INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN CIENCIA
APLICADA Y TECNOLOGÍA AVANZADA

"UN PLANTEAMIENTO DE RESIGNIFICACIÓN DE LAS DESIGUALDADES A PARTIR DE LAS PRÁCTICAS DIDÁCTICAS DEL PROFESOR. UN ENFOQUE SOCIOEPISTEMOLÓGICO"

Tesis que para obtener el grado de
Doctorado en Matemática Educativa

Presenta:
Mariangela Borello

Directores de Tesis:
Dr. Javier Lezama Andalón
Dra. Rosa María Farfán Márquez

México, D. F., junio de 2010

SIP-14 BIS

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

ACTA DE REVISIÓN DE TESIS

En la Ciudad de México siendo las 10:00 horas del día 20 del mes de mayo de 2010 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de Tesis, designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de CICATA LEGARIA para examinar la tesis titulada:

"Un planteamiento de resignificación de las desigualdades a partir de las prácticas didácticas del profesor. Un enfoque socioepistemológico"

Presentada por la alumna:

Borello		Mariangela
Apellido paterno	Apellido materno	Nombre(s)

Con registro: | A | 0 | 7 | 0 | 9 | 6 | 3 |

aspirante de:

Doctorado en Matemática Educativa

Después de intercambiar opiniones, los miembros de la Comisión manifestaron ***APROBAR LA DEFENSA DE LA TESIS***, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISIÓN REVISORA

Directores de tesis

Dra. Rosa María Farfán Márquez

Dr. Francisco Javier Lezama Andalón

Dra. Gisela Montiel Espinosa

Dra. Gabriela Buendía Ábalos

Dr. Apolo Castañeda Alonso

CICATA - IPN

Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional

PRESIDENTE DEL COLEGIO DE PROFESORES

Dr. José Antonio Irán Díaz Góngora

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

CARTA CESIÓN DE DERECHOS

En la Ciudad de México el día 20 del mes mayo del año 2010, el (la) que suscribe Mariangela Borello alumno (a) del Programa de Doctorado en Matemática Educativa con número de registro A070693, adscrito al Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, Unidad Legaria, manifiesta que es autor (a) intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección del Dr. Francisco Javier Lezama Andalón y de la Dra. Rosa Ma´ria Farfán Márquez y cede los derechos del trabajo intitulado "Un planteamiento de resignificación de las desigualdades a partir de las prácticas didácticas del profesor. Un enfoque socioepistemológico", al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección mborello@gmail.com Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

Mariangela Borello

Mariangela Borello

Índice

Glosario i

Resumen iii

Abstract v

Introducción 1

1. Antecedentes y Marco Teórico 8

1.1. Investigaciones antecedentes 9

1.1.1. Las investigaciones de Paolo Boero 11

1.1.2. Las investigaciones de Luciana Bazzini y Pessia Tsamir 16

1.1.3. Las investigaciones de Paolo Boero y Luciana Bazzini 19

1.1.4. Otras investgaciones 22

1.1.5. Un trabajo histórico 27

1.2. La socioepistemología 30

1.2.1. La práctica social 35

1.2.2. El discurso matemático escolar y la resignificación 38

1.3. La desigualdad en el marco de la socioepistemología 42

2. **El estatus de la desigualdad en las matemáticas**............... 45

2.1. La desigualdad y sus prácticas... 47

2.2. La relación de orden.. 48

2.3. Los modelos de las matemáticas aplicadas................................. 49

2.4. Comparar y acotar en las matemáticas formales........................ 58

2.4.1. De lo aplicado a lo formal.. 60

2.4.2. La desigualdad de Cauchy-Schwartz..................................... 69

1.1. ¿Qué dicen los profesionales de las matemáticas?...................... 75

1.2. A manera de conclusión.. 78

3. **El discurso matemático escolar: *Curricula* y libros de texto**.. 80

3.1. Análisis de algunos *curricula*.. 80

3.1.1. Una mirada hacia los *curricula* de la educación primaria y secundaria.. 82

3.1.1.1. Educación primaria.. 82

3.1.1.2. Educación secundaria.. 86

3.1.2. Los *curricula* de algunas instituciones de instrucción medio-superior y superior.. 88

3.1.3. Conclusiones... 93

3.2. Análisis de algunos libros de texto... 99

3.2.1. Análisis de textos... 101

4. **El discurso matemático escolar: el punto de vista del profesor**... 110

4.1. Los docentes.. 111

4.2. Estructuración de la secuencia... 112

4.3. Proceso de validación.. 120

4.3.1. Estudio de casos... 120

4.3.1.1. Análisis.. 137

4.3.1.2. A manera de síntesis.. 141
4.4. Aplicación de la secuencia.. 143
4.5. Análisis y discusión.. 151
4.5.1. Análisis.. 151
4.5.2. Discusión.. 156

5. Conclusiones.. 158

5.1. Hacia una resignificación.. 162

Bibliografía.. 165

Anexos.. 174

Glosario

Desigualdad: Es la relación de no igualdad ente dos expresiones o cantidades numéricas que se formaliza a través de los símbolos de diferente de ($\neq$), mayor ($>$), mayor igual ($\geq$), menor ($<$), menor igual ($\leq$).

Discurso matemático escolar: Representa la manifestación del conocimiento matemático, normado por el currículo, que se expresa a través de las creencias del profesor y de los estudiantes acerca de la naturaleza de la enseñanza en general y de la matemática en particular. El aspecto normativo del discurso matemático escolar concurre a determinar lo que debe ser aprendido por los estudiantes y, en general, el uso que se hace de la matemática.

Inecuación: Es la relación de desigualdad entre dos expresiones que contienen una o más incógnitas. Su solución corresponde al conjunto de valores que satisfacen la desigualdad.

Práctica social: conjunto de acciones que surgen y permanecen en el ambiente social que se caracterizan como normativas de las actividades: no es lo que hace el individuo o el grupo, sino aquello que les hace hacer lo que hacen.

Resignificación: Es un proceso que nace a partir de una investigación socio-epistemológica y que responde a la intención de llevar a cabo una reorganización de la matemática escolar.

Socioepistemología: (del latín *socialis* y el griego επιστήμη, *episteme*, "conocimiento" o "saber", y λόγος, *logos*, "razonamiento" o "discurso") consiste en una aproximación teórica de naturaleza sistémica que permite tratar los fenómenos de construcción y de difusión del conocimiento desde una perspectiva múltiple, al incorporar el estudio de las interacciones entre la epistemológica del conocimiento, su dimensión sociocultural, los procesos cognitivos asociados a los mecanismos de institucionalización vía la enseñanza. Explica la construcción del conocimiento como resultado de prácticas asociadas y problemáticas.

Resumen

En este trabajo estuvimos investigando, desde el enfoque socioepistemológico, cómo viven la desigualdad y la inecuación en el actual discurso matemático escolar para poder detectar cuáles elementos pueden jugar un papel importante para su resignificación.

Como punto de partida, también apoyándonos en la literatura existente, pudimos observar que los alumnos tienden a confundir ecuaciones e inecuaciones. El mismo fenómeno se pudo ver también con los docentes a quienes se le dificulta bastante hablar de la inecuación prescindiendo de la ecuación.

Desde un atento examen de los *curricula* y de varios textos escolares, pudimos percatarnos de cómo el discurso matemático escolar ha cambiado la misma naturaleza del objeto matemático desigualdad, reduciéndolo a una simple técnica operacional, es decir, a la inecuación.

Se investigó también acerca del estatus de la desigualdad y de la inecuación al seno de las matemáticas. Aquí en primer lugar intentamos sacar a la luz aquellas prácticas que norman el uso de la desigualdad y, por consecuencia, de la inecuación, a saber: la práctica de comparar y la práctica de acotar. Con base en estas prácticas, estuvimos luego examinando el papel que juegan desigualdad e inecuación en las matemáticas puras y aplicadas, lo que se llevó a cabo examinando textos de matemáticas no escolares y entrevistando a algunos matemáticos profesionales que se dedican a la investigación en el campo de las matemáticas puras o aplicadas.

Sucesivamente estuvimos considerando el punto de vista del profesor, pues son los profesores quienes, con sus creencias y convicciones, llevan el discurso al aula. Para ello construimos una secuencia didáctica que aplicamos a un grupo de docentes a fin de ver cómo se refleja en ellos el discurso de la escuela y qué son para ellos desigualdades e inecuaciones.

Con base en todo esto pudimos percatarnos de la necesidad llevar a cabo un rediseño del discurso matemático escolar que, a través de actividades basadas en las prácticas de comparar y de acotar, regrese la desigualdad a la escuela devolviéndole su significado y vuelva a darle su justo lugar a la inecuación.

Abstract

In this study we were investigating, with a socioepistemologic focus, how inequality lives in the current mathematical school discourse, in order to detect which elements can play an important role for its re-meaning.

As a starting point, also relying on the existing literature, we found that students tend to confuse equations and inequalities. The same phenomenon was seen also with teachers, for whom seems to be somewhat difficult to talk about the inequality regardless of the equation.

From a careful examination of the various *curricula* and textbooks, we realized how the mathematical school discourse has changed the very nature of a mathematical inequality, reducing it to a mere operational technique.

Was also investigated about the status of inequality in the bosom of mathematics. This first attempt consisted in bringing to light those practices that govern the use of inequality, namely: practice to compare and practice to delimit. Based on these practices, we were examining the role of inequality in pure and applied mathematics, which was carried out by examining non-school math texts and interviewing some professional mathematicians engaged in research in the field of pure or applied mathematics.

Later we were taking into account the teacher's point of view, because teachers are who, with their beliefs and convictions, bring the discourse to the classroom. For doing that, we build a teaching sequence that was applied to a group of teachers to see how they are reflected in the discourse of the school and what for them inequalities are.

Based on all this, we realized the need to carry out a redesign of school mathematical discourse that, through practical activities based on comparing and delimiting, inequality can return to school institution, restoring its meaning and its right place.

Un planteamiento de resignificación de las desigualdades a partir de las prácticas didácticas del profesor. Un enfoque socioepistemológico

Por Mariangela Borello

Introducción

En este trabajo estuvimos investigando, desde el enfoque socioepistemológico, cómo viven la desigualdad y la inecuación en el actual discurso matemático escolar para poder detectar cuáles elementos pueden jugar un papel importante para su resignificación.

Dicha labor nace de una inquietud que surgió en la investigadora a partir de su propia experiencia profesional docente al percatarse de la profunda diferencia en la manera de plantear la enseñanza de las inecuaciones en Italia y en México.

A raíz de esta inquietud se llevó a cabo una primera investigación (Borello, 2007) que sacó a la luz algunos elementos de interés.

Examinando los *curricula*[1] de las principales instituciones educativas de nivel medio superior de los dos países y algunos libros de texto, se pudo confirmar aquella relevante diferencia observada, tanto desde un punto cuantitativo (cantidad y tipologías de inecuaciones a estudiar) como cualitativo (técnicas utilizadas para resolver).

[1] En este escrito utilizaremos los términos latinos ***curriculum*** (plural: ***curricula***) para indicar lo que en español podría traducirse con la palabra currículo (plural: currículos).

Sin embargo, la literatura que se pudo revisar, así como unas entrevistas efectuadas con docentes de ambos países, nos permitieron percatarnos de algunos puntos de contacto entre estas dos realidades aparentemente tan diferentes.

A saber:

- Tanto en México como en Italia los alumnos tienden a confundir ecuaciones e inecuaciones. Este mismo fenómeno se pudo ver también con los docentes a quienes se le dificulta bastante hablar de la inecuación prescindiendo de la ecuación.

- Otra dificultad común entre los dos países consiste en el hecho de que los alumnos tienen la actitud de buscar técnicas de sello memorístico a fin de resolver los varios ejercicios que se les proponen, cosa que es por lo menos tolerada por los docentes.

- Además, los mismos docentes italianos, a pesar de dedicar mucho tiempo al estudio de las inecuaciones a lo largo de los cinco años de la escuela medio-superior, consideran el tema como algo aburrido y rebuscado.

Prosiguiendo en nuestra investigación pudimos darnos cuenta de cómo, en ambos países, el objeto matemático desigualdad parece haber desaparecido ya que sólo se consideran las inecuaciones (en México hasta se ha perdido el uso de las dos palabras para indicar los dos diferentes objetos matemáticos y sólo se habla de desigualdad aún si normalmente se está haciendo referencia a la inecuación).

Este elemento nos llevó a percatarnos de cómo el discurso matemático escolar ha cambiado la misma naturaleza del objeto matemático desigualdad, reduciéndolo a una simple técnica operacional, es decir, a la inecuación.

A raíz de todo esto hemos podido precisar de la siguiente manera nuestras preguntas de investigación:

- ¿Cuáles son las causas que han permitido, dentro del discurso matemático escolar, que las desigualdades se alejaran tanto de las inecuaciones?

- ¿Con qué elementos del discurso hay que "romper" para lograr una resignificación del objeto matemático desigualdad y, por consecuencia, de la inecuación?

Para contestar a nuestras preguntas de investigación hemos empezado, en el capítulo I, examinando un amplio panorama de investigaciones sobre el tema de inecuaciones y desigualdades. Aquí pudimos ver cómo el foco de atención siempre está fijo en la inecuación ya que de ella se ocupa la escuela y, por lo tanto, es con ella que los alumnos tienen sus dificultades de aprendizaje. La casi totalidad de las investigaciones que pudimos examinar tiene un corte cognitivista y/o didáctico y ninguna de ella se pregunta a profundidad acerca del por qué de las dificultades que se evidencian.

Siempre en el capítulo I estuvimos confrontando los resultados de la revisión bibliográfica efectuada con nuestro marco teórico –la Socioepistemología– para demostrar cómo dicho marco nos permite plantearnos nuestras preguntas de investigación, mismas que no tendrían cabida en los marcos de naturaleza cognitivista y didáctica.

En el capítulo II investigamos acerca del estatus de la desigualdad y de la inecuación al seno de las matemáticas. Aquí en primer lugar intentamos sacar a la luz aquellas prácticas que norman el uso de la desigualdad y, por consecuencia, de la inecuación, a saber: la práctica de comparar y la práctica de acotar. Con base en estas prácticas, estuvimos luego examinando el papel que juegan desigualdad e inecuación en las matemáticas puras y aplicadas, lo que se llevó a cabo examinando textos de matemáticas no escolares y entrevistando a algunos matemáticos profesionales que se dedican a la investigación en el campo de las matemáticas puras o aplicadas.

En el capítulo III nos dedicamos al estudio del discurso matemático escolar, a través de los *curricula* y del examen de algunos manuales escolares. Para ello nos remitimos al trabajo hecho en nuestra tesis de maestría (Borello, 2007) que estuvimos ampliando oportunamente. Relativo a los *curricula*, decidimos examinar también los *curricula* de la educación primaria y secundaria. Este nuevo estudio nos aportó algo muy valioso ya que nos pudimos percatar de la existencia de un punto de ruptura entre la educación básica y la educación medio-superior. De hecho, si en la primera se hace énfasis en las prácticas –en manera especial en la práctica de comparar, de la que nace la idea de ordenamiento– en la segunda el foco de atención se desplaza por completo hacia las técnicas: es decir, las inecuaciones como objetos por resolver.

Siempre en el capítulo III estuvimos examinando varios libros de texto: los que más se utilizan hoy en día en las aulas de México y otros textos que ya no son de uso común o no se utilizan en el país. Para nuestro análisis nos preguntamos acerca de: sus contenidos y enfoques; si y cómo se pone en relación la inecuación con la ecuación; si está presente de manera explícita la desigualdad o si sólo se maneja la inecuación; si aparecen prácticas de referencia o ejemplos que signifiquen la inecuación.

En el capítulo IV seguimos nuestro estudio del discurso matemático escolar considerando el punto de vista del profesor, pues son los profesores quienes, con sus creencias y convicciones, llevan el discurso al aula. Para ello construimos una secuencia didáctica que aplicamos a un grupo de docentes a fin de ver cómo se refleja en ellos el discurso de la escuela y qué son para ellos desigualdades e inecuaciones.

Por fin redactamos nuestras conclusiones en las que, con base en todos los elementos adquiridos, intentamos responder a nuestras preguntas de investigación abriendo también el camino a unas investigaciones futuras.

Si queremos expresar de un punto de vista sintético lo que nuestra investigación quiere aportar a nuestra disciplina, podemos apoyarnos en esta representación gráfica:

Paso 1:

Epistemología original → matemática y matemáticos

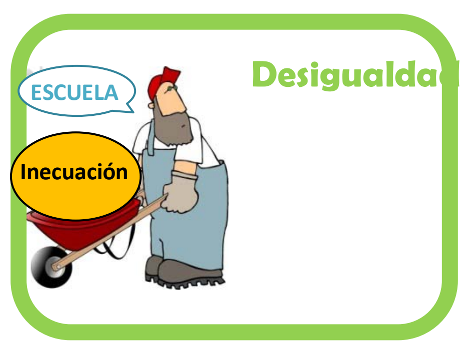
La desigualdad al seno de las matemáticas es un objeto que permite modelizar situaciones matemáticas como son principalmente el acotamiento y la comparación.

La inecuación es aquella técnica que permite el manejo del objeto desigualdad

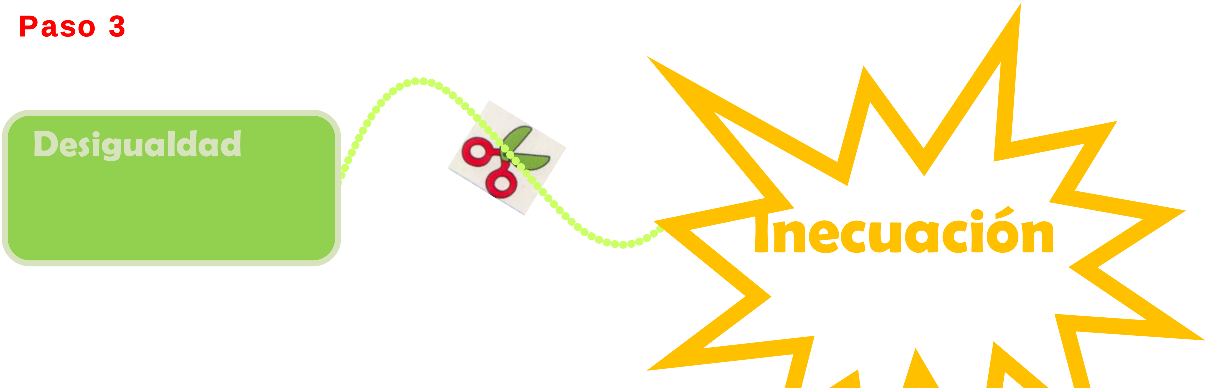
Paso 2

Escenario sociocultural → Institución - Escuela

La escuela, con su discurso, saca la inecuación del influjo de la desigualdad



Paso 3



En la escuela → Cambio en la epistemología→ Afecta el plano de lo didáctico

La inecuación –como técnica– asume el papel protagónico y la desigualdad queda rezagada

El profesor asume el discurso de la escuela.

Paso 4

La inecuación ya no tiene un vínculo suficiente con la desigualdad que le otorga sentido.

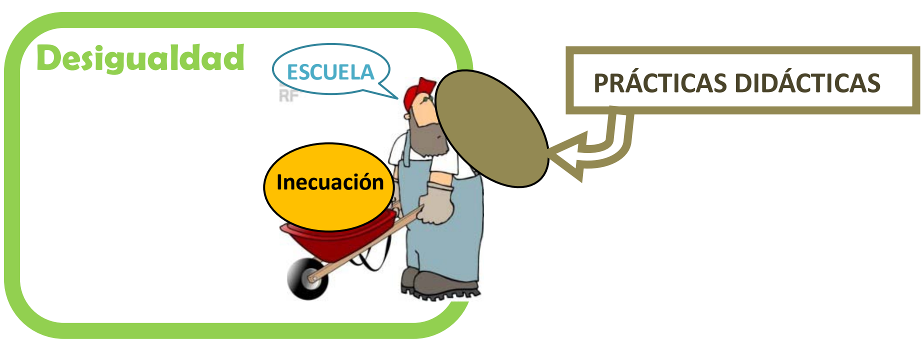
Por eso en algunos contextos la inecuación también desaparece del escenario escolar

En los contextos en que permanece, la inecuación queda relegada en **el plano de lo cognitivo**

Paso 5

Plano de lo cognitivo y Epistemología: La inecuación queda huérfana y va buscando "aliados". Se establece una relación con la ecuación.

Paso 6



Resignificación → Cambio en el entorno socio-cultural → Cambio en la epistemología y en el plano de lo didáctico → A través de prácticas didácticas Se propicia un cambio en el entorno socio-cultural devolviéndole a la desigualdad su papel protagónico. La inecuación regresa a su justo lugar.

Capítulo I

Antecedentes y Marco Teórico

Como primer paso de nuestra investigación quisimos hacer una revisión de aquellos trabajos que, dentro de la Matemática Educativa, han tratado aún con diferentes marcos, los temas de desigualdades e inecuaciones.

Casi todos los trabajos que hemos podido examinar tienen un corte prioritariamente cognitivista y/o didáctico. De hecho ninguna entre las investigaciones que hemos podido revisar se pone preguntas acerca de las razones por las que la desigualdad y la inecuación ocupan un cierto lugar en el *curriculum*; y tampoco intentan buscar el papel de dichos objetos al seno de las matemáticas ya sea puras o aplicadas.

Estas preguntas fueron las que nos acercaron a nuestro marco teórico –la Socioepistemología– cuyo enfoque se caracteriza por considerar de manera sistémica las cuatros componentes fundamentales que permiten el desarrollo y la construcción del pensamiento y del conocimiento matemático, es decir las componentes: cognitiva, didáctica, epistemológica y social.

Cabe resaltar que, además de lo que acabamos de mencionar y que estaremos analizando en este mismo capítulo, también consideramos como antecedentes relevantes para nuestra investigación:

- el análisis de los *curricula* de algunas de las instituciones más representativas de México;

- el análisis de algunos libros de texto.

Dichos análisis, hacen parte del trabajo que se llevó a cabo para nuestra tesis de maestría (Borello, 2007) y nos proporcionan elementos clave a fin de ir construyendo nuestras preguntas de investigación.

Ambos análisis nos permitieron percatarnos del papel que la desigualdad y la inecuación juegan en el contexto del discurso matemático escolar. Es para ello que decidimos retomar este trabajo en un capítulo aparte, a fin de ampliar, profundizar y reforzar nuestro análisis del discurso matemático escolar, tomando en cuenta los nuevos elementos propios de nuestra investigación.

1.1 Investigaciones antecedentes

La mayoría de las investigaciones que pudimos examinar, resultaron ser de procedencia europea.

Este fenómeno se justifica considerando el hecho de que la tradición escolar de varios países europeos –la que se traduce en los *curricula* y en los libros de texto– le dedica mucho espacio a la inecuación (y no tanto a la desigualdad), lo que, inevitablemente, hace que en el contexto de la comunidad de los docentes y, por consecuencia, de los matemáticos educativos, se le atribuya importancia al problema del aprendizaje de dicho tema por parte de los alumnos.

Sin embargo, la tradición americana le da a dicho tema un espacio mucho menor, lo que tiene como consecuencia obvia, una menor incidencia del tema en las investigaciones propias del área.

De todas formas, como nos recuerda Boero en el año 1999, casi no existían investigaciones acerca de estos temas. Sin embargo, desde aquel entonces, se han publicado algunos trabajos de muy buen nivel acerca del tema que, de todas maneras, sigue siendo poco investigado y explotado en el seno de la comunidad de los matemáticos educativos.

Esta situación nos dice algo acerca del rol de la desigualdad y de la inecuación, que, evidentemente, no se consideran objetos centrales en el contexto del discurso escolar, razón por la que no se les han dedicado tantos esfuerzos y energías como a otros objetos que, a pesar de las diferencias de acercamiento didáctico de los diferentes países y culturas, han ido tomando un papel protagónico en el ámbito de la investigación en Matemática Educativa.

Para llevar a cabo nuestra revisión se consideraron un conjunto de investigaciones que se desarrollan entre finales de los años 90 y los primeros años de esta última década.

1.1.1 Las investigaciones de Paolo Boero

Tomamos como punto de partida unas reflexiones de Paolo Boero en los *Actes de Seminaires-SFIDA* (1997, 1998, 1999).

Dichos escritos tienen como objetivo proponer un encuadre de la problemática didáctica y cognitiva de las inecuaciones y un posible programa de investigación relativo a dicho tema y nos proporcionan unas cuantas vertientes de gran interés.

Boero empieza su análisis tomando en consideración las "técnicas" que se enseñan a los alumnos italianos (de los 14 a los 17 años) para resolver las inecuaciones y se cuestiona acerca de a qué "tecnología[1]" se hace referencia y por cuáles razones dichos objetos siguen introduciéndose y manejándose de esta manera.

A pesar de no tener conocimiento acerca de la historia de la enseñanza de las inecuaciones, la que ha llevado al consolidarse de una tradición que determina lo que hoy en día se enseña en las aulas italianas, Boero afirma tener la impresión de que se trata de una tradición vieja, presente en el país desde hace un siglo.

En lo general la tecnología en la que se fundamentan las técnicas de resolución de las "inecuaciones algebraicas" sólo consiste en transformar un problema relacionado con las inecuaciones en la gestión de simples reglas algebraicas (que normalmente tienen su patrón en tablas de concordancia) como el producto de signos, o de lógica para el tratamiento de las alternativas.

1 El autor considera la "tecnología" como la reflexión y el estudio acerca de las técnicas como objetos culturales

El autor se plantea varias preguntas acerca de las técnicas tradicionales de resolución de las inecuaciones. A saber: ¿Cuál es el origen de dichas técnicas? ¿Hay algún vínculo explícito con las técnicas ocupadas en las matemáticas de los matemáticos de otros tiempos? ¿Están presentes vínculos explícitos con técnicas usadas en ciertas profesiones? ¿Dichas técnicas, tienen alguna función de encuadramiento mental de los estudiantes (por ejemplo, a través de la disciplina de los pasos a seguir)? ¿Tienen algún contenido lógico, aunque trivial? ¿Facilitan de alguna manera los procesos de enseñanza y de evaluación? ¿Facilitan el aprendizaje -como consecuencia de la reducción de la complejidad del problema de encontrar la solución de una inecuación a través de su reducción a un modelo lógico-algebraico? etc.

Con base en algunas investigaciones hechas con estudiantes universitarios de primer ingreso en la Facultad de Ciencias, Boero llega a afirmar que el alcance de las técnicas que se enseñan resulta ser muy limitado y que dichas técnicas actualmente no representan salidas directas y evidentes ni para la aplicación en otras ciencias o materias escolares, ni para las profesiones, ni para las matemáticas de los matemáticos. Sin embargo, tienen una persistencia muy fuerte en la enseñanza, también cuando los programas las excluyen explícitamente.

Frente a esta situación el autor distingue dos tipos de consecuencias en el manejo de las inecuaciones:

1. La falta de capacidad para tratar inecuaciones no estándares.

2. El no aprovechar las potencialidades de aprendizaje implícitas en el objeto “inecuación”. (Aquí se hacer referencia específicamente a los conceptos de “variable” y de “parámetro” y a la dialéctica global/local en el estudio de las funciones).

Para intentar responder a las preguntas planteadas, el autor reconoce la importancia de un acercamiento epistemológico y cognitivo del objeto inecuación.

Por ejemplo, reconoce que la historia de las matemáticas y la historia de la enseñanza de las matemáticas tendrían elementos: para entender la constitución histórica de algún saber concerniente a las "inecuaciones" en el sentido de las matemáticas de los matemáticos; y a propósito de la constitución del objeto "inecuación" en la matemática escolar de los distintos países.

Será por lo tanto necesario salir de las inecuaciones "escolares" y tomar en cuenta un determinado conjunto de problemas de desigualdades en las matemáticas puras y aplicadas.

Para acercarse a las matemáticas de los matemáticos, el autor considera el caso de inecuaciones muy complicadas para cuyo tratamiento se necesitan poner en juego procesos de pensamiento en los que se explicita la transición de lo puntual a lo local y, algunas veces, a lo global (estabilidad asintótica, mayorización).

Llevando dichas consideraciones a la didáctica, el autor afirma que, en un contexto favorable –es decir cuando los alumnos no están condicionados por las técnicas reducidas a la complejidad de las operaciones mentales y con una amplia experiencia en el tratamiento de problemas que ponen en juego la exploración dinámica de las situaciones problemáticas y el pensamiento transformacional (Simon, 1996 citado por Boero, 1998)– pueden producirse estrategias muy diferentes, en las que tanto la dialéctica local-global, como por otro lado la dialéctica algebraico-análitico-gráfico, producen éxitos favorables.

Al considerar los *curricula* escolares, Boero observa cómo la discusión en PME-XXII a propósito de las inecuaciones (consecuencia de las contribuciones de L. Bazzini y de P. Boero) ha evidenciado que, en los distintos países, el objeto "inecuación" cubre temas y técnicas que pueden ser bastante diferentes. Por ejemplo, en la tradición italiana y de otros países europeos, los aspectos "algebraico" y "lógico" parecen ser dominantes mientras que en la tradición de Estados Unidos lo que se considera muy importante es el aspecto "funcional" de las inecuaciones (las inecuaciones se apoyan en otras funciones diferentes de las polinomiales; las técnicas de resolución recurren extensivamente a la geometría analítica y al concepto de "variable"). Esto probablemente está relacionado con el hecho que en las escuelas estadounidenses bajo el nombre de "álgebra" se cobijan una parte importante de la geometría analítica y el estudio de las funciones propedéuticas al análisis matemático.

Sin embargo, la diferencia que se describe en el punto anterior, pone en evidencia una concepción diferente de las inecuaciones dependiendo de los diferentes sectores de las matemáticas. En particular, en el análisis matemático el objeto "inecuación" concierne muchas cuestiones que no están presentes en el álgebra: mayorizaciones (de una función o de un funcional o de un operador); vínculos entre propiedades locales y propiedades "en grande" (como en el caso de la estabilidad asintótica); vínculos entre continuidad "puntual" y continuidad uniforme; etc.

Se vuelve entonces necesaria una primera sistematización acerca de la naturaleza y de las condiciones de existencia del saber en juego; se tienen que tomar en cuenta los diferentes protagonistas sobre la escena (matemáticos de distintos sectores, docentes y formadores de docentes en los distintos países, y alumnos) y estudiar el sentido que la palabra "inecuación" tiene para ellos, las técnicas resolutivas que asocian a dicha palabra, etc.

Por otra parte, regresando a la didáctica, el autor se pregunta si, en la didáctica de las inecuaciones se puede salir de la dimensión cognitiva.

A tal propósito, un elemento que el autor subraya es la importancia del papel que ha jugado el cambio radical aportado por la difusión de las calculadoras gráficas y de las computadoras; esta nueva herramienta puede volver a meter en discusión las tradiciones de los países en los que el enfoque lógico-algebraico de las inecuaciones es dominante.

Comparando los enfoques lógico/algebraico y funcional, Boero afirma que el enfoque lógico/algebraico se caracteriza por el uso de las "tablas de concordancia" que representan una herramienta que carece (a nivel de la aplicación) de toda la componente de la actividad lógica (que pertenece únicamente a la dimensión "tecnológica", es decir de justificación teórica de la herramienta).

Por lo contrario en el acercamiento funcional la necesaria gestión de las variables pide un recurso considerable e inevitable a la cuantificación lógica haciendo del estudio de las inecuaciones funcionales un medio privilegiado: para los estudiantes (a fin de que puedan acercarse a unos aspectos muy importantes del origen de las funciones); para los docentes (a fin de entender los progresos de los estudiantes bajo algunos aspectos e intervenir sobre sus dificultades relacionadas con este punto); para los investigadores (a fin de entender mejor los pasos intelectuales que los estudiantes necesitan o pueden llevar a cabo a fin de llegar a dominar el concepto de función).

1.1.2 Las investigaciones de Luciana Bazzini y Pessia Tsamir

Se trata de un conjunto de publicaciones, que se realizaron a raíz de un trabajo conjunto de investigación, por una investigadora italiana y un investigador israelí en los años 2001, 2002 y 2003.

El objetivo de la investigación es proponer un acercamiento al estudio del álgebra, fundamentado científicamente, en que las situaciones algebraicas se presentan desde un punto de vista global y general.

El objeto del estudio son las inecuaciones ya que se trata de un tema que juega un papel muy importante en las matemáticas pues forman parte de varios tópicos como, por ejemplo: el álgebra, la trigonometría, la programación lineal y el estudio de las funciones. Además mencionan que el NCTM[2] recomienda que los alumnos puedan representar situaciones que involucran inecuaciones y sepan manejarlas con seguridad.

Los autores parten desde la consideración de que muchos maestros siguen impartiendo las clases de álgebra de manera tradicional: explican el tema y sucesivamente presentan una secuencia de ejercicios desde los más fáciles hasta los más difíciles.

Para enfrentar su trabajo los autores consideran que será fundamental conocer la manera en que los estudiantes piensan acerca de la inecuación.

Bazzini y Tsamir observan que las investigaciones al respecto son muy pocas y, de lo poco que hay, la mayoría de los artículos no se basan en trabajos de

2 National Council of Teachers of Mathematics

investigación, sino que se limitan a proveer sugerencias didácticas a los docentes. Los demás estudios tienen como objetivo el de describir el comportamiento de los alumnos al momento de trabajar con algunas desigualdades.

En Italia y en Israel se le da poca atención a la inecuación hasta llegar al nivel medio-superior y normalmente el trabajo se limita al cómo resolver. Muy difícilmente llega a plantearse las preguntas acerca del por qué resolver de una determinada manera o cómo asegurarse que la solución obtenida es la correcta.

Para alcanzar sus objetivos los autores deciden investigar las reacciones de los estudiantes frente a situaciones estándares y frente a situaciones no estándares. El trabajo se lleva a cabo con estudiantes italianos e israelís de 16-17 años que ya habían estudiado las inecuaciones algebraicas viendo muchas de las formas en que se pueden presentar.

Desde el análisis de los resultados obtenidos se puede observar que, los alumnos que han estudiado las inecuaciones de manera tradicional, tienen dificultades al momento de contestar preguntas no convencionales. Se requiere por lo tanto dedicarle más atención al lenguaje utilizado y pedirle a los estudiantes reflexionar más en lo que hacen, también a través de una discusión orientada hacia los aspectos teóricos. Todo esto a fin de poder enfrentar situaciones que piden un buen manejo de los símbolos y de los significados, pues el manejo del álgebra no consiste solamente en una manipulación formal, sino que es una competencia que involucra a profundidad la comprensión.

Para ello resultará importante proveer a los estudiantes de distintas modalidades de enfocar una idea matemática. Ese objetivo se puede alcanzar pidiendo a los estudiantes no sólo resolver un ejercicio, sino también crear un ejercicio según ciertos lineamentos dados.

Este estudio hace manifiestas las limitaciones de la enseñanza tradicional que, en el estudio de las inecuaciones, propone un conocimiento de tipo instrumental más que relacional. No se considera la inecuación como un todo sino como un "estímulo" a llevar a cabo ciertos procedimientos (pasar sumando, pasar multiplicando, etc.).

Un ejemplo emblemático de esto es que, en el manejo de las inecuaciones, se puede ver la presencia del "fantasma de la ecuación". Por ejemplo, en algunas de las entrevistas de los investigadores con los estudiantes, éstos afirman que están seguros de ciertas cosas que hacen porque así es con las ecuaciones.

El enfoque procedimental favorece en los estudiantes la confusión entre la ecuación y la inecuación y, dicha confusión pone en evidencia una cierta dificultad en identificar la denotación[3] de la inecuación.

Para enfrentar dichas dificultades, los autores hacen énfasis en la necesidad de promover actividades en el salón de clase que favorezcan en los estudiantes la toma de conciencia de sus ideas intuitivas y de los modelos algorítmicos que ellos intuitivamente ocupan, junto con una reflexión acerca de lo que quiere decir resolver una inecuación.

---

3 Bazzini (1996) define la denotación de una expresión algebraica como el objeto al que dicha expresión hace referencia; por otro lado, el sentido es la forma con que se nos presenta el objeto.

1.1.3. Las investigaciones de Paolo Boero y Luciana Bazzini

Tomaremos ahora en cuenta otras dos investigaciones: la primera, por Paolo Boero, Luciana Bazzini y Rossella Garuti es del 2001. La segunda, por Paolo Boero y Luciana Bazzini es del 2004.

En su trabajo Boero, Bazzini y Garuti (2001), manejan las metáforas conceptuales en las que se basa la comprensión de las ideas matemáticas, que se forman a partir de la experiencia cotidiana.

Los objetivos de la investigación son los siguientes:

- Mostrar cómo los diferentes tipos de metáforas pueden intervenir como instrumentos clave del pensamiento en quienes se acercan por primera vez a las inecuaciones.

- Afinar la definición de metáfora con base en el análisis de los comportamientos de los estudiantes y de la variedad de las experiencias de la vida diaria.

- Investigar cómo las metáforas puedan volverse para los estudiantes una forma legítima de pensar.

A pesar de la relevancia que el tema tiene tanto en las matemáticas puras como aplicadas, las inecuaciones han permanecido como un tema al que se le otorga un bajo nivel de consideración en muchos países. Su enseñanza se limita a unas cuantas técnicas algorítmicas y casi nunca se pone en relación con el concepto de función.

En esta investigación se entrevistan estudiantes de nivel secundaria (octavo grado) y estudiantes universitarios de matemáticas a fin de poder ver si una determinada manera de proceder, que hace referencia a ciertas metáforas, se va ajustando en el tiempo o no.

En las conclusiones –después de haber observado que muchas veces las estrategias llevadas a cabo por los estudiantes tanto de secundarias como universitarios son las mismas– los autores afirman que la modalidad con la que normalmente se imparte el tema de inecuaciones en la escuela no es eficiente (desde el punto de vista de la capacitad para resolver inecuaciones simples pero no estándares), ni cumple con las necesidades de los matemáticos profesionales. Además la función nunca se pone en relación con el concepto de ecuación y se evita enfrentar los problemas que surgen introduciendo la idea de variable, manejando la inecuación como una ecuación algo especial.

Los autores sugieren que los docente reconozcan y favorezcan la utilización de metáforas como una herramienta para enfrentar conceptos y situaciones matemáticas importantes.

En su investigación Boero y Bazzini (2004) reiteran cómo la inecuación es un objeto hasta ahora poco considerado por los investigadores en matemática educativa.

En su trabajo Boero y Bazzini consideran los aspectos epistemológico, didáctico y cognitivo y quieren probar que un enfoque funcional, aún temprano, puede ser muy efectivo, si es bien manejado por el docente.

En la mayoría de los países las inecuaciones se enseñan en la escuela medio superior de una forma puramente algorítmica, que evita las dificultades inherentes al concepto de función. De tal manera que se termina trivializando el objeto de estudio, el cual se reduce a una secuencia de procedimientos rutinarios que es muy difícil que los estudiantes puedan entender, interpretar y controlar. Así los estudiantes no pueden manejar inecuaciones que no se logren reconducir a los procedimientos adquiridos. Al propósito se hace referencia también a investigaciones (Boero et al. (2000) y Malara (2000), citados en Boero, Bazzini, 2004) en las que se relata cómo estudiantes universitarios italianos de primer semestre, es común que no logren resolver inecuaciones bastante fáciles.

Por lo general no se aprovechan las gráficas para un uso heurístico y las transformaciones algebraicas se llevan a cabo sin tomar en cuenta las limitaciones debidas a la confusión entre los signos de igualdad y de desigualdad (> y <).

Los autores observan cómo esto acontece tanto en los países en que el Álgebra no incluye elementos de geometría analítica, así como en los que sí la incluyen, lo que confirma el dominio del enfoque algebraico.

Para intentar entender esta situación Boero y Bazzini integran su trabajo con un análisis epistemológico en que se hace evidente la enorme distancia entre el objeto (la inecuación) como parte del discurso escolar y cómo lo manejan los matemáticos profesionales: para los matemáticos el enfoque funcional de las inecuaciones juega un papel importante especialmente al momento de resolver ecuaciones con métodos de aproximación ligados con el concepto de límite o en problemas de matemática aplicada que involucran la estabilidad asintótica.
Los autores llegan a formular la hipótesis según la cual un acercamiento alternativo a las inecuaciones basado en el concepto de función puede favorecer los procesos de aprendizaje de los conceptos más difíciles y el desarrollo de las habilidades necesarias para su manejo. Además se controlarían mejor los distintos procesos relativos a las ecuaciones y a las inecuaciones.

1.1.4. Otras investigaciones

En este apartado estaremos examinando varias investigaciones según el orden de su publicación.

Farfán y Albert (1997) afirman que la dificultad que ocasiona la aplicación de las técnicas, obstaculiza la comprensión de las desigualdades y su enseñanza, pues su presentación escolar queda reducida a unos cuantos ejemplos complejos a fin de completar el programa establecido. Por otra parte, las habilidades algebraicas y lógicas que logra desarrollar una minoría de alumnos, no contribuyen de manera substancial a un posterior estudio del cálculo. Sin embargo, el propósito de este trabajo consiste en propiciar un cambio del contexto protagónico de la discusión, empezando con el tratamiento del tema en el contexto gráfico para finalmente llegar al contexto algebraico, cuyo fin es el de apoyar argumentaciones o construcciones gráficas. La intención del estudio es contribuir con sugerencias al mejoramiento de la enseñanza de las matemáticas, favoreciendo acciones de enseñanza que propicien aprendizajes significativos.

Para ello los autores enfocan el tema apoyándose prioritariamente en el elemento gráfico llevando al alumno a la necesidad de desarrollar un trabajo algebraico que haga uso de las metodologías gráficas aprendidas.

Gallo y Battú (1997) observan cómo en la didáctica de las desigualdades se ocupan técnicas sin atribuirles algún significado, implementando modelos rígidos que se aplican en forma correcta pero impropia. Dicho fenómeno propicia una confusión entre el concepto de ecuación y el de desigualdad de tal manera que, para resolver desigualdades, se aplican los mismos modelos de las ecuaciones.

En su artículo Malara, Brandoli y Fiori (1999) presentan los resultados de pruebas aplicadas a estudiantes recién ingresados en la universidad relativos al estudio de desigualdades. El objetivo es checar la naturaleza del control que los estudiantes logran ejercer sobre el sentido de las desigualdades. Lo que se observa –en un contexto en que se le da mucho énfasis al estudio de las desigualdades a nivel de escuela secundaria superior– es la presencia de lagunas conceptuales, actitudes estereotipadas en los procesos resolutivos, falta de control de los significados de las notaciones algebraicas y una capacidad muy reducida de coordinar los distintos lenguajes: algebraico, verbal y gráfico.

En particular se observa: confusión entre las estructuras aditiva multiplicativa en los distintos ámbitos numéricos; el predominio del ámbito numérico de los naturales sobre los demás conjuntos numéricos; la escasa conceptualización de las propiedades fundamentales del concepto de campo ordenado; la imposibilidad de controlar el significado de relaciones expresadas en el lenguaje algebraico; la persistencia de la utilización de técnicas estándares en casos particulares, cuya solución puede ser trivial; familiaridad con el lenguaje gráfico pero que no se coordina de manera adecuada a los lenguajes algebraico y verbal.

En su trabajo “Un estudio de funciones pretextando la resolución de desigualdades” (2000) Farfán observa cómo la enseñanza de las funciones tiende a sobrevalorar los procedimientos analíticos y la algoritmización, dejando de lado los argumentos visuales, entre otras causas por no considerarlos como matemáticos, o bien, por la concepción que de la matemática y de su enseñanza se tenga, sin considerar, por ejemplo, la estructura cognitiva de los estudiantes a los que se dirige.

A ello se aúna el contracto didáctico establecido que, como parte de la negociación impide que el estatus del profesor se demerite; si éste no resuelve satisfactoriamente los problemas planteados en el curso, el recurso algorítmico permitirá subsanar decorosamente lo establecido en el contrato, aligerando y eliminando dificultades intrínsecas al contenido matemático.

Barbosa (2003), en su trabajo de investigación que se coloca en el marco de la Teoría APOE[4], pretende determinar un conjunto de construcciones mentales que permitan a los estudiantes comprender el concepto de inecuación. Esto a través de una investigación que busca contestar a preguntas acerca de: cuáles son los conceptos previos necesarios para la comprensión de las inecuaciones; cómo el alumno construye y entiende el concepto de inecuación; cuáles son las estructuras mentales y las conexiones con otros contenidos matemáticos que resultan necesarios para entender las inecuaciones; la influencia de la interpretación de la inecuación en problemas que implican el uso de dicho concepto.

Desde su análisis la autora llega a afirmar que es importante dejar a un lado el modelo tradicional de enseñanza con que normalmente se manejan las inecuaciones. También, el esquema de función representa algo imprescindible para entender el concepto de inecuación y, por lo tanto, "hay que valorar las oportunidades de estudio de ese concepto para el desarrollo del pensamiento matemático y cambiar la manera de enseñar las inecuaciones (Barbosa, 2003, p. 218) proponiendo actividades que, con base en el esquema de inecuación, involucren no sólo la interpretación y la resolución algebraica sino también resoluciones gráficas, las que favorecen una mayor flexibilidad de pensamiento al considerar las dos visiones relacionadas.

Kieran (2004) propone una investigación de corte didáctico a partir de la consideración que los métodos para resolver inecuaciones en la escuela de nivel medio superior consisten prioritariamente en métodos algebraicos o gráfico-visuales.

---

4 Accion, Proceso, Objeto, Esquema

La autora observa que todas las investigaciones hechas en este campo, han dado una contribución al aspecto cognitivo relativo al aprendizaje de las inecuaciones, por ejemplo afirmando que los métodos gráficos y visuales ayudan a los estudiantes para que alcance una mejor forma de conceptualizar la simbología de la inecuación o los trucos utilizados para resolver inecuaciones ocupando técnicas propias de las ecuaciones. Sin embargo, todas estas investigaciones se enfocan de manera prácticamente exclusiva en los aspectos simbólicos y relativos a la manipulación de las inecuaciones.

Kieran afirma que se le puede dar sentido a las inecuaciones a través de actividades de meta-nivel global de problem-solving contextualizado, lo que parece estar totalmente ausente de las investigaciones sobre el tema.

En la investigación, se le propone un problema a un grupo de estudiantes japoneses de octavo grado. La mayoría de ellos resuelve el caso de la igualdad y, desde aquí, deducen la respuesta y la expresan en forma de desigualdad. Sólo un estudiante formaliza el problema con una inecuación.

La profesora invita los estudiantes a formalizar usando la idea y el símbolo de desigualdad.

Se puede por lo tanto observar una relación estricta entre los conceptos de igualdad y desigualdad (ecuación e inecuación), lo que demuestra cómo estos dos conceptos están ligados en profundidad ya que dicho fenómeno se observa también con estudiantes de otras proveniencias.

El desafío didáctico consiste por lo tanto en encontrar caminos que ayuden a los estudiantes en darse cuenta de las trampas inherentes de las conexiones entre ecuaciones e inecuaciones. Se trata por lo tanto de intentar contestar varias preguntas como, por ejemplo: ¿qué tipo de naturaleza deben de tener las técnicas que se utilizan para generar en los estudiantes aquel tipo de representación mental que los hace capaces de pensar en los puntos de diferencia entre ecuaciones e inecuaciones, cuando éstos están involucrados en actividades de manipulación simbólica relativas a las inecuaciones?

Sackur (2004) propone una investigación enfocada en el aspecto didáctico.

El trabajo se abre a partir de la observación de que muchos maestros ocupan las gráficas como herramienta para resolver inecuaciones ya que opinan que este método puede ayudar a los estudiantes en un mejor entendimiento. La autora no comparte dicho punto de vista ya que, en su opinión, pueden surgir varios problemas al momento de cambiar el registro de referencia desde el algebraico al gráfico. Por esta razón el trabajo con inecuaciones ocupando las gráficas debería de prepararse con mucho cuidado.

Los pasos que entran en juego en este proceso son los siguientes:

- A partir de la inecuación se crean dos funciones (introducioendo la variable *y*)

- De dichas funciones se determinan sus gráficas

- Se comparan las gráficas respecto a la variable *y*

- Finalmente se regresa a la variable *x*

Dos representaciones diferentes, en dos registros distintos, del mismo objeto matemático no tienen el mismo significado (Frege 1985, citado por Sackur, 2004). El cambio de registro hace explícitos los diferentes aspectos y las diferentes propiedades del mismo objeto.

Se trata por lo tanto de aprender a coordinar entre ellos los diferentes registros. A este propósito, Sackur cita a Duval quien afirma que comprender matemáticas implica el saber coordinar entre ellos por lo menos dos diferentes registros.

1.1.5. Un trabajo histórico

Para acabar nuestra revisión bibliográfica presentaremos un trabajo de corte histórico de Giorgio Tomaso Bagni (2008) quien, en el marco de una investigación sobre la historia del álgebra, quiere estudiar la historia de las ecuaciones y de las inecuaciones.

Para Bagni, resulta interesante observar cómo el mismo símbolo de igualdad empieza a aparecer hasta el siglo XVI. A tal propósito Lakoff y Nuñez (citados por Bagni, 2008) afirman que aún una idea aparentemente tan simple como lo es la idea de igualdad, involucra una gran complejidad cognitiva por lo que la comprensión del significado del símbolo de igualdad (=) ha necesitado de un análisis cognitivo de las ideas matemáticas que lo constituyen.

Bagni afirma que la historia de las ecuaciones es bastante rica y en muchas culturas en diferentes rincones del mundo, encontramos procesos que pueden ponerse en relación con ecuaciones. En el Renacimiento, la Regla del Álgebra (Franci y Toti Rigatelli, citados por Bagni, 2008) era el procedimiento para resolver problemas aritméticos que terminaba con la resolución de una ecuación algebraica.

Sin embargo, la historia de las inecuaciones no parece ser igualmente rica: antiguamente encontramos procesos de desigualdad que se expresaban verbalmente como hace, por ejemplo, Eucildes en los Elementos cuando habla de las desigualdades relativas a los elementos de un triángulo. De todas maneras, siempre la referencia era a desigualdades y no propiamente a inecuaciones.

La presencia de algunas inecuaciones puede conectarse con el desarrollo de las técnicas del Análisis matemático: por ejemplo con minorizaciones y mayorizaciones (Hairer y Wanner, citados por Bagni, 2008).

El autor examina detenidamente algunos textos publicados en el siglo XIX por P. Ruffini (1765-1822), incluidos en los tomos III y V de Corso di Matematiche (Modena, 1806 y 1808) de los que propone algunos ejemplos:

En el tomo III (Álgebra), p. 34, se afirma explícitamente una propiedad de equivalencia para las ecuaciones, a saber: "A-B-C=-D+E, paso los términos del primer miembro al segundo y los del segundo al primero, obtendré así: D-E=-A+B+C". Sin embargo, en la obra no se consideran casos análogos para las inecuaciones.

En el tomo III, p. 146, se plantean y resuelven unas inecuaciones (emparejadas en forma de sistema) para expresar unas condiciones que las soluciones de un problema –que se resuelve con un sistema de ecuaciones lineales– tienen que respetar. Muy frecuentemente los ejemplos propuestos tratan condiciones de este tipo: por lo tanto las inecuaciones siempre se encuentran "emparejadas" con las ecuaciones a fin de expresar condiciones sobre sus raíces.

Relativo a las matemáticas del siglo XX Bagni cita a Odifreddi (citado por Bagni, 2008, p. 6) quien escribe:

> Una contribución por von Neumann fue la solución en 1937 de un problema propuesto por L. Walras en 1874: la existencia de situaciones de equilibrio en modelos matemáticos para el desarrollo del mercado con base en la demanda y en la oferta (a través de precios y costos). Antes que nada él vio que, muy en seguida, había que expresar un modelo por medio de inecuaciones (como se hace hoy en día) y no de ecuaciones (como siempre se había hecho hasta aquel entonces)

El autor observa entonces la presencia de una asimetría histórica significativa según la cual, por lo general, los matemáticos expresaban por medio de ecuaciones el problema por resolver y luego, por medio de desigualdades, fijaban las condiciones para las soluciones de dichas ecuaciones. Además, en la historia (y en la práctica didáctica), muy frecuentemente se reconducía la resolución de una inecuación a la resolución de la ecuación asociada. Sin embargo, al propósito resulta necesario considerar el contexto social y cultural: la “solución concreta” ha sido muy a menudo considerada como mucho más importante de un abstracto “campo de posibilidades”. Muy frecuentemente se le ha atribuido una importancia social “significativa” a la determinación de la solución, así como nos testimonian la elaboración y el uso de los métodos prácticos y aproximados (Radford, Hairer y Wanner, citados por Bagni, 2008).

El autor termina afirmando que, a pesar de que recientemente se le haya reconocido a las inecuaciones un rol autónomo en el ámbito de la didáctica, todavía se puede observar una cierta “subordinación operativa”.

1.2. La socioepistemología

El enfoque teórico de nuestra investigación se sitúa en aquella parte de la matemática educativa que se conoce como *socioepistemología*.

En lo particular, nos acercaremos a dicho enfoque a través de varios trabajos entre los cuales están los publicados por Cantoral y Farfán (2002, 2003), a fin de colocar el acercamiento socioepistemológico en el ámbito del discurso de la matemática educativa.

En términos generales se puede afirmar que la matemática educativa es una disciplina del conocimiento cuyo origen se remonta a la segunda mitad del siglo veinte y que se ocupa del estudio de los fenómenos didácticos que se relacionan al saber matemático. Cabe decir que, en lo especifico de México, dichos estudios tendrán apenas unas décadas.

Entrando un poco más en lo específico, podemos afirmar que la matemática educativa es una disciplina científica que responde prioritariamente a la necesidad de implementar modificaciones educativas en el campo particular de las matemáticas considerando la evolución del estudio de los fenómenos didácticos.

Dicha evolución acontece cuando los saberes matemáticos constituidos socialmente en ámbitos no escolares, se introducen al sistema escolar produciendo inevitablemente una serie de modificaciones de los saberes que afectan directamente tanto su estructura como su funcionalidad.

En particular, cuando se consideran saberes especializados, se puede observar cómo su proceso de incorporación plantea, tanto desde el punto de vista teórico como práctico, problemáticas importantes que necesitan para su estudio unos acercamientos metodológicos y teóricos adecuados.

Para comprender los mecanismos de la adaptación del saber matemático y del saber científico a las prácticas tanto de los docentes como de los alumnos, resulta necesario llevar a cabo estudios cuyo enfoque requiere de una incesante interacción entre la elaboración teórica y la evidencia empírica; para ello resulta fundamental un trabajo de investigación sobre la formación de profesores y sobre las condiciones de la enseñanza en las aulas escolares y los laboratorios. Todo esto para aclarar las condiciones en las que acontece el aprendizaje de ideas complejas en una situación escolar, a fin de aprovechar dicho conocimiento para mejorar los procesos educativos.

En las últimas décadas se ha ido propiciando también el desarrollo del estudio de los procesos del pensamiento avanzado relativos a temas matemáticos propios de la educación superior. Este fenómeno pudo acontecer gracias al crecimiento paulatino del interés de los matemáticos profesionales hacia los aspectos didácticos y educativos, así como a la madurez alcanzada por varias comunidades de investigación en el ámbito de la matemática educativa.

En este marco se atienden varios aspectos, entre los que destacan: el papel que juegan las acciones del profesor en el aprendizaje de sus alumnos y la modalidad con la que los diálogos afectan los procesos de desarrollo del pensamiento. Esto produjo la incorporación de estudios sobre el pensamiento del profesor a fin de conocer las formas en las que el docente conduce los procesos de negociación del significado con sus alumnos.

Otro aspecto importante ha sido la aproximación cognitiva de Freudenthal (citado por Cantoral y Farfán, 2003) quién introduce un nuevo paradigma de investigación que modifica su objeto y su método de estudio a través de las siguientes preguntas: “¿Cómo aprenden las personas? ¿Cómo podemos aprender a observar procesos de aprendizaje?" (Cantoral y Farfán, 2003, p. 32)

Sin embargo, los autores subrayan cómo el desempeño de los estudiantes no puede reducirse a la dimensión cognitiva

> pues las relaciones que ellos mantienen con los objetos matemáticos están condicionadas por las representaciones que se forjan más globalmente sobre lo que es la actividad matemática, de sus ideas de lo que es el aprendizaje de las matemáticas, de su posición con relación de las matemáticas y más globalmente incluso, de su status como alumno. (Cantoral y Farfán, 2003, p. 33)

La vida de cada alumno en las instituciones (escuela, sistema educativo, clase, familia, ambiente social con todas las organizaciones humanas que lo constituyen) inevitablemente influencia sus procesos de pensamiento, cosa que nos introduce a una nueva forma de abordar el problema que considera la complejidad del sistema en el que viven los fenómenos didácticos y toma en cuenta distintos polos (el saber, quién aprende y quién enseña en determinado contexto), buscando sus relaciones mutuas a fin de ofrecer una explicación para los fenómenos didácticos que caracterizan el hecho educativo.

También se tiene que tomar en cuenta el hecho que, particularmente cuando se hace referencia a la enseñanza superior, muy frecuentemente "la matemática escolar está al servicio de otros dominios científicos y de otras prácticas de referencia, de donde a su vez adquiere sentido y significación" (Cantoral y Farfán, 2003, p. 36).

A la luz de todo lo que vimos, la línea de investigación que hace referencia al grupo de investigación del Área de Educación Superior del Departamento de

Matemática Educativa del Cinvestav-IPN a la que pertenecen los autores, considera necesario

> el dotar a la investigación de una aproximación sistémica y situada, que permita incorporar las cuatro componentes fundamentales en la construcción del conocimiento; su naturaleza epistemológica, su dimensión sociocultural, los planos de lo cognitivo y los modos de transmisión vía la enseñanza. (Cantoral y Farfán, 2003, p. 36).

A esta aproximación múltiple se le ha dado el nombre de *acercamiento socioepistemológico*.

Recapitulando lo dicho arriba, podemos afirmar que el acercamiento socioepistemológico centra su atención en todo lo que permite la construcción del conocimiento matemático, lo que se puede llevar a cabo considerando aquellas cuatro componentes fundamentales que en la construcción del conocimiento se articulan.

Un individuo construye un saber según ciertos mecanismos propios de la esfera psicológica y neurológica (dimensión cognitiva) y bajo el influjo de las estrategias que dicta la institución escolar y que el profesor interpreta y ejecuta (dimensión didáctica). Estos dos aspectos interactúan entre ellos y se desarrollan en un cierto contexto histórico y social.

Cada saber matemático se caracteriza por una epistemología la que deriva de aquellas circunstancias que propiciaron el nacimiento de dicho saber y su desarrollo sucesivo.

Cuando hablamos del contexto social, estamos tomando en cuenta todas aquellas instituciones que van desde los gobiernos hasta las distintas instituciones escolares y, dentro de ellas, la realidad peculiar de cada aula en que actúan el profesor y los alumnos. Éstos, llevando a cabo ciertas prácticas, ponen en evidencia la influencia de los grupos sociales organizados a los que pertenecen y que constituyen el entorno en que viven y se desarrollan junto con todos los que, en formas y maneras distintas, contribuyen al desarrollo de la vida social y, específicamente, de la vida de la escuela.

