en enero-agosto de este año, el volumen de ventas aumentó 4.6 por ciento respecto a igual periodo de 2007.

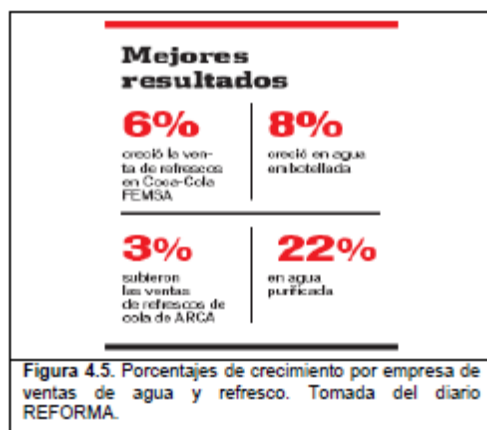
En contraste, las ventas de refrescos de sabores cayeron 6.3 por ciento y las de refrescos de cola crecieron 2.8 por ciento, de acuerdo con la Encuesta Industrial Mensual del Instituto Nacional de Estadística Geografía e Informática (INEGI).

Los informes de las principales compañías embotelladoras confirman esta tendencia.

El reporte financiero de Coca-Cola FEMSA al tercer trimestre, detalla que el volumen de ventas de refrescos creció 6.6 por ciento en el tercer trimestre del año, y en el agua embotellada, incluyendo agua en presentaciones mayores o iguales a 5 litros, creció más de 8 por ciento.

"El volumen de refrescos creció 6.6 por ciento de manera consolidada durante el trimestre, sin embargo, este número hubiera crecido casi 1 por ciento sin el efecto de la inclusión de la compra de Renil. En volumen de ventas las bebidas no carbonatadas creció cerca de 100 por ciento, principalmente impulsado por la marca Jugos del Valle, en México", explica el reporte trimestral de la compañía.

Para Embotelladora Arca, que maneja los refrescos de Coca-Cola y Agua Ciel, las ventas de refrescos en el tercer trimestre crecieron 2.6 por ciento y en agua purificada 85.9 por ciento.



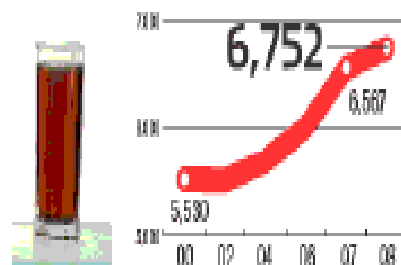
Y en un caso similar se encuentra Grupo Embotelladores Unidos, quienes manejan el agua Electropura y los refrescos de PepsiCo, bajaron 2 por ciento las ventas de bebidas carbonatadas y en agua aumentaron 14 por ciento.

Le dio sabor al negocio

Aunque México sigue catalogado como el País número uno en el consumo de refrescos, el agua avanza rápidamente en el mercado nacional.

Fuente: ITESO/El Economista de México/Infra

VENTAS EN REFRESCOS DE COLA
(Millones de litros, enero-agosto de cada año)



VENTAS DE AGUA PURIFICADA
(Millones de litros, enero-agosto de cada año)

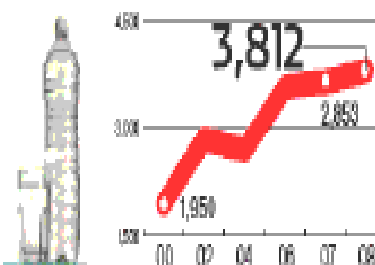


Figura 4.6. Gráficas tomada del diario REFORMA, ellas aparecen asociadas a la nota periodística de ese día.

Gráfica 4.3: “Le dio sabor al negocio”

A partir de lo que leíste en el texto, observa la gráfica, responde las siguientes preguntas.

1. ¿Qué sucede con la venta de agua entre los años 2007 y 2008? Explica tu respuesta
2. ¿Qué sucede con la venta de refresco de cola entre los años 2007 y 2008? Explica tu respuesta.
3. En el mismo periodo (2007 a 2008) ¿qué se vendió más agua o refresco de cola? ¿Cómo puedes saberlo
4. Sobre las ventas de agua y refresco de cola. ¿Qué diferencia, ves en las ilustraciones entre los años 2002 y 2004?
5. ¿Las ventas de refresco de cola aumentaron o disminuyeron durante el año 2001?

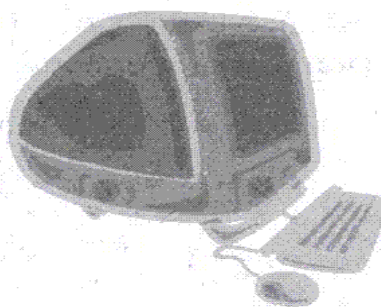
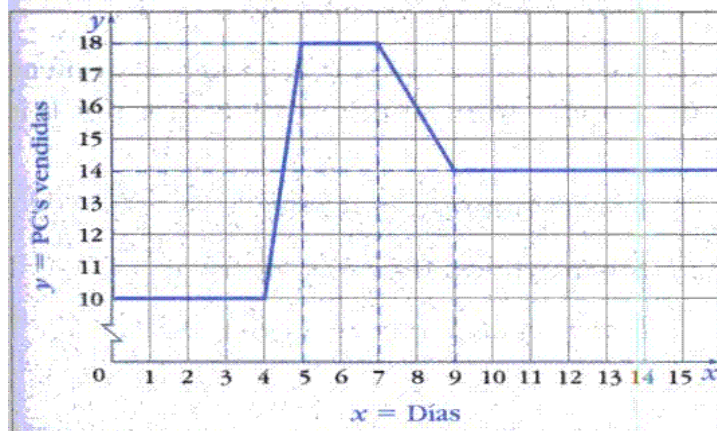
6. Las gráficas que representan las ventas de agua purificada y de refresco de cola aparentemente están en la misma escala, pero no es así ¿Por qué crees que el redactor del periódico las propone de esta forma?
7. ¿Por qué se afirma que el consumo de agua avanza rápidamente en el mercado nacional?

Actividad 5

Esta gráfica es de un libro de texto de matemáticas 3: Geometría analítica de nivel bachillerato.

Corresponde al tema de pendiente de una recta, representada en un plano cartesiano. el problema no se presenta con un texto (nota en extenso), se encuentra en la sección de ejercicios que el estudiante debe resolver

8. Negocio de computadoras. Interpreta la gráfica para ventas diarias de PC.



Gráfica 4.4 : “Negocio de computadoras

Observa la ilustración que se muestra en esta actividad. y responde las siguientes preguntas.

1. ¿Durante cuánto tiempo se lleva el registro de ventas de computadoras?
2. ¿Cuándo la venta de computadoras es mayor? Explica tu respuesta.
3. ¿En algún momento bajan las ventas de computadoras? ¿Cómo lo sabes?
4. ¿Durante cuánto tiempo se vende la misma cantidad de computadoras? ¿Cómo lo determinas?
5. El registro de ventas no inicia no inicia con cero ventas en el día cero. ¿por qué te imaginas que sucede esto?