Sin embargo, podemos afirmar junto con Cordero (2005) que la socioepistemología tiene como objetivo el entender por qué y cómo los grupos humanos tuvieron o tienen que hacer ciertas cosas para construir un sistema complejo de conceptos. Esas ciertas cosas se definen como prácticas sociales y representan lo que los grupos humanos realizan para construir conocimiento" (Cordero, 2005).

Además resulta importante observar cómo, en este ámbito, los objetos y procesos matemáticos ya no son objetos inmutables, sino dependientes del contexto en que nacen y se desarrollan y de las intenciones y necesidades que los han generado (Montiel y Zatti, 2007).

En este sentido podemos hablar de *prácticas educativas*; éstas van entrando y saliendo de la escuela y determinan el consolidarse de un cierto discurso propio del contexto –al que llamaremos Discurso Matemático escolar– que es lo que contribuye a que los sujetos humanos vayan creándose sus propias epistemologías y sus propias creencias acerca de los diferentes objetos matemáticos.

1.2.1. La práctica social

En el contexto de la visión socioepistemológica un factor que tiene una relevancia particular, es el concepto de *práctica*, palabra detrás de la que "se esconde" el tema del significado que rige lo que los individuos –dentro de los grupos sociales a los que le pertenecen– hacen.

Arrieta (2003) nos recuerda que es el mismo contexto histórico y social que otorga una estructura y un significado a lo que se hace. Y en este sentido podemos afirmar que toda práctica siempre es práctica social.

Cuando estamos ocupando la palabra "práctica" en este contexto, no tenemos que pensar por fuerza en un "hacer" que se contrapone al "conocer". En la práctica, lo que es actividad manual, no es irreflexivo así como la actividad mental no se considera como incorpórea. Ambas actividades obtienen su significado por prácticas específicas de las que pueden entonces obtener una amplia gama de interpretaciones (Covián, 2005).

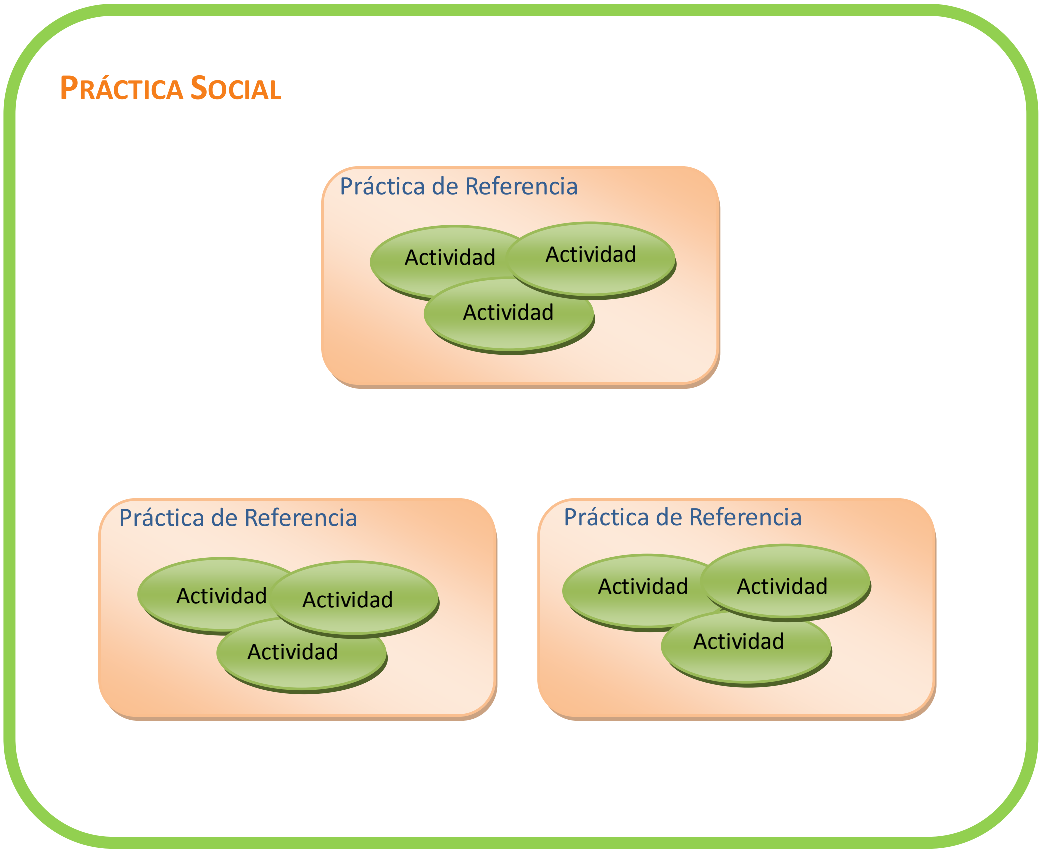
Esto significa que el hombre que aprende se mueve a partir de unas determinadas necesidades y exigencias, las que le empujan hacia el "conocer" y el "hacer", cuya unidad se basa en la utilidad propia del objeto del saber que se va construyendo.

Estaremos por lo tanto considerando dos tipos de prácticas: la *práctica social* y la *práctica de referencia*.

Definimos la *práctica social* como el conjunto de aquellas influencias socioculturales que rodean y orillan los fenómenos de construcción de conocimiento matemático y que constituyen el motor principal del acto constructivo más que de reorganización de la obra matemática, meta y objetivo de la matemática educativa. Se trata de aquellas acciones llevadas a cabo por grupos sociales que se ubican en un cierto contexto histórico determinado por la predominancia de unas ideologías. Dichos grupos pueden estar formados por científicos, matemáticos, investigadores en matemática educativa, profesores, alumnos e instituciones y/o sujetos que utilizan la matemática como herramienta para el desarrollo de otras actividades (Covián, 2005).

Por otro lado, las *prácticas de referencia* se definen como las actividades que habitualmente se hacen en una situación específica que, en nuestro caso, serán actividades de carácter matemático como, por ejemplo, la producción de teoremas, lemas, definiciones y/o la construcción de ciertas estrategias de resolución (Montiel, 2005a).

Para aclarar lo que acabamos de exponer proponemos la siguiente representación de Montiel (2005a, 2006) en la que “el modelo implica una *actividad*, aquella observable tanto en los individuos como en los grupos humanos, que en su articulación con otras actividades se asocian a una *práctica de referencia* y son reguladas por una *práctica social*” (Montiel, 2006, p. 819). En dicho modelo la práctica de referencia consiste en la modalidad según la cual la práctica social se articula en un determinado contexto histórico. También se podría aplicar el mismo modelo refiriendo la práctica de referencia a diferentes grupos humanos en un mismo período histórico (por ejemplo: cómo actúan las comunidades de los ingenieros, de los arquitectos y de los albañiles para llevar a cabo una determinada práctica social)



En el contexto de nuestra investigación, estaremos considerando la práctica de referencia como aquellas actividades propias de la matemática escolar, tal como se presenta en el contexto del discurso de la escuela en México y de las matemáticas formales y aplicadas.

En otras palabras la práctica de referencia se define como el conjunto de actividades que, en la escuela y en el contexto de la matemática formal, se ponen en práctica para llevar a cabo las prácticas que norman el uso de la desigualdad y de la inecuación, a saber: el comparar y el acotar.

1.2.2. El discurso matemático escolar y la resignificación

El objetivo último de nuestra tesis consiste en la propuesta de un proceso de resignificación para el objeto matemático desigualdad. A tal fin resulta fundamental profundizar en el concepto de resignificación que tenemos que considerar desde el punto de vista propio de nuestro marco.

En el ámbito de la socioepistemología, hablamos de resignificación no en el sentido de darle un nuevo significado al objeto matemático en cuestión, sino de volverle a dar su justo lugar, considerando las prácticas asociadas y la forma en que el conocimiento ha llegado al saber institucionalizado (Buendía, 2006). Se trata por lo tanto de mirar al conocimiento en relación a su uso en una determinada situación la que lleva, dentro de la organización del grupo humano, a la determinación de la forma y de la función del mismo objeto matemático. (Domínguez, 2003). En este contexto, el individuo resulta ser "un ente activo modificando su entorno y modificándose a sí mismo en el contexto mismo de las prácticas en las que se involucra y éstas son la fuente de resignificación del conocimiento matemático". (Buendía, 2004, p. 71)

Dicha resignificación se fundamenta en un trabajo de origen socio-epistemológico y llega a proponer un rediseño que influye en la realidad de lo que llamamos discurso matemático escolar (Castañeda, 2009 dialogo) que, dentro de los procesos de socialización del saber, resulta ser un elemento muy importante para construir explicaciones acerca de los procesos de institucionalización del conocimiento y la formación de consensos (Castañeda, Molina, Rosas, 2008).

Además, dado que en el ámbito de la socioepistemología asumimos las matemáticas como algo vivo, que cambia y va reorganizándose y ajustándose progresivamente, podemos pensar que los resultados obtenidos en los estudios sobre el discurso matemático escolar favorezcan un proceso de reorganización y resignificación de la matemática escolar (Cantoral, 2000, Castañeda, Molina, Rosas, 2008), siendo el concepto de resignificación asociado con la reconfiguración epistémica del conocimiento, a partir de aquellos argumentos que impactan la actividad del aula.

Entrando más en el detalle, podemos definir el discurso matemático escolar como la manifestación del conocimiento matemático, normado por el currículo, que se expresa a través de las creencias del profesor y de los estudiantes acerca de la naturaleza de la enseñanza en general y de la matemática en particular. El aspecto normativo del discurso va entonces a determinar lo que debe ser aprendido por los estudiantes y, en general, el uso que se hace de la matemática.

Con base en todo esto, afirmamos, junto con Castañeda, Molina y Rosas (2009), que en el discurso matemático escolar podemos sorprender la presencia de una “ideología” que se documenta en la forma de presentar y tratar los objetos matemáticos en clase, es decir en lo didáctico, convirtiéndose en una serie de restricciones que van normando la actividad del aula y el mismo discurso (Montiel, 2005).

Todo esto va a orientar y determinar un modelo para el desarrollo de la clase y establece prioridades sobre lo que debe estudiarse, el tipo de actividades que se llevan a cabo con sus características, la forma de evaluar, el tipo de planteamientos y ejercicios (Cordero y Flores, 2007).

Además: Cordero (citado en Buendía, 2004) observa que otro aspecto que norma la estructura del discurso matemático escolar es el contrato escolar, y éste también define una concepción de la enseñanza; Cordero y Flores (2007) afirman que otro elemento importante que concurre en la formación del discurso es el libro de texto, pues es un instrumento que va normando las actividades de enseñanza y aprendizaje o, por lo menos, tiene una gran influencia en ellas.

El estudio del discurso matemático escolar nos permite entonces conocer la epistemología de la matemática escolar propia de los docentes (y, por consecuencia, también de los estudiantes), la que va normando los paradigmas con los que llevan a cabo las actividades propias de su quehacer como profesores.

Por lo tanto, es a partir de la interpretación de la realidad escolar con su discurso que podemos definir de forma clara los objetivos de resignificación, es decir, plantear una reelaboración del discurso a través de aquellas prácticas que pueden propiciar cambios en el paradigma[5]. (Castañeda, 2009 dialogo)

Podemos entonces definir la resignificación como un proceso que nace a partir de una investigación socio-epistemológica y que responde a la intención de llevar a cabo una reorganización de la matemática escolar.

Por lo tanto, si queremos resignificar un saber específico resultará necesario "romper" con el discurso, en su totalidad o en parte, buscando individualizar los elementos que se han ido alejando de lo que es la naturaleza propia del saber, la que podemos conocer explorando el contexto en que ha nacido y se ha ido desarrollando.

Se tratará por lo tanto de ir conociendo la realidad del entorno escolar con su discurso y, con base en ello, proponer nuevas actividades y prácticas escolares que propicien su resignificación. Dicho proceso deberá de romper con el discurso tradicional, planteando una nueva forma de abordar los contenidos propios del saber que se quiere enseñar en la que los objeto matemáticos son

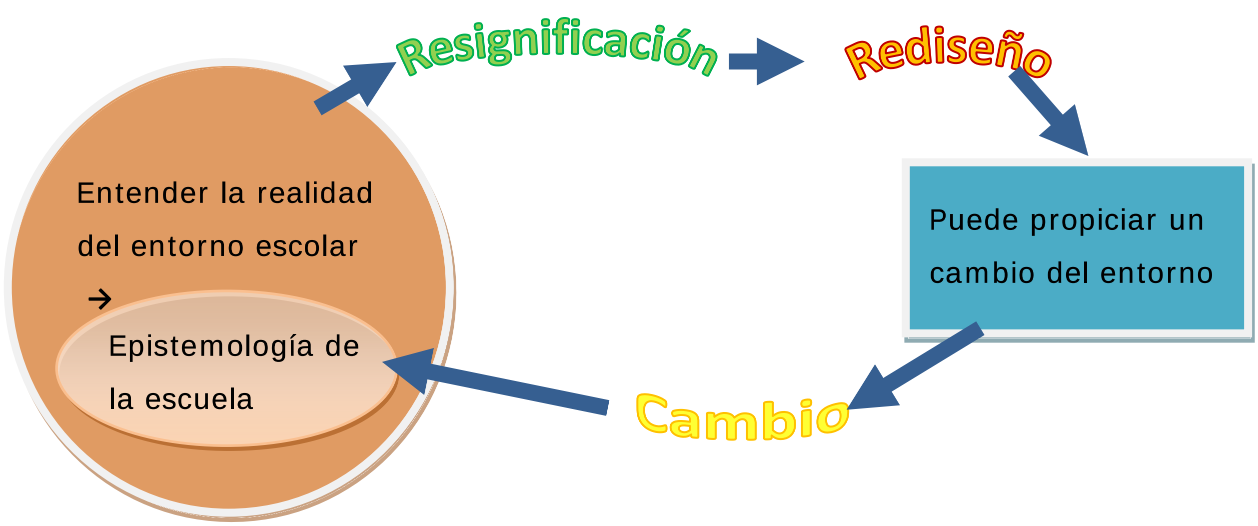
5 Definimos paradigma aquella estructura formal en que se encarna el discurso matemático escolar, constituida por actividades, prácticas, costumbres e instrumentos.

expresión de una práctica la que, a su vez, es expresión de una determinada necesitad del hombre. No se trata de romper con el saber, o bien negarlo, sino de intentar recuperar su significación primigenia, su proceso de creación y las prácticas asociadas.

A este propósito, resulta importante subrayar nuevamente que las prácticas y las necesidades a las que se hace referencia pueden también pertenecer al mismo mundo de las matemáticas, aunque todo constructo matemático siempre tiene alguna referencia a alguna exigencia concreta del ser humano.

Una vez que la nueva forma de abordar los contenidos es aceptada por la institución –y, en particular, por los docentes– ésta puede propiciar una modificación en el entorno y, por consecuencia, un cambio en el discurso escolar, lo que implica un cambio en la epistemología que está presente en la escuela. (Castañeda, 2009 dialogo)

Podemos por lo tanto representar el proceso de resignificación por medio del siguiente esquema:



Como podemos ver, el proceso de resignificación con el relativo rediseño, representa un “puente” ya que partimos de la epistemología presente en la escuela, la que se reconoce en el discurso matemático escolar, y, a través de la resignificación regresamos a un discurso diferente en que ha quedado modificado el aspecto epistemológico.

1.3. La desigualdad en el marco de la socioepistemología

Nuestra revisión bibliográfica ha propiciado que identificáramos dos aspectos particularmente importantes:

1. En el ámbito de la Matemática Educativa, no hemos podido encontrar investigaciones acerca de las desigualdades y las que se ocupan de las inecuaciones son pocas.

2. Entre esas pocas, hemos podido observar que todas tienen un corte de tipo cognitivo y/o didáctico, es decir, buscan entender qué es lo que obstaculiza el correcto aprendizaje de las inecuaciones y qué es lo que lo podría facilitar para intentar llevarlo al aula a fin de mejorar los procesos de enseñanza y el aprendizaje de los alumnos.

La única excepción a todo esto está: en algunos planteamientos de Boero (1997, 1998, 1999) quien se pregunta acerca del origen y del fin de las técnicas que caracterizan el discurso de la escuela italiana acerca de las inecuaciones. En particular reconoce que un estudio de corte histórico acerca del origen de las inecuaciones en las matemáticas y en la enseñanza de las matemáticas, aportaría mucho a la investigación. Para ello Boero afirma la necesidad de salir de la matemática escolar para acercarse a la matemática de los matemáticos; en unas observaciones de corte epistemológico que llevan a cabo Bazzini y Boero (2004) en donde se observa la lejanía de la inecuación, así como actualmente se trabaja en el contexto escolar, respecto a su uso para los matemáticos profesionales. Sin embargo, dichas consideraciones sólo se utilizan como punto de partida para un estudio eminentemente cognitivo y didáctico.

Sin embargo, a pesar de la claridad con que se plantean las preguntas, la investigación regresa a un estudio de naturaleza eminentemente cognitiva y, en un segundo momento, didáctica.

Desde el punto de vista de nuestro marco teórico –la socioepistemología– pudimos aprovechar los análisis hechos por todos los investigadores que pudimos leer, para poner en evidencia algunos aspectos alrededor de los cuales estuvimos desarrollando nuestra propia investigación.

Una técnica de resolución sin objeto de referencia

Todas las investigaciones que hemos podido examinar, hacen referencia exclusivamente a la inecuación, dejando totalmente a un lado el objeto matemático desigualdad.

De esta manera, las prácticas matemáticas que para su modelación necesitan una desigualdad, quedan totalmente en la sombra y el único objeto que aparece, es la inecuación: una técnica que permite expresar una desigualdad de una forma equivalente, pero más oportuna.

El discurso matemático escolar ha ido forjándose de tal manera que en él sólo se ha quedado la pura técnica de resolución (la inecuación) que sirve para resolver determinados problemas; pero nunca se hace énfasis en la naturaleza última de dichos problemas, lo que permitiría recuperar aquellas prácticas que en el fondo los constituyen y, al mismo tiempo, obligaría a poner de manifiesto el papel protagónico de la desigualdad.

La escuela con su discurso afirma que la inecuación –en cuanto técnica– es importante porque sirve para resolver problemas de dominio de funciones, pero: nunca pone de manifiesto que, al establecer el dominio de una función, se está manejando un problema de acotamiento en que se hace necesario manejar desigualdades; y no propicia que el estudiante reconozca la inecuación como un objeto matemático que modeliza situaciones en las que es necesario establecer cotas o comparaciones y, por lo tanto, establecer relaciones de desigualdad.

Un objeto aislado en busca de compañía

La escuela, con su discurso, parece haber dejado a un lado aquellas prácticas que le otorgan un significado al objeto desigualdad y, por lo tanto, a la inecuación. Por esta razón la desigualdad ha dejado de tomarse en cuenta de forma explícita y el centro de atención se ha movido hacia la inecuación.

Sin embargo, la ausencia de la desigualdad no ha pasado desapercibida ya que la inecuación se ha reducido a una técnica “huérfana” y, por lo tanto ha ido buscando algún otro objeto con que pudiera “acompañarse”. De esta manera se ha ido estableciendo este vínculo “extraño” entre la inecuación y la ecuación: ambas son técnicas pero la fuerza que el discurso escolar ha conferido a la ecuación, le ha permitido alcanzar una grande relevancia, lo que ha propiciado que la inecuación viviera a su sombra.

Capítulo II

El estatus de la desigualdad en las matemáticas

Para poder entender el estatus de las desigualdades y de las inecuaciones en el contexto escolar actual, concordamos con Boero (1997, 1998) en la necesidad de explorar la presencia de dichos objeto al seno de la matemática formal y de la matemática aplicada (es decir, los usos que de los instrumentos matemáticos se hace para construir y resolver modelos).

Para ello hemos intentado primeramente explorar algunos aspectos de la historia de las matemáticas.

En este intento nos hemos percatado que el símbolo de desigualdad (mayor o menor) sólo aparece a partir de la mitad del siglo XVII (Cajori, 1993). Sin embargo, la idea de desigualdad se encuentra expresada en palabras en varios trabajos de la antigüedad como, por ejemplo, en los Elementos de Euclides

(Bagni, 2008) pero no aparece huella alguna de la inecuación hasta llegar al siglo XIX donde aparecen inecuaciones cuyo papel consiste en expresar las condiciones que deben respetar las soluciones de un problema que se resuelve con ecuaciones lineales (Bagni, 2008). Hemos también analizado varios textos antiguos[1], la mayoría de los cuales se utilizaban como manuales escolares y ninguno de ellos le dedica algún espacio a la inecuación. Algunas veces aparece una desigualdad para establecer alguna comparación entre magnitudes o bien, para establecer acotamientos.

Todo esto nos impulsó a buscar cómo están presentes hoy en día la desigualdad y la inecuación al seno de las matemáticas puras y aplicadas.

Desarrollando este trabajo nos hemos podido dar cuenta de que el objeto desigualdad es la herramienta con la que se llevan a cabo todas aquellas actividades que hacen referencia a la comparación y al acotamiento.

[1] Bello Gómez, A. (1958). *Segundo curso de matemáticas para escuelas de segunda enseñanza*

Comberousse, C. (1915). *Curso de matemáticas*

del Raso, B. (1906). *Tratado de las operaciones superiores de la aritmética aplicadas estrictamente a los cálculos matemáticos.*

Contreras, M. (1900). *Tratado de álgebra elemental :escrito para uso de los alumnos de la Escuela Nacional Preparatoria.*

Vallin y Bustillo, Acisclo F.(1887). *Elementos de matemáticas.*

Curso de matemáticas publicado para el uso de los alumnos del Colegio Militar de la República. 1882

Vallejo, J.(1817). *Tratado elemental de matemáticas. (Escrito de orden de SM para uso de los caballeros seminaristas del Seminario de nobles de Madrid y demás casas de educación del reino).*

Vallejo, J. (1849). *Compendio de Matemáticas puras y mixtas. Tomo primero. Para uso de los colegios de la América.* Paris.

Bails, B. (1775). *Elementos de matemática.*

Tosca, T.(1757). *Compendio matemático: en que se contienen todas las materias más principales de las ciencias.*

2.1. La desigualdad y sus prácticas

En muchas de nuestras acciones como seres humanos están presentes: la actividad de comparar y, tal vez de manera menos evidente, la actividad de acotar. En nuestra vida cotidiana comparamos y acotamos continuamente ya que estas actividades son las que nos permiten emitir juicios y, por consecuencia, tomar decisiones.

Por ejemplo, en nuestra experiencia personal, hemos podido observar que, cuando tenemos que desplazarnos de un lugar A a otro lugar B y decidir cuál va a ser el camino que vamos a tomar, siempre quedamos sujetos a ciertas condiciones que le ponemos al problema y que reflejan nuestras exigencias. Podemos buscar un camino que nos haga ahorrar tiempo (es una ruta en la que hay menos tráfico), o bien un camino más corto desde el punto de vista del kilometraje, o un camino que nos permita manejar fácilmente (las carreteras son amplias y rectas). Las condiciones representan los acotamientos; por ejemplo: estoy dispuesto a tardar en el camino un máximo de 1 hora y sé que no será posible hacerlo en menos de 20 minutos. Con base en las condiciones que le ponemos al problema, podremos comparar los distintos caminos, excluyendo de antemano los que no cumplen con las condiciones establecidas y escoger así el mejor.

Podríamos encontrar más ejemplos en los que el hombre está comparando y acotando a fin de tomar alguna decisión, sin embargo, nuestro interés actual consiste en examinar el papel de las prácticas de comparar y de acotar en el ámbito de las matemáticas tanto aplicadas como formales.

2.2. La relación de orden

En el contexto de las matemáticas formales, la comparación está estrictamente ligada con la relación de orden, la que se define de la siguiente manera.

Relación de orden estricto:
Dado un conjunto A, ρ es una relación de orden estricto en A, si y sólo si cumple con las relaciones antisimétrica ($\forall$ x, y $\in$ A, (x ρ y) $\Rightarrow$ $\neg$(y ρ x)), transitiva ($\forall$ x, y, z $\in$ A, x ρ y, y ρ z $\Rightarrow$ x ρ z).

Relación de orden amplio:
Dado un conjunto A, ρ una relación de orden amplio en A, si y sólo si cumple con las relaciones reflexiva ($\forall$ x $\in$ A, (x ρ x)), antisimétrica ($\forall$ x, y $\in$ A, (x ρ y) $\Rightarrow$ $\neg$(y ρ x)), transitiva ($\forall$ x, y, z $\in$ A, x ρ y, y ρ z $\Rightarrow$ x ρ z). (Bravo, Rincón, Rincón, 2006)

Por lo tanto: las relaciones de mayor (>) y menor (<) serán relaciones de orden estricto, mientras que las relaciones de mayor-igual ($\geq$) y menor-igual ($\leq$) serán relaciones de orden amplio.

Dicha relación es la que traduce desde el punto de vista formal el problema de la comparación dentro de un determinado conjunto, ya que describe un aspecto propio de la naturaleza de dicho conjunto, a saber: la posibilidad de comparar entre ellos sus elementos.

A tal propósito resulta interesante observar cómo, para poder comparar y acotar, sea necesario que el conjunto en que se opera sea un conjunto ordenado.

Sin embargo, en términos del quehacer cotidiano, el hombre utiliza como conjuntos numéricos de referencia los subconjuntos de los números reales (números enteros y números racionales) que son los que mejor le permiten modelizar e interpretar las situaciones que lo rodean, y que son conjuntos ordenados.

2.3. Los modelos de las matemáticas aplicadas

Así como hemos visto que acontece en la vida común, también en el ámbito de las matemáticas la práctica de comparar queda sujeta a diferentes condiciones (acotamientos) y está normada por la necesidad de emitir juicios y, por lo tanto, tomar decisiones.

Por ejemplo: cuando estoy utilizando los números como representantes de magnitudes de algún objeto real, mi necesidad consiste en tener los elementos necesarios para tomar ciertas decisiones. Por ejemplo: si un kilo de azúcar de la marca A cuesta 6 pesos y un kilo de azúcar de la marca B cuesta 5.50 pesos, la comparación entre los números 5.50 y 6 (y por lo tanto el uso implícito de la relación de orden en el conjunto numérico de referencia), me permite saber qué marca de azúcar es la más barata y, por lo tanto, decidir cuál voy a adquirir. Esta situación además, puede estar sujeta a condiciones: por ejemplo, puede que hayan marcas que no quiero adquirir.

Sin embargo, muchas veces la realidad a modelizar resulta ser bastante compleja por la gran cantidad de variables y de condiciones involucradas. Para responder a la exigencia de construir modelos matemáticos que permitan hacer previsiones y tomar las decisiones consecuentes, se han ido desarrollando metodologías matemáticas *ad hoc* que se colocan en aquella rama de las matemáticas que acostumbramos llamar matemáticas aplicadas.

Consideraremos ahora algunos ejemplos de modelos matemáticos (Gambotto Manzone, 1992), entre los que se estudian en el ámbito de las matemáticas aplicadas y se enseñan a utilizar, en el nivel superior, a aquellos profesionales que deberán de poderlos utilizar para tomar decisiones en su quehacer cotidiano.

Ejemplo 1:

El granjero Juárez tiene 480 hectáreas en la que se puede sembrar ya sea trigo o maíz. El calcula que tiene 800 horas de trabajo disponible durante la estación crucial del verano. Dados los márgenes de utilidad y los requerimientos laborales mostrados en la tabla puesta abajo, ¿cuántas hectáreas de cada uno debe plantar para maximizar su utilidad? ¿Cuál es esta utilidad máxima?

	Maiz:	*Trigo:*
Utilidad	*$40 por hrs*	*$30 por hrs*
Trabajo	*2hs por hrs.*	*1hs por hrs*

Aquí la función que tenemos que optimizar es la de utilidad, que determinamos multiplicando la utilidad obtenida por cada hectárea sembrada de maíz: $40x$ (donde x representa el número de hectáreas en las que se siembra maíz) y sumándole la utilidad obtenida por cada hectárea sembrada de trigo: $30y$ (donde y representa el número de hectáreas en las que se siembra trigo).

$$U(x) = 40x + 30y$$

Dicha función está sujeta a varias condiciones

1) $x \geq 0$ lo que nos dice que el número de hectáreas sembradas con maíz no puede ser negativo
2) $y \geq 0$ lo que nos dice que el número de hectáreas sembradas con trigo no puede ser negativo
3) $x + y \leq 480$ lo que nos dice que el número de hectáreas sembradas con trigo o con maíz no puede rebasar las 480 hectáreas.
4) $2x + y \leq 800$ lo que nos dice que el número total de horas de trabajo para la siembra no puede rebasar las 800 horas.

Este tipo de problema nos muestra cómo la herramienta desigualdad nos permite acotar las variables que estamos considerando a fin de determinar la solución optima, es decir los valores de x y y que maximizan la utilidad del granjero Juárez.

Ejemplo 2:

Las enfermeras de un hospital llegan cada 4 horas y trabajan en turnos de 8 horas continuas. La administración ha decidido la idea de definir 6 cambios de turno al día para minimizar las distracciones y los problemas de comunicación que ocurren en los cambios de turno.
El hospital ha realizado un análisis del trabajo requerido durante cada uno de los seis períodos del día.

Las características de cada período son las siguientes:

Hora del dia	Período	Número Mínimo Enfermeras
2 am - 6 am	1	25
6 am - 10 am	2	60
10 am - 2 pm	3	50
2 pm - 6 pm	4	35
6 pm - 10 pm	5	55
10 pm - 2 am	6	40

Las enfermeras que empiezan a trabajar en los períodos 2, 3 y 4 ganan US $40 al día, y aquellas que comienzan en los períodos 1, 5 y 6 ganan US $50 al día. ¿Cuántas enfermeras deben empezar a trabajar en cada turno para minimizar los costos por salarios?

Si vamos armando el modelo de resolución del problema podemos empezar considerando como variable de decisión el número de enfermeras Ni que comienza a trabajar en el turno "i" (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6). De esta forma, la función objetivo queda:

$$z = 50N_1 + 40N_2 + 40N_3 + 40N_4 + 50N_5$$

Evidentemente, la función anterior debe ser minimizada.

Las restricciones toman en cuenta el hecho que en cada turno trabajan las enfermeras que comenzaron en dicho turno, pero también las que empezaron en el turno anterior. Por lo tanto, las restricciones de personal mínimo por turno quedan:

$N_1 + N_2 \geq 60$

$N_2 + N_3 \geq 50$

$N_3 + N_4 \geq 35$

$N_4 + N_5 \geq 55$

$N_5 + N_6 \geq 40$

$N_6 + N_1 \geq 25$

Finalmente, el modelo se completa con las restricciones de signo:

$N_i \geq 0 \quad \forall i$

Ejemplo 3:

Un vendedor tiene que decidir comprar una cierta cantidad de queso fresco. El costo del queso es de 200 pesos por kg y el precio de venta es de 300 pesos por kg. Cuando no se logra vender todo el queso, este se puede volver a vender el día siguiente a un precio de 150 pesos por kg. Si sabemos que el pedido diario de queso oscila entre los 5 y los 10 kilogramos, según la siguiente distribución de probabilidad:

Queso vendido (en kg)	5	6	7	8	9	10
Probabilidad	0.10	0.15	0.30	0.25	0.15	0.05

¿Cuánto queso le conviene adquirir diariamente al vendedor?

Por supuesto el vendedor deberá de adquirir cada día una cantidad de queso entre los 5 y los 10 kg.

El modelo matemático que describe nuestro problema es:

$$z = \begin{cases} 100x & x \le y \\ 100y - 50(x-y) & x > y \end{cases} \quad \Rightarrow \quad z = \begin{cases} 100x & x \le y \\ 150y - 50x & x > y \end{cases}$$

Y está sujeto a la condición $5 \le x \le 10$.

En el modelo x representa la cantidad de queso adquirida por el vendedor; y la cantidad de queso pedida por los clientes y, por lo tanto, vendida; z la ganancia del vendedor.

Si ahora construimos una tabla que tome en cuenta la cantidad de queso adquirida y la cantidad vendida tendremos:

		ALTERNATIVAS						Probab.
		A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	
		5	6	7	8	9	10	
EVENTOS	5	500	450	400	350	300	250	0.10
	6	500	600	550	500	450	400	0.15
	7	500	600	700	650	600	550	0.30
	8	500	600	700	800	750	700	0.25
	9	500	600	700	800	900	850	0.15
	10	500	600	700	800	900	1,000	0.05

Si calculamos la ganancia promedio de cada alternativa obtendremos:

M(A1) = 500

M(A2) = 585

M(A3) = 647.5

$\boxed{\text{M(A4) = 665}}$

M(A5) = 645

M(A6) = 602.5

Lo que nos dice que al vendedor le convendrá adquirir diariamente 8 kg de queso.

Otro problema típico es el problema de almacenamiento. Este problema es un típico problema que tienen que enfrentar las empresas tanto industriales como comerciales: las empresas industriales necesitan para su producción tener una cierta cantidad de materia prima disponible en sus almacenes y las empresas comerciales necesitan disponer de una cantidad suficientes de mercancía almacenada para satisfacer las peticiones de sus clientes.

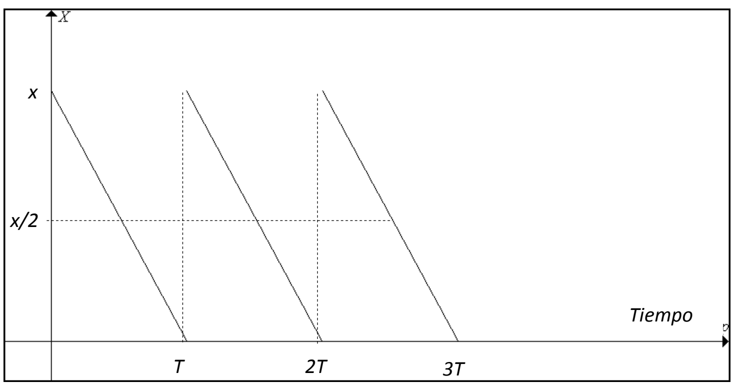
Sin embargo, para cada orden que se efectúa, además del costo del material pedido, hay que considerar algunos costos fijos lo que sugiere hacer pocos pedidos por grandes cantidades de material. Por otro lado, el mantenimiento de los materiales en el almacén conlleva otros gastos como, por ejemplos, los gastos de seguro, vigilancia, caducidad de los mismos materiales, etc. Y, por estas razones, parecería mejor tener en el almacén una pequeña cantidad de material que se vaya renovando paulatinamente.

Estas dos exigencias contrastan entre ellas y, por lo tanto, se busca determinar la cantidad de materiales que hay que ordenar en cada pedido de tal manera de minimizar los gastos de pedido y de almacenamiento.

En la realidad este problema debería de tratarse bajo condiciones de aleatoriedad pero es común asumir dos hipótesis para simplificar el estudio:

1. Se considera que el consumo de los materiales es uniforme en el tiempo;
2. Se considera que los nuevos pedidos llegan en el momento que termina el material presente en el almacén.

Con base en estas hipótesis podemos esquematizar la situación del almacén en función al tiempo, de la siguiente manera.



Donde x representa la cantidad que hay que pedir en cada orden. Y T el tiempo en que se vacía el almacén y llega el nuevo pedido.

Examinemos ahora por separado los costos de los pedidos y de almacenamiento:

Si C representa la cantidad de materiales necesaria para un cierto intervalo de tiempo (normalmente se considera un año) y x la cantidad de material que se pide cada vez, el número de pedidos necesarios será de $\frac{Q}{x}$.

Si cada pedido implica un gasto fijo S, el gasto para todas las ordenes que se hacen en el intervalo de tiempo considerado será de $S \cdot \frac{Q}{x}$.

Además, podemos observar que lo que queda en el almacén será el promedio entre la cantidad de material almacenada máxima y mínima, es decir $\frac{x+0}{2} = \frac{x}{2}$

El gasto de almacén, por lo tanto, resultará ser proporcional a dicho valor y si indicamos con s el gasto de almacén por cada unidad almacenada en un mismo intervalo temporal T, dicho gasto será de $s \cdot \frac{x}{2}$.

Considerando además la condición representada por el cupo C del almacén tendremos el siguiente modelo matemático:

$$y = S \cdot \frac{Q}{x} + s \cdot \frac{x}{2}$$

que es la función que hay que minimizar, bajo la condición $0 < x \leq C$.

Todos los ejemplos que acabamos de examinar pertenecen al ámbito de las matemáticas aplicadas y, en este contexto, podemos afirmar que lo que norma las actividades de comparar y de acotar es la exigencia de tomar decisiones concretas, lo que se hace posible por la capacidad predictiva de los modelos utilizados.

2.4. Comparar y acotar en las matemáticas formales

Podemos encontrar prácticas de comparación y de acotamiento no solamente en el ámbito de la matemática aplicada sino también en la matemática pura.

En este contexto ¿podemos seguir afirmando que dichas prácticas subyacen a la necesidad de tomar decisiones? y ¿de qué tipo de decisiones se trataría?

Un problema típico en las matemáticas, así como quedan formalizadas hoy en día[2] consiste en la determinación del dominio de una función. En este caso la decisión a tomar es si todos los números reales pertenecen al dominio de la función o si este queda sujeto a alguna restricción la que se expresaría a través de algún acotamiento. Para establecer dichas restricciones puede que se haga necesario establecer una relación de desigualdad y, por lo tanto, manejar una inecuación para poder expresar dicha desigualdad de manera que nos arroje un acotamiento en el conjunto de los números reales.

Por ejemplo, si la función contiene una raíz de índice par o bien un logaritmo, su existencia, y por lo tanto su dominio, estarán condicionados por una determinada acotación según la cual el argumento de la raíz no puede ser menor a cero y el argumento del logaritmo debe de ser mayor a cero.

Ejemplo:

$$y = \sqrt{x^2 - x} + \ln(2 - x)$$

[2] Lo que se quiere decir es que si nos asomamos hoy en día a las matemáticas formales, así como las aprenden los que en un futuro se desempeñarán como matemáticos, el tema de la determinación del dominio de una función se considera elemento fundamental.

Como se puede ver, la función se define a través de una raíz cuadrada y de un logaritmo los que condicionan la existencia de la función a través de los siguientes acotamientos:

$x^2 - x \geq 0$ y $2 - x > 0$

Los valores de x que cumplen ambos acotamientos me dicen qué subconjunto de los números reales constituye mi dominio.

Este ejemplo nos permite ver cómo, también en este contexto, las prácticas de comparar y de acotar permiten una toma de decisión. Sin embargo, podríamos objetar que en algunos contextos dichas prácticas no llevan al planteamiento de una desigualdad.

Si, por ejemplo, la función de la que queremos evaluar el dominio fuera

$$y = \frac{x^2 - x}{2 - x}$$

aquí nuestra única condición sería dada por el denominador diferente a cero.

Es decir, se trataría de aquellos valores de x que cumplen con la condición $2 - x \neq 0$.

Esta expresión no es una desigualdad en el sentido que normalmente le damos. Las dos cantidades que estamos comparando, es decir $2 - x$ y 0 no están relacionadas por el símbolo de mayor o de menor sino por otro símbolo cuyo significado es “es diferente de”. Sin embargo, también esta relación es una relación de desigualdad: de hecho podríamos traducirla de la siguiente manera: $2 - x > 0$ o $2 - x < 0$.

Este ejemplo nos permite observar cómo para poder establecer el acotamiento necesario para la determinación del dominio, es oportuno conocer aquellas técnicas que permiten resolver inecuaciones, es decir: expresar las condiciones establecidas, por medio de desigualdades equivalentes a fin de lograr un acotamiento oportuno del conjunto de los números reales.

En el ejemplo que acabamos de presentar se nos pedía determinar el dominio de la función $y = \sqrt{x^2 - x} + \ln(2 - x)$ lo que significa establecer un acotamiento para el conjunto de los números reales, determinando por qué valores de la incógnita x la función existe.

Hemos visto que para que la función exista es necesario que cumplan al mismo tiempo las dos condiciones

$x^2 - x \geq 0$ y $2 - x > 0$

Lo que equivale a decir que $x \leq 0 \ y \ 1 \leq x < 2$ o bien $x \in (-\infty, 0] \cup \ x \in [1, 2)$, expresiones que representan el acotamiento de $\boldsymbol{R}$ buscado.

2.4.1. De lo aplicado a lo formal

Otro ámbito de las matemáticas en que podemos ver cómo el tomar decisiones –lo que muchas veces para el matemático coincide con el resolver ciertos problemas– se apoya en la práctica de acotar, es la determinación de valores aproximados de magnitudes.

Por ejemplo, si pensamos en las prácticas de medición, resulta sumamente importante establecer un error de medición Δx a fin de poder afirmar que el valor exacto y de la magnitud que queremos medir, resultará acotado de la siguiente manera: $x-|\Delta x| \leq y \leq x+|\Delta x|$.

Dentro de este marco podemos ver cómo se pueden acotar los valores aproximados con los que determinamos el valor de ciertas expresiones.

Resulta útil hacer algunas consideraciones acerca de la parte entera de un dado número x.

Definimos parte entera de x $([x])$, con $x \in \boldsymbol{R}$, el máximo número entero no superior a x.

Una de sus propiedades es: $[x] \leq x < [x]+1$

Dicha propiedad podemos extenderla al siguiente caso:

$\forall N \geq 1,\ [Nx] \leq Nx < [Nx]+1$ y, por lo tanto $\frac{[Nx]}{N} \leq x < \frac{[Nx]}{N}+\frac{1}{N}$

Lo que hace que el error sea tanto más pequeño cuanto más grande es *N*.

A este punto podemos ponernos un problema de este tipo:

Estimar el valor de la siguiente expresión numérica: $1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{4}}+\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Podemos establecer los siguientes acotamientos por medio de desigualdades:

$$1 \leq 1 \leq 1$$
$$0.7 \leq \frac{1}{\sqrt{2}} < 0.8$$
$$0.5 \leq \frac{1}{\sqrt{3}} < 0.6$$
$$0.5 \leq \frac{1}{\sqrt{4}} \leq 0.5$$
$$0.4 \leq \frac{1}{\sqrt{5}} < 0.5$$

Sumando estas desigualdades, encontramos:

$$1+0.7+0.5+0.5+0.4 \leq x < 1+0.8+0.6+0.5+0.5$$

O sea: $3.1 \leq x < 3.4$

Pero ¿cómo se acotaron cada uno de los términos de la suma?

Dejando a un lado los casos triviales (1 y $\frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2} = 0.5$) el procedimiento que se siguió fue el siguiente:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$7 \leq 10\frac{\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2} = \sqrt{50} < 8 \quad \text{y, por lo tanto} \quad 0.7 \leq \frac{\sqrt{2}}{2} < 0.8$$

El proceso se va complicando si queremos determinar el valor aproximado de la expresión: $1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{4}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{1{,}000{,}000}}$.

De por sí podríamos seguir el mismo método de antes pero aquí se trata de $1{,}000{,}000$ de términos.

Por lo tanto se procede demostrando que:

$$2\sqrt{n+1}-2\sqrt{n}<\frac{1}{\sqrt{n}}<2\sqrt{n}-2\sqrt{n-1}$$

Ahora podemos afirmar que:

$$2\sqrt{3}-2\sqrt{2}<\frac{1}{\sqrt{2}}<2\sqrt{2}-2$$
$$2\sqrt{4}-2\sqrt{3}<\frac{1}{\sqrt{3}}<2\sqrt{3}-2\sqrt{2}$$
$$2\sqrt{5}-2\sqrt{4}<\frac{1}{\sqrt{4}}<2\sqrt{4}-2\sqrt{3}$$
.....
$$2\sqrt{n+1}-2\sqrt{n}<\frac{1}{\sqrt{n}}<2\sqrt{n}-2\sqrt{n-1}$$

Si sumamos estas desigualdades obtenemos lo siguiente:

$$2\sqrt{n+1}-2\sqrt{2}<\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{4}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{n}}<2\sqrt{n}-2$$

Agregando 1 a cada miembro:

$$2\sqrt{n+1}-2\sqrt{2}+1<1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{4}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{n}}<2\sqrt{n}-1$$

Ahora: $2\sqrt{2}<3$, $\sqrt{n+1}>\sqrt{n}$ y por lo tanto: $2\sqrt{n}-2<2\sqrt{n+1}-2\sqrt{2}+1$

Entonces: $2\sqrt{n}-2<1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{4}}+...+\frac{1}{\sqrt{n}}<2\sqrt{n}-1$

Retomando nuestro problema:

$$2\sqrt{1{,}000{,}000}-2<1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{4}}+...+\frac{1}{\sqrt{1{,}000{,}000}}<2\sqrt{1{,}000{,}000}-1$$

$$2000-2<1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{4}}+...+\frac{1}{\sqrt{1{,}000{,}000}}<2000-1$$

$$1998<1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{4}}+...+\frac{1}{\sqrt{1{,}000{,}000}}<1999$$

Es interesante observar cómo este método –que sirve para establecer valores aproximados a través de acotamientos que utilizan para su expresión el objeto desigualdad– es el mismo que subyace a la definición de límite, así como define Cauchy y como seguimos definiendo hoy en día en el ámbito de la matemática formal.

De hecho nos encontramos con una técnica de acotamiento, es decir una secuencia de pasos que responden a la exigencia de acotar, es decir de llevar a cabo una práctica.

En efecto, cuando queremos evaluar un límite, por ejemplo: $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x-1}$ lo que hacemos es buscar el valor al que se va acercando la expresión $\frac{x^2-1}{x-1}$ cuando la x se acerca indefinidamente al valor de 1.

Esto implica establecer un acotamiento de la x alrededor del 1 de tal manera que la expresión $\frac{x^2-1}{x-1}$ quede a su vez acotada.

Por lo tanto, es de aquí que nace la definición de límite según la cual

$$\lim_{x\to x_0} f(x)=l \quad \Leftrightarrow \quad \forall\varepsilon>0,\ \exists\delta>0/\forall x\neq x_0,\ |x-x_0|<\delta \ \Rightarrow\ |f(x)-l|<\varepsilon$$

Lo que en nuestro ejemplo es:

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x-1}=2 \quad \Leftrightarrow \quad \forall\varepsilon>0,\ \exists\delta>0/\forall x\neq 1,\ |x-1|<\delta \ \Rightarrow\ \left|\frac{x^2-1}{x-1}-2\right|<\varepsilon$$

Lo que implica comprobar que, por cualquier valor de $\varepsilon>0$, con ε tan chico cuanto queramos, podemos encontrar un entorno de 1 de amplitud δ.

Por lo tanto:

$$\left|\frac{x^2-1}{x-1}-2\right|<\varepsilon \quad \Leftrightarrow \quad -\varepsilon+2<\frac{x^2-1}{x-1}<\varepsilon+2 \quad \Leftrightarrow \quad x\neq 1,\ -\varepsilon+2<x+1<\varepsilon+2 \quad \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x+1<\varepsilon+2 \\ x+1>-\varepsilon+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<1+\varepsilon \\ x>1-\varepsilon \end{cases} \Leftrightarrow x\in(1-\varepsilon,1+\varepsilon)$$

Es decir que existe $\delta=\varepsilon$ tal que, en un entorno de 1 de amplitud δ, es: $-\varepsilon+2<\dfrac{x^2-1}{x-1}<\varepsilon+2$, lo que quiere decir que $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{x-1}=2$.

Este límite me provee entonces de una especie de “acotamiento infinito” que, al considerar valores de x cada vez más cercanos a 1, va “acorralando” el valor de la función en un entorno cada vez más chiquito de 2, que resulta ser el resultado de nuestro límite.

El límite es por lo tanto una técnica que permite tratar el infinito con elementos finitos. Dicha técnica se fundamenta en el uso del objeto desigualdad que, a través del "acotamiento infinito", nos permite llevar a cabo un proceso de "domesticación" del infinito.

Todo esto nos muestra cómo, atrás de la definición de límite, está presente un problema de acotamiento y, por lo tanto, un problema que plantea una situación de desigualdad y que se resuelve por medio de una inecuación.

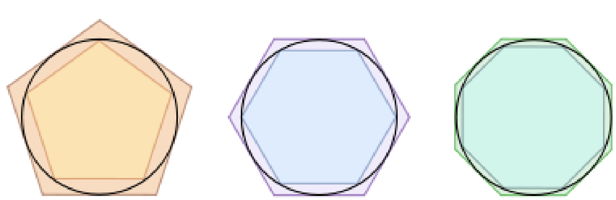
Esto nos confirma una vez más la importancia del objeto desigualdad, ya que el concepto de límite es uno de los más importantes del Cálculo y del Análisis Matemático en la que es su forma clásica, es decir, la de Cauchy.

Además, cabe recordar que la idea matemática que acabamos de considerar es algo que tiene raíces muy antiguas. En el IV siglo a.C. Eudoxio (ca. 408 – ca.355 a.C.), con el método de exahución, utilizó la práctica de acotar para calcular las áreas del círculo y el volumen de las pirámides y a tal fin, aún no utilizando de manera explícita el objeto desigualdad, estuvo desarrollando un método sistemático (Cruse, A. B., Lehman, 1982)

Dicho método se fundamenta en algo que, hoy en día podríamos representar de la siguiente forma.

$$a_3 \leq a_4 \leq a_5 \leq ..... \leq a_n \leq C \leq A_n \leq ...... \leq A_5 \leq A_4 \leq A_3$$

Donde a_n indica el área del polígono de n lados inscrito en el círculo; A_n indica el área del polígono de n lados circunscrito al círculo y C indica el área del círculo.



Ocupando una notación moderna, también se puede decir que $\underset{n\to\infty}{lím}\, a_n = \underset{n\to\infty}{lím}\, A_n = C$.

Siempre en el marco de lo que es la matemática formal y, en particular, en el contexto del Cálculo, podemos apreciar teoremas que se basan en una situación de acotamiento, como lo es el teorema "del emparedado".

Teorema del emparedado:

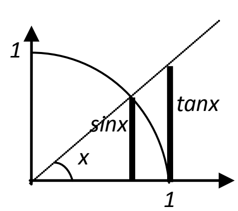
Dadas las funciones $f(x)$, $g(x)$ y $h(x)$ continuas en I $\subseteq$ **R** y tales que $f(x) \le h(x) \le g(x)$, entonces, si $\lim_{x\to x_0} f(x) = l$ y $\lim_{x\to x_0} g(x) = l$ con $x_0 \in$ I, también $\lim_{x\to x_0} h(x) = l$.

Este mismo teorema se utiliza para demostrar el límite fundamental $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

Empezaremos con demostrar que $\lim_{x\to 0^+} \frac{\sin x}{x} = 1$.

Si $x \to 0^+$ entonces el ángulo es positivo y cercano al cero, por lo tanto

$$\sin x \le x \le \tan x$$



Vamos ahora a dividir todo entre $\sin x$ que seguramente es positivo

Resulta:

$$\frac{\sin x}{\sin x} \leq \frac{x}{\sin x} \leq \frac{\tan x}{\sin x}$$

Y por lo tanto

$$1 \leq \frac{x}{\sin x} \leq \frac{1}{\cos x}$$

De aquí sigue

$$\cos x \leq \frac{\sin x}{x} \leq 1$$

Ahora sabemos que: $\lim\limits_{x \to 0^+} \cos x = 1$

y también que $\lim\limits_{x \to 0^+} 1 = 1$

Entonces por el teorema del emparedado podemos afirmar que

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\sin x}{x} = 1 .$$

Podemos repetir un razonamiento parecido para $\lim\limits_{x \to 0^-} \frac{\sin x}{x} = 1$.

En este ejemplo se puede ver con claridad cómo el objeto matemático desigualdad resulta imprescindible para establecer un acotamiento de la función $\frac{\sin x}{x}$ a nivel local (cerca del cero). Sin embargo, la forma de pensar propia de la práctica de acotar se ha ido de alguna manera “tecnificando”, es decir, el acotar ha perdido su estatus de práctica social. De hecho, el uso de la definición de límite, la que se basa en un “acotamiento infinito”, se ha vuelto una técnica para demostrar que, para poderse llevar a cabo, necesita el manejo de las propiedades de la desigualdad y de las inecuaciones.

El ejemplo que acabamos de mostrar hace referencia a un teorema que tiene entre sus hipótesis el planteamiento de una desigualdad y que se aplica para determinar el valor de un límite especial. En ello podemos observar cómo, para poder aprovechar dicha desigualdad así como la técnica utilizada para la demostración pide, resulta necesario saber operar sobre ella y, por lo tanto, conocer sus propiedades y manejar técnicas de cálculo (las inecuaciones).

Todo esto nos muestra una vez más cómo la desigualdad representa un objeto muy importante al seno de las matemáticas ya que nos permite llevar a cabo prácticas de acotamiento y de comparación. Por otro lado, la inecuación resulta ser un instrumento que permite manipular la desigualdad para reformularla de manera conveniente, según lo que sea necesario plantear o demostrar.

2.4.2. La desigualdad de Cauchy-Schwartz

Citando a Steel (2004) podemos percatarnos de otro ejemplo de la importancia de la desigualdad al seno de las matemáticas formales: la desigualdad de Cauchy.

Dicha desigualdad se puede plantear como:

$$a_1b_1 + a_2b_2 + ... + a_nb_n \leq \sqrt{a_1^{\ 2} + a_2^{\ 2} + ... + a_n^{\ 2}} \cdot \sqrt{b_1^{\ 2} + b_2^{\ 2} + ... + b_n^{\ 2}}$$

y tiene diferentes aplicaciones y usos. Su demostración puede obtenerse siguiendo diferentes caminos: se puede proceder por medio del álgebra, de la geometría, de la trigonometría, del cálculo o bien con el método de inducción.

Así se van planteando varias desigualdades que, de alguna manera, son consecuencia o hasta son equivalentes a la desigualdad de Cauchy.

Veremos en seguida algunos ejemplos:

Aún sólo introduciendo una notación distinta, podemos utilizar la desigualdad de Cauchy en un contexto de espacios vectoriales.

$$\langle a,b \rangle = \sum_{J=1}^{n} a_j b_j$$

con $a = \langle a_1, a_2, ..., a_n \rangle$ y $b = \langle b_1, b_2, ..., b_n \rangle$

Esto permite expresar la desigualdad de Cauchy como:

$$\langle a,b \rangle \leq \langle a,a \rangle^{\frac{1}{2}} \langle b,b \rangle^{\frac{1}{2}}.$$

Además de ser más sintética, esta notación también nos permite operar en un espacio vectorial de elementos reales V en el cual definimos el producto interno $\langle a,b \rangle = \sum_{J=1}^{n} a_j b_j$.

Además, si consideramos el conjunto $V = C[a,b]$ de las funciones reales continuas sobre el intervalo $[a,b]$ y definimos $\langle .,. \rangle$ sobre V como:

$$\langle f, g \rangle = \int_a^b f(x)g(x)dx\,,$$

podemos escribir la misma desigualdad de Cauchy en la forma:

$$\int_a^b f(x)g(x)dx \leq \left(\int_a^b f^2(x)dx\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\int_a^b g^2(x)dx\right)^{\frac{1}{2}}$$

Este planteamiento se encontró por primera vez en la "Mémoire" de Victor Yacovlevich Bunyakovsky[3], publicada por la Academia Imperial de Ciencias de San Petroburgo en 1859. Bunyakovsky había conocido a Cauchy ya que había estudiado en París donde se había familiarizado con sus trabajos sobre las desigualdades.

También Hermann Amandus Schwarz[4] –que por cierto no conoció la Mémoire de Bunyakovsky– volvió a plantear de otra forma la desigualdad de Cauchy (a la que de hecho muchas veces se hace referencia como a la desigualdad de Cauchy-Schwarz).

En específico, Schwarz –quien estaba trabajando sobre su teoría de superficies mínimas– tenía la necesidad de demostrar que si $S \subset R^2$ y $f : S \to R$ y $g : S \to R$ entonces las integrales dobles

$$A = \iint_S f^2 dxdy, \quad B = \iint_S fg\, dxdy, \quad C = \iint_S g^2 dxdy$$

[3] (1804,1889)
[4] (1943,1921)

satisfacen a la desigualdad: $|B| \leq \sqrt{A} \cdot \sqrt{C}$.

Para demostrar dicha desigualdad, Schwarz no pudo apoyarse en la demostración de Cauchy ya que el contexto de referencia resultaba ser totalmente distinto. De tal manera Schwarz planteó una demostración que los matemáticos reconocen como hermosa, tanto que pudo resistir inalterada al paso del tiempo.

También resulta interesante ver cómo se pueda pensar en la desigualdad de Cauchy en términos elementales, como, por ejemplo:

$$xy \leq \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2}, \quad \forall x, y \in R$$

la que sigue de la observación de que $(x - y)^2 \geq 0$.

Desde el punto de vista geométrico, esta desigualdad nos dice que el área del rectángulo cuyos lados son x y y no puede ser mayor del promedio de las áreas de los dos cuadrados de lado, respectivamente, x y y. Esta interpretación no resulta ser de mucho interés, sin embargo, con el auxilio de unos cuantos pasos algebraicos y cambiando x y y por sus raíces, llegamos a:

$4\sqrt{xy} < 2x + 2y$ por todos los $x \neq y$ no negativos

Las interpretaciones que se le pueden dar a esta desigualdad resultan ser muy interesantes, ya que nos permiten afirmar que, entre todos los rectángulos cuyos lados son x y y, el cuadrado es el que tiene perímetro menor. De forma equivalente se puede llegar a decir que entre los rectángulos cuyo perímetro es p el que tiene el área máxima es el cuadrado (cuyo lado es $\frac{p}{4}$).

$4\sqrt{xy} < 2x + 2y \quad \Leftrightarrow \quad \left(\frac{2x+2y}{4}\right)^2 > xy$, por todos los $x \neq y$ no negativos

Esto puede considerarse como un caso particular referido a los rectángulos de la propiedad isoperimétrica según la cual entre todas las figuras planas de perímetro p el círculo tiene área mayor.

De la misma manera podemos argüir y demostrar que el cubo entre los paralelepípedos rectángulos es el que tiene volumen máximo.

También podemos observar que un hiper-paralelepípedo definido en R^n tiene 2^n vértices cada uno de los cuales es el punto en que se encuentran n aristas.

Entonces podemos extender la propiedad isoperimétrica y afirmar que entre todos los hiper-paralelepípedos de perímetro $S = a_1 + a_2 + ... + a_n$, el hiper-cubo de lado $\frac{S}{n}$ es el que tiene volumen mayor, es decir:

$$\left(\frac{a_1 + a_2 + ... + a_n}{n}\right)^n \geq a_1 a_2 ... a_n, \quad (a_1 a_2 ... a_n)^{\frac{1}{n}} \leq \frac{a_1 + a_2 + ... + a_n}{n}$$

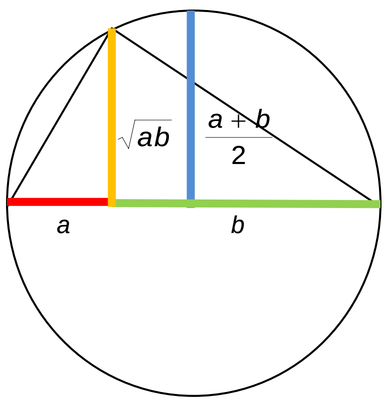
De esta conjetura se proporciona una demostración con base en el método de inducción.

Es interesante observar cómo la desigualdad $(a_1 a_2 ... a_n)^{\frac{1}{n}} \leq \frac{a_1 + a_2 + ... + a_n}{n}$ se puede interpretar también como el hecho que la media geométrica de n elementos es menor (o igual cuando los n elementos son iguales entre ellos) que su media aritmética.

Con base en esta última interpretación podemos llegar a la siguiente generalización:

Dados los números racionales no negativos $p_1, p_2,..., p_n$ tales que $\sum_{j=1}^{n} p_j = 1$, entonces: $a_1^{p_1} a_2^{p_2} ...a_n^{p_n} \leq p_1 a_1 + p_2 a_2 + ... + p_n a_n$

Con respecto a la relación entre media geométrica y media aritmética resulta también muy interesante la explicación geométrica que se puede proporcionar, según la cual $\sqrt{ab} \leq \dfrac{a+b}{2}$.



De todo lo que hemos visto relativo a la desigualdad de Cauchy, resulta evidente que lo que hace el discurso significativo es el establecimiento de propiedades de comparación o de acotamiento que, al expresarse en formas diferentes, permiten diferentes interpretaciones relativas a diferentes contextos –como son el numérico, el geométrico, el analítico–, en los que va adquiriendo un sentido peculiar.

A este propósito Steel (2004) afirma que cada uno de los muchos procesos que llevan a una nueva forma de ver la misma desigualdad representa mucho más que de un simple querer expresarse de forma más ordenada ya que, al entender cuándo una desigualdad resulta ser más efectiva, se gana algo muy poderoso. (Steel, 2004)

Todo esto nos confirma nuestra hipótesis según la cual la desigualdad es un objeto matemático poderoso que permite llevar a cabo prácticas de importancia fundamental en el ámbito de la matemática misma, tanto aplicada como formal. Sin embargo, para poder aprovechar la desigualdad se necesita poder operar sobre ella y, por lo tanto, se necesitan manejar las propiedades de ordenamiento de los números reales y todas aquellas técnicas de cálculo que se conocen como inecuaciones.

2.5. ¿Qué dicen los profesionales de las matemáticas?

Para completar nuestro estudio acerca del papel que juegan los objetos desigualdad e inecuación al seno de las matemáticas decidimos entrevistar a tres matemáticos profesionales que, además de dedicarse a la docencia, se desempeñan como investigadores en el campo de las matemáticas puras o aplicadas.

Se llevaron a cabo tres entrevistas en la forma de diálogos informales; se le pidió a los entrevistados contestar a las siguientes cinco preguntas:

1. ¿Cómo defines una desigualdad? ¿Y una inecuación?

2. Lo que contestaste en la pregunta 1, ¿corresponde a lo que aprendiste en la escuela?

3. ¿En qué ámbito de las matemáticas llevas a cabo tu trabajo de investigador/a?

4. Desde el punto de vista de tu experiencia, en el ámbito de las matemáticas, ¿qué tanto son importantes las desigualdades? ¿Y las inecuaciones? ¿Por qué? ¿A qué necesidad responden?

5. En lo específico de tu trabajo como investigador/a, ¿qué tanto usas las desigualdades? ¿Cómo? ¿Y las inecuaciones? ¿Podrías explicar a qué necesidad responden?

6. Según tu opinión: las desigualdades y/o las inecuaciones ¿son elementos importantes para la formación del pensamiento matemático de un alumno? ¿Por qué?

7. En tu opinión en la escuela secundaria superior (preparatoria, bachillerato), ¿hay que tratar el tema de desigualdades/inecuaciones? Si sí, ¿en qué términos? ¿Por qué? ¿Para qué?

Analizaremos ahora brevemente las respuestas que nos proporcionaron los entrevistados.

Pregunta Uno: Todos los entrevistados nos proporcionaron una definición correcta y rigurosa de desigualdad y de inecuación.

Pregunta Dos: Uno de los entrevistados afirmó haber aprendido dicha definición en la escuela; otro dijo que en parte; el tercero dijo que definitivamente no.

Pregunta Tres: Un entrevistado trabaja prioritariamente en el ámbito de las matemáticas aplicadas; otro se ocupa de matemática aplicada, cálculo y álgebra abstracta; el tercero desempeña su trabajo de investigador en el campo de la geometría algebraica.

Pregunta Cuatro: Los tres entrevistados concuerdan en que las desigualdades son importantes. Nunca se habla explícitamente de inecuaciones. Las razones de la importancia de la desigualdad varían: un entrevistado afirma que se ajustan mejor a los modelos matemáticos que hacen referencia a situaciones reales; otro que se trata de una forma de representar ciertos conceptos a raíz de que los números reales tienen un orden establecido; además aparecen en forma natural en algunas aplicaciones; el tercer entrevistado recorre los distintos campos de las matemáticas formales en que se necesita el instrumento desigualdad y reflexiona que son un instrumento imprescindible para establecer cotas, lo que es muy importante en matemáticas; el entrevistado llega a afirmar que, tal vez, la desigualdad puede tener una importancia mayor que la igualdad.

Pregunta Cinco: Un entrevistado usa desigualdades e inecuaciones en el área de estadística, principalmente para calcular intervalos de confianza y de predicción; otro las usa en algunos modelos matemáticos del área de finanzas, para expresar ciertas restricciones en el cálculo (prioritariamente determinar dominios de funciones) mientras que no las ocupa para su trabajo en el marco del álgebra; el tercero afirma que en el ámbito de la geometría algebraica, casi no las utiliza.

Pregunta Seis: Los tres entrevistados concuerdan con que se trata de herramientas importantes para la formación del pensamiento matemático; el primero dice que porque es menos rígido que una igualdad y parece dar cierta holgura al pensamiento; el segundo afirma que son importantes ya que los números tienen una estructura de orden y sirven para representar algunas cantidades. Además de que los conceptos matemáticos son formativos; el tercero afirma que son indispensables en todas las cuestiones de soluciones aproximadas (como por ejemplo lo que se estudia en el ámbito del análisis numérico).

Pregunta siete: Los tres entrevistados concuerdan con que hay que tratar el tema en la escuela medio superior ya que desarrolla habilidades del pensamiento lógicas y una forma diferente de ver las soluciones, ya no como únicas, sino como todo un conjunto. Un entrevistado comenta cómo constituye una dificultad el hecho de que en México el nivel de conocimiento de muchos maestros es muy bajo.

En síntesis podemos observar cómo para quienes se desempeñan como profesionales de las matemáticas, la desigualdad es una herramienta imprescindible para la formación del pensamiento matemático ya que permite llevar a cabo ciertas prácticas particularmente importantes en el quehacer propio de un matemático como, por ejemplo, el modelizar determinadas situaciones concretas y el establecer cotas y aproximaciones.

2.6. A manera de conclusión

Todo nuestro estudio acerca del estatus de la desigualdad y de la inecuación al seno de las matemáticas, nos ha permitido percatarnos de varios elementos de interés.

En la matemática muy frecuentemente está presente la necesitad de establecer cotas. En particular hemos visto cómo el acotamiento resulta necesario para estimar valores aproximados o para llegar a la determinación de un valor preciso pasando por sus aproximaciones. Todo esto ha llevado al establecimiento y al desarrollo de técnicas operacionales (como lo es el cálculo de límites) que, si por un lado permiten proceder más rápidamente en el trabajo de investigación científica, por el otro facilitan que, al momento de la transposición didáctica, el foco de atención se ponga en dichas técnicas y ya no en las prácticas y necesidades que las han generado.

Por otra parte, la desigualdad responde a la exigencia de expresar ciertas propiedades, así como lo hace la desigualdad de Cauchy-Schwartz, que pueden interpretarse de manera diferente para distintos objetos y contextos. Sin embargo, muy difícilmente en la escuela se consideran dichas propiedades en su globalidad, considerando las necesidades que han llevado a su establecimiento. A lo mucho se consideran algunas sus consecuencias a fin de utilizarlas para establecer técnicas operacionales (algoritmos) para resolver problemas de naturaleza escolar.

En los capítulos que siguen estaremos estudiando detenidamente qué es lo que dice y hace el discurso matemático escolar con las desigualdades y las inecuaciones, a fin de detectar aquellos elementos que nos parece puedan permitir una resignificación de dichos objetos matemáticos, también tomando en cuenta los resultados que hemos relatado en este capítulo.

Capítulo III

El discurso matemático escolar: *Curricula* y libros de texto

3.1. Análisis de algunos *curricula*

Objetivo de este apartado es el de examinar los *curricula* de algunas entre las más representativas instituciones educativas de México a fin de investigar acerca del lugar y del papel que el discurso de la escuela le atribuye a desigualdades e inecuaciones.

Para alcanzar nuestro objetivo hemos decidido asomarnos a los *curricula* de las siguientes instituciones educativas:

- a nivel bachillerato: la Escuela Nacional Preparatoria (ENP) y el Colegio de Ciencias y Humandiades (CCH) de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM); el Bachillerato de la Secretaría de Educación Pública (SEP); la Dirección Media Superior del Instituto Politécnico Nacional (DEMS-IPN); la Preparatoria del Tecnológico de Monterrey (PREPATEC)

- a nivel licenciatura: en instituciones y carreras cuyo currículo prevé un curso de precálculo (Tecnológico de Monterrey, Universidad Iberoamericana)

Además, se analizaron los *curricula* de la educación primaria y secundaria ya que en ellos podemos encontrar temas que, aún sin tratar de manera directa los objetos desigualdad e inecuación, manejan la idea de comparación la que subyace al objeto matemático desigualdad.

Para llevar a cabo nuestro análisis estuvimos examinando el papel que juega la desigualdad en el currículo: si está presente o si solamente se pone la atención en el objeto inecuación, cuánto tiempo se le dedica, las metodologías indicadas para su enseñanza.

Además estuvimos buscando la presencia de aquellas prácticas que, para llevarse a cabo, necesitan del objeto desigualdad.

3.1.1. Una mirada hacia los *curricula* de la educación primaria y secundaria

En los programas de escuela primaria y secundaria, que pudimos encontrar en el sitio de la Secretaría de Educación Pública[1], observamos la presencia de un fuerte reclamo a los maestros para que su didáctica se enfoque en un aprendizaje de tipo colaborativo, favoreciendo la construcción activa del conocimiento en los alumnos, y no ya en una enseñanza en la que el maestro repite los contenidos o las informaciones sin una interacción con sus estudiantes.

3.1.1.1. Educación Primaria

Desde un examen de los *curricula* y de las guías de estudio (secuencias didácticas) de la escuela primaria, pudimos evidenciar cómo muchos conocimientos y habilidades hacen referencia a la actividad de comparar que adquiere aquí el estatus de práctica.

Primer grado

Que los alumnos comparen diferentes colecciones y determinen cuál es mayor o menor que otra.

[1] http://www.reformasecundaria.sep.gob.mx/matematicas/programa.html

Describir y ocupar posiciones con respecto a un sistema de referencia.

Comparar números desde el punto de vista cardinal u ordinal por lo menos hasta el número 10.

Organizar una colección para determinar su cardinal o para compararla con otras colecciones (organizar filas, marcado de cada objeto, desplazarlo).

Formar rompecabezas. Analizar la relación entre el todo y las partes.

Comparar por tanteo el peso de pares de objetos e interpretar la posición de los platillos de una báscula.

... Ordenar números de al menos dos cifras.

Resolver problemas que impliquen la determinación y el uso de relaciones entre los números: estar entre, uno más que, uno menos que, mitad de, doble de, 10 más que, etcétera.

Resolver problemas que impliquen correspondencias de tipo más n[2].

Comparar la superficie de dos figuras por superposición o recubrimiento.

Medir y comparar capacidades utilizando unidades de medida arbitrarias

Segundo grado

Resolver problemas de adicción y sustracción correspondientes a distintos significados: agregar, avanzar, juntar, quitar, comparar, retroceder.

[2] Que los alumnos noten que, cuando a varias cantidades se les suma o se les resta una misma cantidad, el orden entre las cantidades originales no cambia.

Comparar la duración de dos o más actividades. Medir la duración de una actividad con diferentes unidades arbitrarias.

Clasificar, ordenar y describir colecciones.

Tercer grado

Comparar y ordenar números de cuatro cifras.

Comparar tiempos. Leer el reloj.

Identificar y comparar números escritos como expresiones aditivas o multiplicativas.

Comparar, ordenar e intercalar longitudes.

Comparar superficies mediante unidades de medida no usuales.

Identificar estructuras equivalentes con fracciones. Comparar fracciones en casos sencillos.

Cuarto grado

Leer, escribir, comparar, números decimales hasta centésimos en contexto de dinero y medición.

Calcular fracciones de magnitudes continuas (longitud, superficie de figuras) y recíprocamente, establecer qué fracción es una parte dada de una magnitud.

Ubicar números naturales en la recta numérica a partir de distintas informaciones.

Comparar fracciones en casos sencillos. Identificar fracciones equivalentes.

Comparar y ordenar números naturales a partir de sus nombres o de su escritura con cifras utilizando los signos correspondientes > y <.

Aplicar fracciones a cantidades enteras y recíprocamente, establecer qué fracción es una parte dada de una cantidad.

Comparar dos o más eventos a partir de sus resultados posibles (sin cuantificar la probabilidad) usando relaciones tales como: "es más probable que...", "es menos probable que..."

Quinto grado

Ubicar fracciones propias e impropias en la recta numérica a partir de distinta información.

Identificar y generar fracciones equivalentes, usarlas para comparar fracciones con distinto denominador.

Sexto grado

Resolver problemas de comparación y orden entre números decimales.

Comparar, ordenar y encuadrar números decimales.

Leer, escribir y comparar números naturales y decimales. Usar el valor de sus cifras en función de su posición.

Comparar fracciones y decimales, identificar diferencias entre el orden de los decimales y el orden de los números naturales al analizar la propiedad de densidad.

Ordenar, encuadrar, comparar y convertir números fraccionarios y decimales.

Podemos observar que la práctica del comparar aparece desde el primer grado en adelante junto con la práctica del ordenar. A partir del cuarto grado se introduce la actividad de ubicar números en la recta real lo que va confiriéndole un aspecto gráfico-visual a la práctica del ordenar.

En el trabajo que se les propone a los alumnos de primaria se puede observar que todas las actividades giran alrededor de la práctica de comparar alrededor de la cual se van construyendo el ordenamiento numérico (la recta numérica) y se van estableciendo desigualdades entre números.

3.1.1.2. Educación Secundaria

En lo específico de nuestro tema, pudimos ver que se introduce la idea de comparación en los programas de primer y de segundo grado.

Primer grado

Representar números fraccionarios y decimales en la recta numérica a partir de distintas informaciones, analizando las convenciones de esta representación.

Segundo grado

Resolver problemas de comparación de razones, con base en la noción de equivalencia.

Ambas unidades didácticas trabajan la actividad de comparar con números fraccionarios y, en lo particular, van introduciendo de manera implícita la relación de orden en el conjunto de los números racionales.

Sin embargo, resulta interesante observar cómo las prácticas de comparar y de ordenar pueden fácilmente desplazarse en un segundo plano ya que el papel protagónico lo va tomando la técnica que permite comparar entre ellas dos fracciones, reduciéndolas a un mismo denominador (“Nótese que para ubicar fracciones, las particiones dependen de los denominadores; en tanto que para ubicar decimales, siempre se puede partir en potencias de 10. En la resolución de estos problemas se tendrá oportunidad de revisar conceptos y procedimientos estudiados en la primaria, como los de fracciones reducibles e irreducibles, la simplificación de fracciones, la reducción de fracciones a un común denominador y conversión de una fracción a decimal y viceversa”).

De esta manera aquellas prácticas que le dan significado al objeto desigualdad se pierden de vista y la atención de los estudiantes se va moviendo hacia aquellas técnicas que hacen posible contestar a preguntas como: ¿Es más grande $\frac{2}{3}$ o $\frac{7}{13}$? Posiciona en la recta numérica las siguientes fracciones: $\frac{2}{3}$, $\frac{7}{13}$, etc.

3.1.2. Los *curricula* de algunas instituciones de educación media-superior y superior

En todas las introducciones de los planes de estudio, donde se declaran las políticas educativas, las distintas instituciones hacen referencia (de una forma más o menos explícita) a la teoría constructivista y, con respecto a la didáctica, el enfoque nunca es de tipo memorístico y se pone énfasis en el significado de los conceptos y en los procedimientos.

Analizando los planes de estudio en detalle pudimos ver que en los planes de las SEP y del CCH las desigualdades y las inecuaciones resultan totalmente ausentes.

Por otro lado en los planes de la ENP, de la PREPATEC y del Nivel Medio Superior del IPN sólo aparecen inecuaciones en el primer año del curso y se limitan a los casos de las inecuaciones algebraicas de primero y segundo grado y sistemas de inecuaciones de primer grado en dos incógnitas.

ENP:

Estructuración listada del programa

…………

Séptima Unidad: Ecuaciones y desigualdades. En esta unidad se estudian los métodos para resolver ecuaciones y desigualdades. Se resuelven problemas planteados como una ecuación o una desigualdad de primero o de segundo grado en una variable, pretendiendo que el alumno infiera que hay situaciones de su entorno que se expresan en términos de una sola variable con una o más soluciones posibles, pero que también existen acontecimientos que requieren, para representarse, de más de una variable como se tratará en La siguiente unidad.

Octava Unidad: Sistemas de ecuaciones y de desigualdades. En esta unidad se resuelven algebraicamente sistemas de dos y tres ecuaciones lineales con tres variables, así como problemas expresados como tales. Se resuelven sistemas de dos desigualdades de primer grado en dos variables y los problemas expresados como un sistema de desigualdades.

Contenido del programa

a) Séptima Unidad: Ecuaciones y desigualdades.

b) Propósitos:

Que el alumno sea capaz de plantear problemas de su entorno cuya solución se obtenga a partir de la resolución de una ecuación o de una desigualdad de primero y segundo grado. Que interprete el resultado obtenido.

…………

HORAS	CONTENIDO	DESCRIPCIÓN DEL CONTENIDO	ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS **(actividades de aprendizaje)**	BIBLIOGRAFÍA
	Desigualdad de primer grado en una variable y sus propiedades.	Se revisarán las propiedades de orden y se abordará el concepto de desigualdad. Se resolverán desigualdades de primer grado, indicando paso a paso la propiedad aplicada. Se graficará el conjunto solución que las satisface. Resaltar que la solución de una ecuación es uno o varios puntos mientras que para una desigualdad la solución es un intervalo.	Planteará, resolverá e interpretará problemas del tipo: Cierto panecillo tiene diez calorías menos que el doble de las que i contiene una rebanada de pan blanco. Juntos contienen un mínimo de 185 calorías. Hallar el menor número posible! de calorías de la rebanada de pan. Representará gráficamente el intervalo solución.	
	Desigualdad de segundo grado. Resolución de una desigualdad de segundo grado.	Se abordará el concepto de desigualdad de segundo grado y se establecerán las condiciones para resolverla. La solución, que podrá ser por factorización o a partir de las propiedades de orden, se graficará en la recta numérica. Se abordará que otra manera de encontrar la solución es resolverla como igualdad e ir probando que valores la satisfacen. Se determinará en la recta el conjunto solución que puede ser un punto, uno o dos intervalos o el conjunto vacío.	Resolverá problemas que conduzcan a plantear una desigualdad cuadrática en una variable, por ejemplo: Si las ganancias de una pequeña empresa son $-x^2 + 160x - 4800$, determine el número de unidades x que producirán ganancias por lo menos de 1200.	

a) Octava Unidad: Sistemas de ecuaciones y de desigualdades.

b) Propósitos:

Que el alumno sea capaz de plantear problemas de su entorno cuya solución se obtenga a partir de resolver un sistema de ecuaciones o de desigualdades. Que interprete el resultado obtenido.

…..

Solución de un sistema de dos desigualdades de primer grado en dos variables,	Se abordará el método gráfico para resolver un sistema de dos desigualdades de primer grado en dos o más variables.	Resolverá gráficamente sistemas de desigualdades como: $y < 2x + 3$ y $x + y > 3$. Resolverá problemas del tipo: Un agente está arreglando un viaje en esquís. Puede llevar un máximo de 10 personas y ha decidido que deben ir por lo menos 4 hombres y 3 mujeres. Su ganancia será de \$ 10 por cada mujer y de \$15 por cada hombre. ¿Cuántos hombres y cuántas mujeres le producirán la mayor ganancia.

IPN-Dirección Media Superior:

Contenido y estructuración del programa

RESULTADO DE APRENDIZAJE PROPUESTO (RAP) 4: Aplicar la desigualdad lineal en la resolución de problemas.		Tiempo estimado para obtener el RAP	5 hrs
ACTIVIDADES PROPUESTAS		RECURSOS DIDÁCTICOS PROPUESTOS	
DE APRENDIZAJE	DE ENSEÑANZA	REFERENCIAS DOCUMENTALES	MEDIOS Y MATERIALES EDUCATIVOS DE APOYO
• Identificar la diferencia entre ecuación y desigualdad lineal. • Aplicar las propiedades de las desigualdades para su solución. • Realizar actividades participativas y cooperativas. • Identificar la diferencia entre desigualdades con una y dos variables. • Interpretar gráficamente la solución de las desigualdades. • Reolver problemas.	• Inducir al tema mediante el planteamiento de un problema. • Guiar a la elaboración de un mapa conceptual. • Comparar el mapa conceptual de desigualdad con el de ecuación lineal. • Presentar ejemplos de desigualdades con una y dos incógnitas. • Fomentar la participación tanto individual como grupal en la solución de problemas.	• Problemario con ejercicios desarrollado por el profesor.	• Acetatos • Pizarrón • Plumones o guises. • Borrador. • Calculadora graficadora y Programable • Cañón y un paquete de graficación.

PREPATEC:

Objetivos generales:

El alumno:

……

- Establecerá las diferencias entre ecuaciones y desigualdades.
- Resolverá desigualdades interpretando su solución en la recta numérica.
- …..
- Será capaz de resolver ecuaciones y desigualdades que involucren el valor absoluto.

Programa sintético:

TEMAS	HORAS DE CLASE
1. Ecuaciones lineales	10
2. Sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas	10
3. Sistema de ecuaciones lineales con tres incógnitas	5
4. Radicales	10
5. Números complejos	7
6. Ecuaciones cuadráticas y polinomiales	20
8. Desigualdades	10
9. Valor absoluto	5
10. Exámenes parciales	***3***
TOTALES	**80**

Programa analítico:

7. Desigualdades.

7.1 7.1 7.1 Introducción y representación de conjuntos.

7.2 7.2 7.2 Definir la unión e intersección de conjuntos.

7.3 7.3 7.3 Realizar operaciones de unión e intersección entre conjuntos.

7.4 7.4 7.4 Identificar una desigualdad lineal.

7.4.1 7.4.1 7.4.1 Enunciar y comprender las propiedades de las desigualdades.

7.4.2 7.4.2 7.4.2 Conocer y utilizar la notación y simbología de desigualdades e intervalos para representar la solución de desigualdades.

7.4.3 7.4.3 7.4.3 Efectuar operaciones de unión e intersección con intervalos dados y representar la solución en la recta numérica.

7.4.4 7.4.4 7.4.4 Resolver desigualdades lineales y representar su solución en notación de conjunto e intervalo.

7.4.5 7.4.5 7.4.5 Resolver desigualdades cuadráticas.

……………

8.4 Expresar las desigualdades lineales con valor absoluto como desigualdades compuestas.

En todos los casos, se estudia el tema en el marco de un curso de álgebra, lo que obliga a enfocarse en este ámbito.

Esto propicia que el foco de atención se ponga sobre las técnicas y se dejen definitivamente a un lado la desigualdad con las prácticas de las que ésta surge.

Resulta particularmente interesante observar cómo los objetivos de las tres instituciones hacen énfasis en la adquisición de habilidades que se limitan a las actividades necesarias para *aplicar* propiedades, *realizar* actividades, *interpretar* soluciones y, en particular, *resolver* los diferentes tipos de inecuaciones y problemas.

Además, de una atenta lectura de las *curricula* que se han decidido tomar en cuenta, se puede observar que se hace hincapié en lo siguiente:

a. distinguir entre ecuaciones e inecuaciones

b. aprender las técnicas propuestas apoyándose en las propiedades de orden

c. resolver problemas que necesiten para su resolución de una inecuación

d. representar gráficamente las soluciones en la recta real

Todo esto nos muestra una vez más la importancia que la escuela le da a la adquisición de técnicas: se aprenden las reglas para resolver (las propiedades de orden) y se aprende a representar las soluciones; se buscan problemas que se puedan resolver con inecuaciones (pero, como veremos en la sección dedicada a los libros de texto, siempre se trata de “falsos” problemas, ya que se pueden resolver aún sólo con las ecuaciones) y, ya que todo queda reducido al solo aspecto operacional, queda el problema de distinguir la inecuación de la ecuación.

En relación a las instituciones universitarias (hemos considerado especificadamente el Tecnológico de Monterrey y la Universidad Iberoamericana) cabe decir que en el curso propedéutico al estudio del cálculo se prevé un repaso del programa de la preparatoria y por lo tanto dicho repaso sólo repite lo que se ha trabajado en el nivel anterior, sin proponer un enfoque diferente.

3.1.3. Conclusiones

Desde nuestro análisis pudimos observar que en el discurso matemático escolar está presente un punto de ruptura entre la educación básica y la medio superior, pasando a través de algunas fases intermedias de alejamiento.

En la escuela primaria se hace mucho énfasis en la práctica de comparar y, junto con ella, en la práctica de ordenar. De hecho se parte de una necesidad como lo es la de poder tomar ciertas decisiones estableciendo un orden entre diferentes magnitudes. Todo esto se hace construyendo poco a poco, de manera implícita, el concepto de relación de orden con sus propiedades.

Este método de trabajo propicia un enfoque didáctico que reconoce la naturaleza socio-epistemológica de las actividades de comparación y ordenamiento, cosa que se empieza a dejar a un lado en la escuela secundaria.

Aquí se proponen actividades de ordenamiento de números fraccionarios sobre la recta numérica y, a pesar de que el objeto de estudio y trabajo siga ligado a la práctica de comparar, ésta se pasa en un segundo plano, ya que todo el énfasis va hacia las técnicas de reducción a un mismo denominador, para poder comparar las fracciones.

Sin embargo, podemos llegar a hablar de ruptura cuando, en los cursos de álgebra que se imparten en el nivel medio superior, se trabajan solamente las técnicas de resolución de las inecuaciones (cuando están presente en el *curriculum*) y se abandona casi por completo la referencia al objeto desigualdad y, por consecuencia, a las prácticas de comparar y de acotar.

En este contexto la escuela ha optado para un fuerte desplazamiento hacia el aprendizaje de técnicas para resolver problemas –que tienen de hecho el estatus de "ejercicios"– a detrimento de aquellas prácticas que a dichas técnicas le han dado origen.

Esto propicia el hecho que, cuando se considera el objeto desigualdad, esto se confunde con la inecuación, la que sólo es una técnica que permite expresar una situación de desigualdad entre dos expresiones algebraicas, de forma equivalente.

Otra consecuencia de esta ruptura consiste en lo que hemos llamado "orfandad" de la inecuación que, reducida a técnica y alejada de lo que le puede otorgar sentido, termina para asimilarse al objeto ecuación.

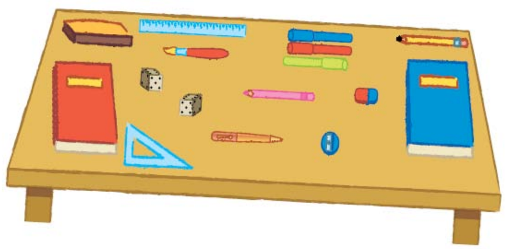
Podemos entonces observar con claridad cómo el discurso escolar, dejando a un lado las prácticas, ha propiciado una pérdida de sentido para el objeto matemático desigualdad. De hecho, este último desaparece del aula y se sustituye con el objeto inecuación cuyo manejo solamente prevé la adquisición de algunas técnicas de resolución que, fuera de un contexto que les confiera un significado, quedan como puros "juegos" que obedecen a ciertas reglas, las que se parecen a las reglas de otro juego aprendido anteriormente, es decir el "juego" de resolver ecuaciones. (Gallo y Battù, 97; Bazzini, Boero y Garuti, 2001)

ESCUELA PRIMARIA

Primer grado - *"Que los alumnos* ***comparen*** *diferentes colecciones y determinen* ***cuál es mayor o menor*** *que otra".*

Primer grado – "*Formar rompecabezas. Analizar la* ***relación entre el todo y las partes****"*

Primer grado – *"**Medir y comparar capacidades** utilizando unidades de medida arbitrarias"*



Segundo grado - *"**Clasificar, ordenar y describir** colecciones"*

Tercer grado - *"**Comparar** tiempos. Leer el reloj"*

> *<u>Primer alejamiento</u>*
> Se dejan las actividades de naturaleza más concreta y se pasa a un primer nivel de abstracción. También se empieza a poner la atención en los procedimientos.

2/3 ¿? 4/6

Cuarto grado - *"**Comparar** fracciones en casos sencillos . Identificar fracciones equivalentes"*

$\frac{2}{3}$ ¿?

Quinto grado - *"**Ubicar** fracciones propias e impropias en la recta numérica partir de distinta información".*

2.16 ¿? 2.32

Sexto grado - *"**Comparar, ordenar y encuadrar** Números decimales".*

<u>*Segundo alejamiento*</u>

El foco de atención se desplaza definitivamente hacia lo procedimental. Desaparecen las prácticas (ya no se habla de comparar y ordenar sino de representar, resolver

ESCUELA SECUNDARIA

- Ubiquen en la recta numérica $\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{3}$ (previamente deben encontrarse representados 1 y $\frac{5}{2}$).
- Representen en la recta numérica $\frac{7}{4}$ y $\frac{1}{2}$ e intercalen entre ellos cinco fracciones.
- Ubiquen 3.5 y 1.8 (previamente deben encontrarse representados 2.3 y 4.5).

***Primer grado** - "Representar números fraccionarios y decimales en la recta numérica a partir de distintas informaciones, analizando las convenciones de esta representación".*

- Una mezcla contiene $2\frac{1}{2}$ litros de anticongelante y $3\frac{1}{2}$ litros de agua. Otra mezcla contiene $3\frac{1}{4}$ litros de anticongelante y $4\frac{1}{4}$ de agua. ¿Cuál de las dos mezclas está más concentrada de anticongelante?
- En una secundaria, 3 de cada 4 alumnos hablan un idioma distinto del español, en primer grado; 4 de cada 5 en segundo y 5 de cada 6 en tercero. ¿En cuál de los tres grados la proporción de hablantes de un idioma distinto al español es mayor?

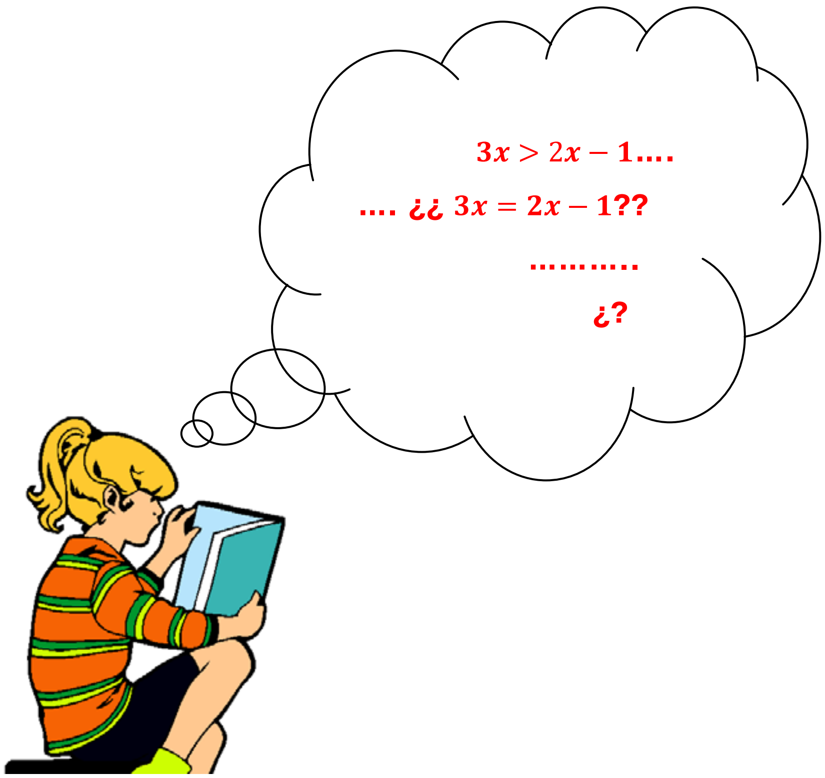
Segundo grado - "Resolver problemas de comparación de razones, con base en la noción de equivalencia".

¿¿¿???

Ruptura:

Ya no aparecen las prácticas y con ellas desaparece la desigualdad. El enfoque se vuelve totalmente procedimental: se trata de resolver ejercicios, las inecuaciones

BACHILLERATO



3.2. Análisis de algunos libros de texto

Para conocer la vida de la desigualdad y de la inecuación en el contexto escolar, hemos examinado varios libros de texto que se ocupan en las instituciones escolares de México y de otros países, lo que nos permitió ver el alejamiento de la inecuación del objeto matemático desigualdad y de sus prácticas de referencia (acotar y comparar).

Para un análisis detallado de los libros de texto que se examinaron nos remitimos a nuestra tesis de maestría (Borello, 2007). En este momento sólo estaremos reportando los resultados más relevantes para nuestra investigación.

Los textos que se examinaron y cuyo examen detallado se reporta en Borello (2007) se clasificaran como "Grupo A" y son los siguientes:

- Baldor, A. (2004). *Álgebra*. *XXI edición*. México: Cultural.
- De Oteyeza E.; Hernández C. & Lam E. (1996). *Álgebra*. México: Pearson Educación.
- Silva, J. M.& Lazo, A. (2005). *Fundamentos de Matemáticas. VI edición*. México: Limusa.
- Barnett; Ziegler & Byleen. *Álgebra. VI edición*. México: Mc Graw Hill
- Sobel Lerner (2004). *Precálculo. Quinta edición*. México: Pearson
- Ayra, J. & Lardner, R. (1994). *Matemáticas Aplicadas. III edición*. México: Prentice Hall.
- Haeussler, P. (2003). *Matemáticas para administración y economía. decima edición*. México: Pearson.

Además, para enriquecer nuestra investigación, decidimos examinar otros textos, que clasificaremos como "Grupo B". La naturaleza de estos textos difiere de los del "Grupo A" pues algunos ya no son de uso común y otros no pertenecen a la tradición escolar de México.

Por consecuencia, relativo a los textos del "Grupo B", decidimos no analizarlos tan detalladamente en el mérito de la forma en que se va desarrollando la enseñanza del tema de desigualdades e inecuaciones, sino que, junto con los textos analizados anteriormente ("Grupo A"), estuvimos buscando ver cómo se introduce el estudio de las desigualdades e inecuaciones y cómo se relaciona la inecuación con la desigualdad y con la ecuación.

Los textos del “Grupo B” son los siguientes:

Rees, P, Sparks, F. (1998). *Álgebra*. México: Reverté Ediciones.
O’Daffer, P., Clernens, S., Charles, R. (1998). *Introducción al Álgebra*. Pearson Education.
Battelli, M. (1995). *Corso di matematica sperimentale e laboratorio*. Italia: Le Monnier.
Potápov, M., Alexándrov, Y., Pasichenko, P. (1986). *Álgebra y análisis de funciones elementales*. Moscú: Editorial Mir.
Borel, E. (1965). *Álgebra elemental*. (Ed.) Subsecretaría de enseñanzas técnica y superior. Instituto Politécnico Nacional. México: Patronato de Publicaciones.
Klein, F. (1948). *Aritmética y Álgebra*. *Segunda Edición*. Buenos Aires: Ibero-Americana.

3.2.1. Análisis de textos

Decidimos realizar nuestro análisis apoyándonos con unas tablas en las que pretendemos sintetizar los elementos que estuvimos observando en los textos de los grupos A y B.

Los rubros que conforman dicha tabla son los siguientes:

Naturaleza: características de los libros examinados respecto a su uso (dónde, cuándo, por quién)

Contenidos: de qué tratan los libros respecto al tema de nuestro interés.

Enfoque: forma de acercarse y tratar el tema

Relación entre ecuación e inecuación: se menciona explícitamente alguna relación entre ecuación e inecuación

Presencia explícita de la desigualdad: Se trabaja el objeto desigualdad, o bien, el foco está en el objeto inecuación.

Presencia de prácticas relativas a la desigualdad: Actividades que le dan sentido a la desigualdad y a la inecuación mostrando cómo son elementos necesarios para tratar determinadas situaciones en el ámbito de las matemáticas.

Presencia de ejemplos: Ejemplos que otorgan un significado a desigualdad e inecuación.

Sucesivamente estaremos relatando de forma un poco más amplia las características más interesantes que pudimos ver en cada texto.

TEXTOS A	
Naturaleza	Manuales escolares de uso común en México.
Contenidos	Inecuaciones de primer y segundo grado. En algunos textos ejemplos de ecuaciones de grado superior al segundo o fraccionarias.
Enfoque	Eminentemente algebraico. Alguna vez para la inecuaciones de segundo grado se usa el registro gráfico pero nunca se le da la justa atención a los pasos necesarios para llevara a cabo de forma correcta y significativa un cambio de registro

	semiótico.
Relación entre ecuación e inecuación	Siempre que se introduce la inecuación se hace referencia a la ecuación; algunas veces de manera implícita y otras explícitamente.
Presencia explícita de la desigualdad	La desigualdad sólo aparece de manera implícita al momento de enunciar las propiedades de orden. Sin embargo, se justifica la inecuación con la necesidad de resolver situaciones de desigualdad. Los ejemplos nunca son adecuados. Siempre se trata de “falsos problemas” (es decir: podrían resolverse con una ecuación).
Presencia de prácticas relativas a la desigualdad	Nunca aparecen prácticas que le otorgan significado a la desigualdad o a la inecuación.
Presencia de ejemplos	Si. Pero ya que no hacen referencia a las prácticas de comparar y de acotar quedan como “falsos problemas” (podrían resolverse con una ecuación).
TEXTOS B	
Naturaleza	Manuales que no son de uso común o que no se utilizan en México.
Contenidos	Diferentes tipologías de inecuaciones (primer grado, segundo grado, grado superior al segundo, fraccionarias, sistemas de inecuaciones, etc.)
Enfoque	Diferentes: en algunos textos el enfoque es algebraico, en otros es gráfico, y en otros más coexisten ambos enfoques algebraico y gráfico.
Relación entre ecuación e inecuación	Cuando se introduce el tema se hace referencia a la necesidad de manejar situaciones de desigualdad lo que hace necesaria la inecuación. Varias veces los ejemplos no son adecuados ya que se trata de

	"falsos problemas" (podrían resolverse con una ecuación).
Presencia explícita de la desigualdad	Sí. Siempre que se introducen los procesos de resolución de la inecuación, se hace referencia a la ecuación
Presencia de prácticas relativas a la desigualdad	Solamente en los textos de Kline y Battelli donde se utilizan situaciones propias de las matemáticas (en Battelli de las matemáticas escolares que se piensan conocidas por los alumnos) para mostrar la necesidad de los objetos desigualdad e inecuación.
Presencia de ejemplos	Sí. Algunas veces son adecuados, otras veces se trata de "falsos problemas" (podrían resolverse con una ecuación).

La mayoría de los textos del "Grupo A" y algunos de los textos del "Grupo B" se limitan al estudio de las inecuaciones de primer y de segundo grado. Las inecuaciones de primer grado se resuelven apoyándose en las propiedades de orden, las que representan la única referencia –indirecta– al objeto desigualdad; las de segundo grado se trabajan casi siempre con el método de factorización junto con metodologías algebraicas o bien con el método de los valores muestra. El enfoque siempre es técnico y nunca las técnicas están fundamentadas desde el punto de vista formal y tampoco desde un punto de vista intuitivo ya que sólo se manejan algunos ejemplos ilustrativos. Lo mismo se verifica cuando se tratan las desigualdades de grado superior al segundo o fraccionarias.

Es interesante ver cómo algunos textos universitarios ("Grupo A"), después de abordar el estudio de las inecuaciones en la forma que acabamos de describir, al momento de utilizarlas para estudiar la monotonía de una función dan por descontado que el alumno entiende la relación entre el signo de una función y el planteamiento y resolución de una inecuación.

Este hecho muestra un enfoque en que se busca proveer al estudiante de “automatismos” en el uso de los procedimientos. El concepto de conjunto ordenado y las propiedades de orden se dan por descontadas y no están presentes aquellas actividades que le otorgan un sentido a la desigualdad y, por consecuencia, a la inecuación.

De hecho, el objeto matemático desigualdad se considera poco relevante, y por ello el papel protagónico se le otorga al objeto inecuación que se maneja como un objeto por resolver y que nunca se aborda a partir de aquellas prácticas –de comparar y de acotar– que lo relacionan con el objeto desigualdad y que le otorgan un significado.

Tanto en el análisis de los libros de los Grupos “A” como de los del Grupo “B”, pudimos ver cómo, en todos los textos, la desigualdad queda en un segundo plano y es la inecuación el objeto matemático dominante.

Cuando se introduce el tema se hace referencia a la necesidad de manejar situaciones de desigualdad lo que es posible por medio de la inecuación.

Por ejemplo: “ ...se han estudiado ecuaciones las cuales consisten en la igualdad de dos expresiones. Sin embargo, es natural que exista la posibilidad de que dos expresiones no sean iguales sino que una sea mayor que la otra” (Rees, Sparks, 1998, p. 258)

En lo concreto, pero, nunca se ponen ejemplos que hacen referencia a situaciones en que están presentes la práctica de acotar o de comparar. Y son estas prácticas las que permitirían que quien lee pueda darse cuenta del papel de la inecuación y de la desigualdad en las matemáticas.

Además, cuando se introduce la inecuación y se estudian los métodos para resolverla, siempre se hace referencia a la ecuación hasta llegar a afirmar que la inecuación se resuelve como una ecuación:

“Una desigualdad es una afirmación que utiliza los signos >, <≩ (mayor o igual que) o ≤ (menor o igual que) para comparar dos expresiones. Podemos resolver desigualdades en donde aparece suma o resta de la misma manera en que resolvemos ecuaciones” (O’Daffer, Clernens, Charles, 1998, p. 253).

“Las desigualdades de primer grado se resulven por un método muy semejante al que hemos indicado para resolver las ecuaciones” (Borel, 1965, p. 103).

Por otro lado, resulta interesante observar que, cada que se proponen problemas que deberían de resolverse con una inecuación, siempre se trata de “falsos problemas”, es decir problemas que no nacen de las prácticas de acotar o de comparar y que, por lo tanto, podrían manejarse con ecuaciones, sin necesitar la introducción de nuevas herramientas técnicas.

Ejemplo: “5 más el doble de un entero es menor que 51. Escribir y resolver una desigualdad para encontrar el entero mayor que satisface esta condición”. (O’Daffer, Clernens, Charles, 1998, p. 258)

Evidentemente la inecuación que permite resolver el problema es la siguiente.

$5+2x<51$.

cuyo resultado es $x<23$.

Por lo tanto el entero mayor que satisface la desigualdad es 22.

Sin embargo, habríamos podido resolver el problema aún sólo utilizando una ecuación.

$$5+2x=51 \quad \Rightarrow \quad x=23$$

Me dice que el número 23 es el que cumple con la condición por la cual “5 más el doble de un número es igual a 51”. Por lo tanto cualquier número menor que 23 hace que “5 más el doble del número resulte menor a 51” lo que implica que 22 es el mayor entero que cumple nuestra condición.

Por supuesto, de alguna manera podemos observar unos rasgos de lo que es la actividad de comparar ya que se trata de establecer cuando la cantidad $5+2x$ resultará menor que 51. Sin Embargo, dicha comparación queda a un nivel tan elemental que no hace necesario introducir el instrumento inecuación que, por lo tanto, queda una vez más, bajo la sombra de la ecuación.

Otros textos del “Grupo B”, nos proporcionan varios elementos interesantes.

El texto de Potápov, Alexándrov y Pasichenko “Álgebra y análisis de funciones elementales” (1986) hace un planteamiento formal y riguroso. Sin embargo, cuando habla de la desigualdad, siempre hace referencia a la ecuación y a la igualdad afirmando que “tienen casi las mismas propiedades”.

Siempre en el mismo texto, resulta interesante observar cómo, a propósito del álgebra, los autores afirman que hay que aprender técnicas para resolver ciertos “objetos” matemáticos particularmente importantes, que se encuentran muy seguido y que permiten construir modelos aptos a resolver problemas. Pero, de hecho, sólo se ven los problemas relacionados con las ecuaciones y, una vez más, los intentos hacia las desigualdades resultan ser “falsos”.

También en el texto de Borel (1965), en un cierto momento, después de haber visto los conjuntos numéricos y sus propiedades, se introducen ecuaciones y desigualdades de manera formal y para la resolución de una inecuación se hace referencia a la resolución de una ecuación.

Otro texto particularmente interesante es el de Klein (1948). Se trata de las lecciones de Klein en el curso de Matemática Elemental desde un punto de vista superior que se llevaron a cabo entre los años 1908 y 1910 en Gotinga (Alemania). El autor se cuestiona acerca de la ruptura entre la enseñanza de la escuela y la enseñanza de la universidad. Examina en el detalle lo que pasa con la Aritmética, el Álgebra y el Análisis. Relativo a las leyes formales del cálculo se observa que cumple la ley de monotonía $(b > c \Rightarrow a + b > a + c)$. Pero dicha ley casi no aparece en los cálculos formales corrientes mientras que aparece en otra clase de cuestiones como la multiplicación y la división abreviada. Por ejemplo: si tenemos que multiplicar dos números que provienen de un experimento y para los cuales no se tiene seguridad sobre la cifra de las unidades, por ejemplo: 567×134, entonces el resultado verdadero estará entre 560×130 y 570×140. Sucesivamente dicha ley se extiende a todos los conjuntos numéricos.

Este ejemplo resulta interesante ya que se introduce la desigualdad a partir de la práctica de acotamiento, la que le confiere un significado. Sin embargo, no se habla de las inecuaciones y de su resolución.

Por último queremos tomar en consideración el libro: Battelli, M. Corso di matematica sperimentale e laboratorio. Le Monnier, Italia, 1995. Se trata de un curso de matemática (álgebra, elementos de: lógica, geometría euclidiana, geometría analítica, trigonometría, probabilidad y estadística) dividido en dos volúmenes que se dirige a estudiantes de los primeros dos años del bachillerato italiano[3] (con enfoque científico o técnico). Las desigualdades aparecen en el segundo volumen después de haber examinado toda el álgebra (conjuntos, estructuras algebraicas, funciones, conjuntos numéricos, cálculo literal, ecuaciones de todo tipo) y se abarcan inecuaciones algebraicas lineales, cuadráticas, de grado superior al segundo, fraccionarias, irracionales y sistemas de desigualdades.

Las inecuaciones se introducen a partir de problemas cuyo modelo de referencia es la desigualdad. Se trata de problemas que surgen al seno de las mismas matemáticas y que habitualmente se manejan en la escuela italiana y que, por lo tanto, podrán otorgarle un sentido a la inecuación en la medida en que lo tengan los objetos matemáticos a los que se hace referencia.

Los ejemplos utilizados consisten en resolver problemas como: determinar el signo de una función; determinar para cuáles valores del parámetro una ecuación de segundo grado tiene soluciones reales.

Resumiendo lo visto, podemos afirmar que, independientemente de que se manejen los temas de manera formal o no, todos los textos vinculan entre ellos el objeto ecuación y el objeto inecuación, lo que puede propiciar confusión en el estudiante. Este vínculo se declara explícitamente, o bien aparece entre líneas, sin embargo, parece ser imposible eliminarlo por completo.

Por otro lado, resulta muy difícil relacionar la inecuación con la desigualdad y sus prácticas. Varios autores demuestran darse cuenta de la necesidad de una significación del objeto inecuación, sin embargo no logran encontrar ejemplos sencillos que puedan aclarar la importancia de la inecuación como instrumento para resolver problemas cuyo modelo de referencia es la desigualdad con sus prácticas asociadas.

[3] El bachillerato en Italia es de cinco años y se divide en distintas tipologías: Liceo: que puede ser Científico, Clásico, Lingüístico, Artístico, de las Ciencias Sociales; Técnico: con diferentes especialidades como Economía y Administración, Turismo, Electricista, Mecánico, Informático, etc.; Profesional.

Capítulo IV

El discurso matemático escolar: el punto de vista del profesor

Debido a que son los profesores quienes, con sus creencias y convicciones, llevan el discurso al aula, decidimos profundizar en el trabajo de nuestra investigación construyendo una secuencia didáctica exploratoria que trabajaron un grupo de docentes, a fin de ver cómo se refleja en ellos el discurso de la escuela y qué son para ellos desigualdades e inecuaciones.

En este capítulo estaremos ilustrando: por qué decidimos trabajar con docentes; cómo trabajamos para construir la secuencia y sus objetivos; los procesos de validación a los que sometimos nuestra secuencia.

4.1. Los docentes

Hemos investigado acerca de la vida de la desigualdad y de la inecuación en el contexto escolar y en el ámbito de las matemáticas puras y aplicadas, que son las instituciones en cuyo ámbito hemos ido explorando nuestras prácticas de referencia: el comparar y el acotar. De tal manera, nos hemos podido dar cuenta de cómo el discurso matemático escolar –lugar en donde vive y se alimenta el saber transpuesto– las ha alejado de su significado originario y, consecuentemente, las ha ido arrinconando dentro de lo que es el contexto curricular.

De hecho, quien lleva el discurso al aula, representando a la institución escolar, es el profesor: es él quien transmite dicho discurso a sus alumnos. Por lo tanto, es por esta razón que decidimos explorar cuáles son las concepciones y las creencias del profesor acerca de las desigualdades y de las inecuaciones, ya que éstas, junto con los vínculos que les pone la institución (tiempos, formas, planes y programas de estudio, etc.) constituyen la epistemología del saber propia del profesor.

Así, una vez que podamos darnos cuenta de cómo el profesor concibe los objetos matemáticos desigualdad e inecuación, a partir de ellos se podrán elaborar propuestas orientadas a la resignificación de dichos objetos.

4.2. Estructuración de la secuencia

Se construyó una secuencia exploratoria orientada a poner en evidencia elementos propios del concepto de desigualdad con particular atención hacia las prácticas asociadas.

Con base en algunas investigaciones (Gallo y Battú, 1997 y Bazzini, Boero y Garuti, 2001), hemos podido observar la presencia de un vínculo entre la inecuación y la ecuación que muy frecuentemente crea conflictos que se vuelven obstáculos en el proceso de aprendizaje de la inecuación.

Para profundizar este asunto, además de las explicaciones de naturaleza didáctico-cognitiva que se ilustran en las investigaciones citadas, quisimos conocer cuál es el papel de los objetos matemáticos desigualdad e igualdad. Eso es porque pensamos que su relación recíproca y su relación con los objetos inecuación y ecuación, represente un elemento clave para una resignificación que se proponga modificar la epistemología propia de dichos saberes.

Para ello hemos dividido la secuencia en dos partes. La primera parte propone preguntas acerca de los objetos igualdad y ecuación y pretende ofrecer elementos para investigar acerca de la relación entre el objeto matemático igualdad y la herramienta ecuación. La segunda parte pretende investigar sobre la relación entre el objeto matemático desigualdad y la herramienta inecuación.

Cuando hablamos de objeto matemático hacemos referencia a un objeto reconocido en el cuerpo del discurso matemático que en este caso se caracteriza por poner en relación otros objetos matemáticos y con ello construir ideas y propiedades; por otro lado, consideramos herramientas aquellos objetos que son instrumentos “técnicos” al servicio de algún objeto matemático (por ejemplo: dada una desigualdad, si necesitamos expresarla de otra manera equivalente, necesitamos resolver una inecuación).

Además: en ambas parte de la secuencia, queremos explorar de qué manera están presentes aquellos elementos que caracterizan el pensamiento matemático de los profesores y, por otro lado, en la parte relativa a las desigualdades, queremos evidenciar aquellas prácticas sociales (como lo son el comparar y el acotar) que se pueden asociar al objeto matemático desigualdad.

Presentamos la secuencia junto con el protocolo de análisis que pudimos definir al término del proceso de validación. Aquí, para cada pregunta o grupo de preguntas, se pone en evidencia lo que pretendemos sea su aportación a nuestro análisis.

En particular estuvimos considerando los siguientes rubros:

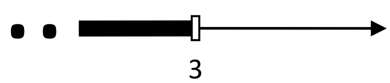
Visión; interpretación correcta de un parámetro, idea de ecuación e inecuación; dominio de las propiedades de la igualdad y de la desigualdad; dominio de la definición de “resolver una ecuación o una inecuación”; uso correcto de las definiciones; presencia de un nexo entre las definiciones conocidas y las técnicas resolutorias utilizadas; presencia de la práctica de comparar; uso correcto de los símbolos de mayor y menor; presencia de la idea de conjunto solución; interpretación de una situación de acotamiento y presencia de una concepción variacional.

Secuencia		
Parte I		
	Pregunta	**Aportación de la pregunta**
1	La expresión $x=3$ representa: a. la sol de una ecuación cuya incógnita es x b. el establecimiento del valor de la literal x c. la cantidad de elementos de un conjunto que contiene tres manzanas d. el punto 3 sobre el eje cartesiano de las abscisas e. la variable x a la que se le asigna la valor 3 f. el hecho que x no puede tomar ningún valor distinto de 3 Justifica tu (tus) elecciones.	**Visión:** Se puede ver si la visión es única o si sabe interpretar la expresión en diferentes contextos.
2	¿Qué representa la expresión $x=a$? ¿Puedes representarla con algunas de las respuestas que se proponen para la pregunta 1? Justifica tu (tus) elecciones.	**El parámetro confunde o no:** La dificultad en interpretar la literal es indicio de una concepción algebraica poco madura sobre la que tiende a dominar una concepción aritmética
3	Ahora intenta representar por medio de un dibujo o de una gráfica la expresión $x+1=0$ sin resolverla previamente (en el caso de que la estés viendo como ecuación).	**Idea de ecuación:** Deja ver si la ecuación queda

4	Cuando encuentras la expresión $2x-1=3$: a. ¿En qué piensas? ¿Es una ecuación o una igualdad? ¿Por qué? b. ¿Qué haces? ¿Resuelves una ecuación o describes lo que lees?	reducida a pura técnica (es algo que debe de resolverse)
5	Considera la igualdad $x=2$. ¿Qué pasa si multiplicas ambos términos por cinco y luego a ambos términos le restas tres? ¿Los dos miembros de la igualdad siguen siendo iguales? ¿Por qué?	**Propiedades de la igualdad:** Me dice si conoce las propiedades de la igualdad y las relaciona correctamente a la idea de ecuación.
6	¿Qué quiere decir resolver la ecuación $2x-3=x-5$? No la resuelvas, sólo explica qué quiere decir resolverla. Nota importante: está prohibido el uso del verbo “despejar” (y de sus derivados)	**Definición → “resolver una ecuación”:** Me dice si conoce la definición de ecuación y si sabe explicar qué quiere decir resolverla con base en las propiedades de la igualdad.
7	¿Qué significado le atribuyes a la palabra “despejar”? a. Sacar la *x*. b. Aplicar unas reglas para obtener el resultado de la ecuación. c. Encontrar el valor de la incógnita *x* que cumple la	**Vínculo entre la definición de ecuación y las técnicas operatorias usadas para resolverla:** Me dice si le asocia un significado a la técnica de despeje que le confiera estatus de práctica, o si sólo es una herramienta operacional.

	ecuación. d. Aplicar las propiedades de la igualdad para aislar el valor de la incógnita *x*. Justifica tu (tus) elecciones.	
8	La ecuación de la pregunta 6 tiene como solución $x=-2$. ¿Qué relación hay entre este resultado y la ecuación original? Explica detalladamente.	**Relaciona en forma coherente un caso concreto con la definición dada:** Permite verificar si hay una comprensión real de la definición de ecuación.
9	¿Cómo piensas que se pueda construir una ecuación que tenga como solución $x=-1$? ¿Puedes hacerlo? En caso de respuesta afirmativa, hazlo y justifica cuidadosamente todos los pasos.	**Utiliza las definiciones de las preguntas 5 y 6:** Permite ver su forma de razonar. Si la ecuación se basa en la idea de igualdad (es una forma de manejar un pensamiento matemático) o si es pura técnica
10	Determina el valor de *a* para que la ecuación $2(ax-1)-3ax=4$ tenga como solución $x=-1$ Justifica cuidadosamente todos los pasos de tu resolución.	
11	Resuelve la ecuación $\frac{3-x}{2}=1+\frac{2x-3}{5}$. Justifica todos los pasos de tu proceso de resolución.	

Parte II		
	Pregunta	**Aportación de la pregunta**
1	"Juan es más alto que David". Representa dicho enunciado por medio de un dibujo y de una gráfica	**Sabe comparar con respecto al elemento altura:** Ve la desigualdad como un instrumento para realizar la práctica de comparar. Sabe reconocer el elemento con que se lleva a cabo la comparación (la altura, cantidad que se puede expresar por medio de un número).
2	$a > b$: ¿Qué quiere decir? ¿Quiénes son *a* y *b*? Intenta representar por medio de un dibujo.	**Ocupa correctamente los símbolos > y < e interpreta las literales *a* y *b* y *x* y *y*:** Se ve la presencia de la relación de orden y su naturaleza. Se ve si puede interpretar las literales como cantidades cualesquiera. Se ve si las literales *a* y *b* y *x* y *y* se interpretan de forma diferente.
3	$x < y$: ¿Qué quiere decir? ¿Quiénes son *x* y *y*? Intenta representar por medio de un dibujo.	
4	Representa por medio de una representación visual (dibujo, gráfica,...) las siguientes expresiones: "Esta caja contiene 8 plumones" "Esta caja contiene menos de 8 plumones"	**Presencia de la idea de conjunto solución:** Permite explorar cuánto la desigualdad es forma de pensar: aparece o no la práctica de acotar.
5	Expresa por medio de un enunciado la siguiente expresión: $6 < 3x < 12$	**Interpretación de una situación de acotamiento y presencia de una concepción variacional:**

	¿Cuál es el papel de la literal *x*?	Permite ver si reconoce la práctica de acotar y si sabe relacionar la variación de la variable x con la variable 3x.
6	La expresión $x < 3$ representa: a. una desigualdad b. una inecuación c. la solución de una inecuación cuya incógnita es *x* d. el establecimiento del conjunto de valores que puede tomar la literal *x* e.  f. el hecho que *x* no puede tomar ningún valor mayor que 3 g. el hecho que *x* no puede tomar el valor de 3 Justifica tu (tus) elecciones.	**Visión:** Se puede ver si la visión es única o si sabe interpretar la expresión en diferentes contextos.
7	¿Qué representa la expresión $x < a$? ¿Puedes representarla con algunas de las respuestas que se proponen para la pregunta 6? Justifica tu (tus) elecciones.	**El parámetro confunde o no:** La dificultad en interpretar la literal es indicio de una concepción algebraica poco madura sobre la que tiende a dominar una concepción aritmética
8	$2 < 3$. a. ¿Qué pasa si: le sumo a ambos miembros 1? ¿Y si le	

	resto 1? b. ¿Y si multiplico ambos miembros por 3? ¿Y por -2? Representa visualmente (dibujo, gráfica,...) cada situación e intenta explicarla con tus palabras.	**Propiedades de la desigualdad:** Me dice si conoce las propiedades de la desigualdad y las relaciona correctamente a la idea de ecuación.
9	Considera la desigualdad $x<1$. ¿Qué pasa si multiplico ambos miembros por 2? ¿Y si les resto 3?	
10	¿Qué quiere decir resolver la inecuación $2x-3<x-5$? No la resuelvas, sólo explica qué quiere decir resolverla.	**Definición → "resolver una inecuación":** Me dice si conoce la definición de inecuación y si sabe explicar qué quiere decir resolverla con base en las propiedades de la desigualdad.
11	¿Cómo piensas que se pueda construir una inecuación que tenga como solución $x>-3$? ¿Puedes hacerlo? En caso de respuesta afirmativa, hazlo y justifica cuidadosamente todos los pasos.	**Utiliza las definiciones de las preguntas 9 y 10:** Permite ver su forma de razonar. Si la inecuación se basa en la idea de desigualdad (es una forma de manejar un pensamiento matemático) o si es pura técnica
12	Resuelve la inecuación $x-3>3x-1$. Justifica cuidadosamente todos los pasos de tu proceso de resolución y representa gráficamente tu resultado.	

13	Resuelve la inecuación $\frac{3-x}{x} > 0$. Ayúdate con una representación visual (gráfica, dibujo, ...) Justifica detalladamente todos los pasos de tu proceso de resolución	

4.3. Proceso de validación

4.3.1. Estudio de casos

En el proceso de validación de nuestra secuencia –además de una primera aplicación de la misma a seis estudiantes universitarios con el fin de establecer cierta estabilidad en la comprensión de las preguntas– se puso en funcionamiento con una profesora de matemáticas de nivel secundaria y con un estudiante de escuela medio superior que accedieron a colaborar con gran interés académico.

La profesora (P) es egresada de una escuela Normal Superior y ha continuado su formación profesional haciendo estudios de posgrado en el campo de la Matemática Educativa.

El estudiante (E) con características sobresalientes en matemáticas, al momento de la entrevista cursaba el último año de bachillerato y declaró querer proseguir sus estudios en el área de las Ingenierías.

En esta fase, la secuencia se trabajó a través entrevistas filmadas, a fin de poder realizar un análisis detallado y a profundidad sobre el cuestionario y las reacciones a éste.

El análisis de las entrevistas nos permitió confirmar la factibilidad de alcanzar nuestro objetivo y, además, nos proveyó de informaciones y datos que robustecieron las hipótesis que subyacen a nuestra investigación.

A continuación reportamos el análisis detallado de algunas respuestas dadas por los entrevistados a preguntas que nos proporcionaron las evidencias más relevantes.

A fin de establecer categorías que nos permitan estructurar el análisis que se muestra a continuación, decidimos definir los siguientes rubros que nos permiten conocer algo acerca de la estructura del pensamiento matemático de los entrevistados y ver en ello la presencia de prácticas.

- Concepción aritmética: se caracteriza por la capacidad de manejo de cantidades numéricas definidas; aquí el significado del símbolo de igualdad coincide con el resultado de una operación. “A=2” es equivalente a decir que “el resultado de A es 2”.

- Concepción algebraica: se caracteriza por la capacidad de representar y operar con cantidades numéricas que se representan en forma abstracta. Es una herramienta que permite manejar el aspecto operacional y llevar a cabo la práctica del modelar

- Concepción operacional: en la concepción algebraica queda reducida al sólo aspecto operacional (una expresión que contiene símbolos y letras, sólo ve como un objeto por resolver).

- Concepción variacional: se caracteriza por saber reconocer fenómenos de co-variación (variación reciproca entre dos variables), y saberlos representar gráficamente.

Entrevista a P:
(P = profesora; M = Mariangela – entrevistadora)

Parte I - Preguntas 3, 4 y 9

<table>
<tr><th>Respuestas</th><th>Comentarios</th></tr>
<tr><td colspan="2">3) Ahora intenta representar por medio de un dibujo o de una gráfica la expresión $x+1=0$ sin resolverla previamente (en el caso de que la estés viendo como ecuación).</td></tr>
<tr><td>P: Sé que esto es una ecuación. Cuya solución es x=-1;
Esto es un punto.
(Representa el plano cartesiano)
Una representación gráfica... x=-1....
Aquí se me están cruzando las ideas. Porque...
M: Si tú vas diciendo las ideas que se te cruzan, esto nos ayuda.
P: Se me cruza con la idea de función. En una ecuación, dependiendo del grado de la ecuación, tenemos el número de soluciones.
Aquí x es igual a -1 y es un punto, pero luego se me cruza con lo de</td><td>Domina una concepción operacional (1), supuestamente por la influencia de la escuela (2).

La concepción funcional/variacional queda reducida al representar gráficamente (3).</td></tr>
</table>

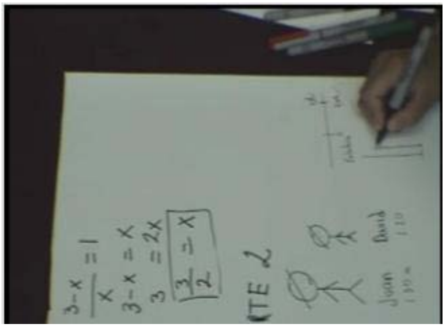
función y esta no es una función, es un punto. **M:** Tal vez la clave es que, en lugar de usar dos ejes... **P:** ...use uno. Entonces (dibuja una recta en la que va a poner el punto cero) **M:** Yo el problema lo eliminaría así. Es claro que aquí (*en el plano cartesiano*) x=-1 es una recta. Pueden caber las dos cosas... Si quieres un punto debe de ser sobre la recta **P:** Sí, en una dimensión (pone el -1 sobre la recta) En dos dimensiones es (dibuja la recta x=-1) Pero se me cruzaron, pues.	
4) Cuando encuentras la expresión $2x-1=3$: **a) ¿En qué piensas? ¿Es una ecuación o una igualdad? ¿Por qué?** **b) ¿Qué haces? ¿Resuelves una ecuación o describes lo que lees?**	
P: Bueno, sé que por definición la ecuación es una igualdad. Por lo último que averigüé me encontré con que la igualdad tiene varios significados en contextos diferentes, entonces...la expresión 2x-1=3 **M:** Acuérdate que nunca hay respuestas correctas y equivocadas. Son propuestas...	Interpreta que es mejor no leer la expresión como ecuación (4). Intenta relacionarla con la igualdad pero la única relación que logra establecer consiste en la repetición de lo que afirma la definición de ecuación (5).

P: Bueno, cuando veo este tipo de expresión, siempre las ligo con una representación gráfica Entonces ésta (*señala* 2*x*-1=3) no es una función, ésta es...una ecuación, según yo. Entonces aquí no nos pide resuélvela, sino vela y di qué es. **M:** La idea es: tú, frente de una cosa así, ¿cuál es la cosa que te viene espontáneo hacer?	Los dos objetos ecuación y función parecen ser antagónicos (6). Posiblemente el problema radica en que la expresión así como se presenta no tiene la variable "*y*" lo que la haría función y ya no ecuación (7).
P: Que esto (2x-1=3) surgió de algún problema: se me ocurre, éste se generó por alguna situación que terminó siendo expresada así y como sabemos para resolverla hay que despejar a ése (señala la x), encontrar su valor y para encontrar su valor hay pasos que se nos han enseñado **M:** Sólo me escribes la respuesta sintéticamente	Liga la ecuación con la práctica del modelar (8).
P: a) Es una ecuación. ¿Por qué es una ecuación? Porque hay un valor que se desconoce. b) Cuando la veo pues, de hecho pienso en resolverla.	Vuelve a mostrar una concepción operacional en que se busca llevar a cabo actividades para "resolver" (9). En su síntesis se ve cómo la idea dominante para ella es la de la concepción operacional (10).
9) ¿Cómo piensas que se pueda construir una ecuación que tenga como solución $x=-1$? ¿Puedes hacerlo? En caso de respuesta afirmativa, hazlo y justifica cuidadosamente todos los pasos.	
P: Ya me dan la solución ¿no?	La solución tiene naturaleza distinta

M: Aquí la idea es: inventa una ecuación que tenga esa solución **P:** Hay que generar una ecuación cuya solución sea x=-1. Entonces… ¿puede ser sencilla o compleja, no? **M:** Lo ideal es no exagerar ni en un sentido ni en el otro… **P:** *Escribe* 5x-6= … Esperemos no sea tan complicado…	de la ecuación (11). Esto demuestra la prevalencia de una concepción de tipo aritmético donde el símbolo de igualdad significa “tiene como resultado” (12).
5x-6=4x+7 5x-4x=….creo que me equivoqué…NO 5x-6=4x-7 5x-4x=-7+6 Bueno, apliqué las propiedades muy rápido… x=-1 Creo que si me dio sería esta (*subraya* 5x-6=4x-7). Aquí (*indica la anterior* 5x-6=4x+7) los signos: me iba a dar 13. Entonces, sí pude hacerlo. Aquí pongo: sí pude (*lo escribe*).	Maneja la pregunta de manera puramente procedimental (13). Ocupa la técnica de ensayo error (14). A pesar de conocer las propiedades de la igualdad, no las tiene bien ligadas con los pasos de “despeje” así que no logra aplicarlas al revés (15).

Parte II - Preguntas 1,2, 3 y 5

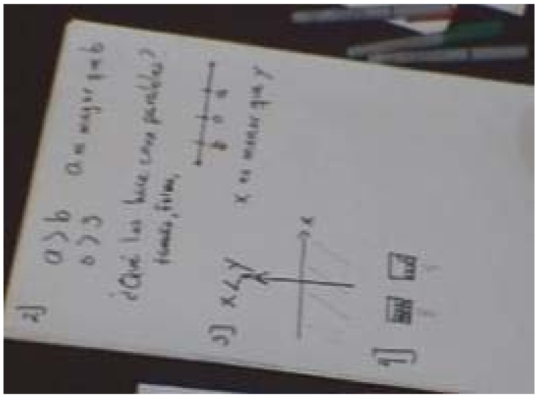
1) “Juan es más alto que David”. **Representa dicho enunciado por medio de un dibujo y de una gráfica**	
P: Un dibujo y una gráfica… *Dibuja un hombrecito abajo del cual escribe Juan*. Supongamos que este es Juan. Juan es más alto que David. Y David… (*dibuja a otro hombrecito más pequeño abajo del cual pone el nombre David*). Juan es más alto que David. Ahora: una gráfica….se me ocurre solamente que Juan tenga 13… no, pero no, las edades no….no implica pues… (*grafica un eje horizontal sobre el cual pone el cero y el número 13 que luego tacha*). La gráfica podría ser con las estaturas (*escribe “Estaturas” y abajo grafica dos segmentos verticales consecutivos de diferente tamaño*). Sí, podría ser con las estaturas. No se: que Juan mida 1.50 y David mida 1.20.	Utiliza una forma de pensamiento concreto: no puede expresar la relación de forma general. Necesita escoger valores particulares (16). Demuestra el predominio de una concepción aritmética (17).

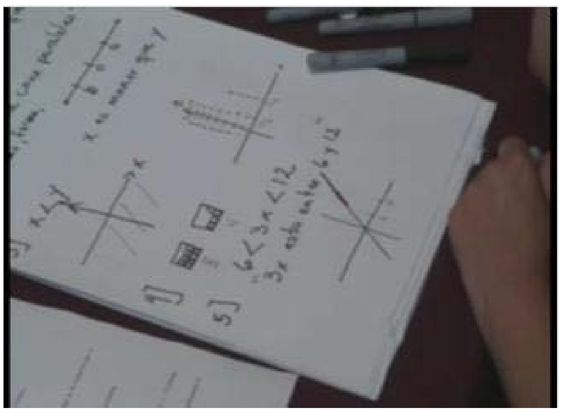
	

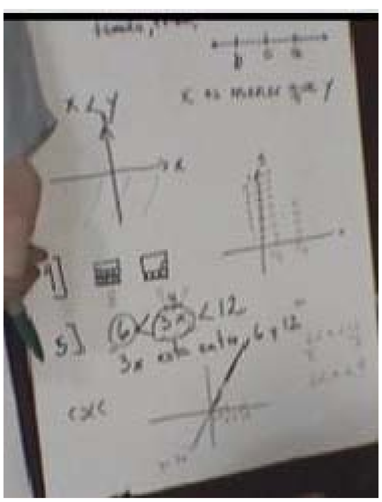
2) $a > b$: ¿Qué quiere decir? ¿Quiénes son a y b? Intenta representar por medio de un dibujo.	
P: a>b a es mayor que b. ¿Quiénes son a y b? Aquí estoy comparando... en el caso anterior personas, puedo comparar cosas. **M:** Sería interesante ver en qué sentido puedes comparar cosas. Por ejemplo: antes comparaste personas pero: ¿qué comparaste de las personas? **P:** Comparamos....a ver (*busca la hoja anterior*). Juan es más alto que David: comparamos estaturas. Si comparo números 5 es mayor que 3....	Asocia la desigualdad con la práctica de comparación (18). Falta una concepción algebraica desarrollada: se queda en lo concreto, no asocia *a* y *b* con números (19).
M: Tú, por ejemplo: de una persona, ¿qué cosas puedes comparar por esta forma: mayor de menor de, y qué cosas no puedes comparar? **P:** ...Qué cosas puedo comparar en	No tiene claro con respecto a qué se puede comparar (20). La relación de orden no ha sido interiorizada (21).

una persona… **M:** Por ejemplo de una persona, siendo que lo hicimos antes con personas… **P:** Su estatura, su edad, uno es más grande que otro… quién tiene el pelo más largo, el tamaño de los ojos, no podemos comparar el color de ojos por ejemplo. Sí: hay cosas que se pueden comparar y cosas que no se pueden comparar. **M:** Sí. Y sabrías decir qué es lo que las hace comparables o no. Justamente: ¿por qué no se puede comparar el color de los ojos? O bien, se puede comparar pero no así: sabemos que verde es distinto de café. Pero no podemos decir que verde es mayor o menor de café… **P:** No son como cuantificables, **M:** Donde, cuando decimos que son cuantificables entendemos decir que podemos expresarlos… **P:** Con números, con cantidades **M:** Exactamente. De hecho no podemos decir Juan es más bueno que David, en el sentido que no se puede representar por medio de una desigualdad. **P:** Aquí hablaríamos de tamaño, forma,…	

M: Como dijimos antes lo que se puede cuantificar. **P:** Luego: "intenta representar por medio de un dibujo". *Dibuja una recta pone el cero y a su derecha a y a su izquierda b.* *a* es mayor que *b*.	Se observa la presencia de una relación de orden basada en lo visual (22).
3) $x < y$**: ¿Qué quiere decir? ¿Quiénes son x y y? Intenta representar por medio de un dibujo.**	
P: Es *x* menor que *y*. **M:** Aquí, si quieres, puedes hacer referencia a lo anterior **P:** Sí, aquí lo que cambia son nada más las letras pero supongo que refiere a lo mismo. **M:** Es lo que tú debes de interpretar **P:** También cambia que ya no es mayor sino que es menor. "¿Quiénes son *x* y *y*?" También puede asignársele un valor o algo que pueda compararse. "Intenta representar por medio de un dibujo".... Como son *x* y *y* me viene ... me hace pensar en el plano ya no así (*indica la respuesta anterior*). Porque son *x* y *y*. A lo mejor si hubieran sido *c* y *d* no pienso en el plano pero como son *x* y *y*... Entonces (*dibuja el plano cartesiano*)	Se sigue observando una cierta fragilidad en el ámbito algebraico ya que no reconoce con claridad la analogía con el ejercicio anterior (23). Se ve la influencia de la escuela que acostumbra pensar en las literales *x* y *y* como variables en el plano cartesiano (24).

son todas las *x* menores que *y*. Todas las *x* menores que *y*. *Pinta el tercer y cuarto cuadrante.* 	Se observa la fragilidad de la concepción variacional ya que no logra identificar los puntos del plano que cumplen la relación $x<y$ (25).
5) Expresa por medio de un enunciado la siguiente expresión: **6 < 3x <12.** **¿Cuál es el papel de la literal x?**	
P: Que 3*x* está entre 6 y 12. Sin tocar al 6 y sin tocar al 12 porque no tiene el símbolo igual. "¿Cuál es el papel de la literal *x*?"...la literal *x*...Bueno, aquí está preguntando por la literal. (*dibuja el plano cartesiano*) Yo necesito como, así como ....bueno: la voy a pintar para explicar esto. Si yo la separo de esto (*indica la expresión 6<3x<12*) y veo como se representa, esto (*el término* 3*x*) es una recta, que pasa por el origen cuya pendiente es 3, o sea, un poquito levantada de la de 45° (*dibuja la recta*). Dice que está entre 6 y 12.	Está viendo la cantidad 3*x* como un bloque único. No logra separar la *x* (26). Necesita cambiar de registro semiótico (27). Sin embargo, no logra hacerlo de manera correcta (28).

Entonces tendré aquí 6 y 12 (*los pone sobre el eje x*). Sería como esta zona (*pinta la parte de la recta correspondiente al intervalo de 6 a 12 sobre el eje x. Escribe x entre 6 y 12*). Sería el eje *x* pero…(*escribe a lado de la recta y=3x*).  La pregunta dice "¿cuál es el papel de la literal *x*?" … *x* es … ¿cuál es el papel? Su papel aquí es importante porque … es la que está condicionada. 3*x* es la expresión que está condicionada o que me hace referencia que está entre 6 y 12…. **M:** Se me ocurre preguntarte: si 3*x* está entre 6 y 12, ¿*x* está entre...? **P:**….ya... (*escribe 6<3x<12, divide todo entre 3*) *x* está entre 2 y 4 (*pinta el intervalo sobre el eje x y la parte correspondiente sobre la recta*) Más o menos es esta zona. **M:** Y ¿por qué aquí (*indica lo que R hizo anteriormente*) te salió esto?	No logra ver los términos 3*x* y *x* como cantidades que varían en un intervalo (29).

P: Bueno aquí porque no dejé solita la *x*. **M:** Te hago observar una cosa. Dijiste que 3*x* era y, 3*x*=*y*, entonces ¿estás midiendo sobre qué eje? ¿*y* está entre....? .... a 3*x* le damos el nombre de *y*, entonces ¿quién está entre 6 y 12, *x* o *y*? **P:** .....*y*, *y* está entre 6 y 12. **M:** (*pone el intervalo entre 6 y 12 sobre el eje y*). Este te corresponde sobre *x* al intervalo entre 2 y 4, si quieres verlo así. **P:** Sí. 	Se da cuenta de que había que trabajar sobre *x*. Pero sólo lo ve desde el punto de vista de un proceso algebraico reducido a lo operacional (30). No logra darle el justo peso a la relación 3*x*=*y* (31). Evidentemente sigue dominando una concepción aritmética por la que el símbolo de igualdad no tiene su significado completo (32).

Entrevista a E:

(E = Estudiante; M = Mariangela – entrevistadora)

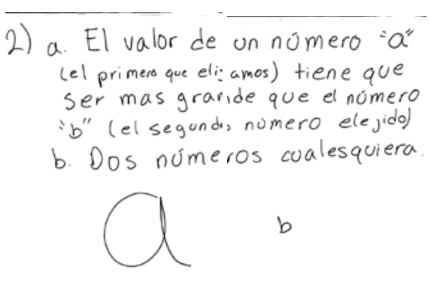
Parte I - Preguntas 3, 4 y 9

Respuestas	Comentarios
3) Ahora intenta representar por medio de un dibujo o de una gráfica la expresión $x+1=0$ sin resolverla previamente (en el caso de que la estés viendo como ecuación).	
M: Puede ser un dibujo o lo que quieras. Es decir: representa esta expresión en la forma que tú quieras, ...en una forma visual, podemos decir **O:** *Representa el plano cartesiano* $x+1=0$: para todos los valores de y, siempre x va a ser igual a -1 Representa la recta x=-1 y escribe debajo de ella $x+1=0$ En otra representación sería que un niño (empieza a dibujar) dice un número aleatorio pero casualmente va a decir el número -1, otro niño dice también otro número aleatorio pero también es el mismo, de -1. Y así un montón de niños van a decir cualquier número aleatorio pero casualmente siempre va a ser el mismo número, -1, que sería la solución de $x+1=0$ porque por cualquier valor x siempre vamos a llegar al -1, una expresión.	Parece estar ligado a una concepción algebraica propia de la escuela por la que es natural resolver (33). También se puede observar la presencia de una concepción variacional que se sobrepone a la concepción algebraica: introduce la "*y*" y expresa la relación entre las variables (34).

<table>
<tr><td>M: ¿Puedes expresar todo esto sintéticamente por escrito?
E: Escribe: Un conjunto de niños dicen números aleatoriamente pero da la casualidad que siempre es -1 (menos uno).</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">4) Cuando encuentras la expresión $2x-1=3$:
a) ¿En qué piensas? ¿Es una ecuación o una igualdad? ¿Por qué?
b) ¿Qué haces? ¿Resuelves una ecuación o describes lo que lees?</td></tr>
<tr><td>E: a) ¿En qué piensas? En una ecuación. En una ecuación o en una igualdad. Bueno: en una ecuación. ¿Por qué? Estoy acostumbrado siempre a encontrar el valor de una incógnita.
b) ¿Qué haces? Resuelvo la ecuación paso a paso, siguiendo los métodos tradicionales (escribe: “que ya conozco”)</td><td>Declara que piensa en una ecuación y que la resuelve pero le queda claro que esto se debe a la influencia de la escuela que, a través de su acción educativa, también crea costumbres (35).
Demuestra una forma de pensamiento crítico (36).</td></tr>
<tr><td colspan="2">9) ¿Cómo piensas que se pueda construir una ecuación que tenga como solución $x=-1$? ¿Puedes hacerlo? En caso de respuesta afirmativa, hazlo y justifica cuidadosamente todos los pasos.</td></tr>
<tr><td>E: A partir de la ecuación original que sería x=-1 y empezar a jugar con ella, es decir, aplicando las reglas que sirven para resolverla pero inversamente. Aplicar las propiedades para que se complique, así que como a un cierto punto se complique:</td><td>La concepción es algebraica:
- La solución tiene la misma naturaleza de la ecuación (37).
- El símbolo de igual tiene su significado adecuado (38).
- Las propiedades de la igualdad fundamentan las técnicas</td></tr>
</table>

multiplícala por 5, en ambos lados sumarle otra constante, dividirla entre algo una parte y que la otra también sea dividida pero que parezca que no se está dividiendo, o de cierta manera. **M:** A ver: me haces ver cómo? Sin que sea demasiado complejo. **E:** Tenemos esta ecuación $x=-1$, entonces aplicamos las propiedades al revés. En lugar que intentar de resolverla sería anti-resolverla. Entonces una de las expresiones sería $x+1=-1+1$, sin alterar. Y luego a esto lo podemos elevar al cuadrado, así tendremos $(x+1)2=0$, y aún así sigue teniendo la misma solución. Ahora también se puede dividir y también se puede multiplicar: $5(x+1)2=5*0$, y aún así sigue sin alterarse nada. Y así podemos seguir (*Se le hace observar que elevar al cuadrado puede generar más soluciones*).	operacionales de despeje así que pueden aplicarse al revés (39).

Parte II - Preguntas 2 y 5

<table>
<tr><td colspan="2">2) $a > b$: ¿Qué quiere decir? ¿Quiénes son a y b? Intenta representar por medio de un dibujo.</td></tr>
<tr><td>Que un número, un número cualquiera -le vamos a asignar a- tiene que ser mayor del siguiente número que vamos a decir, que es b.</td><td>Se ve que E tiene una concepción algebraica por la que logra manejar números cualesquiera (40).</td></tr>
<tr><td>¿Quiénes serían a y b? Dos números cualesquiera. Que podrían representar edades, fichas, cualquier cosa.
Representar por medio de un dibujo que a es mayor que b.</td><td>Ocupa el álgebra para modelar (41).</td></tr>
<tr><td>Pues: haríamos una a grandota y una b chiquita (las dibuja). Entonces: el tamaño de a es más grande del tamaño de b.

2) a. El valor de un número "a" (el primero que elijamos) tiene que ser mas grande que el número "b" (el segundo número elejido)
b. Dos números cualesquiera.
</td><td>Está presente la práctica de comparar (42) ya que está comparando el tamaño de las letras.</td></tr>
<tr><td colspan="2">5) Expresa por medio de un enunciado la siguiente expresión:
$6 < 3x < 12$
¿Cuál es el papel de la literal x?</td></tr>
<tr><td>E: Para algún número cualquiera que agarremos y tome el valor x, 3x tiene que estar en este intervalo,</td><td>Se ve la presencia de un pensamiento variacional que pone en relación la variación de 3x con la variación de x</td></tr>
</table>

tiene que estar pasando del 6 y no tiene que estar llegando al 12. (*Escribe:* Para algún número que tomemos y lo coloquemos en lugar de la variable *x*, 3*x* tiene que pasarse de 6 pero no llegar al 12). - Una variable que puede tomar cualquier valor siempre y cuando cumpla con los parámetros dichos en el inciso anterior.	(43). También ve la pregunta como un problema de acotamiento (44).

4.3.1.1. Análisis

Podemos observar algunos elementos particularmente importantes que fueron fortaleciendo nuestra hipótesis según la cual la dificultad que se presenta en el aprendizaje de las inecuaciones, radica en la pérdida del nexo entre los dos objetos matemáticos inecuación y desigualdad. Lo mismo que acontece con las ecuaciones ya que pudimos ver que se logra obtener un aprendizaje que no sea solamente operacional, sólo cuando queda claramente establecida la relación de la ecuación con la igualdad.

Los elementos observados son los siguientes:

Fuerte presencia del Discurso Matemático Escolar

Pudimos ver que la escuela, además de brindar a los alumnos aprendizajes curriculares que se entienden como una educación matemática, va impregnada de prácticas que tienen más carácter de “costumbres” (35) que, en ocasiones, son indistinguibles.

Por ejemplo: en los casos estudiados, siempre que aparece una expresión que contiene un símbolo de igualdad (=) y la literal x, se piensa en una ecuación. Y cada vez que se encuentra una ecuación se piensa en resolverla (9, 10, 33).

O bien: cada vez que una expresión contiene ambas literales x y y, se piensa en una relación que se puede representar en el plano cartesiano (24).

Frente a estas costumbres pudimos ver que lo que hace la diferencia es si el sujeto está consciente de ellas o no.

Pudimos ver que el estudiante (E) declara proceder de una cierta manera porque la escuela así se lo ha enseñado (36). Esto es un signo evidente del hecho que para él es claro que aquello a que la escuela lo ha acostumbrado, sólo responde a una visión particular y que, por consecuencia, el objeto matemático se coloca en un contexto más amplio.

E puede operar rápidamente despejando o –frente a una expresión como la que se le propuso ($2x - 1 = 3$)– decir que la ve como una ecuación y por lo tanto resolverla. Sin embargo, su forma de ver una ecuación no queda encerrada al aspecto operacional ya que puede relacionarla correctamente con el concepto de igualdad lo que E demuestra al momento de trabajar situaciones no convencionales como la de la pregunta 9-Parte 1 de la secuencia (37, 38, 39), la que pide construir una ecuación a partir de una solución de la misma.

La profesora (P) no parece darse cuenta de la influencia que la escuela ejerce sobre su manera de enfrentar los problemas. En ella vemos que están presentes al mismo tiempo diferentes formas de interpretar un mismo objeto matemático, pero cada una de ellas no logra relacionarse adecuadamente con las demás; es decir: el objeto matemático queda anclado a una visión dominante (las preguntas de la secuencia nos indican la concepción operacional) y las otras visiones que se aprendieron en la escuela –como por ejemplo la gráfico-visual– nunca se relacionaron significativamente con ella (1, 9, 10).

El dominio de una concepción operacional.

En P la concepción operacional resulta dominante (1, 9, 10) ya que todas las preguntas que se le proponen siempre terminan por enfrentarse bajo este marco. Sin embargo, también E sabe moverse en un ambiente operacional (33, 35), pero ¿qué es lo que le permite no quedarse ahí?

Desde lo que pudimos observar en las respuestas a las preguntas planteadas, E tiene una concepción algebraica como recurso que le permite generalizar y ver las variables como elementos numéricos cualesquiera (34, 40). Por lo contrario, en P sigue dominando una concepción de naturaleza aritmética en la que los símbolos sólo tienen un valor operacional (11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 19, 32). Por ejemplo, podemos ver que el símbolo de igualdad para ella ha mantenido el significado que tiene en el ámbito de la aritmética, donde decir que A = 2 sólo quiere decir que el resultado de A es dos (12, 32). Observamos que en este contexto el símbolo de igual podría, sin mucho problema, cambiarse por un símbolo de implicación ($A \rightarrow 2$) (Borello, 2007).

Esta interpretación reducida del símbolo de igualdad propicia que, a pesar de conocer y repetir las propiedades de la igualdad, estas no entren realmente en juego al momento de resolver una ecuación. Así la ecuación se considera como un objeto sobre el cual se aplican reglas para llegar a la solución y, por consecuencia, las propiedades quedan reducidas a reglas operacionales (15). También es interesante observar como una visión aritmética impida leer la expresión $x = 2$ como una ecuación, ya que es solución (11). Es decir: la solución es el resultado de un proceso operacional cuyo resultado, por el hecho de ser resultado, no puede tener la misma naturaleza del objeto sobre que se opera para obtenerlo.

La importancia de una concepción variacional

En E pudimos observar la presencia de una concepción variacional que se hace manifiesta aún si el entrevistado nunca siente la necesidad de cambiar el registro semiótico.

Como ya pudimos ver en la Pregunta 3 de la Parte I, E logra leer la ecuación no sólo como un objeto que indica un número discreto y finito de valores (las soluciones), sino también como una expresión que puede describir una relación mutua donde se pasa a un conjunto continuo de valores (34, 43).

Por otro lado, P en muchas ocasiones siente la exigencia de operar un cambio en el registro semiótico (27, 28), pero su concepción prevalentemente aritmética (12, 32) no le permite llevar a cabo todos los pasos lógicos que dicho cambio de registro pide y, por lo tanto, nunca logra aprovecharlo para ir construyendo una visión variacional (6, 7, 25, 26, 29, 31).

La concepción variacional resulta muy importante al momento de trabajar con inecuaciones ya que el papel de la inecuación es propiamente el de establecer un intervalo de valores en los que puede cambiar una variable (la incógnita) para cumplir una determinada desigualdad.

Pareciera que quienes no tengan esta concepción suficientemente desarrollada, tendrán dificultad para lograr establecer relaciones de co-variación como la que aparece en la pregunta 5 – Parte 2. Aquí P, a pesar de apoyarse en una representación gráfica, no logra ver la relación entre las dos variables x y $3x$ y, después de unas intervenciones por parte de la entrevistadora (M) que intentan propiciar una reflexión en dicho sentido, llega a trabajar reconduciéndose a las técnicas operacionales que conoce en el contexto de las ecuaciones (26, 27, 29, 30, 31).

En E se ve con claridad la presencia de una concepción variacional que le permite describir lo que se le propone como una relación de co-variación ya que logra establecer la relación mutua entre las dos variables (43).

4.3.1.2. A manera de sintesis

Con base en esto, pudimos observar que lo que favorece el establecerse de una relación adecuada entre desigualdad e inecuación es que se establezca la relación correcta entre igualdad y ecuación.

Es importante observar cómo la debilidad en la concepción algebraica –la que favorece la interpretación de la ecuación como de una igualdad con características particulares (11, 12, 13, 15)– es la misma que dificulta que se forme la idea de relación de orden y que, por lo tanto, se tenga clara la idea de comparación de cantidades que no sean números asignados explícitamente (18, 19, 20, 21, 22).

Desde las entrevistas logramos ver la presencia de actividades de comparación y acotamiento (18, 42, 44).

Ambos entrevistados pueden comparar (18, 42), pero en P dicha actividad no ha evolucionado desde la práctica propia de la aritmética en la que se comparan entre ellos números o cantidades bien definidas (19, 20, 21, 22).

Por otro lado E, quien ha podido desarrollar su concepción algebraica, sabe comparar cantidades arbitrarias, que él define como “números cualesquiera” (40). Además E demuestra saber asociar a la desigualdad también la actividad de acotar, lo que se puede ver muy bien en la respuesta a la pregunta 5 - Parte 2 (44).

Por ende, podemos afirmar que para la profesora P la actividad de comparar no responde a una necesidad propia del pensamiento matemático y, por lo tanto, nunca llega a adquirir el estatus de práctica. Por lo contrario en el estudiante E podemos ver cómo las actividades de comparación y acotamiento se utilizan para forjar su propio pensamiento matemático lo que le permite utilizar de modo propio tanto el objeto desigualdad como el instrumento inecuación.

Observando las respuestas de P podemos observar cómo, al faltar lo que podría darle significado a aquella desigualdad particular que es la inecuación, esta última se reconduce a lo que más se le puede parecer en su aspecto exterior y –acordándonos que estamos frente de una forma de pensar en que el símbolo de igualdad (=) no trae consigo toda la potencialidad de su significado (se reduce a “resultado de”, a símbolo de implicación)– se procede a trabajar como una ecuación ya que finalmente no se le da un significado propio ni al símbolo de igualdad ni al símbolo de desigualdad (aquí entendido como > o <) que por lo tanto se consideran en la práctica de resolución, como símbolos equivalentes. (Gallo y Battú, 1997). Es decir, la presencia de lo que Bazzini, Boero y Garuti (2001) definen “fantasma de la ecuación” no se debe únicamente al hecho de tener como referencia la ecuación que ya se ha estudiado, sino al hecho de haber alejado ambas, ecuación e inecuación, de su ligamen original con los objetos matemáticos igualdad y desigualdad.

A partir de todos estos elementos pudimos entonces pasar a la fase sucesiva de aplicación de la secuencia –la que expondremos a detalle en los apartados que siguen– ya que pudimos verificar que el instrumento que se utiliza permite poner en evidencia: las diferentes posturas epistemológicas de los entrevistados; el papel que juegan la desigualdad y la inecuación sea en el contexto curricular, sea en las matemáticas en general; la presencia de un proceso dialéctico entre la desigualdad y la inecuación lo que propicia la falta de un nivel de significación adecuado en el contexto escolar actual; la presencia o la ausencia de prácticas asociadas a los objetos matemáticos desigualdad e inecuación.

4.4. Aplicación de la secuencia

Aplicamos la secuencia –tal cual se les aplicó en su fase de validación a la profesora P y al estudiante E– a un grupo de docentes latinoamericanos[1] involucrados en la fase de selección en una maestría en Matemática Educativa, lo que nos indica que se trata de profesores cuyo perfil es peculiar, ya que tienen sensibilidad hacia las matemáticas y los aspectos didácticos y educativos de la misma.

El proceso de aplicación se llevó a cabo de la forma siguiente:

- Se dividieron los profesores en dos equipos A y B y se formaron parejas compuestas de un profesor del equipo A y uno del equipo B;

[1] Se trata de un grupo de profesores provenientes de México y de otros países de Latinoamérica

- Cada profesor del equipo A tenía que resolver la secuencia y cada profesor del equipo B debía de revisar y comentar las respuestas propuestas por su compañero;

- Finalmente los dos profesores A y B estaban invitados a platicar en un chat para comentar de manera directa el trabajo realizado.

Los profesores enviaron todos los materiales producidos al Programa de Matemática Educativa donde aspiraban realizar sus estudios de Maestría. Dichos materiales, después de haber sido objeto de evaluación para cada uno de los candidatos, se nos proporcionaron para que pudiéramos llevar a cabo nuestro trabajo de investigación. Los materiales se anexan al término de la tesis.

Desde el análisis del material proporcionado por cada pareja (aplicamos la secuencia a un total de 14 parejas), pudimos construir una tabla en la que se evidencia lo siguiente:

Rubro	**Problemáticas de referencia**
Concepción Aritmética	Idea de resultado-solución Necesita operar con cantidades arbitrarias Dependencia de la forma (aspecto exterior) Manejo de continuo y discreto
Concepción Algebraica	Manejo de la misma expresión en diferentes escenarios Manejo de la literal Uso de los términos: variable, incógnita, parámetro

Concepción Operacional	Uso de mecanismos Método de resolución limitado a la aplicación de técnicas (despejes) Relación entre las propiedades y las técnicas Dominio de los procesos de resolución
Concepción Variacional	Idea de conjunto solución Idea de co-variación Concepción gráfico-visual Relación ecuación-función Cambio de registro semiótico de algebraico a gráfico-funcional
Elementos relativos al discurso	Reflexión acerca de las costumbres y convenciones Interpretaciones que se basan en el discurso
Relación ecuación-igualdad	Relación entre la naturaleza de la solución y la naturaleza de la ecuación Relación entre resolver y despejar Manejo de las propiedades de la igualdad Definición de ecuación y de solución Relación entre ecuación e igualdad Idea de ecuaciones equivalentes
Relación inecuación-desigualdad	Relación entre la naturaleza de la solución y la naturaleza de la inecuación Relación entre inecuación y desigualdad Presencia de actividades de acotamiento Presencia de actividades de comparación

Manejo de la relación de orden
Manejo de las propiedades de desigualdad
Idea de desigualdades equivalentes
Definición de inecuación y solución
Relación operacional entre inecuación y ecuación

En la tabla se detallan las problemáticas de referencia en relación a las respuestas de las parejas de trabajo.

Rubro	**Problemática de referencia**	**Cuántas parejas**	**Cuáles parejas**													
CONCEPCIÓN ARITMÉTICA	Idea de resultado-solución limitada (el significado del símbolo de igualdad es el valor que se le asigna a la x)	■■■□□□□□□□□□□□	1	2	3											
	Necesita operar con cantidades arbitrarias	■■■■■□□□□□□□□□		2						8	9A				12	13
	Forma (aspecto exterior) determina la equivalencia de ecuaciones	■■■□□□□□□□□□□□						6					10	11		
	No diferencia entre continuo y discreto	■□□□□□□□□□□□□□					5									
ALGEBRAICO	Considera la misma expresión en diferentes escenarios	■■■■■■■□□□□□□□	1					6			9A	9B	10	11	12	13
	Problemas con la	■■■■■■■■□□		2	3	4		6		8	9			1		1

	literal	□□□□									A			1		3
	Mal uso términos: variable, incógnita, parámetro	■■■■■■□□□□ □□□□					5	6	7	8		9B	10	11		
OPERACIONAL	Mecánico	■■■■■■■■■■ □□□□	1	2	3	4	5	6	7	8	9A	9B	10	11		
	Resolver es aplicar técnicas, o bien, *despejar*. (Si la solución es trivial no estamos resolviendo)	■■■■■■□□□□ □□□□	1				5	6	7	8				11		
	Las propiedades son técnicas	■□□□□□□□□□ □□□□								8						
	No domina los procesos para resolver inecuaciones	■■■□□□□□□□ □□□□						6			9A	9B				
VARIACIONAL	Idea de conjunto solución presente	■■■■■■■□□□ □□□□		2							9A	9B	10	11	12	13
	Idea de conjunto solución débil/confusa	■■■■■■■□□□ □□□□	1		3	4	5	6	7	8						
	Idea de co-variación (entre x y 3x) presente	■■■■□□□□□□ □□□□		2										11	12	13
	Idea de co-variación (entre x y 3x) ausente	■■■■■□□□□□ □□□□	1			4	5		7			9B				
	Idea de co-variación (entre x y 3x) confusa	■■■■■□□□□□ □□□□			3			6		8	9A		10			
	Concepción gráfico-visual	■□□□□□□□□□ □□□□					5									

	Confunde ecuación con función	■□□□□□□□□□ □□□□								8						
	Relaciona ecuación con función	■□□□□□□□□□ □□□□													1 2	
	Opera correctamente un cambio de registro semiótico de algebraico a gráfico-funcional	■■□□□□□□□□ □□□□											1 0		1 2	
DISCUR SO	Costumbre-convención	■■■■■■□□□□ □□□□	1	2	3		5		7						1 2	1 3
	x → ecuación → resolver	■■■■■■■■■■ ■■■■	1	2	3	4	5	6	7	8	9 A	9 B	1 0	1 1	1 2	1 3
	x → inecuación	■□□□□□□□□□ □□□□	1													
	x, y → variables/plano cartesiano	■■■■■■□□□□ □□□□			3	4							1 0	1 1	1 2	1 3
ECUACIÓ N – IGUALDA D	Naturaleza solución ≠ Naturaleza ecuación	■■■■■■■■□□ □□□□	1	2	3		5	6	7			9 B	1 0	1 1		
	Es ecuación sólo si hay que hacer pasos por resolver	■□□□□□□□□□ □□□□	1													
	Relaciona correctamente ecuación con solución	■□□□□□□□□□ □□□□													1 2	
	Resolver = Despejar	■□□□□□□□□□ □□□□	1													
	Sabe propiedades	■■■■■■■■■■	1	2	3	4	5		7	8	9	9	1	1	1	1

	igualdad	■■■□									A	B	0	1	2	3
	Las sabe revertir	■■■■■■■■■■ ■■□□	1	2		4	5		7	8	9 A		1 0	1 1	1 2	1 3
	Sabe definición ecuación (solución)	■■■■■■■■■■ □□□□	1	2	3	4	5				9 A		1 0	1 1	1 2	1 3
	Define de manera confusa	■■□□□□□□□□ □□□□						6	7							
	No sabe definir, reduce a puro procedimental (dejar sola la x)	■■□□□□□□□□ □□□□								8		9 B				
	No diferencia ecuación de igualdad. Está confuso	■■■■■■■■□□ □□□□		2		4		6	7	8			1 0	1 1		
	Relaciona ecuación con igualdad e identidad	■□□□□□□□□□ □□□□													1 2	
	Idea de ecuaciones equivalentes	■■■■■□□□□□ □□□□			3	4					9 A				1 2	1 3
	Idea de ecuaciones equivalentes confusa	■□□□□□□□□□ □□□□						6								
INECUACIÓN – DESIGUALDAD	Naturaleza solución ≠ Naturaleza inecuación	■■■■□□□□□□ □□□□	1	2						8				1 1		
	Naturaleza inecuación ≠ Naturaleza desigualdad	■■■■■□□□□□ □□□□	1	2	3		5							1 1		
	Es inecuación sólo si se hacen pasos, si no, sólo es desigualdad	■■□□□□□□□□ □□□□	1	2												

	No se distingue entre inecuación y desigualdad	■■□□□□□□□□ □□□□										9B	10			
	Acotar	■□□□□□□□□□ □□□□											10			
	Comparar															
	Relación de orden (saben qué se compara)	■■■■■■■■■■ ■■□□	1		3	4		6	7		9A	9B	10	11	12	13
	Confusa	■■□□□□□□□□ □□□□					5			8						
	Ausente	■□□□□□□□□□ □□□□		2												
	Basada en lo visual (> a la derecha de; < a la izquierda de	■■■■■■■■□□ □□□□	1		3		5	6	7			9B	10			13
	Propiedades desigualdad	■■■■■■■■■■ ■■■■	1	2	3	4	5	6	7	8	9A	9B	10	11	12	13
	Al revés	■■■■■■■■■■ ■■□□	1	2	3		5	6	7	8	9A		10	11	12	13
	Desigualdades equivalentes	■■□□□□□□□□ □□□□			3										12	13
	Confuso	■□□□□□□□□□ □□□□						6								
	Sabe definir qué es inecuación (solución)	■■■■■■■■■□ □□□□	1		3		5		7		9A		10	11	12	13
	Tiene ideas confusas acerca de qué es inecuación (solución)	■■■□□□□□□□ □□□□		2		4						9B				
	No sabe definir qué	■■□□□□□□□□						6		8						

	es inecuación (solución)	□□□□														
	Inecuaciones se pueden trabajar como ecuaciones: sólo hay que poner cuidado multiplicando por valores negativos.	■■■■□□□□□□ □□□□				4		6		8	9 A					

4.5. Análisis y discusión

4.5.1. Análisis

La naturaleza de nuestro análisis es de tipo cualitativo y consistirá en buscar en las declaraciones y producciones de los profesores aquellos elementos que se constituyen en evidencias que refuerzan nuestras hipótesis, a partir de nuestro marco socioepistemológico.

Varios docentes muestran que su concepción aritmética no ha evolucionado hacia una forma de pensamiento de tipo algebraico y/o variacional. Para ellos el símbolo de igualdad tiene como significado “tiene como resultado” o “se le asigna el valor”, necesitan operar con cantidades arbitrarias y no pueden generalizar, no diferencian entre continuo y discreto, etc.

Alrededor de la mitad de las parejas entrevistadas muestran que pueden interpretar una misma expresión en diferentes escenarios.

Se identifican confusiones en presencia de una literal y también se ocupan de manera impropia los términos *variable*, *incógnita*, *parámetro*.

La gran mayoría de los entrevistados enfrenta los problemas propuestos de manera mecánica.

Resuelve la ecuación:

$$\frac{3-x}{2} = 1 + \frac{2x-3}{5}.$$

Justifica todos los pasos de tu proceso de resolución.

$$\frac{3-x}{2} = 1 + \frac{2x-3}{5} \quad / \cdot 2$$
$$2\left(\frac{3-x}{2}\right) = 2\left(1 + \frac{2x-3}{5}\right)$$
$$3-x = 2 + \frac{2(2x-3)}{5}$$
$$3-x = 2 + \frac{4x-6}{5} \quad / \cdot 5$$
$$5(3-x) = 5\left(2 + \frac{4x-6}{5}\right)$$
$$15-5x = 10 + \frac{5(4x-6)}{5}$$
$$15-5x = 10 + 4x - 6$$
$$15-5x = 4x + 4 \quad / -4$$
$$15-4-5x = 4x+4-4$$
$$11-5x = 4x \quad / +5x$$
$$11-5x+5x = 4x+5x$$
$$11 = 9x \quad / \cdot \frac{1}{9}$$
$$\frac{11}{9} = x$$

Comentario del compañero:

El procedimiento es correcto lo que me confunde un poco y podría asimismo confundir a mis alumnos es la notación. Pero si llegamos a un acuerdo no habría problema

Por mi formación yo estoy acostumbrado a expresar la primera ecuación de otra manera.

Algunos llegan a afirmar que resolver coincide con aplicar una secuencia de técnicas lo que corresponde a la actividad de *despejar*. A este propósito resulta interesante observar cómo varios docentes afirman no resolver una ecuación cuando la solución de esta última es trivial. Para ellos, si no hay una secuencia de pasos por hacer (despeje), entonces no estás resolviendo aún si puedes decir cuál es la solución.

Ahora intenta representar por medio de un dibujo o de una gráfica la expresión $x+1=0$ sin resolverla previamente (en el caso de que la estés viendo como ecuación).
Aquí creo sin despejar el valor de *x*, que el valor de *x* es aquel que sumado a 1 da cero por lo tanto es la recta paralela al eje de las ordenadas en x= -1

Algunos docentes parecen no tener clara la naturaleza del conjunto solución de una inecuación y la gran mayoría no pueden establecer un ligamen de co-variación entre dos variables.

Sólo una pareja demuestra poseer una concepción gráfico-visual y también sólo una pareja pone en relación de manera adecuada los objeto matemáticos ecuación y función.

Dos parejas de docentes pueden operar correctamente un cambio de registro semiótico de algebraico a gráfico-funcional.

Relativo a la influencia del discurso de la escuela se puede observar que todos los docentes relacionan la presencia de la literal *x* con una ecuación y frente de una ecuación sienten la necesitad de resolverla. Otros también asocian la presencia de las literales *x* y *y* con la idea de variable y de plano cartesiano. Sin embargo, sólo la mitad de las parejas entrevistadas manifiesta estar consciente de la presencia de costumbres y convenciones que los llevan a interpretar de una determinada manera la simbología utilizada.

4. Cuando encuentras la expresión $2x - 1 = 3$:

   a. ¿En qué piensas? ¿Es una ecuación o una igualdad? ¿Por qué?

   b. ¿Qué haces? ¿Resuelves una ecuación o describes lo que lees?

a) Es una ecuación porque tiene una incógnita.

Muchos docentes consideran que la naturaleza de una solución es diferente de la naturaleza de la ecuación que la ha generado. Sólo los docentes de una pareja pueden relacionar correctamente el objeto ecuación con su solución.

5. Considera la igualdad $x = 2$.

¿Qué pasa si multiplicas ambos términos por cinco y luego a ambos términos le restas tres?

Se transforma en una ecuación, es decir, la igualdad quedaría 5x – 3 = 7, lo que es una ecuación.

4. Cuando encuentras la expresión $2x - 1 = 3$:

   a. ¿En qué piensas? ¿Es una ecuación o una igualdad? ¿Por qué?

a) Primero pienso en una ecuación que hay que resolver para la variable *x*, la cual va a dar una igualdad.

Casi todos los entrevistados conocen las propiedades de la igualdad y las pueden aplicar correctamente. La mayoría sabe definir qué es una ecuación pero hay quien parece estar confundido al respecto y quien, de plano, reduce la idea de resolver a un puro proceso (“dejar sola la *x*”).

Muchos no pueden diferenciar de manera clara una ecuación de una igualdad y pocos manifiestan tener una idea clara de qué son las ecuaciones equivalentes.

9. Considera la desigualdad $x < 1$.

¿Qué pasa si multiplico ambos miembros por 2? ¿Y si les resto 3?

Tendríamos una inecuación para la cual la solución vendría dada por el conjunto de valores menores que 1 que tomaría la variable X

9. Considera la desigualdad $x < 1$.

¿Qué pasa si multiplico ambos miembros por 2? ¿Y si les resto 3?

Tendríamos una inecuación para la cual la solución vendría dada por el conjunto de valores menores que 1 que tomaría la variable X

Varios entrevistados parecen confundir la naturaleza de la solución con la naturaleza de la inecuación que la ha generado.

Muchos no distinguen una inecuación de una desigualdad.

CHAT
2: ¿Una inecuación no es una desigualdad?
1: si una inecuación es una desigualdad, pero no toda desigualdad es una inecuación. La diferencia esta en que en una inecuación debes encontrar los valores de la incógnita que satisfacen la desigualdad. En esa expresión no tienes una incógnita, se deduce inmediatamente que x debe ser menor que 3.
2: Ah! comprendo, gracias por ilustrarme

La práctica de acotar sólo está presente para una de las parejas entrevistadas: en la respuesta, se ve con claridad cómo la desigualdad planteada se considera como expresión matemática de una situación en la que resulta necesario establecer una cota.

5. Expresa por medio de un enunciado la siguiente expresión: $6 < 3x < 12$.

¿Cuál es el papel de la literal *x*?

"Tres cajas con x plumones cada una, contienen más de 6 y menos de 12 en total".

El papel de x es de una variable, donde su triple está condicionado a estar entre dos valores.

Varios entre los encuestados tienen elementos de lo que es la práctica del comparar ya que establecen comparaciones por medio de la relación de orden que, para todos, se basa en lo visual.
La mayoría de los docentes muestra conocer las propiedades de la desigualdad y las puede aplicar coherentemente.

Casi todos definen correctamente qué es una inecuación y saben decir qué es una solución.

Cuatro de las parejas entrevistadas afirman explícitamente que las inecuaciones se pueden trabajar como ecuaciones: sólo hay que poner cuidado multiplicando por valores negativos.

4.5.2. Discusión

Desde el análisis hecho, pudimos confirmar las reflexiones que se hicieron a raíz de análisis de las entrevistas que nos sirvieron para validar nuestra secuencia y para ir construyendo nuestro protocolo de análisis.

En particular, pudimos observar lo siguiente:

- La mayoría de los profesores entrevistados tiene un enfoque procedimental.

- No se percibe en las respuestas y diálogos de los profesores un trabajo específico sobre estos dos objetos y tampoco reflejan haberlo tenido en su formación profesional.

- La inecuación se relaciona impropiamente con la ecuación; es decir, se maneja la inecuación como una ecuación “especial” que sigue “más o menos” las mismas reglas.

- Aislamiento de la inecuación que no se relaciona con la desigualdad.

- La desigualdad es ausente: sólo está ligada a la idea de comparación entre números (relación de orden).

- Ausencia de prácticas[2] intencionales, como lo son las prácticas de comparar y de acotar, que puedan aportar significado a los objetos matemáticos que se manipulan. La comparación es una técnica adquirida pero raramente alcanza al estatus de práctica.

- Fuerte presencia de prácticas de uso limitadas a la simbología, que se puede entender como una fuerte influencia del discurso escolar.

- Presencia inequívoca de convenciones (*x* es una incógnita, *x* y *y* indican que estamos en el plano cartesiano, etc.) de las que algunos de los entrevistados tienen consciencia.

- Centración de lo algebraico a técnicas para resolver adecuadamente.

[2] En el sentido de prácticas de referencia.

Capítulo V

Conclusiones

En matemáticas según hemos mostrado, se pueden detectar prácticas y construcciones conceptuales relacionadas con el comparar y el acotar, que constituyen objetos y herramientas matemáticas, cuales son las desigualdades y las inecuaciones, que permiten la constitución de otros objetos matemáticos.

Sin embargo, con base en las pocas investigaciones de corte histórico que pudimos revisar (Bagni, 2005, 2008), nos parece poder afirmar que, a lo largo de muchos siglos, no se percibió la necesidad de implementar técnicas para manipular expresiones que surgen del planteamiento de una desigualdad.

Así que podemos afirmar que la desigualdad, junto con sus prácticas, siempre ha estado presente al seno de las matemáticas. Por lo contrario, de la inecuación así como hoy la conocemos, encontramos algunas huellas claras sólo a partir del siglo pasado.

Sin embargo, como pudimos observar, la escuela ha enfatizado el papel de la inecuación, dejando a un lado la desigualdad y sus prácticas.

Nos hemos preguntado el por qué de dicha situación y para contestar esta pregunta, hemos ido considerando vario aspectos, a saber:

- la matemática: a través de varios textos y de los profesionales de la matemática (no los profesores);

- el *curriculum* y los libros de texto;

- los profesores.

A través de un excurso en la matemática, hemos podido conocer algo acerca de la epistemología de la desigualdad. Vimos cómo la desigualdad se considera un objeto importante ya que permite llevar a cabo ciertas prácticas –como lo son las actividades de comparar y de acotar– las que son instrumentos imprescindibles para hacer matemáticas: establecer propiedades y definiciones, demostrar teoremas, etc. En este contexto, la inecuación juega el papel de instrumento ya que se trata de una técnica que permite manipular desigualdades.

Desde el examen de los *curricula* y de algunos libros de texto pudimos ver algunos rasgos del discurso de la escuela que ha dejado a un lado aquellas prácticas de referencia, como lo son las prácticas de comparar y de acotar, que puedan otorgarle significado a los objetos matemáticos que se manipulan. Desde aquí, pudimos darnos cuenta de cómo la desigualdad haya quedado rezagada y de cómo, en su lugar, la inecuación –es decir, una técnica– haya tomado un papel protagónico.

Finalmente pudimos ver cómo lo que la escuela comunica a través del *curriculum* y de los libros de texto, ha ido influyendo en las actividades de los profesores, hasta determinar una nueva epistemología en la que se observa el predominio de las técnicas y la ausencia de elementos clave cuales son las prácticas de ordenamiento (comparar) y de acotamiento.

Con raíz en nuestros estudios, nos parece por lo tanto de poder afirmar que son dos los elementos que han propiciado el dominio de la inecuación sobre la desigualdad.

A saber:

- En el siglo pasado se le dio un gran impulso a la matemática aplicada pues en aquellos años nacían la investigación de operaciones y la programación lineal. En estos contextos la desigualdad juega un papel muy importante a pesar de que, como nos recuerda Bagni (2008), en su quehacer, por lo general, los matemáticos expresaban los problemas por medio de ecuaciones por resolver y luego, por medio de desigualdades, fijaban las condiciones para las soluciones de dichas ecuaciones. Además, en la historia y en la práctica didáctica, muy frecuentemente se reconducía la resolución de una inecuación a la resolución de la ecuación asociada pues, en el contexto social y cultural, la "solución concreta" siempre había sido considerada como mucho más importante de un abstracto "campo de posibilidades". (Bagni, 2008).

  Esta postura propició que muchos problemas de desigualdad que pertenecen al ámbito de las matemáticas aplicadas, se resuelvan como problemas de igualdad utilizando ecuaciones, para, en un segundo momento interpretar su solución en el contexto de la desigualdad: estas situaciones son las que hemos definido "falsos problemas".

- Desde aproximadamente la mitad del siglo XIX, el Cálculo y el Análisis Matemático empezaron a tomar la forma que hoy en día conocemos. Cauchy en los años ‘20 del siglo XIX publicó sus famosos tratados –*Cours d'analyse de l'École Polytechnique* (1821), *Le Calcul infinitésimal* (1823), *Leçons sur les applications de calcul infinitésimal*. *La géométrie* (1826–1828)– en los que fue sistematizando todos los grandes descubrimientos de sus predecesores alrededor de los conceptos de límites y de continuidad, utilizando un formalismo muy riguroso.

  Como pudimos ver en el capítulo II de nuestra tesis, la desigualdad es un concepto imprescindible para trabajar con límites ya que se sitúa al nivel de la misma definición de dicho objeto matemático. Además, en este contexto se precisa poder operar con desigualdades y se hace por lo tanto necesario poseer técnicas que permitan resolver inecuaciones.

  Siempre en el mismo contexto del cálculo, así como se fue estructurando en las prácticas didácticas, la inecuación resultó ser una herramienta imprescindible para la determinación del dominio de una función y del signo de una función (en particular acostumbramos determinar el signo de la función derivada para conocer la monotonía de la función primitiva).

En este contexto la escuela se ha ido preocupando de proveer a sus estudiantes las herramientas técnicas que algún día les habrían permitido acceder al estudio del Cálculo.

Esta elección se fue consolidando a lo largo de las décadas y, a pesar de las diferencias propias de las tradiciones americana y europea, podemos afirmar que el resultado ha sido el mismo: la inecuación ha quedado aislada, alejada de la desigualdad y reducida a unas cuantas técnicas operacionales a las que la escuela les da mucho o poco espacio en el *curriculum*.

Sin embargo, esta situación ha propiciado que la inecuación se asocie impropiamente a la ecuación. Un poco a causa de los “falsos problemas” que se proponen sin una reflexión adecuada, y un poco por el fenómeno del “fantasma de la ecuación” del que nos hablan Bazzini y Tsamir (2002b). Es por ello que, muy frecuentemente, la inecuación se maneja como una técnica operacional que se manipula como aquel objeto formalmente parecido que es la ecuación. A este propósito resulta interesante observar cómo todo esto demuestre la falta de una reflexión seria acerca del papel que juegan los objetos matemáticos igualdad y desigualdad, lo que se deriva de la ausencia de prácticas que puedan otorgarles un sentido a dichos objetos.

5.1. Hacia una resignificación

Como hemos visto, la desigualdad ha perdido contenido desde el punto de vista epistemológico, porque aquellas prácticas que le dan sentido –acotación y comparación– han ido desapareciendo para deslizarse a lo que solamente es una técnica. De tal manera el contenido epistemológico propio del objeto desigualdad desaparece para dar lugar a otra epistemología que es la operacional, propia del objeto matemático inecuación. En esta nueva epistemología se evidencia una tendencia a prescindir de cualquier asunto de orden, que es lo que permite establecer una desigualdad sobre un conjunto.

Una consecuencia de esta situación que ha ido afectando considerablemente la posibilidad que los estudiantes aprendan a resolver correctamente las inecuaciones (estamos hablando del plano de lo cognitivo), consiste en el consolidarse de una tradición que ve la inecuación como una “hermana” de la ecuación: un objeto parecido a la ecuación que se resuelve “casi” de la misma manera.

Gracias al enfoque socioepistemológico propio de nuestra investigación, hemos podido investigar las causas de esta situación a través de un estudio sistémico que ha considerado las cuatro componentes fundamentales de la construcción del conocimiento matemático: la componente epistemológica, la componente sociocultural y los planos de lo didáctico y de lo cognitivo.

De tal manera, todos los elementos que hemos estado paulatinamente investigando nos indican los elementos clave para poder pensar en una resignificación de los objetos matemáticos desigualdad e inecuación.

Antes que nada será necesario devolverle a la inecuación su relación con la desigualdad y a la desigualdad las prácticas que le confieren el estatus de objeto necesario al seno de las matemáticas.

Por supuesto, lo que estamos proponiendo no es algo banal ya que pide llevar al aula dichas prácticas. Se tratará por lo tanto de ir construyendo actividades que permitan al estudiante manejar situaciones de desigualdad las que, a su vez, necesitarán de herramientas aptas al manejo de dichas desigualdades, es decir, las inecuaciones.

Este trabajo –que constituirá la próxima etapa de nuestra investigación– pide una seria reflexión acerca del *curriculum* tanto de álgebra como de cálculo. Esto porque será necesario ver a cuáles actividades en el ámbito del cálculo subyace una situación de desigualdad que necesita del uso de la inecuación y buscar aquellas prácticas que le otorgan un significado. Sucesivamente se podrá finalmente regresar al álgebra donde se deberá de llevar a cabo el proceso de resignificación de la inecuación y de la desigualdad.

Todo esto nos obligará a romper con aquel elemento propio del discurso matemático escolar que acostumbra reducir todo al aspecto técnico dejando a un lado las prácticas que dichas técnicas han producido.

Este trabajo deberá de desarrollarse considerando la dialéctica que inevitablemente se produce entre inecuación y ecuación, para llevarla al plano de la igualdad y de la desigualdad.

De esta manera los alumnos manejarán al mismo tiempo situaciones de igualdad y de desigualdad e irán construyendo modelos diferentes para que puedan ser ellos mismos a darse cuenta de necesitar diferentes técnicas para resolverlos.

Bibliografía

Arrieta, 2003. *Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula*. Tesis doctoral no publicada. CINVESTAV, México, D.F., México.

Arzarello, F. Bazzini, L. Chiappini, G. (1993): Cognitive processes in algebraic thinking: towards a theoretical framework. En *Proceedings of PME 27*, (pp. 138-145). Tsukuba, Japan.

Ayra, J. & Lardner, R. (1994). *Matemáticas Aplicadas*. III edición. México: Prentice Hall.

Bagni, G. T., (2005). Equazioni e disequazioni. Riferimenti storici e proprietà internazionali. En *La matematica e la sua didattica*, 3, 285-296.

Bagni, G.T. (2008). Equazioni e disequazioni dalla storia alla didattica della matematica. En Bazzini, L. (Ed.), *Atti del Seminario Franco Italiano di Didattica dell'Algebra*, VI, (SFIDA 21, 22, 23, 24, 25) (pp. 53–64). Dipartimento di Matematica, Università degli Studi di Torino, Torino, Italia.

Bails, B. (1775). *Elementos de matemática*.

Baldor, A. (2004). *Álgebra*. XXI edición. México: Cultural.

Barbosa, K. (2003). La enseñanza de inecuaciones desde el punto de vista de la teoría APOE. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. 6 (3), 199-219.

Barbosa, K. (2006). *Inecuaciones: Un Análisis en las Construcciones Mentales de los Universitarios*. Tesis de doctorado no publicada. CICATA-IPN, México.

Barnett, R., Ziegler,M., Byleen, K. (1999). *Álgebra*. VI edición. México: Mc Graw Hill

Battelli, M. (1995). *Corso di matematica sperimentale e laboratorio*. Italia: Le Monnier.

Bazzini, L. (1995), Equazioni e disequazioni: riflessioni sul concetto di equivalenza. En Bazzini, L. (Ed.), *La didattica dell'Algebra nella scuola secondaria superiore, Atti del V Convegno Internuclei per la scuola secondaria superiore*. (pp. 44-53). Pavia, Italia.

Bazzini, L. (1997). Riflessioni didattiche sul concetto di equivalenza per equazioni e disequazioni. En J. Philippe & M. Laurel (Eds.), *Actes de Seminaires-SFIDA X* (pp. 39-43). (Vol. III)-l'IREM de Nice, France.

Bazzini, L. (1999). Disequazioni : il ruolo del segno. En J. Philippe & M. Laurel (Eds.), *Actes de Seminaires-SFIDA XII* (pp. 7-12). (Vol. III)-l'IREM de Nice, France.

Bazzini, L., Boero, P., Garuti, R. (2001). Algebraic expressions and the activation of senses. En Jarmila Novotná (Ed.) *Proceedings of European Research in Mathematics Education*. II. Prague, República Checa.

Bazzini, L., Tsamir, P. (2001) Research bases instruction: widening students' perspective when dealing with inequalities. En *Proceedings of the 12th ICMI Study: "The future of teaching and learning algebra"*. Vol 1 (61- 68). Melbourne, Australia.

Bazzini, L., Tsamir, P. (2002a) Le disequazioni tra procedure e relazioni: uno studio comparativo su studenti italiani e israeliani. *L'Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate*, vol. 25 B, n.3

Bazzini, L., Tsamir, P. (2002b). Teaching implications deriving from a comparative study on the instruction of algebraic inequalities. En *Proceedings of CIEAEM 54*. Vilanova y la Gertrue, España.

Bazzini, L., Tsamir, P. (2003) Connection between theroy and research findings: the case of inequalities. En *Proceedings of Congress of European Research in Mathematical Education*. III. Bellaria, Italia.

Bello Gómez, A. (1958). *Segundo curso de matemáticas para escuelas de segunda enseñanza*

Boero, P., & Bazzini, L. (2004). Inequalities in mathematics education: the need for complementary perspectives. En *Proceedings of PME28*. (Vol. I). (pp. 139-143). Bergen, Noriega.

Boero, P., Bazzini, L., Garuti, R. (2001). Metaphors in teaching and learning mathematics: a case study concerning inequalities. En *Proceedings of PME25*. (pp. 185-192). (Vol. 2) Utrecht, Holanda.

Boero, P. (1997). Inéquations: aspects didactiques, épistémologiques et cognitifs. En J. Philippe & M. Laurel (Eds.), *Actes de Seminaires-SFIDA X* (pp. 3-7). (Vol. III)-l'IREM de Nice, France.

Boero, P. (1998). Inéquations: pour une recherche pluridisciplinaire. En J. Philippe & M. Laurel (Eds.), *Actes de Seminaires-SFIDA XI* (pp. 47-51). (Vol. III)-l'IREM de Nice, France.

Boero, P. & Garauti, R. (1999). Les inéquations fonctionelles : lieu de développement et d'étude de la maîtrise des fonctions. En J. Philippe & M. Laurel (Eds.), *Actes de Seminaires-SFIDA XII* (pp. 3-6). (Vol. III)-l'IREM de Nice, France.

Boero et al., 2000

Borel, E. (1965). *Álgebra elemental*. (Ed.) Subsecretaría de enseñanzas técnica y superior. Instituto Politécnico Nacional. México: Patronato de Publicaciones.

Borello, M. (2007). *Relación entre las concepciones del maestro y el aprendizaje de los alumnos en el caso de las desigualdades. Un estado del arte*. Tesis de maestría no publicada, Cicata, IPN, México, D.F., México.

Borello, M. (2008). Borello, M., Farfán, R.M., Lezama, J. (2008). Relazione tra le concezioni e le idee del docente e l'apprendimento dell'allievo nel caso delle disequazioni. Lo stato dell'arte. *La matematica e la sua didattica*, 22 (3), 331-361. Bologna, Italia: Pitagora.

Bravo, A., Rincón, H., Rincón, C. (2006). *Algebra superior*. México: Universidad Nacional Autónoma de México. Facultad de Ciencias.

Buendía, G. (2004). *Una epistemología del aspecto periódico de las funciones en un marco de prácticas sociales*. Tesis doctoral no publicada. CINVESTAV, México, D.F., México.

Buendía, G. (2006). Una socioepistemología del aspecto periódico de las funciones. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. 9(2) 227-251

Bulajich, R., Gómez, J. A., Valdez, R. (2005). *Desigualdades*. México: UNAM-Instituto de Matemáticas

Cajori, F. (1993). *A history of mathematical notations*. New York: Dover Publications Inc.

Campos, T. Giusti V.H. (2008). Inequations resolutions: a functional graphic approach En *Proccedings ICME 11*. Monterrey, México.

Cantoral, R. (2007). Aproximación socioepistemológica a la investigación en Matemática Educativa. En *Resúmenes de la XX I Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*, Clame: Maracaibo, Venezuela. 3 - 4 pp.

Cantoral, R. & Farfán, R. M. (2003). Matemática educativa: una visión de su evolución. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. 6 (1), 27-40.

Carrera, B. Mazzarella, C. (2001). Vygotzky: enfoque sociocultural. *Educere*. 5(13), 41-44

Castañeda, A., Molina, G., Rosas, A. (2008). El Discurso del aula, un análisis sobre su naturaleza y su metodología de estudio. En XXX.

Castañeda, A., Molina, G., Rosas, A. (2009). El discurso matemático escolar de los logaritmosen libros de texto. En XXX.

Castañeda, 2009 diálogo

Comberousse, C. (1915). *Curso de matemáticas*

Contreras, M. (1900). *Tratado de álgebra elemental: escrito para uso de los alumnos de la Escuela Nacional Preparatoria*.

Cordero, F. (1998). El entendimiento de algunas categorías del conocimiento del cálculo y análisis: el caso de comportamiento tendencial de las funciones. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. 1(1) 56-74

Cordero, F. (2001). La distinción entre construcciones del Cáculo. Una epistemología a través de la actividad humana. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. 4(2), 103-128

Cordero, F. (2003). Lo social en el conocimiento matemático: reconstrucción de argumentos y significados. En *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. 16(1). 73-78

Cordero, F. (2005). La socioepistemología en la graficación del discurso matemático escolar. En *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 18, 477-482.

Cordero, F., Flores, R. (2007). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio sociepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. En *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. 10(1), 7-38.

Cordero, F., Parra, T. (2009). Resignificación de la derivada en la ingeniería por medio de la concepción lagrangiana. En R. Cantoral, Fasanelli, F., A. Garciadiego, B. Stein, C. Tzanakis (Eds). *Proceedings of HPM 2008, The satellite meeting of ICME 11*. Ciudad de México, México.

Covián, O. (2005). *El papel del conocimiento matemático en la construcción de la vivienda tradicional: El caso de la Cultura Maya*. Tesis de maestría no publicada. CINVESTAV, México, D.F., México.

Cruse, A. B., Lehman, M. (1982). *Lecciones de Cálculo*. México: Fondo Educativo Interamericano.

del Raso, B. (1906). *Tratado de las operaciones superiores de la aritmética aplicadas estrictamente a los cálculos matemáticos*.

De Oteyeza E., Hernández C., Lam E. (1996). *Álgebra*. México: Pearson Educación.

Domínguez, I. (2003). *La resignificación de lo asintótico en una aproximación socioepistemológica. Tesis de maestría no publicada*. CINVESTAV. México.

Farfán, R. M. (2000). *Un estudio de funciones pretextando la resolución de desigualdades*. En Cantoral R. et al., Desarrollo del pensamiento matemático. México: Trillas.

Farfán, R. M. (2002). Matemática Educativa: un camino entre filiaciones y rupturas. En Delgado Rubí J. M. (Ed) *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. Vol. 16. Tomo 1. Chile, Lorena Impresiones (pp. 5-10).

Farfán, R. M.; Albert, A. (1997). *Un acercamiento gráfico a la resolución de desigualdades*. México: Grupo Editorial Iberoamérica (Cuadernos Didácticos, Vol. 3).

Ferrari, M. (2008). *Un acercamiento socioepistemológico a lo logarítmico: de multiplicar-sumando a una primitiva*. Tesis doctoral no publicada. CINVESTAV, México, D.F., México.

Gallo y Battú (1997). Quali modelli e controlli intervengono laborando su disequazioni?. En J. Philippe & M. Laurel (Eds.), *Actes de Seminaires-SFIDA X* (pp. 25-37). (Vol. III)-l'IREM de Nice, France.

Gambotto Manzone, A. M. (1992). *Matematica per ragionieri programmatori.* Italia: Tramontana.

Haeussler, P. (2003). *Matemáticas para administración y economía*. Decima edición. México: Pearson.

Karelin, O., Rondero, C., Trasenko, A. (2008). *Desigualdades. Métodos de cálculo no tradicionales*. México: Díaz de Santos.

C. Kieran. (2004). The equation / inequality connection in constructing meaning for inequality situations. En *Proceedings of PME28*, Bergen, Noriega, Vol. I, 143-147.

Kilpatric, J., Hoyles, C., Skovmose, O. Valero, P., et al. (2005). *Meaning in mathematics education*. Springer.

Klein, F. (1948). *Aritmética y Álgebra*. Segunda Edición. Buenos Aires: Ibero-Americana.

Macotela, S.; Flores, R. & Seda, I. (2001). Las Creencias de Docentes Mexicanos sobre el Papel de la Escuela y del Maestro. *OEI - Revista Iberoamericana de Educación* [http://www.oie.es/revista.htm -julio 2001, 8].

Labinowicz, E. (1998). *Introducción a Piaget. Pensamiento, aprendizaje, enseñanza*. México: Pearson Education.

Malara, N. A. (2000)

Malara, N. A.; Brandoli, M. T. & Fiori, C. (1999). Comportamenti di studenti in ingresso all'universitá di fronte allo studio de disequazioni. En J. Philippe & M. Laurel (Eds.), *Actes de Seminaires-SFIDA XII* (pp. 13-28). (Vol. III)-l'IREM de Nice, France .

Mingüer, L. M. (2006). *Entorno Sociocultural y Cultura Matemática en Profesores del Nivel Superior de Educación. Estudio de Caso en el Instituto Tecnológico de Oaxaca. Una Aproximación Socioepistemológica*. Tesis doctoral no publicada. CINVESTAV, México, D.F., México.

Montiel, G. (2005a). *Estudio socioepistemológico de la función trigonométrica*. Tesis doctoral no publicada. CICATA-IPN, México, D.F., México.

Montiel, G. (2005). Interacciones en un escenario en línea. El papel de la socioepistemología en la resignificación del concepto de derivada. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. 8(2), 219-325.

Montiel, G. (2006). Construcción Social de la Función Trigonométrica. En *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (Volumen 19, 818 - 823). México: Clame, A. C

Montiel, G., Zatti, M. (2007). Resignificando el concepto de función lineal en una experiencia de educación a distancia. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias* 3(2), 12-26.

Morales, A (2009). *Resignificación de la Serie de Taylor en una situación de modelación del movimiento: de la predicción del movimiento a la analiticidad de las funciones*. Tesis de doctorado no publicada. CICATA-IPN. México

Niven I. (1981). *Maxima and minima without calculus*. USA: The mathematical Association of America.

O'Daffer, P., Clernens, S., Charles, R. (1998). *Introducción al Álgebra*. México: Pearson Education.

Potápov, M., Alexándrov, Y., Pasichenko, P. (1986). *Álgebra y análisis de funciones elementales*. Moscú: Editorial Mir.

Ramírez, A. I (2002). *Sistemas de ecuaciones y de desigualdades*. México: UNAM-Instituto de Matemáticas

Rees, P, Sparks, F. (1998). *Álgebra*. México: Reverté Ediciones.

Sackur, C. (2004). Problems related to the use of graphs in solving inequalities. En *Proceedings of PME28*, Vol. I, (pp. 148-151). Bergen, Noriega.

Sobel Lerner (2004). *Precálculo*. Quinta edición. Pearson

Thompson, A. (1992). Teacher beliefs and conceptions: a synthesis of the research. En *D. A. Grows. Handbook of Research of Mathematic Teaching and Learning.* Mac Millan Publishing Co, New York

Silva, J. M.& Lazo, A. (2005). *Fundamentos de Matemáticas*. VI edición. México: Limusa.

Steel, J. M. (2004). *The Cauchy-Schwartz master class. An introduction to the art of Mathematical Inequalities*. Cambridge University Press

Vallin y Bustillo, Acisclo F.(1887). *Elementos de matemáticas.Curso de matemáticas publicado para el uso de los alumnos del Colegio Militar de la República*.

Vallejo, J.(1817). *Tratado elemental de matemáticas. (Escrito de orden de SM para uso de los caballeros seminaristas del Seminario de nobles de Madrid y demás casas de educación del reino)*.

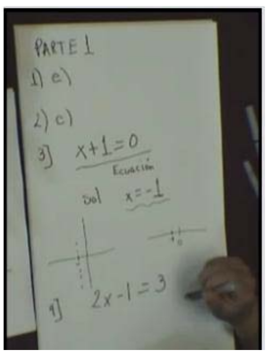
Vallejo, J. (1849). *Compendio de Matemáticas puras y mixtas. Tomo primero. Para uso de los colegios de la América*. Paris.

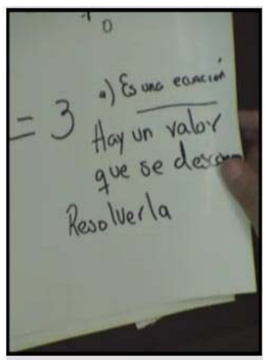
http://www.reformasecundaria.sep.gob.mx/matematicas/programa.html

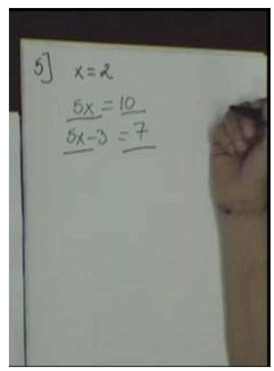
Anexos

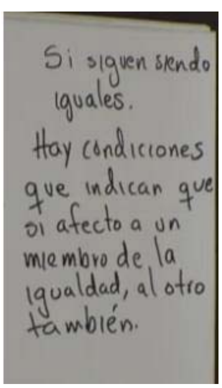
Anexo 1

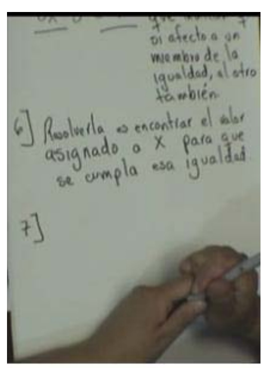
Imágenes de la entrevista a la profesora (P)

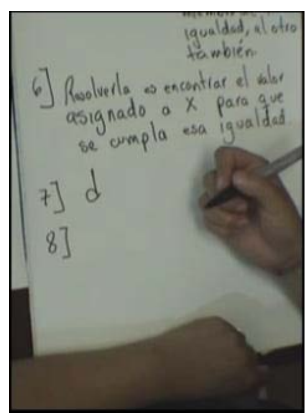


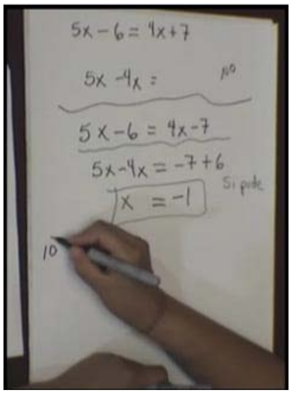


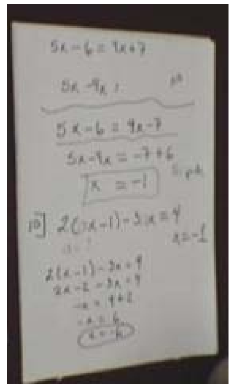


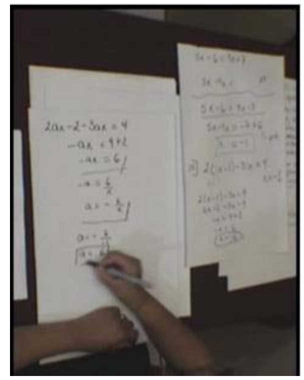


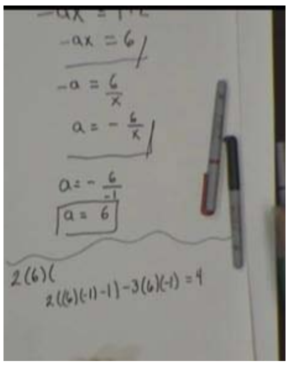


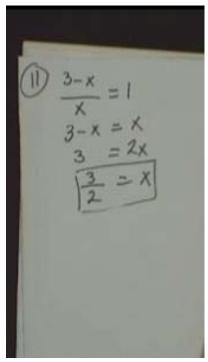


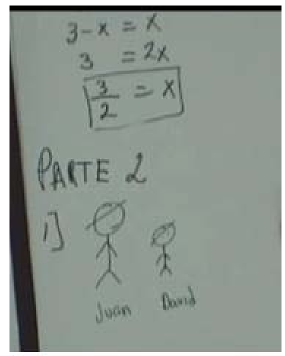

5x − 6 = 4x+7
5x − 4x =
5x − 6 = 4x − 7
5x − 4x = −7+6
x = −1
Si pude
10

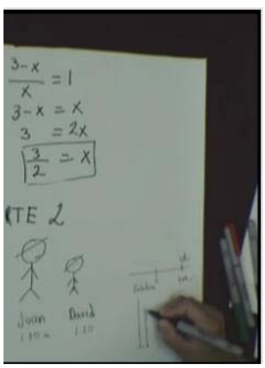


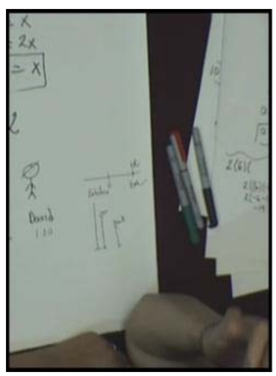


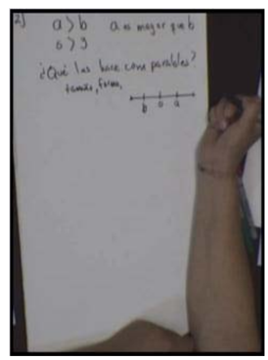

−ax = 6
−a = 6/x
a = −6/x
a = −6/−1
a = 6
2(6)(
2((6)(−1)−1)−3(6)(−1) = 4

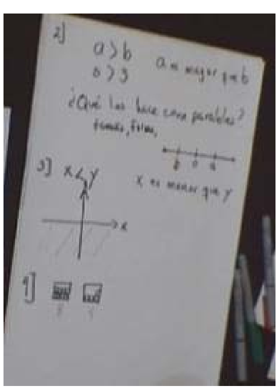

11
(3 − x)/x = 1
3 − x = x
3 = 2x
3/2 = x

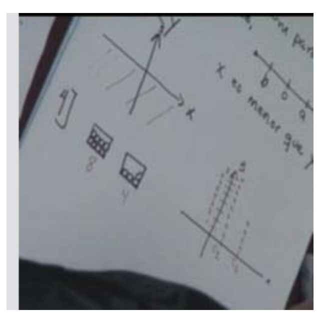

3 − x = x
3 = 2x
3/2 = x
PARTE 2
1]
Juan
David

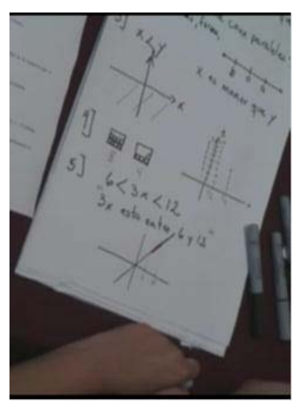


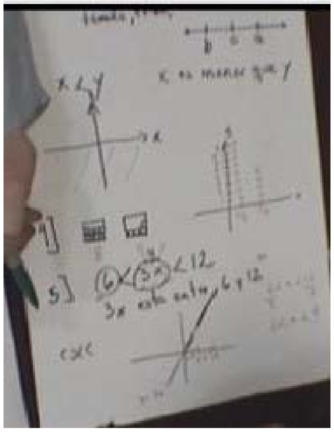


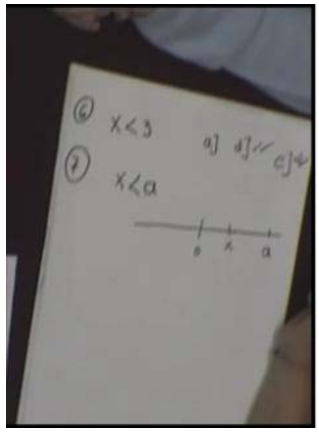

a > b
b > 3

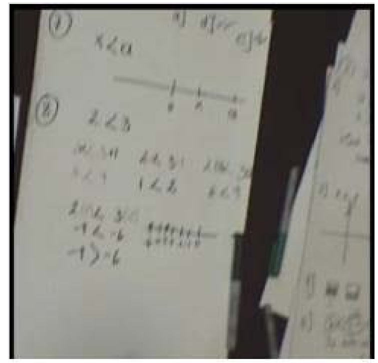

2]
a > b
b > 3
3] x < y
x es menor que y
4]

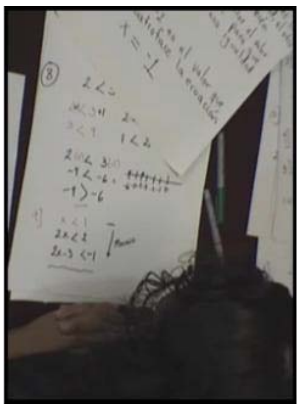

x es menor que y

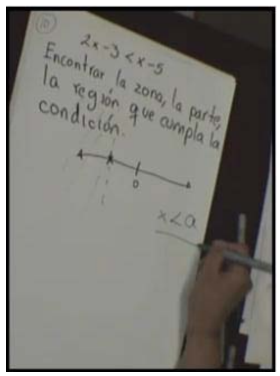

5]
6 < 3x < 12

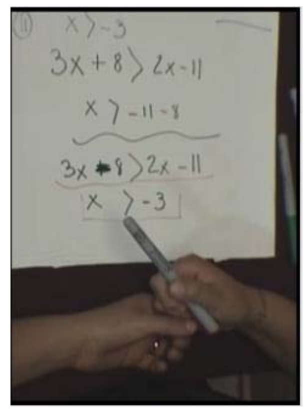


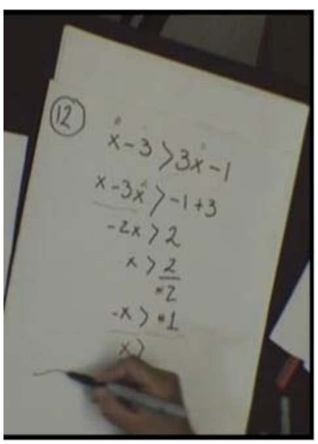

x<3
x<a

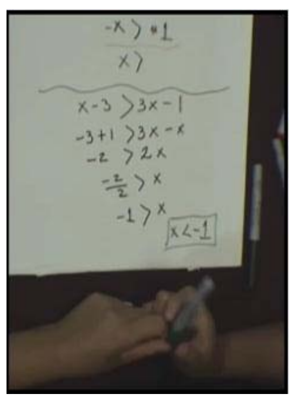


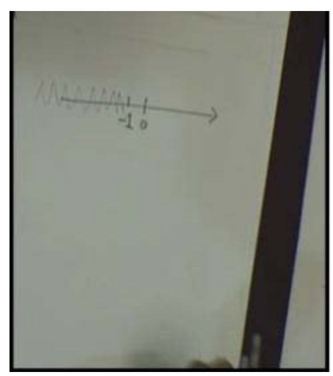


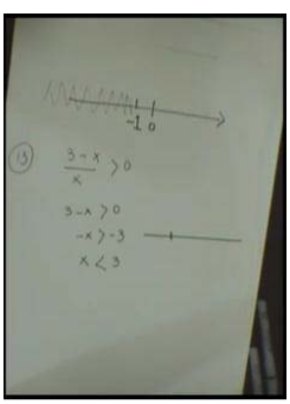

2x-3<x-5
Encontrar la zona, la parte, la región que cumpla la condición.
x<a

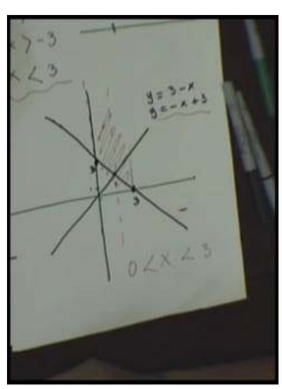

x>-3
3x+8>2x-11
x>-11-8
3x+8>2x-11
x>-3


x-3>3x-1
x-3x>-1+3
-2x>2


x-3>3x-1
-3+1>3x-x
-2>2x
-1>x
x<-1


-1 0


-1 0
3-x>0
-x>-3
x<3


y=3-x
y=-x+3
0<x<3

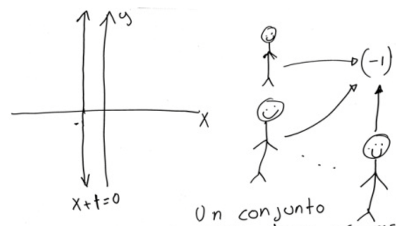
Anexo 2

Imágenes de la entrevista al estudiante (E)

PARTE 1.

1) Todas las soluciones ecepto la numero 3

2) El valor de la variable x se le asigna una constante "a". ; Todas las respuestas anteriores pero con el valor de "a".



Un conjunto de niños dicen números aleatoriamente pero da la casualidad que siempre es −1 (menos uno)

a. En una ecuacion; Estoy acostumbrado a encontrar el valor de una incognita.

b. Resuelvo la ecuacion paso a paso siguiendo los metodos que ya conosco.

5) a NO altero la igualdad cuando realizo esas Operaciones.

b. NO REALMENTE. PORQUE ENTRE ELLOS SON IGUALES PERO SON DIFERENTES CON LA EXPRECIÓN ORIGINAL QUE TENIA.

6) Encontrarle un valor a la variable "x" de tal manera que lo que se describe ahi como igualdad se cumpla.

7) Solución (d) Aplicar 1

8) Que los números aparecen exclusivamente en un lado de la igualdad y las variables en el otro con coeficiente 1 y exponente 1

9)

$X = -1$

$(X+1)^2 = (-1+1)^2$

$(X+1)^2 = 0$

$5(X+1)^2 = 5 \cdot 0$

$(x)^2 = (2)^2$

$x^2 = 4$

10)

$2(ax-1) - 3ax = 4$ $\qquad X = -1$

$2ax - 2 - 3ax = 4$

$-ax = 6$

$ax = -6$

$X = \underbrace{\frac{-6}{a} = -1}$

$(-1)\left(-\frac{6}{a}\right) = (-1)(-1)$

$a = 6$ $\qquad a\left(\frac{6}{a}\right) = (1)\,a$

11)

$X\left(\frac{3-X}{X}\right) = (1)\,X$

$3 - x = X$

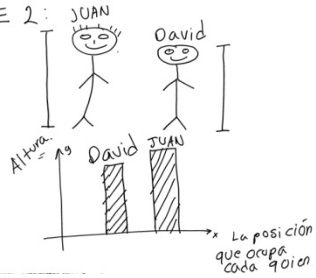
$+X + 3 - x = X + X$

$\frac{3}{2} = \frac{2X}{2}$

$3/2 = X$

PARTE 2:

1)



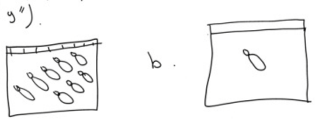
2) a. El valor de un número "a" (el primero que elijamos) tiene que ser mas grande que el número "b" (el segundo número elejido)

b. Dos números cualesquiera.

a b

3) Semejante a la pregunta anterior solo que el primer número a elegir ("x") tiene que ser mas pequeño al segundo numero ("y").

4) a



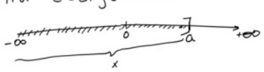
5) $6 < 3x < 12$

a. Para algun numero que tomemo y lo coloquemos en lugar de la variable x, 3x tiene que pasarse de 6 pero no llegar al 12.

b. Una variable que puede tomar cualquier valor siempre y cuando cumpla con los parametros dichos en el inciso anterior

6) Todas.

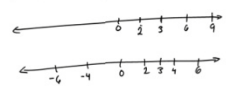
7) Una desigualdad.



8) a. No pasa nada, se sigue compliendo la desigualdad.

b. Al multiplicar por 3 los valores incrementos pero se sigue compliendo la desigualdad

aunque cuando multiplicamos por menos dos (-2) El valor representado se sigue cumpliendo pero cuando observamos el signo nos damos cuenta en una linea que ahora el mas grande (valor con signo) esta mas alejado del cero a la izquierda.



9) $2x < 2(1)$

NO CAMBIARIA EN NADA EN EL SENTIDO DE LA DESIGUALDAD.

$2x - 3 < 2(1) - 3$

AUN SE SEGUIRIA CUMPLIENDO LA DESIGUAL, ES DECIR NO LA ALTERAMOS

10) Encontrar todos los valores de x para los cuales la inecuacion se cumple

11) $x > -3$

$x + 3 > -3 + 3$

$4(x+3) > (0) \cdot 4$

$-2 \cdot 4(x+3) < 4 \cdot 0 \cdot (-2)$

12) $x - 3 > 3x - 1$

$x - 3 - x > 3x - 1 - x$

$+1 - 3 > 2x - 1 + 1$

$\frac{-2}{+2} > \frac{2x}{+2}$ $\quad -1 > x$

13) $\frac{3-x}{x} > 0$

$\frac{3}{x} - \frac{x}{x} > 0$ $\quad x < 0$, $x > 3$

$+1 \; \frac{3}{x} - 1 > 0 + 1$ $\quad 3 < x$

$x\left(\frac{3}{x}\right) > (1)x$ $\quad x\left(\frac{3}{x}\right) < (1)x \quad x < 0$

$\boxed{3 > x}$ $\quad 3 < x$

Para Valores de x positivos

Para Valores de x negativos

$\boxed{0 < x < 3}$ $\quad x > 0$, $x < 3$

Anexo 3

Resolución secuencia y comentarios parejas grupos A y B

Pareja 1

Parte 1

1. La expresión $x = 3$ representa:

a. la sol de una ecuación cuya incógnita es x

b. el establecimiento del valor de la literal x

c. la cantidad de elementos de un conjunto que contiene tres manzanas

d. el punto 3 sobre el eje cartesiano de las abscisas

e. la variable x a la que se le asigna la valor 3

f. el hecho que x no puede tomar ningún valor distinto de 3

Justifica tu (tus) elecciones.

La alternativa b, puesto que se establece que el valor de de x

También la alternativa e, puesto que a una variable se le puede asignar un valor.

La alternativa f, ya que x también puede ser una constante.

Comentario:

Yo considero en este caso que todas las respuestas son correctas.

2. ¿Qué representa la expresión? $x = a$ ¿Puedes representarla con algunas de las respuestas que se proponen para la pregunta 1?

Justifica tu (tus) elecciones.

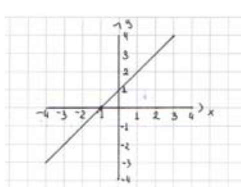
Que el valor de x es igual a "a". Si, puedo representarla con las mismas alternativas descritas en la pregunta 1.

Comentario:

Considero que cumple con las respuestas de la pregunta 1, sustituyendo 3 por a.

3. Ahora intenta representar por medio de un dibujo o de una gráfica la expresión $x + 1 = 0$ sin resolverla previamente (en el caso de que la estés viendo como ecuación).

Se puede ver como la función f(x) = x + 1, graficarla y ver el punto de intersección con el eje x que es donde f(x)=0



Comentario:

Aquí creo sin despejar el valor de x que el valor de x es aquel que sumado a 1 da cero por lo tanto es la recta paralela al eje de las ordenadas en x= -1

4. Cuando encuentras la expresión $2x - 1 = 3$:

a. ¿En qué piensas? ¿Es una ecuación o una igualdad? ¿Por qué?

b. ¿Qué haces? ¿Resuelves una ecuación o describes lo que lees?

a) Es una ecuación porque tiene una incógnita.

b) Depende de la problemática en que me encuentre con dicha expresión, es decir, si debo encontrar el valor de x la resuelvo. Tal vez en algunos casos sea necesario describirla. Pero solamente así como está representada en esta pregunta, solamente la observo. **Comentario:** De acuerdo con esta respuesta nada más agregaría en describirla también graficarla.
5. Considera la igualdad $x = 2$. **¿Qué pasa si multiplicas ambos términos por cinco y luego a ambos términos le restas tres? ¿Los dos miembros de la igualdad siguen siendo iguales? ¿Por qué?** Se transforma en una ecuación, es decir, la igualdad quedaría 5x – 3 = 7, lo que es una ecuación. Los dos miembros de la igualdad siguen siendo iguales puesto que al operar ambos lados de la igualdad por un mismo valor, la igualdad se mantiene. **Comentario:** Totalmente de acuerdo
6. ¿Qué quiere decir resolver la ecuación $2x - 3 = x - 5$? **No la resuelvas, sólo explica qué quiere decir resolverla.** **Nota importante: está prohibido el uso del verbo “despejar” (y de sus derivados)** Encontrar el valor de x que satisface la ecuación. Es decir, el valor de x con el que se cumple la igualdad. **Comentario:** Totalmente de acuerdo
7. ¿Qué significado le atribuyes a la palabra “despejar”? **a. Sacar la *x*.** **b. Aplicar unas reglas para obtener el resultado de la ecuación.** **c. Encontrar el valor de la incógnita *x* que cumple la ecuación.** **d. Aplicar las propiedades de la igualdad para aislar el valor de la incógnita *x*.** **Justifica tu (tus) elecciones.** El significado que yo le atribuyo es la alternativa c. Pero, según el modo de interpretación, también pueden tomarse como interpretaciones las demás alternativas. **Comentario:** Totalmente de acuerdo
8. La ecuación de la pregunta 6 tiene como solución $x = -2$. **¿Qué relación hay entre este resultado y la ecuación original? Explica detalladamente.** La relación que hay entre la solución y la ecuación correspondiente es que es el valor con el cual la igualdad se cumple. **Comentario:** Nada mas agregaría: “es el valor de x”
9. ¿Cómo piensas que se pueda construir una ecuación que tenga como solución $x = -1$? ¿Puedes hacerlo? En caso de respuesta afirmativa, hazlo y justifica cuidadosamente todos los pasos. Si se puede hacer. Como no hay condiciones adicionales para construir la ecuación, solo basta sumar, multiplicar, restar o dividir por un mismo valor ambos lados de la igualdad. Repetir este proceso las veces que se desee. **Comentario:** De acuerdo, yo lo he hecho esto artificialmente para forzar este valor en ejercicios de mis alumnos solo hay que suponer este valor en una ecuación, p. ej. 2x + 3 = a , sustituyo el valor de x=-1 y calculo a que da 1 entonces

2(-1) +3 = -2 + 3 = 1 y la ecuación queda

2x + 3 = 1

10. Determina el valor de *a* para que la ecuación $2(ax-1)-3ax=4$ tenga como solución $x=-1$. Justifica cuidadosamente todos los pasos de tu resolución.

<u>Procedimiento 1</u>

Una técnica que me permite encontrar el valor de a es despejar x en función de a y luego igualar x a -1. Es decir.

$2(ax-1)-3ax=4$

$2ax-2-3ax=4$ /

$-ax-2=4$ /+2

$-ax-2+2=4+2$

$-ax=6$ /:-a

$\frac{-a}{-a}x=\frac{6}{-a}$

$x=\frac{-6}{a}$

Luego igualo x a -1 obteniendo

$\frac{-6}{a}=-1$ /· a

$\frac{-6}{a}\cdot a=-a$

$-6=-a$ /· -1

$6=a$

<u>Procedimiento 2</u>

Como x es igual a -1, basta solamente con reemplazar x en la ecuación, quedando como incógnita a.

$2(ax-1)-3ax=4$

reemplazo x por -1

$2(a\cdot -1-1)-3a\cdot -1=4$

$2(-a-1)+3a=4$ /

$-2a-2+3a=4$ /+2

$a=6$

Comentario:

De acuerdo ambos métodos son correctos

11. Resuelve la ecuación:

$\frac{3-x}{2}=1+\frac{2x-3}{5}$.

Justifica todos los pasos de tu proceso de resolución.

$$\frac{3-x}{2} = 1 + \frac{2x-3}{5} \quad / \cdot 2$$

$$2\left(\frac{3-x}{2}\right) = 2\left(1 + \frac{2x-3}{5}\right)$$

$$3 - x = 2 + 2\frac{(2x-3)}{5}$$

$$3 - x = 2 + \frac{4x-6}{5} \quad / \cdot 5$$

$$5(3-x) = 5\left(2 + \frac{4x-6}{5}\right)$$

$$15 - 5x = 10 + 5\frac{(4x-6)}{5}$$

$$15 - 5x = 10 + 4x - 6$$

$$15 - 5x = 4x + 4 \quad / -4$$

$$15 - 4 - 5x = 4x + 4 - 4$$

$$11 - 5x = 4x \quad / +5x$$

$$11 - 5x + 5x = 4x + 5x$$

$$11 = 9x \quad / \cdot \frac{1}{9}$$

$$\frac{11}{9} = x$$

Comentario:

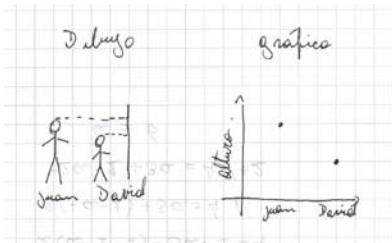
El procedimiento es correcto lo que me confunde un poco y podría asimismo confundir a mis alumnos es la notación. Pero si llegamos a un acuerdo no habría problema

Por mi formación yo estoy acostumbrado a expresar la primera ecuación de otra manera.

Parte 2

1. “Juan es más alto que David”.

Representa dicho enunciado por medio de un dibujo y de una gráfica



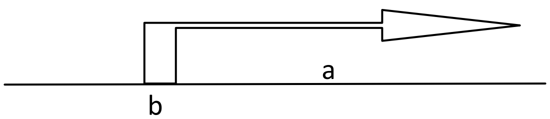
Comentario:

De acuerdo

2. $a > b$**: ¿Qué quiere decir? ¿Quiénes son *a* y *b*? Intenta representar por medio de un dibujo.**

Quiere decir que a es mayor que b.

a son todos aquellos números mayores que b. En otras palabras, a son todos aquellos números que se encuentran a la derecha de b en la recta numérica.



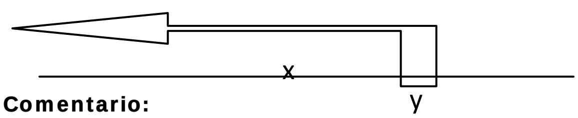
Comentario:

De acuerdo

3. $x < y$**: ¿Qué quiere decir? ¿Quiénes son *x* y *y*? Intenta representar por medio de un dibujo.**

Quiere decir que x es menor que y.

x son todos aquellos números menores que y. En otras palabras, x son todos aquellos números que se encuentran a la izquierda de y en la recta numérica.



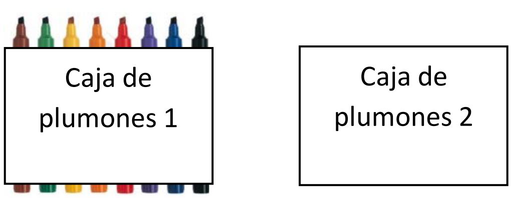
Comentario:

De acuerdo

4. Representa por medio de una representación visual (dibujo, gráfica,…) las siguientes expresiones:

“Esta caja contiene 8 plumones”

“Esta caja contiene menos de 8 plumones”



Comentario:

Yo agregaría una imagen con menos plumones

5. Expresa por medio de un enunciado la siguiente expresión: $6 < 3x < 12$.

¿Cuál es el papel de la literal *x*?

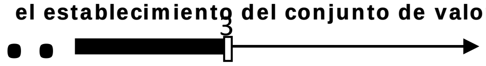
El triple de un número es mayor que 6 y menor que 12.

El papel que juega la literal x es la incógnita.

Comentario:

De acuerdo

6. La expresión $x < 3$ representa:

- **a.** **una desigualdad**
- **b.** **una inecuación**
- **c.** **la solución de una inecuación cuya incógnita es *x***
- **d.** **el establecimiento del conjunto de valores que puede tomar la literal *x***
- **e.** 

- **f.** **el hecho que *x* no puede tomar ningún valor mayor que 3**
- **g.** **el hecho que *x* no puede tomar el valor de 3**

Justifica tu (tus) elecciones.

Para mí en primera instancia e, puesto que me indica que x es menor que 3, x puede tomar todos esos valores.

Comentario:

Para mi todas la respuestas son válidas

7. ¿Qué representa la expresión $x < a$? ¿Puedes representarla con algunas de las respuestas que se proponen para la pregunta 6?

Justifica tu (tus) elecciones.

Representa que x puede tomar todos los valores que se encuentran a la izquierda de a en la recta numérica. Las alternativas son las mismas que la pregunta anterior, por las mismas razones.

Comentario:

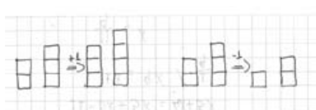
Son todas las respuestas de 6) sustituyendo 3 por a

8. $2 < 3$.

- **a. ¿Qué pasa si: le sumo a ambos miembros 1? ¿Y si le resto 1?**
- **b. ¿Y si multiplico ambos miembros por 3? ¿Y por -2?**

Representa visualmente (dibujo, gráfica,…) cada situación e intenta explicarla con tus palabras.

a) La desigualdad se mantiene.



b) Si multiplico por 3 la desigualdad se mantiene, en cambio si se multiplica por menos 2 la desigualdad cambia.

Comentario:

Coincido completamente contigo

9. Considera la desigualdad $x < 1$.

¿Qué pasa si multiplico ambos miembros por 2? ¿Y si les resto 3?

La desigualdad quedaría de la siguiente forma 2x -3 <-1. Esta desigualdad es una inecuación.

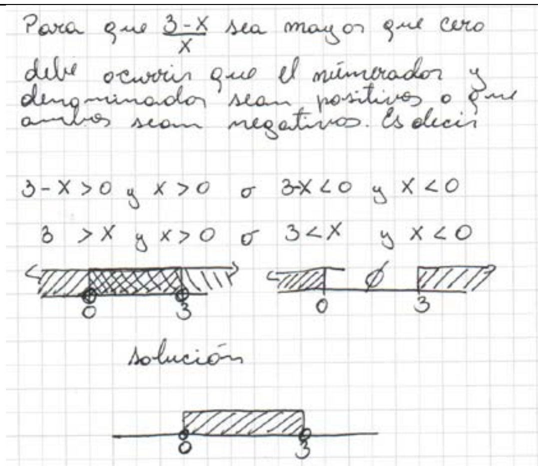
Comentario:

De acuerdo

10. ¿Qué quiere decir resolver la inecuación $2x - 3 < x - 5$?

No la resuelvas, sólo explica qué quiere decir resolverla.

Encontrar todos los valores de x que satisfacen la desigualdad. Es decir, son todos los valores de x con los cuales la desigualdad se cumple. **Comentario:** De acuerdo
11. ¿Cómo piensas que se pueda construir una inecuación que tenga como solución $x > -3$? ¿Puedes hacerlo? En caso de respuesta afirmativa, hazlo y justifica cuidadosamente todos los pasos. Solamente sumando, restando, multiplicando y dividiendo por un mismo valor a ambos lados de la desigualdad. Repetir este proceso las veces que sea necesario. $x > -3 \quad /\cdot 2$ $2x > 2\cdot(-3)$ $2x > {}^{-}6 \quad /+3$ $2x+3 > -6+3$ $2x+3 > {}^{-}3$ **Comentario:** Si es correcto. Sólo es necesario un poco de creatividad, cuidando de cambiar el sentido de la igualdad al multiplicar ambos miembros por una cantidad negativa
12. Resuelve la inecuación $\boldsymbol{x-3 > 3x-1}$. **Justifica cuidadosamente todos los pasos de tu proceso de resolución y representa gráficamente tu resultado.** $x-3 > 3x-1 \quad /+1$ $x-3+1 > 3x-1+1$ $x-2 > 3x \quad /-x$ $x-x+{}^{-}2 > 3x-x$ ${}^{-}2 > 2x \quad /\cdot\frac{1}{2}$ $-1 > x$ **Comentario:** Es correcto el procedimiento solo falta la grafica que sería una recta numérica sobre el eje x que contenga los valores de x de -1 a -□ y con un círculo pequeño en x = -1 ya que este valor no lo contempla la solución
13. Resuelve la inecuación $\frac{3-x}{x} > 0$ **Ayúdate con una representación visual (gráfica, dibujo, …)** **Justifica detalladamente todos los pasos de tu proceso de resolución**


Para que $\frac{3-x}{x}$ sea mayor que cero debe ocurrir que el numerador y denominador sean positivos o que ambos sean negativos. Es decir

$3-x>0$ y $x>0$ ó $3-x<0$ y $x<0$

$3>x$ y $x>0$ ó $3<x$ y $x<0$

0 3 $\emptyset$ 0 3

solución

0 3

Comentario:

De acuerdo

Pareja 2

<u>Parte 1</u>

1. La expresión $x=3$ representa:

a. la sol de una ecuación cuya incógnita es x

b. el establecimiento del valor de la literal x

c. la cantidad de elementos de un conjunto que contiene tres manzanas

d. el punto 3 sobre el eje cartesiano de las abscisas

e. la variable x a la que se le asigna la valor 3

f. el hecho que x no puede tomar ningún valor distinto de 3

Justifica tu (tus) elecciones.

a) Si puede ser la solución de una ecuación

por ejemplo 4 + x = 7

c) Si la cardinalidad del conjunto de manzanas se denota por la letra x entonces sería x=3

e) Por ejemplo al evaluar una función, asignamos valores y este puede ser x=3

f) La igualdad indica que este es el único valor que toma la variable x

Comentario:

Mi compañera contestó acertadamente. Sin embargo, noto cierta falta de madurez matemática. Este revisor hubiera contestado positivamente a los seis incisos.

2. ¿Qué representa la expresión? $x=a$ ¿Puedes representarla con algunas de las respuestas que se proponen para la pregunta 1?

Justifica tu (tus) elecciones.

Dice que el valor de x es a, el cual puede ser cualquier número.

Se puede representar con el inciso a) ya que las solución a una ecuación puede ser dada por el valor que se le asigne a la letra a. También puede ser el inciso b) ya que a es el valor que se establecería para x.

Comentario:

Este revisor hubiera contestado de manera similar.

3. Ahora intenta representar por medio de un dibujo o de una gráfica la expresión $x+1=0$ sin resolverla previamente (en el caso de que la estés viendo como ecuación).

= = **Comentario:** Este revisor hubiera dibujado la recta real con el origen etiquetado como $x+1$.
4. Cuando encuentras la expresión $2x-1=3$: **a. ¿En qué piensas? ¿Es una ecuación o una igualdad? ¿Por qué?** **b. ¿Qué haces? ¿Resuelves una ecuación o describes lo que lees?** a) Primero pienso en una ecuación que hay que resolver para la variable x, la cual va a dar una igualdad. b) Ambas. Primero resuelvo la ecuación y después leo lo que me decía la ecuación. **Comentario:** Mi compañera parece desconocer que ecuación e igualdad son sinónimos. Igual que ella, yo resuelvo la ecuación y describo la ecuación inicial.
5. Considera la igualdad $x=2$. **¿Qué pasa si multiplicas ambos términos por cinco y luego a ambos términos le restas tres? ¿Los dos miembros de la igualdad siguen siendo iguales? ¿Por qué?** a) Si hacemos las operaciones en ambos lados de la igualdad no pasa nada, ya que siguen siendo equivalentes. b) Siguen siendo iguales, ya que aumentaron y disminuyeron en la misma proporción. **Comentario:** Este revisor hubiera contestado de manera similar.
6. ¿Qué quiere decir resolver la ecuación $2x-3=x-5$? **No la resuelvas, sólo explica qué quiere decir resolverla.** **Nota importante: está prohibido el uso del verbo “despejar” (y de sus derivados)** Hallar el valor de la variable x que satisface la igualdad, es decir que al sustituir este valor por x en la ecuación y realizar las operaciones se obtendrá el mismo resultado en ambos lados de la igualdad. **Comentario:** Este revisor hubiera contestado de manera similar.
7. ¿Qué significado le atribuyes a la palabra “despejar”? **a. Sacar la *x*.** **b. Aplicar unas reglas para obtener el resultado de la ecuación.** **c. Encontrar el valor de la incógnita *x* que cumple la ecuación.** **d. Aplicar las propiedades de la igualdad para aislar el valor de la incógnita *x*.** **Justifica tu (tus) elecciones.** **= =** **Comentario:** Este revisor hubiera contestado la d).
8. La ecuación de la pregunta 6 tiene como solución $x=-2$. **¿Qué relación hay entre este resultado y la ecuación original? Explica detalladamente.** Que x=-2 es el único valor que al sustituirlo por x satisfará esta ecuación. **Comentario:** Mi compañera dijo una verdad, sin embargo, la respuesta a la pregunta sería, según este revisor, un número finito de aplicaciones de las propiedades de la igualdad.
9. ¿Cómo piensas que se pueda construir una ecuación que tenga como solución $x=-1$? ¿Puedes hacerlo? En caso de respuesta afirmativa, hazlo y justifica cuidadosamente todos los pasos. De la misma forma que se hace en la pregunta 5.

Empezaría con el valor asignado a x = -1 y agregaría operaciones en ambos términos de la igualdad, ejemplo multiplicar por 5. 5X = -1(5)   Restar tres en ambos términos -3 + 5X = -5-3   Sumar X -3 + 5X + X = -8 + X   Lo que nos da -3 + 6X = X – 8 Tenemos una ecuación cuya solución es X = -1 **Comentario:** Este revisor hubiera contestado de manera similar.
10. Determina el valor de a para que la ecuación $2(ax-1)-3ax=4$ tenga como solución $x=-1$. Justifica cuidadosamente todos los pasos de tu resolución. Sólo sustituyo el valor de X = -1 en la ecuación y “despejo” a la literal a para hallar su valor. 2(a(-1)-1)-3a(-1) = 4   Queda una variable. a = 6 **Comentario:** Este revisor hubiera contestado de manera equivalente.
11. Resuelve la ecuación: $\frac{3-x}{2} = 1 + \frac{2x-3}{5}$. **Justifica todos los pasos de tu proceso de resolución.** (3 – x)/2 = 1 + (2x – 3)/5 Agrupo términos semejan (3 – x)/2 - (2x – 3)/5 = 1 Resuelvo la fracción. 5(3 – x) – 2(2x – 3) = 1 El diez que divide pasa al otro lado de la igualdad con la operación inversa, multiplicación. 5(3 – x) – 2(2x – 3) = 10 Se realizan las operaciones indicadas y se Simplifican términos -9x + 21 = 10 Se resta 21 en ambos términos. -9x =-11 Se divide entre -9 X= 11/9 **Comentario:** Este revisor hubiera contestado en forma similar.
<u>Parte 2</u>
1. “Juan es más alto que David”. **Representa dicho enunciado por medio de un dibujo y de una gráfica**

DAVID

JUAN

David Juan

Comentario:

Este revisor hubiera contestado de manera similar.

2. $a > b$: ¿Qué quiere decir? ¿Quiénes son *a* y *b*? Intenta representar por medio de un dibujo.

a y b pueden ser cualquier cantidad, siempre y cuando la cantidad que representa a sea mayor que la cantidad b.

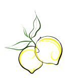
a

b

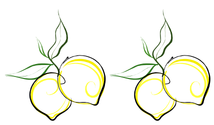
Comentario:

Este revisor hubiera contestado de manera similar.

3. $x < y$: ¿Qué quiere decir? ¿Quiénes son *x* y *y*? Intenta representar por medio de un dibujo.



X



Y

Comentario:

Este revisor hubiera contestado de manera similar.

4. Representa por medio de una representación visual (dibujo, gráfica,...) las siguientes expresiones:

"Esta caja contiene 8 plumones"

"Esta caja contiene menos de 8 plumones"

Comentario:

Este revisor hubiera contestado de manera similar.

5. Expresa por medio de un enunciado la siguiente expresión: $6 < 3x < 12$.

¿Cuál es el papel de la literal *x*?

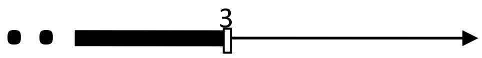
Valores que se le pueden asignar a x de tal forma que al multiplicarlos por 3, el producto sea mayor que 6 pero al mismo tiempo menor que 12.

X representa el conjunto de números que cumplen esta condición.

Comentario:

Este revisor hubiera contestado de manera similar.

6. La expresión $x < 3$ representa:

- **h. una desigualdad**
- **i. una inecuación**
- **j. la solución de una inecuación cuya incógnita es *x***
- **k. el establecimiento del conjunto de valores que puede tomar la literal *x***
- **l.** 
- **m. el hecho que *x* no puede tomar ningún valor mayor que 3**
- **n. el hecho que *x* no puede tomar el valor de 3**

Justifica tu (tus) elecciones.

a) Una desigualdad debido al uso del símbolo <

b) Es una inecuación ya que incluye una variable descrita por el símbolo <

c) Si, esta solución señala que x puede tomar todos aquéllos valores menores que 3.

e) La gráfica muestra lo descrito por la desigualdad.

f) Si.

g) Si ya que la desigualdad indica sólo aquéllos valores menores que 3; no igual a 3

Comentario:

Este revisor hubiera contestado de manera similar.

7. ¿Qué representa la expresión $x < a$? ¿Puedes representarla con algunas de las respuestas que se proponen para la pregunta 6?

Justifica tu (tus) elecciones.

a) Una desigualdad.

b) Una inecuación ya que describe los valores de x con la desigualdad menor que.

d) Establece los valores que puede tener x, siempre y cuando sean menores que a.

Comentario:

Este revisor hubiera contestado en forma similar a mi compañera y, adicionalmente, en forma afirmativa, la c).

8. $2 < 3$.

- **c. ¿Qué pasa si: le sumo a ambos miembros 1? ¿Y si le resto 1?**
- **d. ¿Y si multiplico ambos miembros por 3? ¿Y por -2?**

Representa visualmente (dibujo, gráfica,…) cada situación e intenta explicarla con tus palabras.

a) La desigualdad se conserva ya que aumenta o disminuye en la misma proporción.

b) Cuando se multiplican ambos miembros por 3 la desigualdad se conserva, no así cuando se multiplican por -2 , aquí se tendría que cambiar la desigualdad ya que el que era menor ahora será el mayor ya que cambian en proporción a su valor el resultado de la multiplicación sería -4 < -6 . Si se mantiene la desigualdad esto sería falso ya que -4 no es menor que -6. Es por ello que cuando se divide o multiplica por un número negativo se cambia la desigualdad. El resultado sería:

-4 > -6

Comentario:

Este revisor hubiera contestado que la multiplicación de ambos miembros de una inecuación está sujeta a las propiedades de orden de los números reales.

9. Considera la desigualdad $x < 1$.

¿Qué pasa si multiplico ambos miembros por 2? ¿Y si les resto 3?

Tendríamos una inecuación para la cual la solución vendría dada por el conjunto de valores menores que 1 que tomaría la variable X

Comentario:

Este revisor hubiera contestado de manera similar.

10. ¿Qué quiere decir resolver la inecuación $2x - 3 < x - 5$?

No la resuelvas, sólo explica qué quiere decir resolverla.

Encontrar los valores de x que satisfacen dicha inecuación.

Comentario:

Este revisor hubiera contestado de manera similar.

11. ¿Cómo piensas que se pueda construir una inecuación que tenga como solución $x > -3$? ¿Puedes hacerlo? En caso de respuesta afirmativa, hazlo y justifica cuidadosamente todos los pasos.

Se parte de la solución que deseamos, en este caso x > -3, y se empiezan a agregar operaciones tomando en cuenta los teoremas referentes a las desigualdades. Por ejemplo, sumar 2 en ambos lados quedaría

x + 2 > -3 + 2; x + 2 > -1 .

Multiplicar por -3, cambiar desigualdad. -3x -6 < 3

Sumar 5x

2x – 6 < 3 + 5x

Esto se debe a que cuando resolvemos la inecuación realizamos las operaciones inversas.

Comentario:

Este revisor hubiera contestado de manera similar.

12. Resuelve la inecuación

$x - 3 > 3x - 1$.

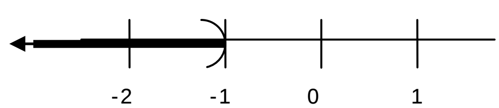
Justifica cuidadosamente todos los pasos de tu proceso de resolución y representa gráficamente tu resultado.

$x - 3 > 3x - 1$ Agrupar términos semejantes

x - 3x > -1 + 3 simplificar

-2x > 2 dividir ambos términos entre -2 y cambiar la desigualdad

x < -1



Comentario:

Este revisor hubiera contestado de manera similar.

13. Resuelve la inecuación

$\frac{3-x}{x} > 0$

Ayúdate con una representación visual (gráfica, dibujo, ...)

Justifica detalladamente todos los pasos de tu proceso de resolución

$$\frac{3-x}{x} > 0$$

Para que la inecuación sea real, x tiene que ser diferente de cero.

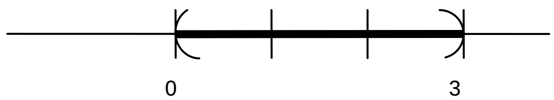
Entonces surgen dos situaciones que x > 0 con lo cual tomaría valores positivos o que x < 0 es decir la x tendría valores negativos.

CASO 1. x > 0

Se multiplica por x en ambos lados de la desigualdad, lo cual queda:

3 – x > 0 Sumamos x en ambos lados de la desigualdad.

3 > x La solución considera la Intersección de los conjuntos x > 0 y x< 3



CASO 2. x < 0

No es necesario considerarlo ya que un valor negativo de x no cumpliría con la inecuación.

Por lo tanto la solución es el intervalo (0,3) esto es x toma los valores tales que se cumpla 0 < x < 3.

Comentario:

Este revisor hubiera contestado que la ecuación es válida si $3 - x$ y x son ambos positivos o ambos negativos. Suponiendo que ambos son negativos obtenemos como solución el conjunto vacío, esto es, la ecuación no tiene solución. Si suponemos que ambos son positivos obtenemos el mismo resultado mi compañera y yo.

Mi compañera maneja bien los recursos visuales en sus explicaciones.

El cuestionario nos sirve para sondear los conocimientos y manejo que tiene un alumno sobre las propiedades de campo ordenado de los reales.

Pareja 3
<u>Parte 1</u>

1. La expresión $x = 3$ representa:

g. la sol de una ecuación cuya incógnita es x

h. el establecimiento del valor de la literal x

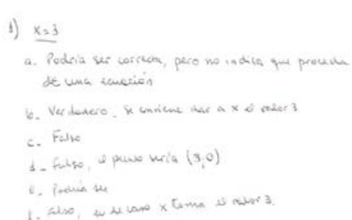
i. la cantidad de elementos de un conjunto que contiene tres manzanas

j. el punto 3 sobre el eje cartesiano de las abscisas

k. la variable x a la que se le asigna la valor 3

l. el hecho que x no puede tomar ningún valor distinto de 3

Justifica tu (tus) elecciones.


1) x=3

a. Podría ser correcta, pero no indica que proceda de una ecuación

b. Verdadero. Se conviene dar a x el valor 3

c. Falso

d. Falso, el punto sería (3,0)

e. Podría ser

f. Falso, [illegible] x toma el valor 3.

Comentario:

Revisión realizada por Fernando Córdoba. Se adicionaron algunos elementos y se cuestionaron otros. Todo escrito en color rojo, excepto las rectas del punto 2 y 3

En este caso aunque no se indique que procede de una ecuación, al trasponer el 3 sí quedaría como una ecuación $\boxed{x-3=0}$

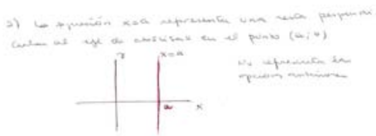
¿Qué tal si decidimos nombrar a "x" como el cardinal de un conjunto A, de tres elementos?

En esta situación específica x no puede tomar ningún otro valor

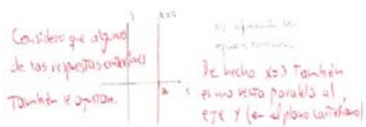
tricotomía

2. ¿Qué representa la expresión? $x = a$ ¿Puedes representarla con algunas de las respuestas que se proponen para la pregunta 1?

Justifica tu (tus) elecciones.

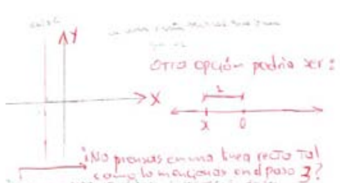


Comentario:



3. Ahora intenta representar por medio de un dibujo o de una gráfica la expresión $x + 1 = 0$ sin resolverla previamente (en el caso de que la estés viendo como ecuación).

Comentario:



4. Cuando encuentras la expresión $2x - 1 = 3$:

c. **¿En qué piensas? ¿Es una ecuación o una igualdad? ¿Por qué?**
d. **¿Qué haces? ¿Resuelves una ecuación o describes lo que lees?**

4) Pienso en una igualdad. Obviamente en ese momento uno se plantea cuáles son los valores de x que la verifican.

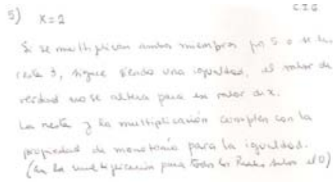
Comentario:

¿Para ti qué diferencia hay entonces entre una igualdad y una ecuación?
¿No piensas en la modelación de un problema que conduce a esa representación?

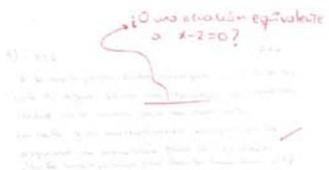
5. Considera la igualdad $x = 2$.

¿Qué pasa si multiplicas ambos términos por cinco y luego a ambos términos le restas tres?

¿Los dos miembros de la igualdad siguen siendo iguales? ¿Por qué?



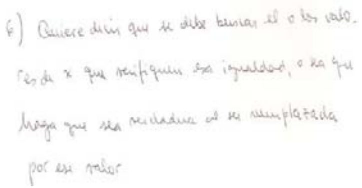
Comentario:



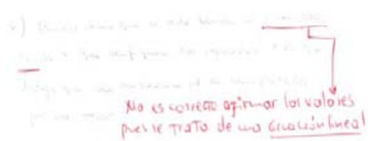
6. ¿Qué quiere decir resolver la ecuación $2x - 3 = x - 5$?

No la resuelvas, sólo explica qué quiere decir resolverla.

Nota importante: está prohibido el uso del verbo "despejar" (y de sus derivados)



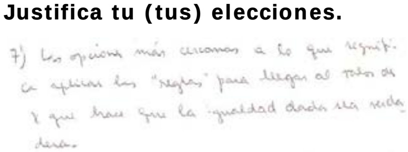
Comentario:



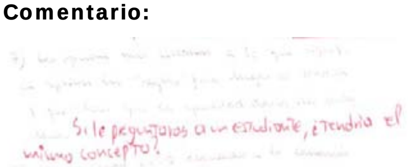
7. ¿Qué significado le atribuyes a la palabra "despejar"?

- **e. Sacar la *x*.**
- **f. Aplicar unas reglas para obtener el resultado de la ecuación.**
- **g. Encontrar el valor de la incógnita *x* que cumple la ecuación.**
- **h. Aplicar las propiedades de la igualdad para aislar el valor de la incógnita *x*.**

Justifica tu (tus) elecciones.



Comentario:



8. La ecuación de la pregunta 6 tiene como solución $x = -2$.

¿Qué relación hay entre este resultado y la ecuación original? Explica detalladamente.

8) El resultado $x = -2$ asociado a la ecuación $2x - 3 = x - 5$ indica que ese es el valor que hace que se verifique la igualdad. Los pasos a seguir son:

$$2x - 3 = x - 5$$
$$2x - \cancel{3} + \cancel{3} = x - 5 + 3 \quad \text{Ley de monotonía}$$
$$2x - x = \cancel{x} - 5 + 3 - \cancel{x} \quad \text{Ley cancelativa, Ley asociativa, Ley conmutativa}$$
$$x = -2$$

es el valor que verifica la igualdad.

Comentario:

¿Cómo relacionarías el hecho de que $x = -2$ representa una línea recta paralela al eje y, con la ecuación $2x - 3 = x - 5$?

9. ¿Cómo piensas que se pueda construir una ecuación que tenga como solución $x = -1$? ¿Puedes hacerlo? En caso de respuesta afirmativa, hazlo y justifica cuidadosamente todos los pasos.

9) Una forma de construirla es plantear un cálculo donde uno de los números es -1

Como por ejemplo

$2 \cdot (-1) + 6 = 4$ es verdadero

entonces $2 \cdot x + 6 = 4$ es una ecuación en que el valor de x que la verifica es $x = -1$

Otra forma sería aplicando las leyes antes mencionadas

$$x = -1$$
$$2x = 2(-1)$$
$$2x + 6 = 2(-1) + 6$$
$$2x + 6 = 4$$

Comentario:

Si se tratara de un problema real, ¿se podría plantear una situación que condujera a esta solución?

¿Por qué solo aplicas la suma y la multiplicación? ¿No se podrían aplicar otras operaciones?

10. Determina el valor de *a* para que la ecuación $2(ax - 1) - 3ax = 4$ tenga como solución $x = -1$. Justifica cuidadosamente todos los pasos de tu resolución.

10) $2(ax-1)-3ax=4$

Suponiendo que $x=-1$ sea su solución entonces se verifica que

$2(a\cdot(-1)-1)-3a(-1)=4$

$2(-a-1)+3a=4$ aplico prop. distributiva

$-2a-2+3a=4$ prop. asociativa

$a-\cancel{2}+\cancel{2}=4+2$ prop. conmutativa / ley de monotonía

$\boxed{a=6}$

Entonces $2(6x-1)-18x=4$ Concluimos que tiene como solución $x=-1$

c.q.d.

$12x-2-18x=4$

$-6x-\cancel{2}+\cancel{2}=4+2$

$-6x=6$

$-6x:(-6)=6:(-6)$

$\boxed{x=-1}$

Luego:
- distributiva
- monotonía
- conmutativa
- asociativa

Comentario:

El procedimiento es correcto y conduce a la solución indicada

11. Resuelve la ecuación:

$$\frac{3-x}{2}=1+\frac{2x-3}{5}.$$

Justifica todos los pasos de tu proceso de resolución.

$\frac{3-x}{2}=1+\frac{2x-3}{5}$

$\frac{3-x}{2}=\frac{5+2x-3}{5}$ busco denominador común

$\frac{3-x}{2}=\frac{2x+2}{5}$ multiplico ambos miembros por 10

$(3-x)\cdot 5=(2x+2)\cdot 2$ prop. distributiva

$15-5x=4x+4$ ley uniforme

$15-\cancel{5x}+\cancel{5x}=4x+4+5x$ conmutativa

$15-4=4x+\cancel{4}+5x-\cancel{4}$

$11=9x$

$11:9=\cancel{9}x:\cancel{9}$

$\boxed{\frac{11}{9}=x}$

Comentario:

La solución es correcta, el planteamiento de la solución es muy adecuado.
Sugeriría poner otros en el problema, es decir una vez obtenida la solución verificar que efectivamente la satisface.

Parte 2

1. "Juan es más alto que David".

Representa dicho enunciado por medio de un dibujo y de una gráfica

1) Dibujo

Gráfica de barras

Comentario:

Interpretar la diferenciación
¿Qué pasaría si el dibujo se lleva a la gráfica?

2. $a > b$**: ¿Qué quiere decir? ¿Quiénes son *a* y *b*? Intenta representar por medio de un dibujo.**

2) a>b

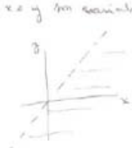
Si a y b representan valores numéricos, el valor de a es mayor que el valor de b.

Comentario:

Se podría pensar también en que a>b ⇒ a−b>0
o que b−a<0

3. $x < y$**: ¿Qué quiere decir? ¿Quiénes son *x* y *y*? Intenta representar por medio de un dibujo.**

3) x<y   x e y son variables



En realidad es una convención suponer que es diferente a>b o x>y, pero me baso en ella.

Comentario:

¿En cuál región y en cuál no se cumple la desigualdad?

La región es la contraria a la que marcas. Toma un punto en el semiplano superior y comprueba que le satisface la desigualdad

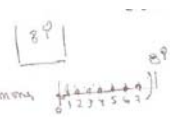
4. Representa por medio de una representación visual (dibujo, gráfica,…) las siguientes expresiones:

“Esta caja contiene 8 plumones”

“Esta caja contiene menos de 8 plumones”

esta caja tiene 8 plumones

esta caja tiene menos de 8 plumones



Comentario:

También podría ser dibujar una caja con los 6 plumones y otra caja con un número menor de plumones

5. Expresa por medio de un enunciado la siguiente expresión: $6 < 3x < 12$.

¿Cuál es el papel de la literal *x*?

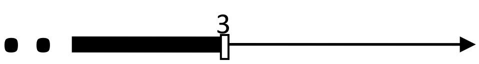
5) El triple de un número es un valor entre 6 y 12

La parte literal x representa un número que puede a su vez representar la cantidad de algún objeto concreto.

Comentario:

Más que un número podría que x representa un valor cualquiera (infinitos valores) en el intervalo (2,4)

6. La expresión $x < 3$ **representa:**

- **o.** **una desigualdad**
- **p.** **una inecuación**
- **q.** **la solución de una inecuación cuya incógnita es *x***
- **r.** **el establecimiento del conjunto de valores que puede tomar la literal *x***
- **s.** 
- **t.** **el hecho que *x* no puede tomar ningún valor mayor que 3**
- **u.** **el hecho que *x* no puede tomar el valor de 3**

Justifica tu (tus) elecciones.

6) x<3 es una proposición que indica que los valores que pueden tomar x son menores que 3 para que sea válida. El hecho de que se exprese mediante una desigualdad no indica que lo sea.

La opción d) da el conjunto de valores en que es válida.

Comentario:

¿Cómo explicar esto para?

7. ¿Qué representa la expresión $x < a$**? ¿Puedes representarla con algunas de las respuestas que se proponen para la pregunta 6?**

Justifica tu (tus) elecciones.

x<a representa una proposición que indica

la que es verdadera

en la que es válida

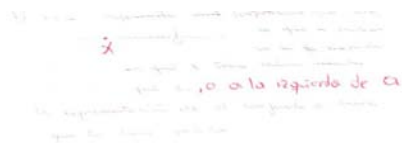
en que x toma valores menores

que a.

La representación de el conjunto de todos

que la hace válida.

Comentario:



8. $2 < 3$**.**

e. ¿Qué pasa si: le sumo a ambos miembros 1? ¿Y si le resto 1?

f. ¿Y si multiplico ambos miembros por 3? ¿Y por -2?

Representa visualmente (dibujo, gráfica,…) cada situación e intenta explicarla con tus palabras.

$2<3$ es una proposición verdadera.

Por la ley de monotonía de la suma, sigue siendo verdadera si le sumo un número real cualquiera

$2+1<3+1$

$3<4$.

Lo mismo ocurre si resto a ambos lados 1. c7.

También si multiplico por un número positivo.

En cambio no se cumple la ley de monotonía si el número por el que se multiplica es negativo.

multiplico por -1 $\boxed{\begin{array}{l} a<b \\ -a>-b \end{array}}$

En un ejemplo numérico

$2<3$ multiplico por -1

en cambio

$-2>-3$

o también $-5<1$ multiplico por -1

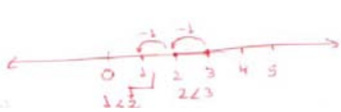
$5>-1$

No cambia la situación si se multiplica por $-t$ ya que se puede considerar $-t=-1\cdot t$ (siendo $t>0$)

Obviamente la ley de monotonía no se cumple en la desigualdad para el 0 tampoco.

Comentario:

a)



b)

Bien el analisis

9. Considera la desigualdad $x < 1$.

¿Qué pasa si multiplico ambos miembros por 2? ¿Y si les resto 3?

$x < 1$

Si multiplico por 2 o si le resto 3, los valores que hacen que la desigualdad sea válida no varían.

Comentario:

Se obtienen desigualdades equivalentes

10. ¿Qué quiere decir resolver la inecuación $2x - 3 < x - 5$?

No la resuelvas, sólo explica qué quiere decir resolverla.

10) $2x - 3 < x - 5$

Resolverla es buscar cuales son los valores de x que hacen que la proposición sea válida.

Comentario:

= =

11. ¿Cómo piensas que se pueda construir una inecuación que tenga como solución $x > -3$? ¿Puedes hacerlo? En caso de respuesta afirmativa, hazlo y justifica cuidadosamente todos los pasos.

11) Solución $x > -3$

ley de monotonía

$5x > -3 \cdot 5$

$5x + 2 > -15 + 2$

$5x + 2 > -13$

Comentario:

= =

12. Resuelve la inecuación

$\boldsymbol{x - 3 > 3x - 1}$.

Justifica cuidadosamente todos los pasos de tu proceso de resolución y representa gráficamente tu resultado.

$x - 3 > 3x - 1$. ley de monotonía

$\cancel{x} - 3 - \cancel{x} > 3x - 1 - x$ asociativa

$-3 > 3x - 1 - x$ conmutativa

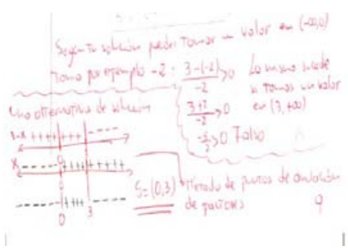
$-3 + 1 > 3x - \cancel{1} - x + \cancel{1}$

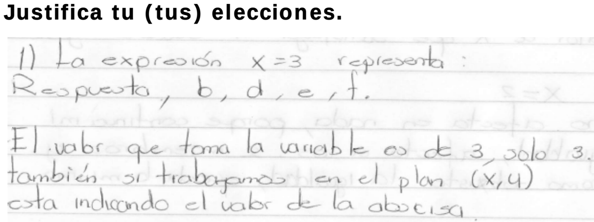
$-2 > 2x$ divido por $2 > 0$

$-2 : 2 > \cancel{2}x : \cancel{2}$

$\boxed{-1 > x}$

Los valores de x que verifican la inecuación son los $x \in (-\infty, -1)$

Comentario: **= =**
13. Resuelve la inecuación $\frac{3-x}{x} > 0$ **Ayúdate con una representación visual (gráfica, dibujo, …)** **Justifica detalladamente todos los pasos de tu proceso de resolución**  **Comentario:** 

Pareja 4
<u>Parte 1</u>
1. La expresión $x = 3$ representa: **m. la sol de una ecuación cuya incógnita es x** **n. el establecimiento del valor de la literal x** **o. la cantidad de elementos de un conjunto que contiene tres manzanas** **p. el punto 3 sobre el eje cartesiano de las abscisas** **q. la variable x a la que se le asigna la valor 3** **r.el hecho que x no puede tomar ningún valor distinto de 3** **Justifica tu (tus) elecciones.**  1) La expresión x = 3 representa: Respuesta, b, d, e, f. El valor que toma la variable es de 3, solo 3. también si trabajamos en el plan (x,4) esta indicando el valor de la abscisa.

Comentario:

Con mi compañera de equipo coincidimos en la mayoría de los puntos b, e, f, pero me queda la duda ¿en que piensa cundo ve "x=3", que lo asocia aun punto ene. Plano?, si para ello desde mi visión debe ser como un par ordenado (x, y), por ende para ello debe ser reculado de una expresión algo así y+x=4, dándole un valor ya a y=1, en donde busco el valor de x para ubicar el punto ene. Plano cartesiano

2. ¿Qué representa la expresión? $x = a$ ¿Puedes representarla con algunas de las respuestas que se proponen para la pregunta 1?

Justifica tu (tus) elecciones.

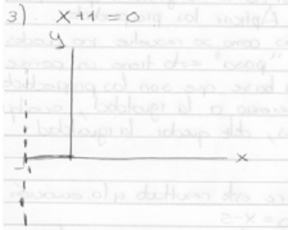
2) x = a
Respuesta : b
Indica que la variable x puede tomar cualquer valor indicado por la letra a, en el campo de los numeros reales.

Comentario:

Con cuerdo con que "… la variable x puede tomar cualquier valor para la letra a…", pero me paréese raro tener que entregar una restricción para esta letra, cuando luego señala "…en el campo de los números reales…", ¿en que piensa cundo ve esta expresión x=a?, con que la relaciona, para mi es que la ve como una ecuación, y por ende se ve en la necesitada de definir_ en donde esta debe "trabajar"

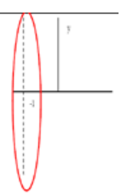
3. Ahora intenta representar por medio de un dibujo o de una gráfica la expresión $x+1=0$ sin resolverla previamente (en el caso de que la estés viendo como ecuación).

3) x+1 = 0



Comentario:

*Buna representación pero la duda es que significa para ella una línea segmentada, alguna connotación especial o solo es para realizar una diferencia con el **eje y**.*



4. Cuando encuentras la expresión $2x-1=3$:

e. **¿En qué piensas? ¿Es una ecuación o una igualdad? ¿Por qué?**

f. **¿Qué haces? ¿Resuelves una ecuación o describes lo que lees?**

4) 2x-1=3
a) en una igualdad, porque el miembro de la derecha es 2x-1, lo que me indica que todo, o sea el binomio va a ser igua a 3.

b) Resuelvo la ecuación, para encontrar el valor de x que satisfaga mi ~~ecuación~~ igualdad

Comentario:

a) Me gustaria saber que entiende por ecuación e igualadaza parea tener una representación mas clara lo que esta pensado pues para mi la diferencia ***si es que la existe*** *debe se muy sutil por un tema de definición.*

b) estoy de acuerdo con mi compañera en que"Resuelvo la ecuación, para encontrara el valor de x que satisface la igualdad", pero a mi me paso que fue casi un impuso mecánico al ver la expresión, inmediatamente la relacione con una ecuación y sin leer ni mas me arroje a resolverla de forma mental, eso me dio cuenta de que estoy con una acción mecánica frente a las letras x, y, z pues me puse al reflexionar y si no veo otra letra de esa relacionadas no lo aria trataria de ver de que se trata antes de desarrollar

5. Considera la igualdad $x = 2$.

¿Qué pasa si multiplicas ambos términos por cinco y luego a ambos términos le restas tres?

¿Los dos miembros de la igualdad siguen siendo iguales? ¿Por qué?

5) $x = 2$
no afecta en nada, porqe contina mi igualdad, afecto a los. 2 miembros y como sub~~x~~iste. la igualdad, queda lo mismo

Comentario:

Me sucede que falta parte del ¿por que?, pues el la frase "...por que continua mi igualdad...", encierra mas que eso, pues para mi son dos expresiones equivalentes, pues me puse inmediatamente a trabajar con el ejemplo que aqui ponen en los libros de educación básica "primaria", cuando comienzan el tema de las ecuaciones, el de trabajar con una balanza, en la cual se debe mantener la siempre el equilibrio, importando lo que se realice a un lado y el otro.

6. ¿Qué quiere decir resolver la ecuación $2x - 3 = x - 5$?

No la resuelvas, sólo explica qué quiere decir resolverla.

Nota importante: está prohibido el uso del verbo "despejar" (y de sus derivados)

6) $2x - 3 = x - 5$
Resolver la ecuación significa encontrar el valor de x, valor que al sustituirla por x deja la igualdad intacta.

Comentario:

No tengo mayor discrepancia, concuerda con lo que yo pienso

7. ¿Qué significado le atribuyes a la palabra "despejar"?

- **i. Sacar la *x*.**
- **j. Aplicar unas reglas para obtener el resultado de la ecuación.**
- **k. Encontrar el valor de la incógnita *x* que cumple la ecuación.**
- **l. Aplicar las propiedades de la igualdad para aislar el valor de la incógnita *x*.**

Justifica tu (tus) elecciones.

7) Significado de despejar?
c) Encontrar el valor de la incognita x que cumple con la ecuacion d) Aplicar las propiedades.
porque cuando explicas como se resuelve no puedes decir "se va" o "pasa" esto tiene un porque tiene tu respuesta una base que son las propiedades y siempre hago referencia a la igualdad, cualquier propiedad que apliques, debe quedar la igualdad

Comentario:

Aquí mi compañera se inclina por dos alternativas, la primera la letra c en conde yo no la tome pues siento que la letras, Aplicar propiedades de la igualdad para aislar el valor de la incógnita x, engloba la anterior

8. La ecuación de la pregunta 6 tiene como solución $x = -2$.

¿Qué relación hay entre este resultado y la ecuación original? Explica detalladamente.

8) solución $x=-2$
¿Que relación hay entre este resultado y la ecuación original? $2x-3=x-5$
Al sustituir el valor de menos 2 en ambos lados de la igualdad observamos que $-7=-7$
pero relación como $2x-3x=x-5$ y $x=-2$
no hay relación si las vemos separadamente.

Comentario:

Me causa duda, al ver que esta toma en la primera pregunta el resultado de ecuación y lo remplaza apara sacar el resultado de estas, pero al momento de verlas por separado esta no las relaciona, es algo un tanto mecánico lo realizado y pues si en el enunciados te señalan que "x=-2 es el resultado de 2x-3=x-5", entonces para mi esto seria como hablar de expresiones equivalentes una de la otra, a partir del trabajo ya realizado por las propiedades de la igualada.

9. ¿Cómo piensas que se pueda construir una ecuación que tenga como solución $x = -1$? ¿Puedes hacerlo? En caso de respuesta afirmativa, hazlo y justifica cuidadosamente todos los pasos.

9) No hay solo una ecuación donde el resultado sea -1 ejemplo.
$x+1=0$
$(x+1)(x+1)=0$
Que valor, sumado con 1 nos da 0.
La raices de la ecuación cuadratica. $x^2+2x+1=0$
son $x=-1$, porque el vertice de mi parabola esta sobre el eje de las x en -1.

Comentario:

Considero que entrega un buen ejemplo, en el sentido que trabaja con una ecuación de segundo grado, lo que no seria habitual para mi al venir trabajando con ecuaciones de primer grado, pues la aseveración de "No hay solo una ecuación donde el resultado se -1", pero no se ve el como se puede construir estos ejemplos que es al pregunta que se realiza.

10. Determina el valor de *a* para que la ecuación $2(ax-1)-3ax = 4$ tenga como solución $x = -1$. Justifica cuidadosamente todos los pasos de tu resolución.

10) $2(ax-1)-3ax=4$
1er paso aplico propiedad distributiva
$2ax-2-3ax=4$
2º aplico propieda asociativa para los terminos semejantes del 1er miembro.
$(2ax-3ax)-2=4$
$-ax-2=4$
a los 2 miembros le adiciono 2
$-ax-2+2=4+2$
$-ax=6$
por lo tanto divido ambos o mejor multiplico ambos lados por el reciproco de a
$-\frac{a}{a}x=\frac{6}{a}$
$-x=\frac{6}{a}$
multiplico ambos lados por -1, porque no hay variablesnegativas.
$x=-\frac{6}{a}$ por lo tanto
se deduce que a debe tomar el valor de 6.

Comentario:

Considero que el desarrollo que realiza es bástate bueno y que la justificación de los pasos es correcta, pero si en el momento de tener la expresión, **-ax = 6**, es hay en donde tendría que haber evaluado **x = -1**, para obtener el valor de a, pues el paso que luego es esto da no me convence, siento que es redundante, puyes hay ya hubiese obtenido **a = 6**. Aunque yo primero hubiese remplazado y luego resuelta la ecuación con respeto a "a"

11. Resuelve la ecuación:

$$\frac{3-x}{2} = 1 + \frac{2x-3}{5}.$$

Justifica todos los pasos de tu proceso de resolución.

11) $\frac{3-x}{2} = 1 + \frac{2x-3}{5}$

$\frac{3-x}{2} = \frac{5+2x-3}{5}$ En el 2° miembro debo tener un mismo denominador común

$\frac{3-x}{2} = \frac{2+2x}{5}$ Reduzco términos semejantes

multiplico ambos miembros por 10

$5(3-x) = 2(2+2x)$

$15-5x = 4+4x$ Aplicó la distributiva

$-5x = 4x+4-15$ para no afectar la ecuación

$-5x = 4x-11$ resto 15 en ambos lados

$-9x = -11$ Reduzco terminos semejantes

$-x = -\frac{11}{9}$ No afecto ecuacion si resto $-4x$ en ambos lados

$x = \frac{11}{9}$ multiplico por -1 ambos lados

multiplico por -1

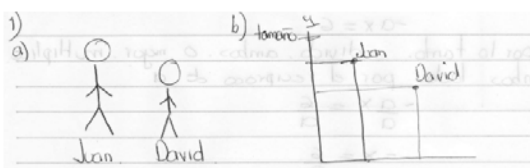
Comentario:

Es un buen manejo se de cómo resolver, a pesar que me llamo la atención cuando en el segundo paro multiplica por 10, es un buen mecanismos pues yo me hubiese ido por la multiplicación de la igualdad de dos fracciones, solo eso es lo único diferente, y que falto ver el 10 en ambos lados de la igualdad y la simplificación de este, me hubiese gustado una mayor explicación de por que el 10 pero se entiende.

<u>Parte II</u>

1. "Juan es más alto que David".

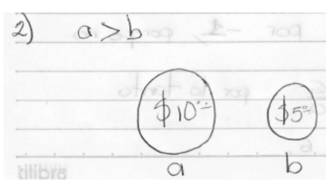
Representa dicho enunciado por medio de un dibujo y de una gráfica



Comentario:

En acuerdo con la compañera de equipo yo ice lo mismo

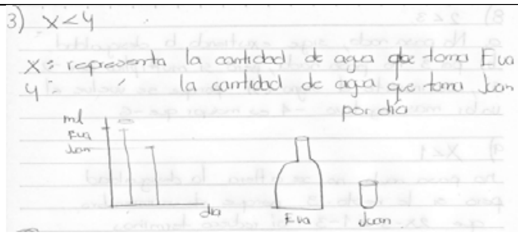
2. $a > b$: ¿Qué quiere decir? ¿Quiénes son *a* y *b*? Intenta representar por medio de un dibujo.



Comentario:

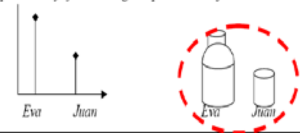
Siento que se le olvido responder con palabras las preguntas ¿Qué quiere decir? ¿Quiénes son a y b?, solo realiza un argumento pictórico pero falta justificación hay existe algo mas que no lo reflejan las imágenes

3. $x < y$: ¿Qué quiere decir? ¿Quiénes son *x* y *y*? Intenta representar por medio de un dibujo.



Comentario:

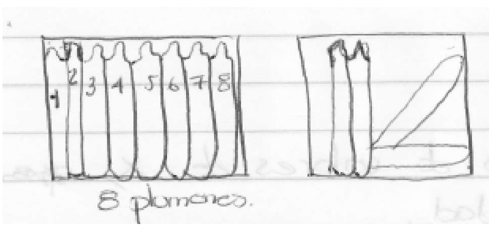
Vuelvo a sentir que se le olvido responder las preguntas ¿Qué quiere decir? ¿Quiénes son x e y? dando un mayor argumento, solo realiza un argumento pictórico pero falta justificación hay existe algo mas que no lo reflejan las imágenes pues sus dibujos son distintos al anterior



4. Representa por medio de una representación visual (dibujo, gráfica,…) las siguientes expresiones:

“Esta caja contiene 8 plumones”

“Esta caja contiene menos de 8 plumones”

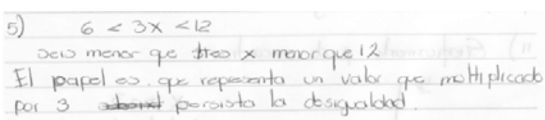


Comentario:

Es un buen ejemplo al realizarlo con un dibujo concreto, mas que como yo con grafico, me gusta la idea es mas concreto

5. Expresa por medio de un enunciado la siguiente expresión: $6 < 3x < 12$.

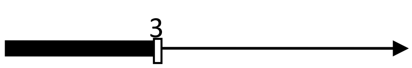
¿Cuál es el papel de la literal *x*?



Comentario:

No me queda claro que responda la pregunta pues al decir la verdad, considero que esta viendo solo lo que se le presenta $6 < 3x < 12$ “... representa el valor que se multiplica por 3...” y no el conjunto $6 < 3x < 12$

6. La expresión $x < 3$ representa:

- **v. una desigualdad**
- **w. una inecuación**
- **x. la solución de una inecuación cuya incógnita es *x***
- **y. el establecimiento del conjunto de valores que puede tomar la literal *x***
- **z.** 

- **aa. el hecho que *x* no puede tomar ningún valor mayor que 3**

bb. el hecho que *x* no puede tomar el valor de 3

Justifica tu (tus) elecciones.

6) a, b, d
Estas respuestas son correctas porque $x<3$
me indica que x puede tomar cualquier valor que sea
menor que 3.

Comentario:

Estoy de acuerdo, con las respuestas que mi compañera da a, b, d, pero me paréese raro que deje el argumento grafico fuera de estas siendo que es significativo y ya lo a cuado en otras ocasiones

7. ¿Qué representa la expresión $x < a$? ¿Puedes representarla con algunas de las respuestas que se proponen para la pregunta 6?

Justifica tu (tus) elecciones.

7) $X<a$
Respuesta a y b
significa que x puede tomar cualquier valor pero
menor que a valor.

Comentario:

Estamos de acuerdo en la respuesta y que en este caso no solo se toma un valor aceptable sino que un conjunto de valores, los cuales pueden presentar una restricción

8. $2 < 3$.

g. ¿Qué pasa si: le sumo a ambos miembros 1? ¿Y si le resto 1?

h. ¿Y si multiplico ambos miembros por 3? ¿Y por -2?

Representa visualmente (dibujo, gráfica,…) cada situación e intenta explicarla con tus palabras.

8) $2<3$.
a, No pasa nada, sigue existiendo la desigualdad
b) por 3 no pasa nada, pero si multiplico por -2
sí, se invierte el signo (>) porque se vuelve el
valor mas negativo -4 es mayor que -6

Comentario:

a) En acuerdo con el cometario

b) Recuerdo con el trabajo que realiza, pero al ver "…multiplico por -2 si, se invierte el signo (>)…", en este caso se podría explayar mas hacer la salvedad que esto ocurre con cualquier negativo, al igual que ocupar algún argumento grafico o un dibujo.

9. Considera la desigualdad $x < 1$.

¿Qué pasa si multiplico ambos miembros por 2? ¿Y si les resto 3?

9) $X<1$
no pasa nada, no se altera la desigualdad
pero si le resto. 3 porque de un miembro
que $2x-3<1-3$ si reduzco terminos
queda $2x-3<-2$ así que subsiste la
desigualdad.

Comentario:

En acuerdo con el trabajo realizado

10. ¿Qué quiere decir resolver la inecuación $2x - 3 < x - 5$?

No la resuelvas, sólo explica qué quiere decir resolverla.

10) $2X - 3 < X - 5$

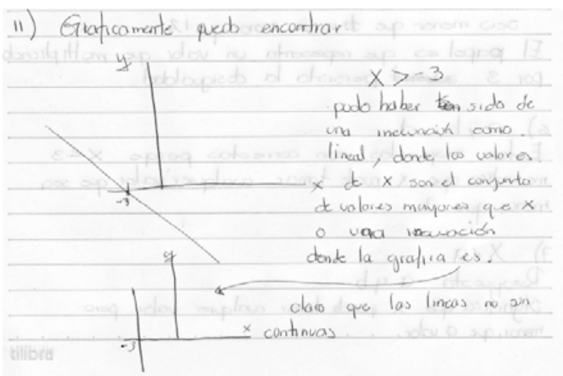
Encontrar el conjunto de valores de X, ~~que~~

porque es una desigualdad.

Comentario:

Si me gusta esa respuesta corta y precisa "Encontrar el conjunto de valores de x…"

11. ¿Cómo piensas que se pueda construir una inecuación que tenga como solución $x > -3$? ¿Puedes hacerlo? En caso de respuesta afirmativa, hazlo y justifica cuidadosamente todos los pasos.



Comentario:

Me gusta el trabajo grafico que realiza pues es muy bueno pues sin duda de pueda al complementarlo con un manejo algebraico es una buena herramienta para el trajo realizado con los

12. Resuelve la inecuación

$x - 3 > 3x - 1$.

Justifica cuidadosamente todos los pasos de tu proceso de resolución y representa gráficamente tu resultado.

12) $X - 3 > 3X - 1$

$X - 3 > 3X - 1$ aplicando propiedades de los

$(-3x) + x - 3 > 3x + (-3x) - 1$ reales.

$-3x + x - 3 > -1$

$-2x - 3 > -1$ aplicando inverso aditivo.

$-2x + 3 - 3 > -1 + 3$.

$-2x > 2$ aplicando propiedad inverso multiplicativo

$(-2x > 2)\left(\frac{1}{2}\right)$

$-x > 1$ aplica propiedad de desigualdad

$-x > 1 \quad (-1)$

$\boxed{X < 1}$

Comentario:

Nuevamente siento que realiza el ejercicio pero no presenta una mayor reflexión en el a pesar que su trabajo es bueno siento que hay argumentos que detallar, los cuales pueden enriquecer este trabajo

13. Resuelve la inecuación

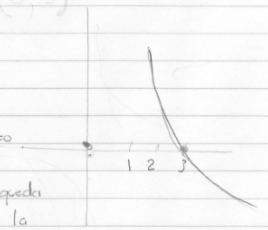
$\frac{3-x}{x} > 0$

Ayúdate con una representación visual (gráfica, dibujo, …)

Justifica detalladamente todos los pasos de tu proceso de resolución

13) $\frac{3-x}{x} > 0$ C.S. (0, 3]

Bosquejando la función
cuando x=0 se indetermina
mi función así que no toca x=0
cuando x=3 y=0 por lo
que la función bosquejada queda
sob me interesa esa parte por la
desigualdad



así que el conjunto sln. queda (0, 3) porque
valores negativos de x no cumple con la desigualdad y si x
le damos valore mayores de 3 no se cumple la desigualdad,

Comentario:

Sin duda me gusta el trabajo grafico que realiza pues siento que es una herramienta que unoi en la dolencia la trabaja poco en este tipo de ejercicios, la cual es una argumento balido para este tipo de trabajo.

Pareja 5

Parte 1

1. La expresión $x = 3$ representa:

- **s. la sol de una ecuación cuya incógnita es x**
- **t. el establecimiento del valor de la literal x**
- **u. la cantidad de elementos de un conjunto que contiene tres manzanas**
- **v. el punto 3 sobre el eje cartesiano de las abscisas**
- **w. la variable x a la que se le asigna la valor 3**
- **x. el hecho que x no puede tomar ningún valor distinto de 3**

Justifica tu (tus) elecciones.

Todas las posibilidades son factibles, pero me inclino más por las opciones d y f, porque guardan estrecha relación con el plano cartesiano. La primera representa un valor del eje x sin más, la segunda representa una recta paralela al eje y que pasa, precisamente, por dicho punto. Vale la pena aclarar, además, que la expresión x = 3 escrita así tácitamente, no me lleva a pensar que sea el resultado de algún proceso matemático anterior, por esto la elección de mis respuestas.

Comentarios:

==

2. ¿Qué representa la expresión? $x = a$ ¿Puedes representarla con algunas de las respuestas que se proponen para la pregunta 1?

Justifica tu (tus) elecciones.

Siendo consecuente con la respuesta anterior, x = a representa la generalización de x = 3, es decir, con esta expresión se indica la existencia de un valor cualquiera en el eje x y, por el cual pasará una recta paralela al eje y. En términos generales representa a una función constante para x evaluada en el valor a.

Comentarios:

==

3. Ahora intenta representar por medio de un dibujo o de una gráfica la expresión $x+1=0$ sin resolverla previamente (en el caso de que la estés viendo como ecuación).

La grafica de x + 1 = 0 representa un punto en el eje x. Y no hay necesidad de resolverla para darse cuenta por simple inspección, que dicho punto es – 1

_____I_____I____I_____I_____I_____
-2 -1 0 1 2

Comentarios:

= =

4. Cuando encuentras la expresión $2x - 1 = 3$:

g. ¿En qué piensas? ¿Es una ecuación o una igualdad? ¿Por qué?

h. ¿Qué haces? ¿Resuelves una ecuación o describes lo que lees?

a) Observando la expresión pienso, inmediatamente, en los dos conceptos juntos sin excluir el uno del otro, es decir que es una igualdad que representa a una ecuación matemática. En primera instancia es una igualdad porque, obviamente, contiene al signo “igual” y porque este representa una identidad entre sus dos miembros. Y, en segundo lugar, es una ecuación porque involucra una variable que requiere de un valor para que la igualdad se manifieste.
b) En realidad, siendo honesto con migo mismo, lo primero que haría al ver esta ecuación es resolverla.

Comentarios:

5. Considera la igualdad $x = 2$.

¿Qué pasa si multiplicas ambos términos por cinco y luego a ambos términos le restas tres?

¿Los dos miembros de la igualdad siguen siendo iguales? ¿Por qué?

Siempre que se opere simultáneamente los dos lados de la igualdad con los mismos parámetros o constantes, esta se mantendrá idéntica en su significado matemático, su escritura puede cambiar pero el sentido operacional de igualdad se mantiene. El hecho de realizar la misma operación en cada lado hace que su estructura de identidad se mantenga.

Comentarios:

= =

6. ¿Qué quiere decir resolver la ecuación $2x - 3 = x - 5$?

No la resuelvas, sólo explica qué quiere decir resolverla.

Nota importante: está prohibido el uso del verbo “despejar” (y de sus derivados)

Resolver una ecuación significa determinar los valores que puede tomar la variable (en este caso x) y para los cuales la igualdad se verifica, es decir que mediante la paliación de procesos matemáticos (algebraicos en este caso) sea posible hallar el valor que asignado a la variable satisface la ecuación, o sea, la vuelve una identidad.

Comentarios:

= =

7. ¿Qué significado le atribuyes a la palabra “despejar”?

m. Sacar la *x*.

n. Aplicar unas reglas para obtener el resultado de la ecuación.

o. Encontrar el valor de la incógnita *x* que cumple la ecuación.

p. Aplicar las propiedades de la igualdad para aislar el valor de la incógnita *x*.

Justifica tu (tus) elecciones.

Desde el punto de vista matemático, despejar significa aislar la variable para determinar su valor, esto mediante la aplicación de ciertas reglas y propiedades validas en los procesos matemáticos. Por esta razón me inclino más por la opción d.

Comentarios:

8. La ecuación de la pregunta 6 tiene como solución $x = -2$.

¿Qué relación hay entre este resultado y la ecuación original? Explica detalladamente.

La relación más evidente es el hecho de las dos son igualdades y más importante aún, existe una relación procesal, es decir, que mediante el planteamiento de una ecuación se busca resolverla y encontrar un resultado. Aquí tenemos el problema y la solución, su relación es el proceso que conlleva de lo uno a lo otro.

Comentarios:

==

9. ¿Cómo piensas que se pueda construir una ecuación que tenga como solución $x = -1$? ¿Puedes hacerlo? En caso de respuesta afirmativa, hazlo y justifica cuidadosamente todos los pasos.

Existen muchas formas de hacerlo. Considerando las preguntas anteriores y las respuestas respectivas, una forma, la más simple, seria sumar uno a ambos lados de la igualdad y esta se convierte en una ecuación, es decir:

x = –1
x+1 = –1 +1
x+1= 0

otra manera, similar a la anterior, seria seguir las instrucciones que se plantaron el pregunta 5: “multiplicar ambos términos por cinco y luego a ambos términos le restas tres”, es decir:

x = –1
5x = –1(5)
5x = –5
5x – 3 = –5 – 3
5x – 3 = –8

Comentarios:

10. Determina el valor de a para que la ecuación $2(ax-1)-3ax=4$ tenga como solución $x=-1$. Justifica cuidadosamente todos los pasos de tu resolución.

Primeramente será necesario sustituir en la ecuación el valor de x = – 1, para que así dicha ecuación dependa únicamente de la variable a, posteriormente se realizan las operaciones algebraicas indicadas, se reduce a términos semejantes y luego se despeja la variable. Entonces:

2(*ax*–1) –3*ax* = 4 como *x* = –1
2(*a*(–1)–1) –3*a* (–1) = 4 aquí realizamos operaciones algebraicas elementales
2(–*a*–1) +3*a* = 4
–2*a*–2+3*a* = 4 aquí se reduce a términos semejantes
a –2 = 4 aquí se despeja la variable a
a = 6

Comentarios:

==

11. Resuelve la ecuación:

$$\frac{3-x}{2} = 1 + \frac{2x-3}{5}.$$

Justifica todos los pasos de tu proceso de resolución.

Inicialmente unificamos la fracción en el lado izquierdo de la igualdad: $\frac{3-x}{2}=\frac{5+2x-3}{5}$

Rompemos la fracción pasando los denominadores a los lados opuestos de la igualdad realizando la operació contaria, es decir, a multiplicar: $5(3-x)=2(5+2x-3)$

Aplicamos la propiedad distributiva y resolvemos los productos: $15-5x=10+4x-6$

Transposición de términos, dejando las variables en un lado y los términos independientes al otro: $15-10+6=4x+5x$

Reducimos a terminos semejantes: $11=9x$

Por último depejamos la variable, pasando su coeficiente que la esta multiplicando, al otro lado de la igualdad, a divir: $\frac{11}{9}=x$

Comentarios:

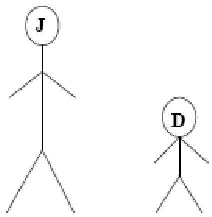
==

<u>Parte 2</u>

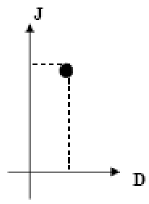
1. “Juan es más alto que David”.

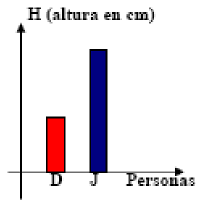
Representa dicho enunciado por medio de un dibujo y de una gráfica

El dibujo, creo que es muy infantil, pero sirve para denotar la diferencia de alturas entre Juan y David.



Por medios gráficos, propongo dos alternativas:





Comentarios:

= =

2. $a > b$: ¿Qué quiere decir? ¿Quiénes son *a* y *b*? Intenta representar por medio de un dibujo.

a>b, Representa una desigualdad entre dos parámetros (que pueden ser números, personas, objetos, etc.) de la misma clase. Para el caso particular de a y b, el significado atribuye una característica de más grande o mayor al parámetro a, y en consecuencia b representa el parámetro más pequeño o menor.
a y b son las representaciones de los parámetros que intervienen en la desigualdad y que le dan sentido a la misma.
Un dibujo que muestre esta desigualdad, sería el mismo anterior, y en este caso a correspondería Juan y b a David. Otra manera grafica podría ser asumiendo el hecho de que a y b sean números y representarlos en la recta real, así:

b **0** **a**

_____I_____I_____I_____I_____I_____ **a > b**

Comentarios:

= =

3. $x < y$: ¿Qué quiere decir? ¿Quiénes son *x* y *y*? Intenta representar por medio de un dibujo.

x<y, Representa la misma desigualdad anterior, solo que con parámetros (que pueden ser números, personas, objetos, etc.) de la misma clase, pero nombrados de forma distinta, ahora se llaman x y y. Manifiesto que representan lo mismo porque, para mí, el símbolo < o > son un solo, la diferencia está en el sentido de lectura que le pongamos, es decir. Si leemos de izquierda a derecha (>) este símbolo representa mayor que.., pero si lo leemos de derecha a izquierda, el mismo símbolo sin cambiarlo, representa al menor que.., es mejor comprender que al abertura del símbolo siempre apunta a la cantidad mayor o más grande y el vértice a la cantidad menor o más pequeña.
Lo demás es lo mismo que el caso anterior.

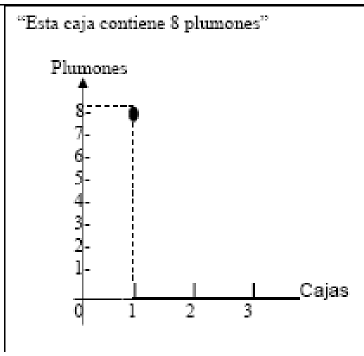
Comentarios:

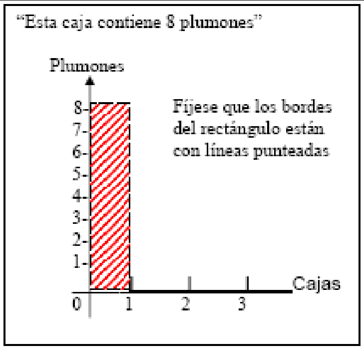
= =

4. Representa por medio de una representación visual (dibujo, gráfica,…) las siguientes expresiones:

“Esta caja contiene 8 plumones”

“Esta caja contiene menos de 8 plumones”





Comentarios:

==

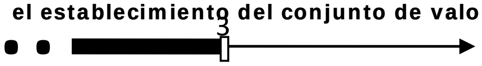
5. Expresa por medio de un enunciado la siguiente expresión: $6 < 3x < 12$.

¿Cuál es el papel de la literal *x*?

El triple del valor de x, será un valor comprendido entre 6 y 12, aclarando que no podrá ser 6 ni 12. Otra forma seria afirmar que el triple del valor de x será un número mayor que 6 pero menor que 12.
El literal x representa el número que verifica las condiciones de desigualdad planteadas en la inecuación.
Comentarios:

==

6. La expresión $x < 3$ representa:

- **a. una desigualdad**
- **b. una inecuación**
- **c. la solución de una inecuación cuya incógnita es *x***
- **d. el establecimiento del conjunto de valores que puede tomar la literal *x***
- **e.** 

- **f. el hecho que *x* no puede tomar ningún valor mayor que 3**
- **g. el hecho que *x* no puede tomar el valor de 3**

Justifica tu (tus) elecciones.

Le doy más peso a las respuestas **d,e,f** y **g**, ya que todas ellas están relacionadas con el mismo hecho que corresponde a la determinación de un conjunto de valores para la variable **x**, dichos valores se representan gráficamente en la recta real como lo establece el punto **e** y, además el carácter de la desigualdad implica que estos valores deberán ser todos aquellos que se encuentren a la izquierda de 3 sin considerar este mismo valor, tal como lo plantean los puntos **f** y **g**.
Comentarios:

==

7. ¿Qué representa la expresión $x < a$? ¿Puedes representarla con algunas de las respuestas que se proponen para la pregunta 6?

Justifica tu (tus) elecciones.

x < a, representa la generalización del punto anterior, es decir que denota al conjunto de valores que pude tomar **x** y los cuales cumplirán con la condición de ser menores o inferiores a un valor determinado, que en este caso se denomina **a**.
Comentarios:

==

8. $2 < 3$.

- **i. ¿Qué pasa si: le sumo a ambos miembros 1? ¿Y si le resto 1?**
- **j. ¿Y si multiplico ambos miembros por 3? ¿Y por -2?**

Representa visualmente (dibujo, gráfica,...) cada situación e intenta explicarla con tus palabras.

a) Si se le suma o se le resta uno a ambos lados de la desigualdad planteada esta se mantendrá, es decir seguirá representando a una cantidad menor que otra.
OO son menos que OOO , si aumentamos en una bolita a cada lado, entonces:
OO + O siguen siendo menos que OOO + O, si quitamos una bolita de cada lado, entonces: O que sigue siendo menos que OO.
b) Ahora si se multiplica ambos miembros por 3, la desigualdad sigue manteniéndose, pero
si se multiplica por – 2 el sentido de la desigualdad tiene que cambiarse dado que los números negativos mantienen una relación de orden contaría a la de los números positivos, es decir, cuanto mayor es la magnitud del numero negativo, menor será su valor.
Comentarios:

= =

---

9. Considera la desigualdad $x < 1$.

¿Qué pasa si multiplico ambos miembros por 2? ¿Y si les resto 3?

Cada vez que se realiza una operación cualquiera en una desigualdad esta mantendrá su significado, solo hay una consideración con el producto cuando este se hace con números negativos, para lo cual habrá de ser necesario cambiar el sentido de la desigualdad para que ella siga manteniéndose como verdadera.
Comentarios:

= =

---

10. ¿Qué quiere decir resolver la inecuación $2x - 3 < x - 5$?

No la resuelvas, sólo explica qué quiere decir resolverla.

Resolver la inecuación significa determinar el conjunto de valores que puede tomar la variable **x** y para los cuales la desigualdad siempre se cumple. En el caso presentado como ejemplo, al solucionarla obtendremos los valores que acepta **x** de tal manera que al evaluarse en la desigualdad siempre se obtendrá una cantidad numérica menor que otra.
Comentarios:

= =

---

11. ¿Cómo piensas que se pueda construir una inecuación que tenga como solución $x > -3$? ¿Puedes hacerlo? En caso de respuesta afirmativa, hazlo y justifica cuidadosamente todos los pasos.

El proceso es muy similar al utilizado en el punto 9 de la primera parte. Es decir se puede hacer de diferentes formas, solo basta con operar algún valor a los dos lados de la desigualdad, teniendo cuidado de que si se trata de multiplicar por un numero negativa la desigualdad cambia de sentido. El caso más simple so obtiene cuando la desigualdad es a cero, para ello basta con sumar 3 a ambos lados de ella.

$x > -3$

$x + 3 > -3 + 3$

$x + 3 > 0$ y aquí tenemos la desigualdad buscada.

Comentarios:

= =

---

12. Resuelve la inecuación

$x - 3 > 3x - 1$.

Justifica cuidadosamente todos los pasos de tu proceso de resolución y representa gráficamente tu resultado.

Primeramente será necesario realizar una transposición de términos, es decir dejar a un lado los términos que contienen a la variable y en el otro lado los términos independientes, posteriormente se realizan las operaciones algebraicas indicadas, se reduce a términos semejantes y luego se despeja la variable. Entonces:

$x - 3 > 3x - 1$ empezamos con la transposición de términos, conviene dejar las variables en el lado derecho de la desigualdad.

$-3 + 1 > 3x - x$ aqui se reduce a terminos semejantes

$-2 > 2x$ aqui se dsespeja la variable

$\frac{-2}{2} > x$ aqui se simplifica la fracción

$-1 > x$

Esto significa, que la solución corresponde a todos los valores de x menores que - 1. En forma de intervalo seria : $(-\infty, -1)$
Comentarios:

==

13. Resuelve la inecuación

$\frac{3-x}{x} > 0$

Ayúdate con una representación visual (gráfica, dibujo, ...)

Justifica detalladamente todos los pasos de tu proceso de resolución

Ya que el ejercicio plantea una función racional con una desigualdad a cero, el paso siguiente será verificar que la variable se encuentre positiva en todos los factores que la contienen, como en este caso el numerador presenta a x negativa, será necesario volverla positiva, para lo cual se realizará una multiplicación por (-1), después de esto se obtienen los ceros de cada factor y con ellos se construye una tabla de signos, que en definitiva mostrar la solución de la inecuación.

$\frac{3-x}{x}>0$ **empezamos multiplicando por - 1, para volver todas las x positivas**

$\frac{-3+x}{x}<0$ **Fijemonos aquí, que la desigualdad cambio de signo. Ahora obtenemos los ceros de cada factor.**

$-3+x=0 \quad y \quad x=0$

$x=3$ **Con estos valores contruimos una tabla de signos**

		0		3	
$-3+x$	-------		---------		+++++++
x	--------		++++++++		+++++++
	+	0	−	3	+

Esto significa, que la solución corresponde a las partes negativas, es decir al intervalo abierto (0,3)
Comentarios:

==

COMENTARIO DEL CUESTIONARIO

Equipo N°15

El comentario que me merece la respuesta al cuestionario de mi compañero, podría distinguir las siguientes *cuestiones* importantes:

1. Comentario referente a las representaciones gráficas y pictóricas de ecuaciones y desigualdades

Es preciso destacar la fuerte predominancia de las representaciones gráficas, en general, y cartesianas, en particular, que se manifiestan en las respuestas de mi compañero. Él utiliza cómodamente este tipo de registro de representación. Si bien, en algunas preguntas del cuestionario se pedía explícitamente la representación gráfica de ciertas cuestiones, cuando esta no era solicitada, él fundamentaba la importancia o validez de algunas nociones por su “estrecha relación” con el plano cartesiano.

Por ejemplo, citando textualmente frases de la respuesta a la primera pregunta de la parte 1: *“(...) las opciones d y f, porque guardan estrecha relación con el plano cartesiano. La primera representa un valor del eje x sin más, la segunda representa una recta paralela al eje y que pasa, precisamente, por dicho punto”.* En esta pregunta no se solicitaba la referencia gráfica, pero él la utiliza. En la segunda pregunta aparece: *“(...) con esta expresión se indica la existencia de un valor cualquiera en el eje x y, por el cual pasará una recta paralela al eje y.”*

Este “manejo gráfico” debe darle ventajas al abordar problemas matemáticos. Lo que no explica es: ¿por qué se prefieren opciones que estén en “estrecha” relación con el plano cartesiano? O ¿por qué es importante relacionarse “estrechamente” con el plano cartesiano?

Es preciso mencionar este fenómeno pero en la parte de desigualdades del cuestionario, esto es, como fueron abordadas las representaciones gráficas de las desigualdades. Se muestran varias formas de representaciones gráficas: cartesianas, pictóricas o en forma de gráficos de barras; las cuales explican las situaciones planteadas en el cuestionario de manera más o menos clara y comprensible. Solo cabe destacar algunos comentarios con respecto a la representación cartesiana de desigualdades, en referencia a la naturaleza de las cantidades involucradas, esto es, si se trata de cantidades continuas o discretas.

Por ejemplo, es interesante la representación mostrada en la parte 2, pregunta uno (primer plano cartesiano del segundo recuadro), dónde mi compañero representa el hecho de que “Juan es más alto que David” por medio de un par ordenado en el plano cartesiano (la abscisa representa la estatura de David y la ordenada representa a la estatura de Juan), cuya abscisa es menor que la ordenada. La idea es muy original, sólo repararía en el hecho que, al tratarse de magnitudes positivas y continuas (las estaturas), tal vez convendría “pintar” en el plano cartesiano la región superior a la recta J = D, en lugar de marcar solo un punto, cuya ordenada se ve mayor que su abscisa.

Otro ejemplo interesante para la discusión de una representación cartesiana de desigualdades, esta vez discretas, puede apreciarse en la pregunta 4, parte 2. Aquí se muestran dos planos cartesianos, donde el primero representa el hecho que “ésta caja contiene 8 plumones”, lo cual es mostrado por el dibujo de un punto cuyas coordenadas son (1 , 8). Esto, según mi parecer, representa de gran forma la proposición “ésta caja tiene 8 plumones”. En cuanto al segundo gráfico, este debe representar la proposición “ésta caja contiene menos de 8 plumones”, mediante el una barra vertical de ancho 1 y alto 8, cuyos lados están en líneas segmentadas.

Aquí me parece interesante el discutir dos puntos: i). Me parece que no es cómoda la idea de una barra pintada vertical, pues la cantidad de cajas y plumones no son continuas. ii). Las líneas segmentadas de los lados de la barra, tal vez deberían ser cambiadas por el dibujo de los puntos (1 , 1); (1 , 2); (1 , 3); (1 , 4); (1 , 5); (1 , 6) y (1 , 7).

De esta forma, resulta interesante discutir las representaciones gráficas para desigualdades, si se trata de continuas y discretas.

Por último, me gustaría mencionar en este comentario la ausencia de una de las representaciones gráficas o pictóricas en la respuesta a la pregunta 8, parte 2. Cuando se trata de representar el hecho de ponderar una desigualdad por un cantidad negativa (en aquel caso era la desigualdad $2 < 3$, ponderada por -2), la representación gráfica no aparece. Yo atribuyo esto a lo difícil que es plantear dicha representación (por lo menos para mí), de hecho pregunto ¿cómo podría representarse, gráfica o pictóricamente, el efecto en una desigualdad al ponderarla por una cantidad negativa?

2. Comentario con respecto al significado atribuido a las ecuaciones y desigualdades

Quiero comenzar comentando que las respuestas me han dejado la impresión de que mi compañero relaciona fuertemente las nociones de igualdad y ecuación, al punto de hacerlas indistinguibles. Aparecen algunas diferencias cuando él se refiere a la relación entre la solución de una ecuación y la ecuación.

Cito textual de parte 1, pregunta 4: *“(...) pienso inmediatamente en los dos conceptos juntos (...) es una igualdad que representa a una ecuación matemática”*. Puede verse la integración de las nociones de igualdad y ecuación, pues define una en función de la otra. *“(...) es una igualdad porque, obviamente, contiene al signo “igual” y porque este representa una identidad entre sus dos miembros. Y, en segundo lugar, es una ecuación porque involucra una variable que requiere de un valor para que la igualdad se manifieste”*. Desde mi punto de vista, para él, la igualdad y la ecuación están íntimamente ligados, lo cual haría interesante el discutir el hecho que si el valor de x es variable, ¿podrá ocurrir que una ecuación no sea igualdad?¿será posible que sea un abuso de notación (como el caso de escribir $1/2 = 0{,}5$)?

Por otro lado, será tan indistinguible la separación entre igualdad y ecuación, si hay que hacer pasar a la ecuación por un “proceso de resolución” para determinar el valor de la variable que logre verificar la igualdad, ¿no se hacen un tanto diferentes los conceptos de igualdad y ecuación?

B: No ve que el “proceso de resolución” se basa en el hecho de que la expresión es una igualdad.

Esto lleva al cuestionamiento de ¿qué es una ecuación y qué es una igualdad? Citando nuevamente, ahora de la respuesta a la pregunta 9 parte 1: *“(...) una forma, la más simple, sería sumar uno a ambos lados de la desigualdad y esta se convierte en una ecuación”*. Entonces las expresiones del tipo $x = a$ no son ecuaciones, pues hay que "convertirla" en una de ellas, por ejemplo, x = - 1 no es ecuación hasta sumar 1 a ambos lados y convertirla en la ecuación x + 1 = 0. Cabe preguntarse ¿qué diferencia realmente a x = - 1 de x + 1 = 0? ¿las ecuaciones son entonces "soluciones no explícitas"? o ¿las expresiones x = a no son "en sí" la solución de la ecuación, sino una ecuación que nos "permite ver" dicha solución de forma directa y clara?

B: Para él x = a es ecuación así como x - a = 0.

Estas son algunas de las interrogantes que me surgen del análisis de las respuestas de mi colega.

Algo similar a lo anterior pudo verse en la parte de las desigualdades. En la pregunta 11, parte 2, se le solicita "crear" una desigualdad cuya solución sea x > - 3, él dice: *"(...) se puede hacer de diferentes formas, solo con operar algún valor a los dos lados de la desigualdad (...) El caso más simple so obtiene cuando la desigualdad es a cero, para ello basta con sumar 3 a ambos lados de ella"*. De esta forma hago la misma pregunta anterior ¿por qué x > - 3 NO es desigualdad o inecuación, mientras que x + 3 > 0 si lo es?¿cuándo una expresión que involucra los símbolos de "<" o ">" y alguna letra, cambia su estatus de desigualdad a solución de la desigualdad y viceversa?

3. Significado atribuido a las letras en las ecuaciones y las desigualdades

Un breve comentario merece el hecho que las letras involucradas en las ecuaciones y desigualdades que aparecieron en el cuestionario, cambian continuamente su estatus de variables a incógnitas o parámetros, según sea la respuesta que mi compañero brinda a la pregunta indicada. Al referirse a ecuaciones o desigualdades, las letras son llamadas variables, incógnitas y parámetros, sin atender demasiado al hecho de que efectivamente tengan alguno de esos estatus o todos ellos.

Muchas veces en nuestro discurso las tratamos indistintamente como variables, incógnitas o parámetros, sin referirnos al hecho de que efectivamente sean ese tipo de cosas.

4. "Formas" de resolución de las ecuaciones y desigualdades

Al leer las justificaciones de los pasos llevados a cabo por mi colega para resolver una ecuación o una desigualdad, podemos encontrar un montón de verbos que podrían traer obstáculos para el aprendizaje cuando están presentes en nuestro discurso en el aula. Estos son el "despejar", "dejar" o "pasar", refiriéndose a los cambios que se producen en la "apariencia" de una ecuación (o desigualdad) al tratar de resolverla. Citando un extracto de la respuesta a la pregunta 11, parte 1 tenemos: *"(...) Rompemos la fracción pasando los denominadores a los lados opuestos de la igualdad realizando la operación contraria (...) transposición de términos, dejando las variables en un lado y los términos independientes al otro (...) Por último despejamos la variable, pasando su coeficiente que la está multiplicando, al otro lado de la igualdad, a dividir"*. Cuántas veces los profesores hemos dicho discursos similares para explicar el proceso de resolución de una ecuación, sin cuestionarse cosas como ¿por qué los términos, coeficientes o denominadores en una ecuación, son "pasados" de un lado a otro del símbolo de igualdad, como si se tratase de balones de voleibol?¿son transformaciones matemáticas válidas o simples "trucos" o "artimañas" basadas en transformaciones matemáticas válidas?

A este tipo de discurso (que involucra los verbos "despejar", "pasar", "dejar") pueden añadirse unas "costumbres" injustificadas y no cuestionadas de nuestros métodos de resolución. Por ejemplo, citaré textual de pregunta 12, parte 2: *"Primeramente es necesario realizar una transposición de términos, es decir dejar a un lado los términos que contienen a la variable y en el otro lado los términos independientes (...)"*. Claramente siempre debemos "agrupar" aquellos términos que contienen a la variable, pero ¿por qué es tan necesario esto? Por otro lado, en la misma respuesta aparece: *"empecemos con la transposición de términos, conviene dejar las variables en el lado derecho de la desigualdad (...)"*. En este extracto aparece más claramente una de estas costumbres que poseemos los profesores de matemáticas, y que no tienen mayor explicación, ¿por qué "conviene" dejar "las variables" en el lado derecho de la desigualdad, si el método de resolución NO depende de “donde dejo” a la variable?

Asimismo, en la pregunta siguiente podemos encontrar: *“(…) el paso siguientes será verificar que la variable se encuentre positiva en todos los factores que la contienen, como en este caso el numerador presenta a x negativa, será necesario volverla positiva (…)”.* Cabe la duda justificada, pero no muy común, ¿es necesario el “volver” positivo los coeficientes de la incógnita?¿depende el método de resolución de que yo haga eso de “volver” positiva la variable?

Este tipo de discursos son muy comunes entre nosotros los profesores de matemáticas, lo que conlleva que se lo traspasemos a nuestros alumnos y, por supuesto, a futuros profesores de matemática que seguirán repitiendo el bucle. Debo admitir que, en más de una ocasión, he caído en actitudes similares, sin cuestionarlas, hasta que mi compañero me hizo verlas.

Pareja 6

<u>Parte 1</u>

1. La expresión $x = 3$ representa:

- **a. la sol de una ecuación cuya incógnita es x**
- **b. el establecimiento del valor de la literal x**
- **c. la cantidad de elementos de un conjunto que contiene tres manzanas**
- **d. el punto 3 sobre el eje cartesiano de las abscisas**
- **e. la variable x a la que se le asigna la valor 3**
- **f. el hecho que x no puede tomar ningún valor distinto de 3**

Justifica tu (tus) elecciones.

b, d y e.
Desde mi punto de vista la letra b y e representan lo mismo
La letra d es una forma de leer su representación en un plano cartesiano, en este caso el eje de las x
Comentarios:

Comparto la misma idea que tú, que las respuestas deben ser que b y e significa lo mismo y que d es la representación grafica de este valor asignado al punto x, sin embargo creo yo que también a y c (como la solución de una ecuación planteada en el caso particular de un conjunto de manzanas) si se considera que una variable es un elemento no especificado de un conjunto de elementos dados.

2. ¿Qué representa la expresión? $x = a$ ¿Puedes representarla con algunas de las respuestas que se proponen para la pregunta 1?

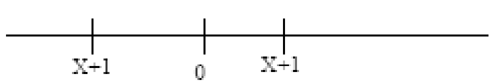
Justifica tu (tus) elecciones.

Si, por ejemplo la letra b que se lee “el número a que se ha asignado a x”

Comentarios:

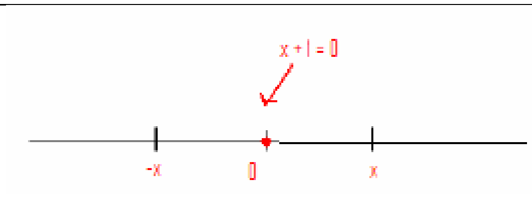
Sí, claro significa que en la expresión x=a, se está asignando ese valor a esta variable, sin embargo puede representar cualquier constante (a) que representa la solución de un sistema de ecuaciones en donde la incógnita es x.

3. Ahora intenta representar por medio de un dibujo o de una gráfica la expresión $x+1=0$ sin resolverla previamente (en el caso de que la estés viendo como ecuación).



Comentarios:

Aquí creo que difiero un poco a tu representación pero había que discutirlo, yo creo que quedaría así:



4. Cuando encuentras la expresión $2x - 1 = 3$:

i. ¿En qué piensas? ¿Es una ecuación o una igualdad? ¿Por qué?

j. ¿Qué haces? ¿Resuelves una ecuación o describes lo que lees?

a) Generalmente la pienso como una ecuación porque de un lado tenemos una literal que debe tener un valor para que al sustituirse se conserve la igualdad.
b) la resuelvo para conocer el valor de x de una manera más rápida que tratar de hacerlo por tanteo.
Comentarios:

a) Creo que si observarlo si se piensa como ecuación, sin embargo pienso que es también una igualdad, porque la misma definición de una ecuación es la igualdad de dos expresiones matemáticas en donde existen una o más variables.
b) Si creo que la mayoría recurrimos a resolver la ecuación.

5. Considera la igualdad $x = 2$.

¿Qué pasa si multiplicas ambos términos por cinco y luego a ambos términos le restas tres?

¿Los dos miembros de la igualdad siguen siendo iguales? ¿Por qué?

De entrada no pasa nada porque se asigna el valor a ambos miembros de la igualdad y es lo mismo que si tuviera una balanza el equilibrio o igualdad se mantiene.
Si a ambos miembros les resto 3. En el primer miembro aparentemente y visualmente no queda igual que el segundo porque debo dejar indicada la operación y en el segundo miembro si se puede resolver la operación indicada.
Comentarios:

Comparto contigo este análisis, simplemente porque a cada miembro de la ecuación se le está afectando de la misma forma, de tal manera que la igualdad como tú dices no se altera, se cumple con las propiedades axiomáticas de las igualdades.

6. ¿Qué quiere decir resolver la ecuación $2x - 3 = x - 5$?

No la resuelvas, sólo explica qué quiere decir resolverla.

Nota importante: está prohibido el uso del verbo "despejar" (y de sus derivados)

Encontrar o adivinar el valor que debe tener la letra x para que se conserve la igualdad.
Comentarios:

Si, realmente para mi resolver la ecuación significa encontrar el valer de x que satisfaga esta ecuación.

7. ¿Qué significado le atribuyes a la palabra "despejar"?

q. Sacar la *x*.

r. Aplicar unas reglas para obtener el resultado de la ecuación.

s. Encontrar el valor de la incógnita *x* que cumple la ecuación.

t. Aplicar las propiedades de la igualdad para aislar el valor de la incógnita *x*.

Justifica tu (tus) elecciones.

Todas.
Primero despejar, para mí, quiere decir o hacer a un lado lo que "estorba" a la literal. En el caso de la ecuación es hacer cumplir las reglas de la igualdad para aislar a x y encontrar su valor que hace cierta la igualdad. O bien utilizando el procedimiento abreviado (está positivo pasa negativo, está multiplicando pasa dividiendo, etc.) para encontrar el valor de x.
Comentarios:

Si, coincido contigo, y solo respondería con el inciso c y d, que es encontrar el valor de la incógnita x que cumple con la ecuación aplicando las propiedades de las igualdades.

8. La ecuación de la pregunta 6 tiene como solución $x = -2$.

¿Qué relación hay entre este resultado y la ecuación original? Explica detalladamente.

Pues que al sustituir el valor de x =-2 la igualdad debe conservarse .

$2(-2)-3=(-2)-5$

$-4-3=-7$

$-7=-7$

Comentarios:

Sí, que x como un valor igual a 2 proporcionado a cada lado de la ecuación hace que se satisfaga la igualdad antes planteada.

9. ¿Cómo piensas que se pueda construir una ecuación que tenga como solución $x=-1$? ¿Puedes hacerlo? En caso de respuesta afirmativa, hazlo y justifica cuidadosamente todos los pasos.

Se puede realizar aplicando las reglas de la igualdad por ejemplo:
X=-1
Sumo y/o resto un número en ambos lados de la igualdad
3+x=-1+3
3+x-5=-1+3-5
-2+x=3 la igualdad se mantiene
Si multiplico por 3x=-1(3) la igualdad se mantiene
Si se divide entre 2 ambos lados la igualdad se mantiene

$\frac{x}{2}=\frac{-1}{2}$

Comentarios:

Sí, creo que es la forma de hacer esta expresión como una ecuación aplicando las propiedades de las igualdades.

10. Determina el valor de *a* para que la ecuación $2(ax-1)-3ax=4$ tenga como solución $x=-1$. Justifica cuidadosamente todos los pasos de tu resolución.

$2(ax-1)-3ax=4$

$2ax-2-3ax=4$

$-ax=4+2$

$-a=\frac{6}{-1}$

$-a=-6$

multiplicando por menos1

a=6

comprobando para $x=-1$ y para a=6

$2((6)(-1)-1)-3(6)(-1)=4$

y resolviendo.

$2(-6-1)+18=4$

$2(-7)+18=4$

$-14+18=4$

se comprueba la igualdad

$4=4$

Comentarios:

Si yo lo resolví sustituyendo desde el inicio el valor de x=-1, pero como bien sabemos pues es lo mismo, siempre aplicando las propiedades, buscando simplificar para llegar a la mínima expresión de a=6, que sustituido en la ecuación original hace que la igualdad se cumpla.

11. Resuelve la ecuación:

$$\frac{3-x}{2}=1+\frac{2x-3}{5}.$$

Justifica todos los pasos de tu proceso de resolución.

$$\frac{3-x}{2} = 1 + \frac{2x-3}{5}$$

multiplicando por el común denominadfo en ambos lados

$$10\left(\frac{3-x}{2}\right) = \left(1 + \frac{2x-3}{5}\right)10$$

dividiendo 10 entre 5 y multiplicando por 10 a 1 y la expresiór

$5\left(3-x\right) = 10 + 2\left(2x-3\right)$ multiplicando

$15 - 5x = 10 + 4x - 6$ agrupando las x

$-5x-4x=10-6-15$ reduciendo

$-9x=10-21$

$-9x=-11$

$$x = \left(\frac{-11}{-9}\right)$$

$$x = \left(\frac{11}{9}\right)$$

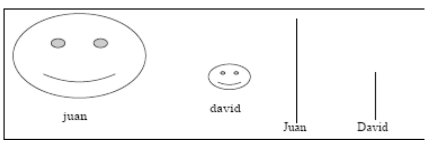
Comentarios:

En esta pregunta quiero comentar que la forma hacer el despeje para encontrar la solución no importa siempre que se respete la aplicación de las propiedades, aquí creo que hay diversas formas de encontrar la solución, y esa diversidad la vemos siempre en nuestras aulas, estoy muy de acuerdo contigo.

Parte 2

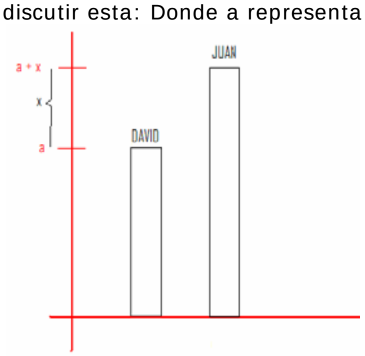
1. "Juan es más alto que David".

Representa dicho enunciado por medio de un dibujo y de una gráfica



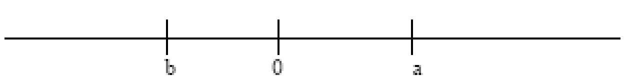
Comentarios:

Gráficamente voy a presentar otra forma que aunque creo que es válida la que se ha mostrado, quisiera discutir esta: Donde a representa la estatura de David y a+x representa la estatura de Juan.



2. $a > b$: ¿Qué quiere decir? ¿Quiénes son *a* y *b*? Intenta representar por medio de un dibujo.

Que si asignamos un valor a (a) éste debe ser más grande que (b)
También puede ser dos números reales
a>b o por medio de una gráfica

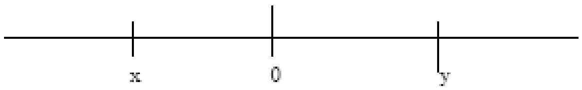


Comentarios:

Si, concuerdo contigo, que son dos números pertenecientes al grupo de los números reales en que a siempre será mayor pero no igual a b.

3. $x < y$**: ¿Qué quiere decir? ¿Quiénes son *x* y *y*? Intenta representar por medio de un dibujo.**

Que si asignamos un valor de un número a x éste debe ser menor que el valor asignado a y
También representan dos números reales.



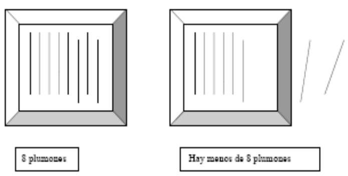
Comentarios:

También compartiendo contigo esta idea, en la que X y Y adquieren cualquier valor perteneciente al conjunto de números reales, por que viendo esta forma de desigualdad no existe alguna restricción

4. Representa por medio de una representación visual (dibujo, gráfica,…) las siguientes expresiones:

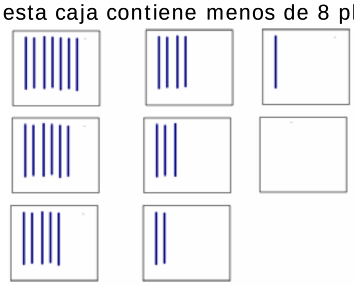
"Esta caja contiene 8 plumones"

"Esta caja contiene menos de 8 plumones"



Comentarios:

En la parte de la caja en donde se tiene ocho plumones estoy muy de acuerdo contigo pero en la opción de esta caja contiene menos de 8 plumones creo que se podrían considerar el siguiente conjunto de soluciones :



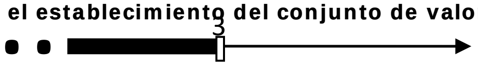
5. Expresa por medio de un enunciado la siguiente expresión: $6 < 3x < 12$.

¿Cuál es el papel de la literal *x*?

El triple de un número x es mayor que 6 y menor que 5.
El conjunto de valores que asignados a x haga que se cumpla la desigualdad
Comentarios:

Concuerdo contigo que debe existir una cantidad X, tal que tres veces su valor sea mayor a 6 pero menor a 12. y precisamente el valor de la literal hace que se cumpla la desigualdad.

6. La expresión $x < 3$ **representa:**

- **a.** **una desigualdad**
- **b.** **una inecuación**
- **c.** **la solución de una inecuación cuya incógnita es *x***
- **d.** **el establecimiento del conjunto de valores que puede tomar la literal *x***
- **e.** 

- **f.** **el hecho que *x* no puede tomar ningún valor mayor que 3**
- **g.** **el hecho que *x* no puede tomar el valor de 3**

Justifica tu (tus) elecciones.

a, b, d, e, f, g.
Elijo la letra a porque nos indica con su signo que es una desigualdad. La letra b porque también corresponde a una inecuación. La letra d porque x no tiene un solo valor sino un conjunto de valores.

La letra e porque es una representación gráfica del conjunto de esos valores.
La letra f porque x sólo puede asumir valores menores que 3. Y por lo tanto tampoco puede ser igual
Comentarios:

En esta pregunta mi comentario es que estoy de acuerdo en cada punto que has analizado para dar como respuesta a todas los incisos a excepción de c, por las misma razones qua has manejado.

7. ¿Qué representa la expresión $x < a$? ¿Puedes representarla con algunas de las respuestas que se proponen para la pregunta 6?

Justifica tu (tus) elecciones.

Elijo la letra a porque nos indica con su signo que es una desigualdad
La letra b porque también corresponde a una inecuación
La letra d porque x no tiene un solo valor sino un conjunto de valores
La letra e porque es una representación gráfica del conjunto de esos valores
La letra f porque x sólo puede asumir valores menores que a
Y por lo tanto tampoco puede ser igual a.
Comentarios:

Tal vez se podría decir igual de esta forma, representa a una inecuación, cuya desigualdad indica que x puede tomar cualquier valor de un conjunto de números que sean menor a "a" pero no igual a "a".

8. $2 < 3$.

a. ¿Qué pasa si: le sumo a ambos miembros 1? ¿Y si le resto 1?

b. ¿Y si multiplico ambos miembros por 3? ¿Y por -2?

Representa visualmente (dibujo, gráfica,…) cada situación e intenta explicarla con tus palabras.

2<3
1+2<3+1
3<4 no pasa nada la desigualdad se mantiene
2<3
2-1<3-1
1<2 no pasa nada la desigualdad se mantiene
Si la multiplico por 3
3x2<3x3
6<9 la desigualdad se mantiene
Al multiplicar por un número negativo la desigualdad ya no se mantiene por lo que hay que invertir el sentido
-2x2<-2x3
-4<-6 la desigualdad no se mantiene
-2x2>-2x3
-4>-6

Comentarios:

En este punto si concuerdo contigo en todo, en la parte d, en la que hay que indicar al multiplicar por un número negativo, pues si es alterada la desigualdad porque un numero más hacia la izquierda de la recta numérica en relación a otro número es menor.

9. Considera la desigualdad $x < 1$.

¿Qué pasa si multiplico ambos miembros por 2? ¿Y si les resto 3?

X<1
2x<2x1
2x<2
2x<2-3
2x<-1 pues creo que no pasa nada.

Comentarios:

Si no pasa nada porque al multiplicarlo está siendo por un número positivo

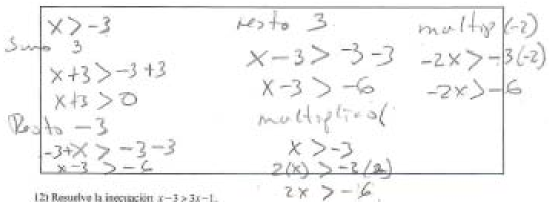
10. ¿Qué quiere decir resolver la inecuación $2x - 3 < x - 5$?

No la resuelvas, sólo explica qué quiere decir resolverla.

Tratar de pensar o de encontrar el valor que hace que la desigualdad se cumple siempre y cuando sea positivo para que no cambie y que no puede ser cualquier número
Comentarios:

O puede ser también encontrar el conjunto de valores que puede tomar x tal que satisfaga esta inecuación.

11. ¿Cómo piensas que se pueda construir una inecuación que tenga como solución $x > -3$? ¿Puedes hacerlo? En caso de respuesta afirmativa, hazlo y justifica cuidadosamente todos los pasos.



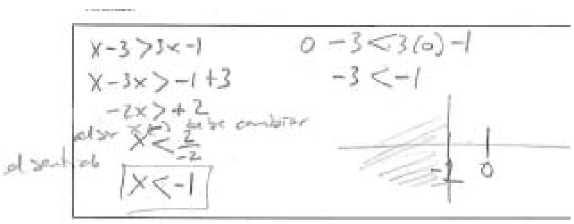
Comentarios:

Si, aplicando propiedades las desigualdades teniendo cuidado de multiplicar como hemos notado con la multiplicación de los negativos.

12. Resuelve la inecuación

$x - 3 > 3x - 1.$

Justifica cuidadosamente todos los pasos de tu proceso de resolución y representa gráficamente tu resultado.



Comentarios:

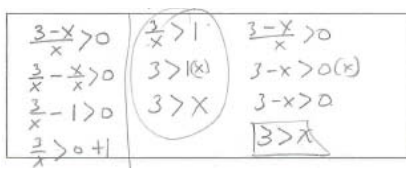
Si también, así yo lo resolví. Creo que esta bien interpretado en tu grafica, estoy de acuerdo

13. Resuelve la inecuación

$\frac{3-x}{x} > 0$

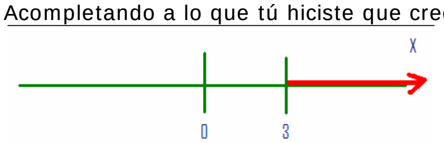
Ayúdate con una representación visual (gráfica, dibujo, …)

Justifica detalladamente todos los pasos de tu proceso de resolución



Comentarios:

Acompletando a lo que tú hiciste que creo que estas bien, la grafica quedaría:



Pareja 7
Parte 1
1. La expresión $x = 3$ representa:

a. **la sol de una ecuación cuya incógnita es x**

b. **el establecimiento del valor de la literal x**

c. **la cantidad de elementos de un conjunto que contiene tres manzanas**

d. **el punto 3 sobre el eje cartesiano de las abscisas**

e. **la variable x a la que se le asigna la valor 3**

f. **el hecho que x no puede tomar ningún valor distinto de 3**

Justifica tu (tus) elecciones.

Opción f; es el valor que se le asigna a la variable.
Comentarios:

a) ¿Cómo sería la pregunta si nos remitiera a "infinitas ecuaciones"?
b) ¿Cuál sería el fin al establecer ese valor? ¿Para qué se establecería?
c) ¿Qué pasa si se piensa en x como "la cantidad de manzanas"?
d) Es posible que se esté pensando en el lenguaje estricto que aporta el profesor de matemáticas. ¿Y si tal expresión correspondiera a alumnos de primaria?
e) Como en el caso anterior, el lenguaje específico ha ganado terreno.
f) ¿La igualdad es exclusiva? ¿Sólo puede ser igual 3?

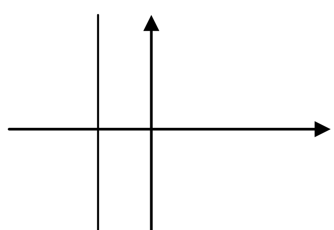
2. ¿Qué representa la expresión? $x = a$ ¿Puedes representarla con algunas de las respuestas que se proponen para la pregunta 1?

Justifica tu (tus) elecciones.

Es la misma respuesta qué en el punto 1, sólo qué aquí a la variable se le asigna el valor a.
Comentarios:

¿Podría considerarse que a es una constante? ¿Cambiaría la justificación si así fuera?

3. Ahora intenta representar por medio de un dibujo o de una gráfica la expresión $x + 1 = 0$ sin resolverla previamente (en el caso de que la estés viendo como ecuación).



La recta corta el eje x en el punto x= -1.
Comentarios:

La primera representación parece provenir de un intento oral (no presente en el texto, obviamente) por entender lo que se debe hacer. La segunda representación es bastante parecida a la primera, pero las flechas completan la expresión. Sólo quedaría preguntar si el conocimiento respecto de la ubicación de x en -1 es previa a la resolución (aún resolución mental) de x+1=0. Parece que la representación verifica más que resuelve.
La tercera representación parece complementar esa resolución, pero no parece mostrarla. Queda por ver cómo representar x+1=0 sin hacer uso del conocimiento previo sobre la solución.

4. Cuando encuentras la expresión $2x - 1 = 3$:

k. **¿En qué piensas? ¿Es una ecuación o una igualdad? ¿Por qué?**

l. **¿Qué haces? ¿Resuelves una ecuación o describes lo que lees?**

Es una ecuación. Porque es verdadera para determinados valores de la variable. Una igualdad puede ser una identidad, por ejemplo x + x = 2x.
Depende, lo que veo es que me estoy refiriendo a números cuyo duplo menos uno da tres. Puedo calcularlos o no.
Comentarios:

Es posible que se esté pensando en la definición conocida de ecuación, empleada en los cursos de secundaria.

5. Considera la igualdad $x = 2$.

¿Qué pasa si multiplicas ambos términos por cinco y luego a ambos términos le restas tres?

¿Los dos miembros de la igualdad siguen siendo iguales? ¿Por qué?

Obtengo: 5x = 10
Y luego : 5x – 3 = 7
Los dos miembros de la igualdad siguen siendo iguales porque operé de la misma manera en

ambos.
Comentarios:

El ejemplo del equilibrio viene a aclarar estas propiedades que parecen teóricas y alejadas de una propuesta que permita al alumno hacerse de ellas y emplearlas. Queda claro, entonces, en qué oportunidades se emplea la ley o propiedad uniforme. Sería interesante basar en este tipo de preguntas y respuestas la enseñanza de la resolución de ecuaciones y no, simplemente, en las reglas de cocina (si está sumando, pasa restando; si está multiplicando, pasa dividiendo; etc)

6. ¿Qué quiere decir resolver la ecuación $2x-3=x-5$?

No la resuelvas, sólo explica qué quiere decir resolverla.

Nota importante: está prohibido el uso del verbo "despejar" (y de sus derivados)

Resolver la ecuación es encontrar los valores de la variable que hacen que la expresión sea verdadera.
Comentarios:

¿Qué significa "encontrar"?

7. ¿Qué significado le atribuyes a la palabra "despejar"?

a. Sacar la *x*.

b. Aplicar unas reglas para obtener el resultado de la ecuación.

c. Encontrar el valor de la incógnita x que cumple la ecuación.

d. Aplicar las propiedades de la igualdad para aislar el valor de la incógnita x.

Justifica tu (tus) elecciones.

Es una técnica que se utiliza para resolver algunas ecuaciones.
Comentarios:

Muchos docentes admiten -admitimos- cierto para-lenguaje a la hora de explicar cómo se ha resuelto una ecuación: sacar x, encontrarla, averiguar su valor, son expresiones frecuentes y repetidas por los docentes, muchas veces. Es posible que esta cuestión idiomática se vincule con aquella de descubrir-inventar. Sería interesante compartir con otros colegas esta tarea, y verificar que no todos estiman que d es la elección apropiada.

8. La ecuación de la pregunta 6 tiene como solución $x=-2$.

¿Qué relación hay entre este resultado y la ecuación original? Explica detalladamente.

El valor –2 es el único para el cual la ecuación original es una expresión verdadera. Para todo número real distinto de –2 la expresión original es falsa.
Comentarios:

Sería interesante pensar, además, la ecuación en un contexto. ¿Qué respuesta se daría si x representara una estatura o un año o la cantidad de manzanas? ¿Sería la misma en cada caso o se modificaría según el contexto?

9. ¿Cómo piensas que se pueda construir una ecuación que tenga como solución $x=-1$? ¿Puedes hacerlo? En caso de respuesta afirmativa, hazlo y justifica cuidadosamente todos los pasos.

Ejemplo: x = -1
multiplico ambos miembros por dos: 2x = -2
sumo tres a ambos miembros: 2x + 3 = 1
2x + 3 = 1 tiene por solución x = -1
Comentarios:

¿Por qué elegir "sumemos 5x" y no "restemos 3x"? ¿Es esa la base de la variedad y de las infinitas ecuaciones?

10. Determina el valor de *a* para que la ecuación $2(ax-1)-3ax=4$ tenga como solución $x=-1$.

Justifica cuidadosamente todos los pasos de tu resolución.

Reemplazo x por –1: 2(-a-1)+3a = 4
Distribuyo: -2a -2 +3a = 4
Agrupoy resuelvo: a = 6

Resulta que para a=6, la expresión $2(ax-1)-3ax=4$ tiene solución x= -1
verificación
En efecto remplazando a por seis resulta: 2(6x-1)-18x = 4
De donde 12 x –2-18x =4

Operando obtengo:......................................- 6x = 6
Por lo tanto x = -1
Comentarios:

Sería interesante ofrecer a los mismos alumnos las tareas 9 y 10, analizando las diferencias entre una y otra y, posteriormente, las diferencias en soluciones y cantidad de soluciones.

11. Resuelve la ecuación:

$\frac{3-x}{2} = 1 + \frac{2x-3}{5}$.

Justifica todos los pasos de tu proceso de resolución.

Distribuyo los denominadores: $\frac{3}{2}-\frac{x}{2}=1+\frac{2x}{5}-3$

Ubico los términos que presentan la variable en un miembro y los que no la presentan en otro:

$$-\frac{x}{2}-\frac{2x}{5}=-\frac{3}{2}-2$$

Opero: $-\frac{9}{10}x=-\frac{7}{2}$

De donde resulta : $x=\frac{35}{9}$

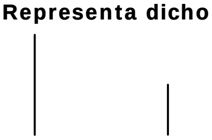
Comentarios:

¿Hay otras formas de resolver esta misma ecuación? ¿Qué haría un alumno que no es capaz de calcular el mcm entre dos números? ¿Obtendría la misma solución? ¿Por qué?

<u>Parte 2</u>

1. “Juan es más alto que David”.

Representa dicho enunciado por medio de un dibujo y de una gráfica

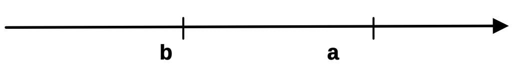


Juan David
Comentarios:

¿Sería posible trabajar con la recta numérica?

2. $a > b$: ¿Qué quiere decir? ¿Quiénes son *a* y *b*? Intenta representar por medio de un dibujo.

Hay que ponerlo en un contexto.
No considero correcto preguntar quienes son a y b? Sino ¿qué son a y b?
Los represento en la recta numérica

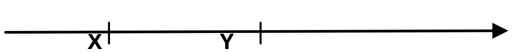


Comentarios:

¿Cuál es el concepto de variable que se maneja?

3. $x < y$: ¿Qué quiere decir? ¿Quiénes son *x* y *y*? Intenta representar por medio de un dibujo.

Repito las respuestas del punto anterior



Comentarios:

Viendo las respuestas dadas para 2 y 3, parece que se trata del mismo ejercicio. ¿Es, realmente, el mismo ejercicio?

4. Representa por medio de una representación visual (dibujo, gráfica,...) las siguientes expresiones:

“Esta caja contiene 8 plumones”

“Esta caja contiene menos de 8 plumones”

¿?
Comentarios:

¿Podría ser la solución de la segunda expresión una caja opaca, en la que no se el contenido? Si bastara con una etiqueta, ¿qué diría la etiqueta?

---

5. Expresa por medio de un enunciado la siguiente expresión: $6 < 3x < 12$.

¿Cuál es el papel de la literal *x*?

El triplo de la variable está comprendido entre 6 y 12.
O el triplo de la variable es mayor que 6 y menor que doce.
La x representa la variable.
Comentarios:

Sería interesante pensar un enunciado en un contexto extramatemático.

---

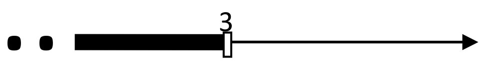
6. La expresión $x < 3$ representa:

a. **una desigualdad**

b. **una inecuación**

c. **la solución de una inecuación cuya incógnita es *x***

d. **el establecimiento del conjunto de valores que puede tomar la literal *x***

e. 

f. **el hecho que *x* no puede tomar ningún valor mayor que 3**

g. **el hecho que *x* no puede tomar el valor de 3**

Justifica tu (tus) elecciones.

Opción d, determina el conjunto de valores que puede tomar la variable x.
Comentarios:

Sería interesante ver cuál de todas las expresiones correctas es más adecuada para el caso, o analizar en qué contextos cada una es más adecuada.

---

7. ¿Qué representa la expresión $x < a$? ¿Puedes representarla con algunas de las respuestas que se proponen para la pregunta 6?

Justifica tu (tus) elecciones.

La expresión indica que la variable x puede tomar solamente valores menores que “a”.

Comentarios:

Nuevamente, parece interesante pensar el caso en contexto.

---

8. $2 < 3$.

a. **¿Qué pasa si: le sumo a ambos miembros 1? ¿Y si le resto 1?**

b. **¿Y si multiplico ambos miembros por 3? ¿Y por -2?**

Representa visualmente (dibujo, gráfica,...) cada situación e intenta explicarla con tus palabras.

a) resulta 2+1<3+1
resulta 2-1<3-1
b) resulta 2.3<3.3
resulta 2. (-2)>3.(-2)
Las represento en la recta numérica, no sé que más explicar con mis palabras. Agregar simplemente que al multiplicar ambos miembros por un número negativo cambia el sentido de la desigualdad debido a que la multiplicación en Z no respeta el orden.
Comentarios:

¿Qué dibujo puede representar esa expresión? Nuevamente, sería interesante pensar el ejemplo en un contexto.

9. Considera la desigualdad $x < 1$.

¿Qué pasa si multiplico ambos miembros por 2? ¿Y si les resto 3?

X<1
2x<2
2x-3<2-3
Comentarios:

¿se modifica el conjunto solución? ¿Es el mismo? ¿Puede esto explicarse para cualquier contexto?

10. ¿Qué quiere decir resolver la inecuación $2x - 3 < x - 5$?

No la resuelvas, sólo explica qué quiere decir resolverla.

Resolver la inecuación es encontrar el conjunto de valores para los cuales la expresión dada es verdadera.
Comentarios:

Sería interesante analizar si el uso de la palabra "encontrar" tiene las mismas implicancias que en casos anteriores.

11. ¿Cómo piensas que se pueda construir una inecuación que tenga como solución $x > -3$? ¿Puedes hacerlo? En caso de respuesta afirmativa, hazlo y justifica cuidadosamente todos los pasos.

x>-3
sumo dos a ambos miembros: x+2 >-3+2
obtengo la inecuación: x + 2 > -1
Comentarios:

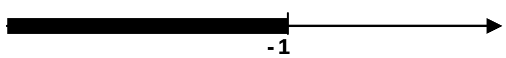
Sería interesante plantear esta situación a alumnos que resolvieron las comentadas en la Parte 1 (9 y 10). Es, por supuesto, una magnífica oportunidad para discutir la importancia de la multiplicación de ambos miembros por un número negativo.

12. Resuelve la inecuación

$x - 3 > 3x - 1$.

Justifica cuidadosamente todos los pasos de tu proceso de resolución y representa gráficamente tu resultado.

x-3>3x-1
sumo 1 a ambos miembros:
x-3+1>3x-1+1
de donde: x-2>3x
sumo "-x" a ambos miembros x-2-x>3x-x
de donde -2 >2x
divido ambos miembros por dos: -1>x
donde obtengo que la solución son todos los valores de la variable menores que –1
x <-1



Comentarios:

¿Existe otra forma de resolver esta inecuación? ¿Qué beneficios asisten a este formato de resolución?

13. Resuelve la inecuación

$\frac{3-x}{x} > 0$

Ayúdate con una representación visual (gráfica, dibujo, ...)

Justifica detalladamente todos los pasos de tu proceso de resolución

Para que (3-x)/x resulte positivo deben ser numerador y denominador del mismo signo
Analizo todas las posibilidades:
3-x>0 y x>o
resulta 3>x y x>0
o sea : 0<x<3
3-x<0 y x<0
resulta 3<x y x<0
no hay valores que cumplan esta condición
Por lo tanto la solución de la inecuación es S = (0; 3)
Comentarios:

Muchos alumnos "pasan" x al otro miembro, multiplicando. Es interesante analizar los conocimientos, y, especialmente, los desconocimientos, que tienen los alumnos que resuelven de esa manera. Incluso, es interesante proponerles esa forma de resolución con el fin de debatir las propiedades que se usan y se desestiman.

Pareja 8

Parte 1

1. La expresión $x = 3$ representa:

- **g. la sol de una ecuación cuya incógnita es x**
- **h. el establecimiento del valor de la literal x**
- **i. la cantidad de elementos de un conjunto que contiene tres manzanas**
- **j. el punto 3 sobre el eje cartesiano de las abscisas**
- **k. la variable x a la que se le asigna la valor 3**
- **l. el hecho que x no puede tomar ningún valor distinto de 3**

Justifica tu (tus) elecciones.

g.
La solución de una ecuación, otomo también la opción de que 3, es el valor de x, si fuera un punto generalmente se denota en un par ordenado como (x,y)
y x si puede tomar otros valores q' no sean 3, pues depende de la ecuación, puede tener más de 1 solución por ejemplo (x-3)(x+
x, también puede ser x=3

Comentarios:

Mi compañera plantea situaciones en las que la expresión x= 3, procedería de una función, en función de x, lo cual implica la situación de que existe una segunda incógnita.
Aquí la frase "la sol. de una ecuación cuya incógnita es x", ¿Plantea el enunciado la existencia de otra incógnita?, ¿Por qué descartó las otras respuestas?
En mi trabajo tome cada una de las respuestas porque me parece que corresponden a aseveraciones válidas, relativas al significado de la expresión x=3.

2. ¿Qué representa la expresión? $x = a$ ¿Puedes representarla con algunas de las respuestas que se proponen para la pregunta 1?

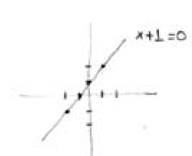
Justifica tu (tus) elecciones.

Comentarios:

a. Es la solución de una ecuación, cuya incógnita es x
b. También es el valor de X
c. Puedes representar un conjunto con X.
e. Es la misma respuesta que b, pero con otras palabras

Sus aseveraciones las comparto. ¿Por qué descartar la respuesta f?

3. Ahora intenta representar por medio de un dibujo o de una gráfica la expresión $x+1=0$ sin resolverla previamente (en el caso de que la estés viendo como ecuación).



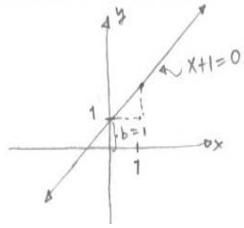
x	x+1
-2	-1
-1	0
0	1
1	2

Es una recta que tiene una raíz en el punto (-1,0)

Comentarios:

La forma en que represento la ecuación es correspondiente a una línea recta, la cual nos recuerda las distintas formas de representar a una línea recta. Utilizando tabla de valores, por medio de la forma de pendiente y ordenada al origen $y\ mx + b$, también su forma simétrica $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ (analizando las intersecciones con los ejes coordenados).

Forma Gráfica:
Es una línea Recta
$y = x+1$
$m = \frac{1}{1}$ $b=1$



4. Cuando encuentras la expresión $2x - 1 = 3$:

m. ¿En qué piensas? ¿Es una ecuación o una igualdad? ¿Por qué?

n. ¿Qué haces? ¿Resuelves una ecuación o describes lo que lees?

a. Es una ecuación porque tiene 1 variable o incógnita y sólo se verifica o es cierta para determinados valores de "x"
b. Resuelvo la ecuación y obtengo el valor de "x", porque de esa manera tengo un punto de referencia para graficar aunque a simple vista puedo notar que es una función lineal y va a tener como gráfica una línea.

Comentarios:

Valdría la pena agregar que es una ecuación porque esta igualada a otra expresión, sino no sería una ecuación.

b) Observo que es una ecuación.
Y la resuelvo, sé que es una recta de pendiente positiva y que pasa por debajo del origen.

a) En resolverla para encontrar el valor de x, ya sea por simple inspección o algebraicamente.
En una ecuación. Una ecuación es una igualdad

5. Considera la igualdad $x = 2$.

¿Qué pasa si multiplicas ambos términos por cinco y luego a ambos términos le restas tres?

¿Los dos miembros de la igualdad siguen siendo iguales? ¿Por qué?

$5(x)=(2)5$
$5x = 10$
$5x-3 = 10-3$
$5x = 10-\cancel{3}+\cancel{3}$
$5x = 10$
$x = \frac{10}{5}$
$x = 2$

Se obtiene el mismo resultado $x=2$
Los dos miembros de la igualdad siguen siendo iguales, porque los estas afectando de la misma forma y es una igualdad.

Comentarios:

Así es, comparto el mío:

$5x = 2(5)$ No se altera, el valor de x sigue siendo 2
$5x-3 = 10-3$ No se altera, el valor de x sigue siendo 2
Por las propiedades
Si ha ambos miembros de una ecuación se suma o se resta una misma cantidad, la igualdad no se altera.
ó Si ha ambos miembros de una ecuación se multiplica o se divide una misma cantidad, la igualdad no se altera.

6. ¿Qué quiere decir resolver la ecuación $2x - 3 = x - 5$?

No la resuelvas, sólo explica qué quiere decir resolverla.

Nota importante: está prohibido el uso del verbo “despejar” (y de sus derivados)

Que obtengas el valor de la incognita en este caso "x" mediante un procedimiento que consiste en dejar a la variable sola, significa sin coeficiente, denominador, exponente, y signo positivo

Comentarios:

Especifica las características que se desean en una respuesta (al encontrar el valor de x).
Comparto el mío:

Encontrar el valor que satisface la ecuación.
El valor que verifica la igualdad.

7. ¿Qué significado le atribuyes a la palabra "despejar"?

a. Sacar la *x*.

b. Aplicar unas reglas para obtener el resultado de la ecuación.

c. Encontrar el valor de la incógnita *x* que cumple la ecuación.

d. Aplicar las propiedades de la igualdad para aislar el valor de la incógnita *x*.

Justifica tu (tus) elecciones.

b. El despeje es un proceso que tiene un conjunto de reglas como: 1. Efectuar las operaciones, 2. Transposición de términos, 3. Reducción de términos semejantes, 4. Dejar a la variable sola
c. Es el objetivo final del despeje.
d. En el proceso de despeje utilizas las propiedades de la igualdad, como: la reflexiva, simétrica, transitiva, aditiva y multiplicativa.

Comentarios:

Estas justificaciones las comparto, especifican claramente cada una de ellas, pero lleva a analizar más específicamente que es "despejar" ", ¿que implica?, ¿qué significa?, ¿qué representa?, ¿cómo se obtiene?, una respuesta que englobe todo el proceso.
Comparto el mío

d Despejar implica aplicar teoremas para dejar sola la incógnita.
Un despeje no implica encontrar el valor de la incógnita puedes tener otras incógnitas y entonces sólo estas expresando aún en función de otras incógnitas.

8. La ecuación de la pregunta 6 tiene como solución $x = -2$.

¿Qué relación hay entre este resultado y la ecuación original? Explica detalladamente.

Que si lo sustituimos se cumple la igualdad $-7=-7$ es la raíz de la ecuación, o sea el punto donde la gráfica toca el "eje x" o el valor de la incógnita que satisface la ecuación original

Comentarios:

Efectivamente establece el valor que satisface la ecuación.
Referente a la expresión: "es el punto donde toca al eje x", si la hiciéramos una función ya que una ecuación lineal representa a una línea recta, ¿Cuál sería su función? ¿Todos los puntos de esa recta, tienen su x=-2?
Comparto el mío:

$2x-3=x-5$
$2x-x=-5+3$ Transposición de términos
$x=-2$ Por reducción de términos semejantes
La relación: el valor de $x=-2$, satisface la igualdad: Tenemos que al Sustituir el valor de x: $2(-2)-3=-2-5$
$-4-3=-7$
$-7=-7$
El valor −2, es la solución de la ecuación lineal.

9. ¿Cómo piensas que se pueda construir una ecuación que tenga como solución $x = -1$? ¿Puedes hacerlo? En caso de respuesta afirmativa, hazlo y justifica cuidadosamente todos los pasos.

Sí $x+1=0$
$2(x+1)=0$
$\frac{2(x+1)}{3}=0$
$\frac{2(x+1)}{3}+\frac{2}{1}=0+2$
$\frac{2(x+1)+6}{3}=2$

1. Colocar una ecuación en la que al sustituir −1 nos de cero, porque la raíz es cuando la función toca el eje x, o sea y=0
2. Ya que la tengas puedes adicionar valores q' suman, restan, multiplican, siempre en los dos miembros de la ecuación y siempre los mismos valores

$2(x+1)+6=6$
$2x+2+6=6$
$2x=\cancel{6}-\cancel{6}-2$
$2x=-2$
$x=\frac{-2}{2}$
$x=-1$

Comentarios:

Su análisis es claro representa específicamente los procedimientos, efectivamente plantea las operaciones permitidas en una desigualdad, que te llevan a crear una inecuación.

10. Determina el valor de *a* para que la ecuación $2(ax-1)-3ax=4$ tenga como solución $x=-1$.

Justifica cuidadosamente todos los pasos de tu resolución.

$2(a(-1)-1)-3a(-1)=4$
$2(-a-1)+3a=4$
$-2a-2+3a=4$
$a-2=4$
$a=4+2$
$a=6$

Si le asigno a x el valor de -1 y ahora mi incognita es "a", encontraré mediante despeje el valor de a que cumpla con la ecuación, que haga que la igualdad subsista.

Comprobación
$2(6x-1)-3(6)x=4$
$12x-2-18x=4$
$-6x=4+2$

$x=\frac{6}{-6}$
$x=-1$

Comentarios:

Sugerencia, utilizar otro signo de agrupación al momento de sustituir el valor de x=-1,

Comparto el mío:

$2(ax-1)-3ax=4$
Si $x=-1$
$2[a(-1)-1]-3a(-1)=4$ Sustituyendo el valor de x
$2[-a-1]+3a=4$ ← Realizando las operaciones indicadas
$-2a-2+3a=4$ ← Reduciendo términos semejantes
$a-2=4$ ← transponiendo términos
$a=4+2$
$a=6$

Verificación de la igualdad.
Si $a=6$ y $x=-1$ Sustituyendo, tenemos
$2[(6)(-1)-1]-3(6)(-1)=4$
$2[-6-1]+18=4$
$2(-7)+18=4$
$-14+18=4$
$4\equiv 4$

11. Resuelve la ecuación:

$$\frac{3-x}{2}=1+\frac{2x-3}{5}.$$

Justifica todos los pasos de tu proceso de resolución.

$\frac{3-x}{2}=\frac{1}{1}+\frac{2x-3}{5}$
$\frac{3-x}{2}=\frac{5+2x-3}{5}$
$5(3-x)=2(5+2x-3)$
$15-5x=10+4x-6$
$15-10+6=4x+5x$
$11=9x$
$\frac{11}{9}=x$
$\frac{8}{9}=\frac{8}{9}$

1. Se resuelve la fracción, para poder despejar
2. Se quitan los términos que estan dividiendo a los 2 extremos para poder ir eliminando lo que le estorba a "x"
3. Se realizan las operaciones
4. Se reunen los términos que contengan la incógnita de un lado y del otro los independientes.
5. Se reducen términos semejantes
6. Se quita todo lo que acompañe a la variable, pasandolo del otro lado con operación contraria

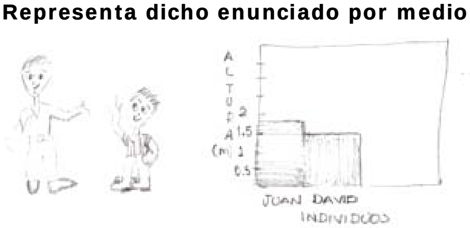
Comentarios:

Es interesante el procedimiento de descomponer el 1 en quintos y como todo esta en el mismo denominador, representarlo en una sola fracción. Sólo falto especificar que significa la expresión $\frac{8}{9}=\frac{8}{9}$, se puede entender que es la comprobación, la observación de acuerdo a sólo atendiendo a la especificación solicitada: "Justifica todos los pasos de tu proceso de resolución".
Comparto el mío:
Falto el detalle de especificar que el 10 es el mínimo común múltiplo de 2 y 5.

Parte 2

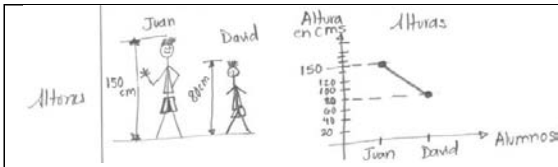
1. "Juan es más alto que David".

Representa dicho enunciado por medio de un dibujo y de una gráfica

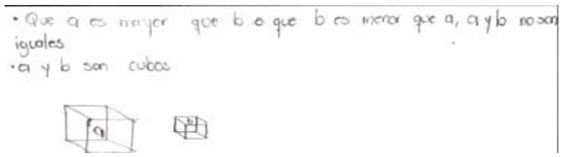


Comentarios:

Ingenioso y claro.
Comparto el mío:

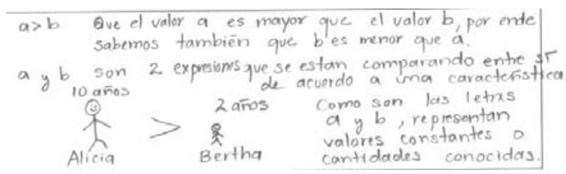


2. $a > b$: ¿Qué quiere decir? ¿Quiénes son *a* y *b*? Intenta representar por medio de un dibujo.

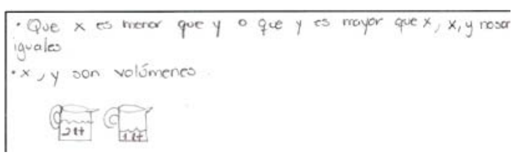

• Que a es mayor que b o que b es menor que a, a y b no son iguales
• a y b son cubos

Comentarios:

Comparto el mío:
La idea se clarifica más al saber cuál es la característica que los compara.
Mientras esta expresión general, implica mayor en muchas cosas.

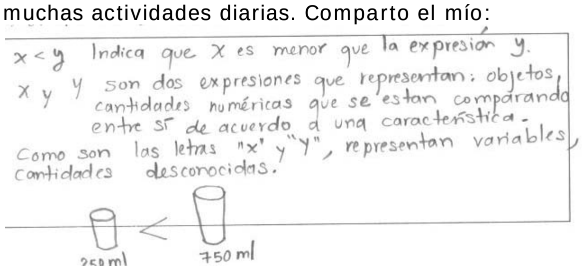

a>b Que el valor a es mayor que el valor b, por ende sabemos también que b es menor que a.
a y b son 2 expresiones que se estan comparando entre sí de acuerdo a una característica
Como son las letras a y b, representan valores constantes o cantidades conocidas.

3. $x < y$: ¿Qué quiere decir? ¿Quiénes son *x* y *y*? Intenta representar por medio de un dibujo.


• Que x es menor que y o que y es mayor que x, x, y no son iguales
• x, y son volúmenes

Comentarios:

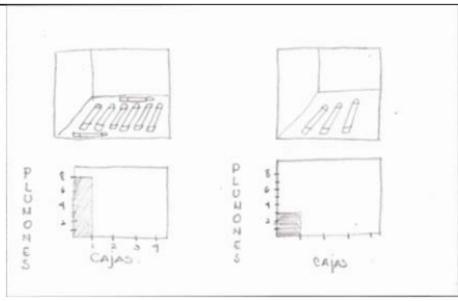
Me gusta la manera en que lo represento, y además especifica la información extra que se debe de obtener de la expresión: “de que y es mayor que x”; Los objetos utilizados: con jarras de la misma capacidad, pero con contenido diferente. Esto también nos ayuda a reflexionar que esta comparación se puede realizar con muchas cosas, en nuestra vida cotidiana comparamos la mayor parte del tiempo, los precios, el tamaño, la calidad, muchas actividades diarias. Comparto el mío:


x<y Indica que x es menor que la expresión y.
x y y son dos expresiones que representan: objetos, cantidades numéricas que se estan comparando entre sí de acuerdo a una característica.
Como son las letras "x" y "y", representan variables, cantidades desconocidas.

4. Representa por medio de una representación visual (dibujo, gráfica,…) las siguientes expresiones:

“Esta caja contiene 8 plumones”

“Esta caja contiene menos de 8 plumones”



Comentarios:

Empleo las dos formas de representación sugeridas, es muy válido y ejemplifica bien.

5. Expresa por medio de un enunciado la siguiente expresión: $6 < 3x < 12$.

¿Cuál es el papel de la literal *x*?

- 3x, es menor que 12, pelo mayor que 6
- La literal es un conjunto de valores que satisfacen dos condiciones.

Comentarios:

Comparto la mía:
Utilizando un conectivo lógico(y) , que obliga a la expresión a que cumpla con las dos condiciones.

3x es mayor que 6 y menor que 12.

El papel de la x es expresar a la variable que se encuentra en el rango de valores especificados.

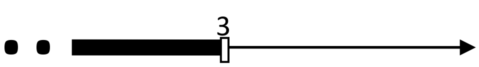
6. La expresión $x < 3$ representa:

a. una desigualdad

b. una inecuación

c. la solución de una inecuación cuya incógnita es *x*

d. el establecimiento del conjunto de valores que puede tomar la literal *x*

e. 

f. el hecho que *x* no puede tomar ningún valor mayor que 3

g. el hecho que *x* no puede tomar el valor de 3

Justifica tu (tus) elecciones.

a. es una expresión que indica que un conjunto de valores es menor que 3
c. Cuando obtenemos la solución de una inecuación la representamos de esta forma. $x<3$
d. Las inecuaciones a diferencia de las ecuaciones, tienen un conjunto de verdad que hace q' se cumplan.
e. Es la gráfica que representa $x<3$
f. Es la negación de la proposicion $x<3$

Comentarios:

En la f, la negación de la expresión, ¿Qué otra cosa da a entender la frase " el hecho que *x* no puede tomar ningún valor mayor que 3”? ¿Indicará que existe otro rango de valores? ¿Porqué no puede tomarlo?

Comparto las mías:

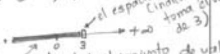
a) Es una desigualdad.
Una desigualdad utiliza signos de comparación, además indica si es mayor que, menor que, ..., que otra cantidad.

b) Una inecuación
Porque hay una cantidad desconocida y que sólo se puede verificar, cuando determinemos el valor de x.

c) La solución de una inecuación cuya incógnita es x.
Al resolver una inecuación encontramos el conjunto solución de la inecuación.

d) el establecimiento del conjunto de valores que puede tomar la literal x
Estamos determinando, de forma analítica, el conjunto Solución de la inecuación: $x<3$
en forma Representativa: $(-\infty, 3)$
$Sol = \{x \in \mathbb{R} \mid x<3\}$

e) En la forma gráfica



Representa todo el conjunto de valores que son menores que 3 hasta el infinito negativo.

f) El hecho que x no puede tomar ningún valor mayor que 3.
porque el signo < (menor que) lo indica "menores que el 3"

g) El hecho que x no puede tomar el valor de 3
El signo < llamado "menor que", claramente dice menor que 3
todo lo que de acuerdo a su posición esta antes que 3
Por ejemplo 2.999, 2.9999, 2.5, 1, etc. tanto positivos, negativos, racionales e irracionales menores que 3.

7. ¿Qué representa la expresión $x < a$? ¿Puedes representarla con algunas de las respuestas que se proponen para la pregunta 6?
Justifica tu (tus) elecciones.

$x<a$
1. es una desigualdad, indica que un conjunto de valores es menor que "a"
2. La solución de una ecuación cuya incógnita es x.
3. El conjunto de valores que puede tomar "x"
4.

Comentarios:

Son claras sus justificaciones, comparto las mías:

que el valor x es menor que a.
si puedo representarla de todas las formas.

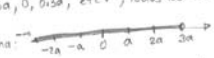
a) Una desigualdad
Si $x<a$ Indica que x es menor que a y por lo tanto a mayor que x.

b) Una Inecuación
No conocemos el valor exacto de x, ni de a, y se estan comparando entre sí.

c) La Solución de una inecuación donde la incógnita es x y el valor encontrado es menor que a.

d) El conjunto de valores que toma x, suponiendo que son: 0.5a, 0, 0.3a, etc., todos los valores menores que 1a

e) De acuerdo ha:



f) No puede tomar valores mayores a 1a, el signo de comparación indica menores que 1a.
Es decir a la izquierda de a.

g) No puede tomar el valor de a,
< menor que
$x<a$ menor que a
No igual, ni mayor, ni mayor o igual que, ni menor o igual que, Si no; menor que

8. $2 < 3$.

c. ¿Qué pasa si: le sumo a ambos miembros 1? ¿Y si le resto 1?

d. ¿Y si multiplico ambos miembros por 3? ¿Y por -2?

Representa visualmente (dibujo, gráfica,...) cada situación e intenta explicarla con tus palabras.

$2+1 < 3+1$

$\boxed{3 < 4}$

$2-1 < 3-1$

$\boxed{1 < 2}$

$(2)(3) < (3)(3)$

$\boxed{6 < 9}$

$2(-2) < (3)(-2)$

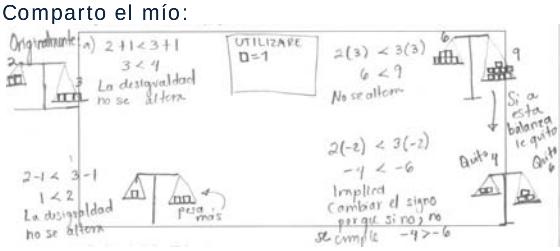
$\boxed{-4 < -6}$

$-4 \not< -6$

Si sumo, resto en ambos miembros, se sigue cumpliendo la desigualdad, lo mismo sucede si multiplico o divido valores positivos, pero si multiplico o divido con valores negativos el signo de la desigualdad cambia

Comentarios:

El procedimiento de representación gráfica es claro.
Comparto el mío:



9. Considera la desigualdad $x < 1$.

¿Qué pasa si multiplico ambos miembros por 2? ¿Y si les resto 3?

$x < 1$

$2x < 2$

$2x - 3 < 2 - 3$

$2x < 2 \cancel{-3} \cancel{+3}$

$x < \frac{2}{2}$

$x < 1$

La desigualdad queda como originalmente estaba, pues no se afecta si sumo o resto y si multiplico por números positivos.

Comentarios:

Efectivamente no se altera la expresión, valdría la pena citar las propiedades de las desigualdades, correspondientes a las operaciones solicitadas.

1) Si los dos miembros de una desigualdad se multiplican o dividen por una misma cantidad positiva, el digno de la desigualdad no varía.
2) Si a los dos miembros de una desigualdad se suma o se resta una misma cantidad, el signo de la desigualdad no varía.

10. ¿Qué quiere decir resolver la inecuación $2x - 3 < x - 5$?

No la resuelvas, sólo explica qué quiere decir resolverla.

Encontrar el conjunto solución, el conjunto de valores que cumple la inecuación, mediante un procedimiento que consiste en dejar a la variable sola

Comentarios:

De acuerdo con encontrar "el conjunto solución, el cual es el conjunto de valores...".
Cómo alumno preguntaría: ¿Qué significa Maestra: que cumple?

11. ¿Cómo piensas que se pueda construir una inecuación que tenga como solución $x > -3$? ¿Puedes hacerlo? En caso de respuesta afirmativa, hazlo y justifica cuidadosamente todos los pasos.

Sí $x > -3$

$x + 1 > -3 + 1$

$2(x+1) > (-3+1)2$

$\frac{2(x+1)}{5} > \frac{(-3+1)2}{5}$

$\frac{2(x+1)}{5} > \frac{-4}{5}$

$10(x+1) > -20$

$x+1 > -20/10$

$x+1 > -2$

$x > -2-1$

$x > -3$

Puedes construir una inecuación con esta solución, si le sumas, restas multiplicas o divides cualquier valor positivo, a ambos miembros e igual número o término.
No la puedes construir si la multiplicas o divides entre números negativos, pues los signos cambian (<, >)

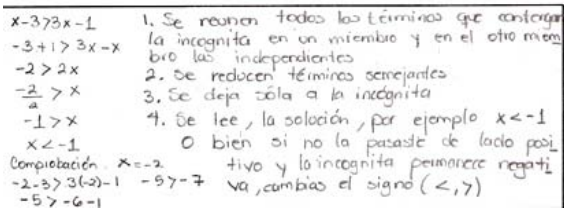
Comentarios:

Me parece una forma excelente de análisis, me queda claro el proceso inverso que te lleva a obtener una desigualdad de la cual proviene que x= 3. Me parece muy bien ejemplificado.

12. Resuelve la inecuación

$x - 3 > 3x - 1.$

Justifica cuidadosamente todos los pasos de tu proceso de resolución y representa gráficamente tu resultado.



$x-3>3x-1$
$-3+1>3x-x$
$-2>2x$
$\frac{-2}{2}>x$
$-1>x$
$x<-1$
Comprobación $x=-2$
$-2-3>3(-2)-1$
$-5>-6-1$
$-5>-7$

1. Se reunen todos los términos que contengan la incognita en un miembro y en el otro miembro las independientes
2. Se reducen términos semejantes
3. Se deja sóla a la incógnita
4. Se lee, la solución, por ejemplo $x<-1$ o bien si no la pasaste de lado positivo y la incognita permanece negativa, cambias el signo $(<, >)$

Comentarios:

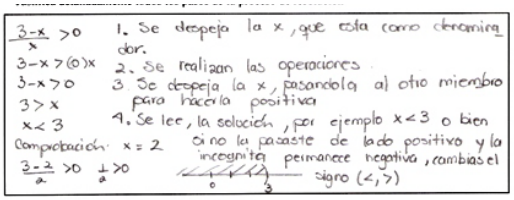
La solución encontrada de acuerdo a la comprobación satisface la expresión. Los pasos son detallados.

13. Resuelve la inecuación

$\frac{3-x}{x} > 0$

Ayúdate con una representación visual (gráfica, dibujo, …)

Justifica detalladamente todos los pasos de tu proceso de resolución



$\frac{3-x}{x}>0$
$3-x>(0)x$
$3-x>0$
$3>x$
$x<3$
Comprobación: $x=2$
$\frac{3-2}{2}>0$ $\frac{1}{2}>0$

1. Se despeja la x, que esta como denominador.
2. Se realizan las operaciones
3. Se despeja la x, pasandola al otro miembro para hacerla positiva
4. Se lee, la solución, por ejemplo $x<3$ o bien si no la pasaste de lado positivo y la incognita permanece negativa, cambias el signo $(<, >)$

Comentarios:

La resolvió de una manera en donde se pierden intervalos que no son considerados, por ejemplo en el caso cuando x es diferente de cero (por ser un denominador, y la división por cero no esta definida), al momento de afirmar que el intervalo de x es menor que 3, esta considerando que toma el valor de cero, si nosotros hiciéramos la sustitución de x= 0, tendríamos:

$$\frac{3-0}{0} > 0$$

$$\infty > 0 \text{ ,}$$

(si al dividir entre cero es infinito, o no esta definido (implica la no existencia de un valor contra quien comparar) El infinito si es mayor que cero
En el caso de un valor que tome x, que pertenezca a los negativos, tendríamos por ejemplo:

Si $x = -2$,

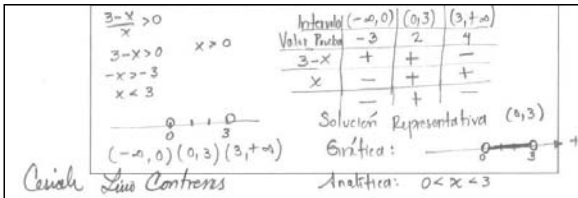
$$\frac{3-(-2)}{-2} > 0$$

$$\frac{3+2}{-2} > 0 \text{ ,}$$

$$\frac{5}{-2} > 0$$

$$-2.5 > 0$$

Entonces los números negativos no satisfacen la desigualdad, no cumplen ser mayores que el cero.
Las desigualdades de tipo racional, tienen otro procedimiento al de las desigualdades enteras, Uno de ellos es:



Pareja 9
<u>Parte 1</u>

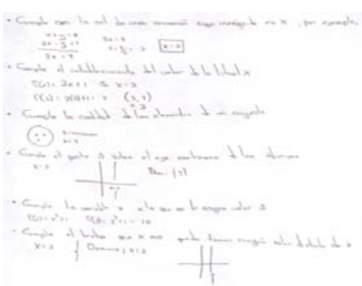
1. La expresión $x = 3$ representa:

- **a. la sol de una ecuación cuya incógnita es x**
- **b. el establecimiento del valor de la literal x**
- **c. la cantidad de elementos de un conjunto que contiene tres manzanas**
- **d. el punto 3 sobre el eje cartesiano de las abscisas**
- **e. la variable x a la que se le asigna la valor 3**
- **f. el hecho que x no puede tomar ningún valor distinto de 3**

Justifica tu (tus) elecciones.

a. Sí, porque cumple con la definición del concepto de ecuación: "una igualdad que contiene una o más incógnitas"
b. Sí, puesto que se señala directamente el valor de *x*, y *x* es una literal
c. No, para ello la expresión tendría que formar parte de un contexto en el que x representase la cantidad de elementos de un conjunto de manzanas.
d. No, porque un punto de un plano cartesiano contiene dos coordenadas, y ese punto debería ser expresado como (x,0)
e. No, para que x fuese una variable, debería estar en el contexto de una función.
f. Sí, pues para que x pueda tomar un valor distinto debería formar parte de una ecuación cuadrática

Comentarios



Yo pienso que se cumplen todas las opciones y en la mayoría de las respuestas concuerdo con mi compañera Pilar únicamente creo que es una buena opción el hecho de colocar algunos ejemplos.

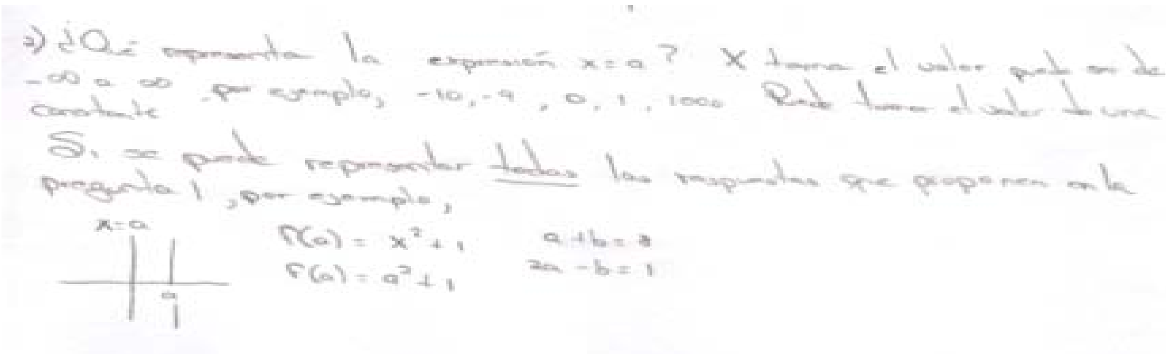
Es decir, en el inciso anexe el siguiente ejercicio:
x+y=8
2x-y=1
x=3

2. ¿Qué representa la expresión? $x = a$ ¿Puedes representarla con algunas de las respuestas que se proponen para la pregunta 1?

Justifica tu (tus) elecciones.

Representa una igualdad en la que la literal x tiene el mismo valor que a
No se puede representar por ninguna de las respuestas mencionadas porque el valor de a no es conocido, solo sabemos que ambas literales tienen el mismo valor

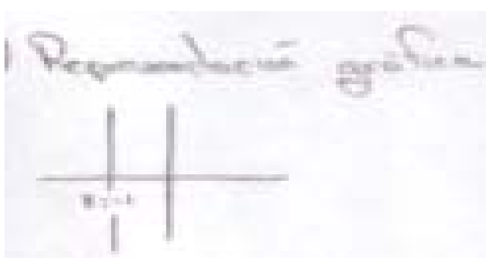
Comentarios:



Comentario Ricardo Adán:
Yo pienso que todas las opciones son válidas y creo que en esta pregunta las posibles soluciones se debían dejar en términos de a. Por ejemplo,
f =x2+1
f(a)=a2+1 donde a puede ser cualquier número Real

3. Ahora intenta representar por medio de un dibujo o de una gráfica la expresión $x + 1 = 0$ sin resolverla previamente (en el caso de que la estés viendo como ecuación).

Comentarios:



Es interesante ver cómo lo resolvió mi compañera a mi únicamente se me ocurrió graficar x=-1

4. Cuando encuentras la expresión $2x - 1 = 3$:

- **o. ¿En qué piensas? ¿Es una ecuación o una igualdad? ¿Por qué?**
- **p. ¿Qué haces? ¿Resuelves una ecuación o describes lo que lees?**

a. Pienso que es una igualdad, pues establece que dos expresiones son iguales. Como una de las expresiones, de este ejemplo, contiene una incógnita, es, además, una ecuación.
b. Describo lo que leo, de hecho mientras escribo esto me doy cuenta de que hasta ahora no he calculado el valor de la incógnita, pese a lo simple que puede ser.

Comentarios:

a) Pienso en una ecuación porque nos permite encontrar el valor que satisface
b) Resuelvo la ecuacion y posteriormente se describe lo que leo

$2x-1=3$
$2x=4$
$x=4/2=\boxed{2}$

Supongamos que X el número de artículos vendidos $X=2$

Yo pienso que es una ecuación porque nos permite encontrar el valor que satisface las condiciones del problema con respecto a inciso b creo que se hacen los procesos

5. Considera la igualdad $x = 2$.

¿Qué pasa si multiplicas ambos términos por cinco y luego a ambos términos le restas tres?

¿Los dos miembros de la igualdad siguen siendo iguales? ¿Por qué?

Si multiplico ambos términos por cinco y luego a ambos le resto tres, se mantiene la igualdad. Por lo tanto los dos miembros de la igualdad siguen siendo iguales entre sí .

Comentarios:

Considera $X=2$

$5(x)=2(5)$
$5x=10$
$5x-3=10-3$
$5x=7+3$

$5x=10$
$x=10/5=2$

No se altera porque de ambos lados modificamos

Si los miembros permanecen igual porque de ambos lados realizamos la misma operación

Estoy de acuerdo con mi compañera Pilar únicamente yo desarrollé el ejercicio

6. ¿Qué quiere decir resolver la ecuación $2x-3=x-5$?

No la resuelvas, sólo explica qué quiere decir resolverla.

Nota importante: está prohibido el uso del verbo "despejar" (y de sus derivados)

2x - 3 = x - 5 ?

Para encontrar el Conjunto solución de una ecuación literal se forma una ecuación equivalente con todos los términos qe tengan la variable como factor en un miembro de la ecuación, y aqellos qe no la tengan, en el otro miembro

Se Saca como factor de la variable de los términos qe la contengan

Luego se dividen ambos miembros de la ecuación entre el coeficiente de la Variable

Comentarios:

Comparto la misma idea que mi compañera Pilar

7. ¿Qué significado le atribuyes a la palabra "despejar"?

a. Sacar la *x*.

b. Aplicar unas reglas para obtener el resultado de la ecuación.

c. Encontrar el valor de la incógnita *x* que cumple la ecuación.

d. Aplicar las propiedades de la igualdad para aislar el valor de la incógnita *x*.

Justifica tu (tus) elecciones.

a. No, la x no se saca, se averigua su valor para que la igualdad se cumpla
b. No, en las operaciones se obtienen resultados, en una ecuación se averigua el valor de la o de las incógnita(s)
c. No, lo que se busca al "despejar" es encontrar un valor para x de modo que se cumpla la igualdad.
d. Sí, el término "despejar" lo relaciono con una serie de procedimientos algorítmicos, con-base en las propiedades de la igualdad, que permiten aislar a la incógnita a un lado de la ecuación, de modo de poder descubrir su valor.

Comentarios:

Yo creo que los cuatro conceptos se pueden aplicar al término despejar porque en todos se tiene el mismo objetivo

a) Sacar x porque al despejar se obtiene un valor que satisface la condición
b) Aplicar una reglas Si porque para despejar se debe seguir cierta metodología
c) Encontrar el valor incógnita x Si porque permite encontrar la solución a cierto problema
d) Aplicar las propiedades de la igualdad Si permite obtener la respuesta deseada.

8. La ecuación de la pregunta 6 tiene como solución $x = -2$.

¿Qué relación hay entre este resultado y la ecuación original? Explica detalladamente.

Las expresiones x=-2 y 2x-3= x-5 son expresiones equivalentes, ya que mediante la aplicación de las propiedades de la igualdad puedo transformar una expresión en la otra. Este procedimiento se puede hacer en un sentido o en otro. Es decir, puedo partir de la ecuación original, y aplicar las propiedades de la igualdad hasta aislar la incógnita a uno de los lados de la igualdad para conocer su valor, o bien, puedo partir de la expresión solución, y aplicar las propiedades de la igualdad hasta obtener la expresión que representa la ecuación original. Lo anterior permite apreciar la que se puede utilizar *reversibilidad de las operaciones* en la técnica de aplicación de propiedades de la igualdad para resolver o para construir ecuaciones.
Ejemplo

i) Escribo la ecuación	ii) Escribo la solución
2x-3=x-5 / resto x a ambos miembros	x=-2 / resto 3 a ambos miembros
2x-3-x=x-5-x / reduzco términos semejantes	x-3=-2-3 / reduzco términos semejantes
x-3=-5 / sumo 3 a ambos miembros	x-3=-5 / sumo x a ambos miembros
x-3+3=-5+3 / reduzco términos semejantes	x-3+x=-5+x / reduzco términos semejantes
x=-2 obtengo el valor que satisface la igualdad	2x-3=-5+x / aplico propiedad conmutativa de la adición en Z en el segundo miembro
	2x-3=x-5 obtengo la ecuación original

Mediante la aplicación de las propiedades de la igualdad, puedo comprobar en un sentido o en otro, que ambas igualdades son expresiones equivalentes, y que por lo tanto cuando la incógnita x toma el valor -2 en cualquiera de ellas, la igualdad se cumple.

Comentarios:

8) Pregunta 6 tiene como solución x=-2

$2x-3=x-5$	Satisface la igualdad	$2x-3=x-5$
$2x-x=-5+3$		$2(-2)-3=-2-5$
$x=-2$		$-4-3=-2-5$
		$-7=-7$ ✓

Me parece excelente la forma en como resolvió mi compañera el ejercicio a través de la idea de reversibilidad

9. ¿Cómo piensas que se pueda construir una ecuación que tenga como solución $x=-1$? ¿Puedes hacerlo? En caso de respuesta afirmativa, hazlo y justifica cuidadosamente todos los pasos.

a. Recorriendo el camino inverso a la resolución de una ecuación. Ejemplo:

Escribo la expresión x=-1 y aplico las propiedades de la igualdad tantas veces lo desee
x =-1 / multiplico ambos miembros por algún número ej. 4
4x=-4 / sumo un número a ambos miembros de la igualdad ej. 3
4x +3=-4 +3/ Reduzco términos semejantes
4x +3=-1 Queda establecida una ecuación cuya solución es x=-1

b. Aritméticamente: Escribiendo una igualdad en la que esté involucrado -1 como parte de una o de ambas expresiones; puede ser como factor, como sumando, como divisor, como dividendo, como sustraendo o como minuendo. Para escribir la expresión voy realizando un cálculo mental de las opresiones para cuidar que la igualdad efectivamente se cumpla. Luego reemplazo el valor -1 por una literal y queda establecida la ecuación. Ejemplo:
Escribo una expresión $3(-1)+5=-7(-1)-5$
Reemplazo $3x+5=-7x-5$
Queda establecida una ecuación cuya solución es x=-1

Comentarios:

Si se puede construir supongamos que x=-1

$2x+c=4x$	Entonces	
$2(-1)+c=4(-1)$	$2x-2=4x$	$x=\frac{2}{-2}=\boxed{-1}$
$-2+c=-4$	Si resolvemos	
$c=-4+2$	$-2=4x-2x$	
$c=-2$	$-2=2x$	

Para resolver ejercicio tuvimos ideas complementarias en mi caso se me ocurrió proponer una variable C para después determinar cual sería el valor que me permitiría obtener x=-1 como el ejercicio 10

10. Determina el valor de *a* para que la ecuación $2(ax-1)-3ax=4$ tenga como solución $x=-1$. Justifica cuidadosamente todos los pasos de tu resolución.

2(ax-1)-3ax=4 /	aplico propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la adición en Z
2ax-2-3ax=4 /	reduzco términos semejantes
-ax-2=4 /	sumo 2 a ambos miembros
-ax-2+2=4+2 /	reduzco términos semejantes
-ax=6 /	reemplazo x=-1
-a(-1)=6/	multiplico –a(-1)
a=6	queda determinado el valor ce a

verifico que la solución sea x=-1 cuando a=6

2(6x -1)-3(6)x=4 /	multiplico y aplico propiedad distributiva
12 x-2-18x=4 /	reduzco términos semejantes
-6x-2=4 /	sumo 2 a ambos miembros
-6x-2+2=4+2/	reduzco términos semejantes
-6x=6/	divido en -6 a ambos miembros
-6x:-6=6:-6	
x=-1	queda verificada que para que la solución x=-1, a deber ser igual a 6

Comentarios:

$2(ax-1)-3ax=4$ Si $x=-1$

$2ax-2-3ax=4$

$2a(-1)-2-3a(-1)=4$

$-2a-2+3a=4$

$a=4+2$

$a=6$

Comprobación

$2ax-2-3ax=4$

$2(6)x-2-3(6)x=4$

$12x-18x=4+2$

$-6x=6$

$x=6/-6=-1$ ✓

Estoy totalmente de acuerdo con mi compañera obtuvimos el mismo resultado

11. Resuelve la ecuación:

$$\frac{3-x}{2}=1+\frac{2x-3}{5}.$$

Justifica todos los pasos de tu proceso de resolución.

$$\frac{3-x}{2}=1+\frac{2x-3}{5}$$

$$\frac{3-x}{2}=\frac{5+2x-3}{5}$$

$$\frac{3-x}{2}=\frac{2+2x}{5}$$

$$5(3-x)=2(2+2x)$$

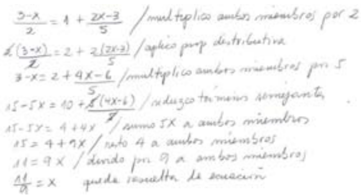
$$15-5x=4+4x$$

$$15-4=5x+4x$$

$$11=9x$$

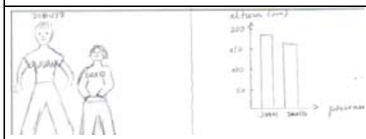
$$x=11/9$$

Comentarios



Estoy totalmente de acuerdo con mi compañera obtuvimos el mismo resultado

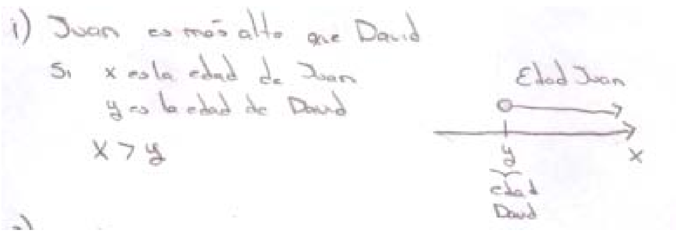
<u>Parte 2</u>



1. "Juan es más alto que David".

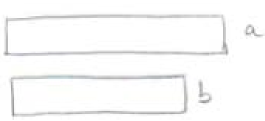
Representa dicho enunciado por medio de un dibujo y de una gráfica

Comentarios:

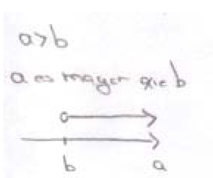


Es interesante la forma en como lo resuelve mi compañera a través del gráfico de columnas

2. $a > b$**: ¿Qué quiere decir? ¿Quiénes son *a* y *b*? Intenta representar por medio de un dibujo.**



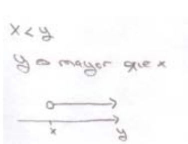
Comentarios:



A través del gráfico de columnas es más fácil comprender a>b

3. $x < y$**: ¿Qué quiere decir? ¿Quiénes son *x* y *y*? Intenta representar por medio de un dibujo.**

Comentarios:

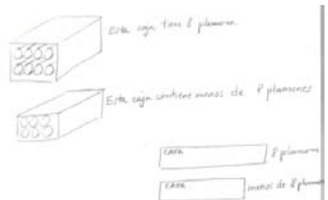


Es interesante observar la gama de posibilidades de resolver los ejercicios

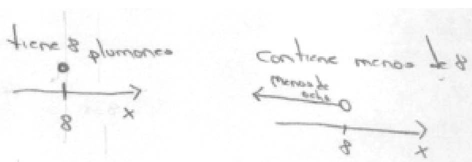
4. Representa por medio de una representación visual (dibujo, gráfica,…) las siguientes expresiones:

"Esta caja contiene 8 plumones"

"Esta caja contiene menos de 8 plumones"



Comentarios:



Este tipo de tareas es una forma muy enriquecedora de poder construir diferentes respuestas ,es decir, gráficas de columnas y la recta

5. Expresa por medio de un enunciado la siguiente expresión: $6 < 3x < 12$.

¿Cuál es el papel de la literal *x*?

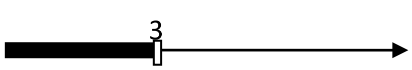
¿Qué valor(es) puede tomar x, de modo que su triple sea mayor que 6 y menor que 12?
La literal x representa en esta expresión la incógnita de un intervalo. Para poder calcularlo habría que definir a qué conjunto numérico pertenece x

Comentarios:

5) $6 < 3x < 12$
Si x es la edad
La edad es el triple menor a 12 y mayor a Seis

Compartimos la misma idea para resolver este ejercicio

6. La expresión $x < 3$ representa:

- **a. una desigualdad**
- **b. una inecuación**
- **c. la solución de una inecuación cuya incógnita es *x***
- **d. el establecimiento del conjunto de valores que puede tomar la literal *x***
- **e.** 

- **f. el hecho que *x* no puede tomar ningún valor mayor que 3**
- **g. el hecho que *x* no puede tomar el valor de 3**

Justifica tu (tus) elecciones.

a. Sí, porque una desigualdad está constituida por dos expresiones distintas que tienen una relación de orden

c. Sí, porque una inecuación es una propuesta de desigualdad que en general plantea la pregunta para qué valores es cierto que una expresión que contiene incógnitas tiene una relación de orden (mayor o menor que) con otra expresión. Las respuestas a la pregunta son las soluciones de la inecuación y se expresan también mediante una relación de orden (todos los valores mayores o menores que...x)

e. Sí, es la representación algebraica del intervalo dibujado en la gráfica
f. Sí pues x no puede ser menor que 3 y mayor que 3 simultáneamente
g. Sí, pues x no puede ser menor que 3 e igual a 3 al mismo tiempo

Comentarios:

6) La expresión X<3
a) Representa una desigualdad porque existen varios elementos que cumplen ...
b) una inecuación establece varias solución X<3 (-∞, 3)
c) Es la solución
d) Establecimiento de los valores Si porque el Dominio es (-∞, 3)
e) Si porque establece los valores que dan solución

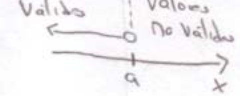
Estoy totalmente desacuerdo con la compañera únicamente que yo ocupe la idea a través de gráficas para resolverlo

7. ¿Qué representa la expresión $x < a$? ¿Puedes representarla con algunas de las respuestas que se proponen para la pregunta 6?

Justifica tu (tus) elecciones.

Es una expresión que señala una relación de orden entre x y a. En este caso dice que x es menor que a, pero no nos dice nada acerca de los valores de x y a. Por ejemplo si ambas literales representan variables de una función, estás podrán tomar diversos valores, sólo sabemos que los valores que tome x siempre serán menores que los que tome a
Puede representar una desigualdad pues se establece una relación de orden entre las dos literales.
También podemos afirmar que representa que no puede tener el mismo valor que a, ni mayor valor que "a"

X<a
Representa todas las respuestas que proponen para la pregunta 6
Valores Válidos | Valores No Válidos X<a



Comentarios:

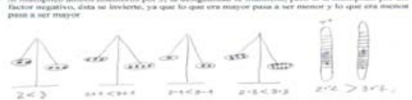
Tenemos la misma idea únicamente establecí en la recta los valores válidos e inválidos

8. $2 < 3$.

e. **¿Qué pasa si: le sumo a ambos miembros 1? ¿Y si le resto 1?**
f. **¿Y si multiplico ambos miembros por 3? ¿Y por -2?**

Representa visualmente (dibujo, gráfica,...) cada situación e intenta explicarla con tus palabras.

a. la desigualdad no cambia si le sumo o resto alguna cantidad a ambos miembros de la desigualdad.
b. Si multiplico ambos miembros por 3, la desigualdad se mantiene, pero si la multiplicó por un factor negativo, ésta se invierte, ya que lo que era mayor pasa a ser menor y lo que era menor pasa a ser mayor



Comentarios:

8) 2<3
a) 2-1 < 3-1
1 < 2
Se sigue cumpliendo la desigualdad

b) 3(2) < 3(3)
6 < 9
Se sigue cumpliendo
(-2)(2) < 3(-2)
-4 < -6
-4 > -6
Se sigue cumpliendo

Me parece excelente la forma en como resolvió pilar esta pregunta

9. Considera la desigualdad $x < 1$.

¿Qué pasa si multiplico ambos miembros por 2? ¿Y si les resto 3?

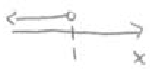
Si los multiplico por dos la desigualdad se mantiene, si les resto 3, también se mantiene, el único cambio es que el miembro de la derecha será un número negativo, pero seguirá siendo mayor que el miembro de la izquierda

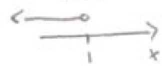
Comentarios:

$x < 1$

Si multiplico por 2 y resto 3 Permanece la misma solución

$x < 1$ | $2x < 2(1)$ | $x - 3 < 1 - 3$
$2x < 2$ | $x - 3 < -2$
$x < 1$ | $x < -2 + 3$
$x < 1$





Comparto la idea de Pilar únicamente yo ocupe la recta

10. ¿Qué quiere decir resolver la inecuación $2x - 3 < x - 5$?

No la resuelvas, sólo explica qué quiere decir resolverla.

Significa encontrar aquellos valores de x para los cuales la desigualdad se cumple. Es decir que el doble de algo menos tres es menor que ese algo menos cinco.

Comentarios:

$2x - 3 < x - 5$

Se busca encontrar los valores de x "Válidos" que cumplan la desigualdad

Tenemos la misma idea de encontrar los valores válidos que satisfagan la solución del problema

$2x - 3 < x - 5$

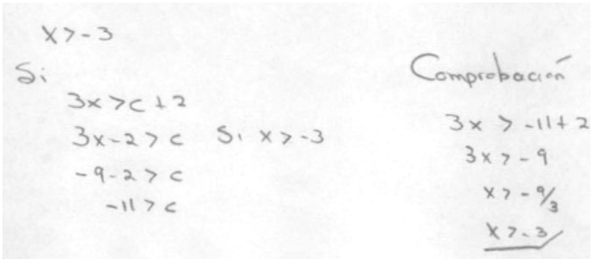
Se busca encontrar los valores de x "Válidos" que cumplan la desigualdad

11. ¿Cómo piensas que se pueda construir una inecuación que tenga como solución $x > -3$? ¿Puedes hacerlo? En caso de respuesta afirmativa, hazlo y justifica cuidadosamente todos los pasos.

Aplicando a la expresión dada las propiedades de la desigualdad.
Es decir, recorriendo el camino inverso a la resolución de una inecuación. Ejemplo:

Escribo la expresión $x>-3$ y aplico las propiedades de la igualdad tantas veces lo desee
$x>-3$ / multiplico ambos miembros por algún número ej. 4
$4x>(-3)(-4)$ / multiplico
$4x>-12$ / sumo un número a ambos miembros de la igualdad ej. 3
$4x +3=-12 +3$/ Reduzco términos semejantes
$4x +3=-9$ Queda establecida una ecuación cuya solución es $x>-3$

Comentarios:

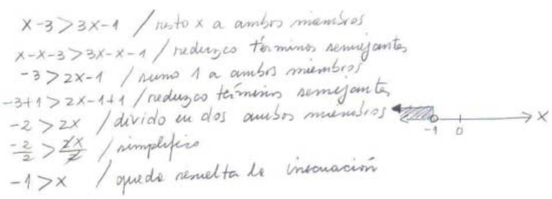


Presentamos diferentes formas de encontrar la solución y ambos métodos nos permiten alcanzar el objetivo

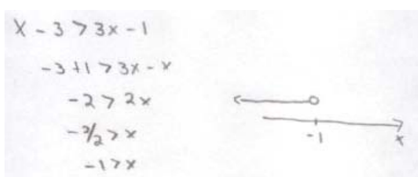
12. Resuelve la inecuación

$x - 3 > 3x - 1.$

Justifica cuidadosamente todos los pasos de tu proceso de resolución y representa gráficamente tu resultado.



Comentarios:



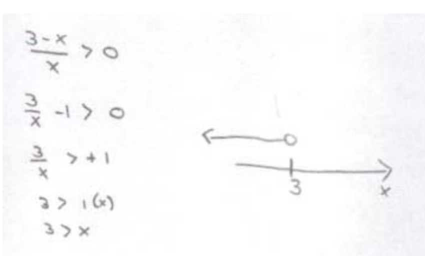
Presentamos la misma forma de resolverlo

13. Resuelve la inecuación

$\frac{3-x}{x} > 0$

Ayúdate con una representación visual (gráfica, dibujo, ...)

Justifica detalladamente todos los pasos de tu proceso de resolución



Comentarios:

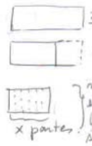
$\frac{3-x}{x} > 0$ / multiplico por x a ambos lados

$\cancel{x}\frac{(3-x)}{\cancel{x}} > 0 \cdot x$ / sumo x a ambos lados.

$3-x+x > 0+x$ / reduzco términos semejantes

$3 > x$

* ahí está la clave de por qué $x<3$ pues si fuese mayor la resta sería cero o una cifra negativa



no importa en cuantas partes lo divida, pues siempre será mayor que cero

* aquí está la clave

Ambos procedimientos nos permiten alcanzar el mismo resultado

Pareja 10

<u>Parte 1</u>

1. La expresión $x = 3$ representa:

g. la sol de una ecuación cuya incógnita es x

h. el establecimiento del valor de la literal x

i. la cantidad de elementos de un conjunto que contiene tres manzanas

j. el punto 3 sobre el eje cartesiano de las abscisas

k. la variable x a la que se le asigna la valor 3

l. el hecho que x no puede tomar ningún valor distinto de 3

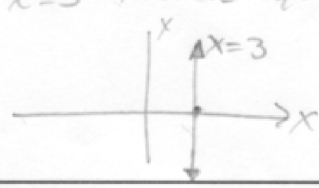
Justifica tu (tus) elecciones.

a) la sol de una ec. como $5x-16=-1$ ¿ó sea $x=3$

c) 

ⓔ y ⓕ cuando $x=3$ indica que es un valor único.

Además $x=3$ puede ser una recta perpendicular al eje X en el punto (3,0)



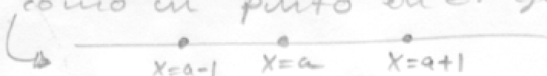
Comentarios:

Yo tomo
e) Esta es la mejor opción en realidad podría ser el valor que satisface una ecuación , o un recta vertical y este inciso para mi abarca varias posibilidades.
Pensamos de manera similar aunque tu escogiste varias opciones y yo una por ser para mi que abarcaba a las otras

2. ¿Qué representa la expresión? $x = a$ ¿Puedes representarla con algunas de las respuestas que se proponen para la pregunta 1?

Justifica tu (tus) elecciones.

$x=a$ representa que x sólo puede tomar un único valor real que es <u>a</u>. También puede verse como las opciones del ejercicio anterior; solución de una ecuación cuya incógnita es x, como un punto en el eje numérico



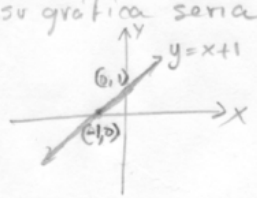
Comentarios:

Que a la variable x se le asigna el valor de a
Puede ser la raíz de una ecuación o la representación de una recta vertical
Respuesta similar

3. Ahora intenta representar por medio de un dibujo o de una gráfica la expresión $x+1=0$ sin

resolverla previamente (en el caso de que la estés viendo como ecuación).

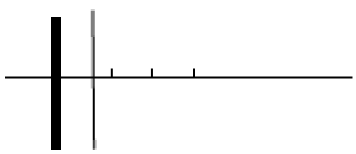
Si tuvieramos $y = x+1$
su gráfica sería



⇒ cuando $y = 0$ en la grafica se obtiene el punto (-1,0)

i.e, cuando $y=0$
$0 = x+1$
es un punto en la recta $y=x+1$

Comentarios:



Aquí si pensamos un poco diferente. Esa expresión me dice a mí que x es -1 sin importar el valor de y. La veo como la ecuación general de una recta vertical. Aunque entiendo también tu punto de vista

4. Cuando encuentras la expresión $2x - 1 = 3$:

q. ¿En qué piensas? ¿Es una ecuación o una igualdad? ¿Por qué?

r. ¿Qué haces? ¿Resuelves una ecuación o describes lo que lees?

a) Pienso en una diferencia algebraica que es igual al número 3, luego, observo que es lo mismo que una ecuación.
No es una igualdad, lo será hasta que el valor de x es hallado, porque, la expresión $(2x-1)$ podría aceptar cualquier valor por ser x una variable y se demuestra lo contrario cuando se despeja x.
b) Primero, se describo lo que leo y pienso en resolver la ecuación, posteriormente, procedo a despejar x, y así hallar su único valor.

Comentarios:

Pienso en una ecuación cuya incógnita es x.
Resuelvo la ecuación
Pensamos similar

5. Considera la igualdad $x = 2$.

¿Qué pasa si multiplicas ambos términos por cinco y luego a ambos términos le restas tres?

¿Los dos miembros de la igualdad siguen siendo iguales? ¿Por qué?

a) Luego de multiplicar y restar a ambos terminos, la igualdad se conserva, obtenemos $5x-3=7$, pero, ésta expresión algebraica no demuestra explícitamente que es una igualdad como $x=2$. Sin embargo,

de la forma como se presenta el ejercicio se sabe que la igualdad se conserva.
b) Ambos términos de la igualdad cambian explícitamente por efecto de las operación que entran en juego y el papel de la literal x, es decir, implícitamente es una igualdad que debe demostrarse.

Comentarios:

Estoy generando una ecuación cuya solución es x=2
Si porque estoy realizando la misma operación a ambos miembros de la igualdad
Yo preguntaría qué diferencia hay entre una ecuación y una igualdad.

6. ¿Qué quiere decir resolver la ecuación $2x - 3 = x - 5$?

No la resuelvas, sólo explica qué quiere decir resolverla.

Nota importante: está prohibido el uso del verbo "despejar" (y de sus derivados)

El significado más sencillo es hallar el valor de x, pero, ésto implica el uso de las operaciones de suma y producto de números reales para cada lado de la ecuación. "Hallar el valor de x" es encontrar el único valor que puede tomar x para que se dé una igualdad.

Comentarios:

Encontrar el valor de x que hace que la ecuación sea verdadera. Encontrar el valor de x que satisface la ecuación.
Aquí mi pregunta sería un niño que no sabe las propiedades de los reales podría resolver una ecuación. Yo pienso que si

7. ¿Qué significado le atribuyes a la palabra "despejar"?

- **a. Sacar la *x*.**
- **b. Aplicar unas reglas para obtener el resultado de la ecuación.**
- **c. Encontrar el valor de la incógnita x que cumple la ecuación.**
- **d. Aplicar las propiedades de la igualdad para aislar el valor de la incógnita x.**

Justifica tu (tus) elecciones.

el inciso d) y c) fueron elegidas por que cuando se nos presenta una ecuación y pensamos en resolverla primero aplicamos las propiedades de la igualdad (suma y/o producto en por ambos lados) operamos y al final, encontramos el valor de la literal x donde se cumple la ecuación, es decir, se obtiene una igualdad.

Comentarios:

d) Se aplican las propiedades para encontrar el valor de x que satisface la ecuación
Yo puse esta porque para mí abarcaba la otra. Pensamos similar.
Siempre se puede encontrar un valor de x que resuelva la ecuación?
Solo hay una solución siempre en todos los casos (aunque sea de primer grado)?

8. La ecuación de la pregunta 6 tiene como solución $x = -2$.

¿Qué relación hay entre este resultado y la ecuación original? Explica detalladamente.

El resultado $x=-2$ es el fin del proceso de aplicar las propiedades de igualdad a la ecuación $2x-3=x-5$, i.e. dada la ecuación, que no es explícitamente una igualdad, se le aplican las propiedades de la igualdad para demostrar que sí lo es encontrando ése único valor de x que la resuelve.

Comentarios:

X=-2 satisface la ecuación 6 (la hace verdadera).
Si sumamos x a los dos miembros de la igualdad x=2 y restamos 3 a los 2 miembros, se obtiene la ecuación 6.
OK pensamos similar

9. ¿Cómo piensas que se pueda construir una ecuación que tenga como solución $x=-1$? ¿Puedes hacerlo? En caso de respuesta afirmativa, hazlo y justifica cuidadosamente todos los pasos.

Para construir una ecuación partiendo de la igualdad $x=-1$ empleamos las operaciones de suma y/o producto de #'s reales por ambos lados de ella. Ejemplo:

$$x=-1$$

Sumando (-8) .... $x-8=-1-8 \rightsquigarrow x-8=-9$ .... Simplificando

Multiplicando por $(-\frac{1}{3})$ ... $(-\frac{1}{3})(x-8)=(-\frac{1}{3})(-9) \rightsquigarrow \boxed{\frac{8}{3}-\frac{x}{3}=3}$ ... Simplificando

Comentarios:

Sumando restando multiplicando o dividiendo por el mismo número los dos miembros igualdad.
X=-1
Multiplico por 5
5x=-5
Sumo 4
5x+4=-1
Sumo x
6x+4=x-1
Ok similar

10. Determina el valor de *a* para que la ecuación $2(ax-1)-3ax=4$ tenga como solución $x=-1$. Justifica cuidadosamente todos los pasos de tu resolución.

Primero, se encuentra el valor de x en términos de a:

$2ax - 2 - 3x = 4 \rightarrow -ax = 6 \rightarrow x = -\frac{6}{a}$

Observando que a está en el denominador $a \neq 0$

Así veamos que valor le corresponde a "a" para que $-\frac{6}{a} = -1$ con $a \neq 0$ se resuelve la ecuación

$-6 = -a$

$\boxed{a=6} \rightarrow$ Es el valor buscado.

Comentarios:

Si x=-1 puedo sustituirlo y la ecuación se cumple porque es solución
2(-a-1)+3a=4 Propiedad distributiva
-2a+3a=6Suma de términos semejantes
a=6
Necesitaríamos encontrar el valor de x en términos de a???
Podríamos sustituir el valor de x que de antemano nos dicen que es solución de la ecuación y luego encontrar a.
¿Es necesario poner la condición a distinto de cero? Si a fuera cero tendríamos -2=4

11. Resuelve la ecuación:

$$\frac{3-x}{2} = 1 + \frac{2x-3}{5}.$$

Justifica todos los pasos de tu proceso de resolución.

Multiplicando por (10)

$(10)\left(\frac{3-x}{2}\right) = (10)\left(1 + \frac{2x-3}{5}\right)$

$5(3-x) = 10 + 2(2x-3)$

$15 - 5x = 10 + 4x - 6$

$-5x - 4x = 10 - 6 - 15$

$-9x = -11$

$\boxed{x = \frac{11}{9}}$

Comentarios:

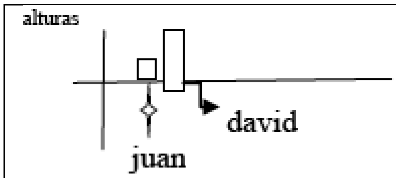
Multiplico por 10 ambos miembros de la ECUACIÓN
15-5x=10+4x-6
-9x=-11 (Inverso aditivo de 4x y de 15)
X=11/9 (inverso multiplicativo del -9)
ok similar

<u>Parte 2</u>

1. "Juan es más alto que David".

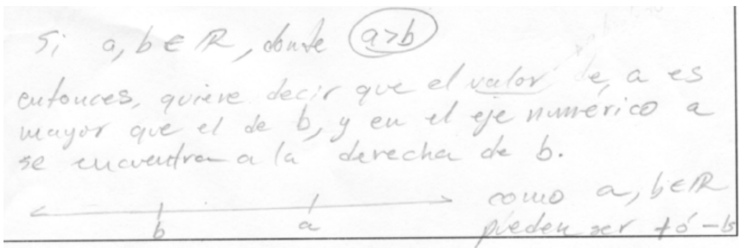
Representa dicho enunciado por medio de un dibujo y de una gráfica

Comentarios:



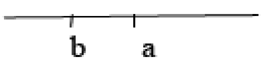
Ok similar

2. $a > b$**: ¿Qué quiere decir? ¿Quiénes son *a* y *b*? Intenta representar por medio de un dibujo.**



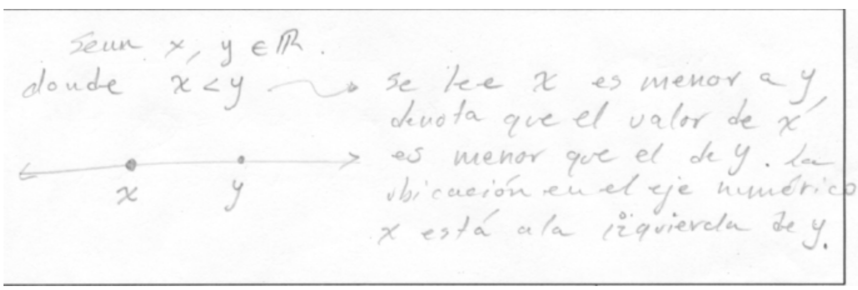
Comentarios:

-Que el valor de a es mayor al de b
-Son letras que representan el valor de una constante



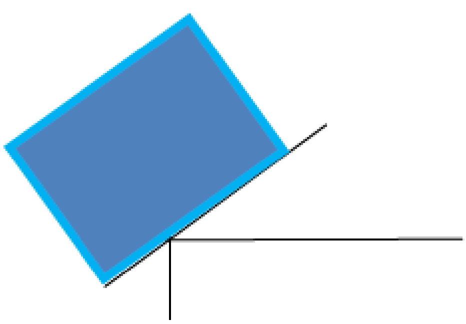
Ok similar me queda la duda de la diferencia entre a>b y x>y

3. $x < y$**: ¿Qué quiere decir? ¿Quiénes son *x* y *y*? Intenta representar por medio de un dibujo.**



Comentarios:

Que el valor de x es menor que y
Representan 2 variables en las que x y y toman valores que cumplen con esa condición

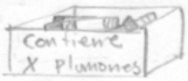


Trato de explicar que es la parte de arriba de la recta x=y es decir ese conjunto de puntos satisface esa desigualdad.
Yo lo pensé un poco mas dirigido a un plano.

4. Representa por medio de una representación visual (dibujo, gráfica,…) las siguientes expresiones:

"Esta caja contiene 8 plumones"

"Esta caja contiene menos de 8 plumones"



a) $x = 8$

b) $x < 8$

Comentarios:

Sea x el número de plumones de una caja
a) X=8
b) 0<x<8
Similar
Tal vez quedaría mejor si especificáramos x pertenece a los naturales

5. Expresa por medio de un enunciado la siguiente expresión: $6 < 3x < 12$.

¿Cuál es el papel de la literal *x*?

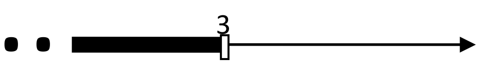
"Tres cajas con x plumones cada una, contienen más de 6 y menos de 12 en total".

El papel de x es de una variable donde su triple esta condicionado a estar entre dos valores.

Comentarios:

El triple del valor de x es mayor a 6 y menor a 12
Es una variable
similar

6. La expresión $x < 3$ representa:

- **a. una desigualdad**
- **b. una inecuación**
- **c. la solución de una inecuación cuya incógnita es *x***
- **d. el establecimiento del conjunto de valores que puede tomar la literal *x***
- **e.** 

- **f. el hecho que *x* no puede tomar ningún valor mayor que 3**
- **g. el hecho que *x* no puede tomar el valor de 3**

Justifica tu (tus) elecciones.

Se observa una desigualdad, i.e., una nó igualdad que puede ser la solución de una inecuación cuya incógnita es x (Ejemplo: $4x-5<7$). Más aún, representa un conjunto de valores que puede tomar x, y éstos son todos los números reales menores a 3 (incisos ⓓ y ⓔ).

Comentarios:

Tomo las siguientes: a) c) d) e) similar

7. ¿Qué representa la expresión $x < a$? ¿Puedes representarla con algunas de las respuestas que se proponen para la pregunta 6?

Justifica tu (tus) elecciones.

Representa una desigualdad, donde x puede tomar cualquier valor que esté a la izquierda de a, i.e. $x \in (-\infty, a)$ donde $a \in \mathbb{R}$.

Así

$x < a$

a

Comentarios:

Es una desigualdad en la que x toma valores menores a "a". Puede ser la solución de una inecuación.
Similar

8. $2 < 3$.

g. ¿Qué pasa si: le sumo a ambos miembros 1? ¿Y si le resto 1?

h. ¿Y si multiplico ambos miembros por 3? ¿Y por -2?

Representa visualmente (dibujo, gráfica,...) cada situación e intenta explicarla con tus palabras.

$2<3$

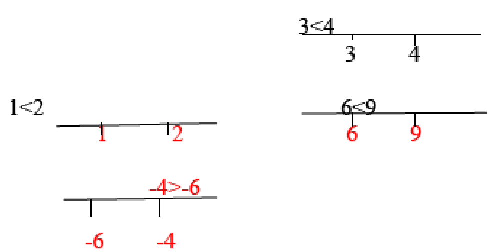
a) $3<4$ ó $1<2$, se observa que la suma de cualquier número real no modifica el sentido de la desigualdad

b) -multiplicando por 3 $\Rightarrow$ $6<9$ 6   9
El sentido no cambia
-Multiplicando por -2 $\Rightarrow$ $\boxed{-4>-6}$
El sentido sí cambia.

-6   -4

Comentarios:

a) Se sigue cumpliendo
b) Se sigue cumpliendo por -2 tendría que cambiar el signo de la desigualdad para que la expresión siga siendo verdadera



Similar a la tuya

9. Considera la desigualdad $x < 1$.

¿Qué pasa si multiplico ambos miembros por 2? ¿Y si les resto 3?

$x<1$

$2x<2$ ó $x-3<-2$ ó $2x-3<-1$

En ninguno de los tres casos se afecta el sentido de la desigualdad

Comentarios:

Genero una inecuación cuya solución es x<1
Aquí mi pregunta sería que diferencia hay entre una desigualdad y una inecuación

10. ¿Qué quiere decir resolver la inecuación $2x - 3 < x - 5$?

No la resuelvas, sólo explica qué quiere decir resolverla.

Es hallar el conjunto de valores que puede tomar x para que la expresión conserve el sentido de la desigualdad. Considerando las propiedades de las desigualdades.

Comentarios:

Encontrar el conjunto de valores de x que hacen que se cumpla esa inecuación
Aquí mi pregunta sería que quieres decir siga conservando el sentido la desigualdad

11. ¿Cómo piensas que se pueda construir una inecuación que tenga como solución $x > -3$? ¿Puedes hacerlo? En caso de respuesta afirmativa, hazlo y justifica cuidadosamente todos los pasos.

$x > -3$

$-7x < 21$ --- multiplicando por (-7)

$-4x < 21 + 3x$ --- sumando $3x$

$\boxed{-4x - 11 < 10 + 3x}$ --- sumando (-11).

Esta es la inecuación obtenida, como resultado de la suma y/o producto de números reales considerando las propiedades de las desigualdades.

Comentarios:

Sumando o restando el mismo número en ambos miembros de la desigualdad
Multiplicando o dividiendo por un número positivo ambos miembros y si lo hacemos por un negativo cambiamos el sentido del signo.
x>-3 multiplico por 2
2x>-6
2x+5>-1sumo 5
Similar

12. Resuelve la inecuación

$x - 3 > 3x - 1.$

Justifica cuidadosamente todos los pasos de tu proceso de resolución y representa gráficamente tu resultado.

$x - 3 > 3x - 1$

$x - 3x > -1 + 3$ --- sumando $(-3x)$ y (3).

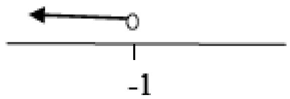
$-2x > 2$ --- simplificando.

$x < -\frac{2}{2}$ --- multiplicando por $\left(-\frac{1}{2}\right)$

$\boxed{x < -1}$ --- simplificando.

Comentarios:

-3>2x-1 inverso aditivo de x
-2>2x inverso aditivo de 1
-1>x inverso multiplicativo de2



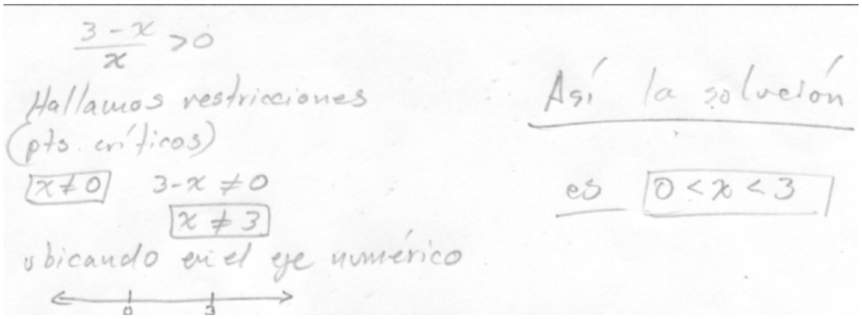
Yo justifique mas en el sentido de las propiedades de los reales

13. Resuelve la inecuación

$\frac{3-x}{x} > 0$

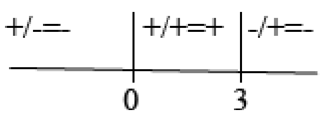
Ayúdate con una representación visual (gráfica, dibujo, ...)

Justifica detalladamente todos los pasos de tu proceso de resolución



Comentarios:

La división tiene que ser positiva y eso e da cuando tanto numerador y denominador tienen el mismo signo (+/+ o -/-)
3-x es cero en tres y antes del tres es positivo y después del tres negativo.
El denominador es negativo antes del cero y positivo después.



La solución es x pertenece al intervalo (0,3).
Similar

Pareja 11

<u>Parte 1</u>

1. La expresión $x = 3$ representa:

- **a. la sol de una ecuación cuya incógnita es x**
- **b. el establecimiento del valor de la literal x**
- **c. la cantidad de elementos de un conjunto que contiene tres manzanas**
- **d. el punto 3 sobre el eje cartesiano de las abscisas**
- **e. la variable x a la que se le asigna la valor 3**
- **f. el hecho que x no puede tomar ningún valor distinto de 3**

Justifica tu (tus) elecciones.

Si estoy trabajando de forma algebraica es la solución de una ecuación cuya incógnita es x, si trabajo en una representación geométrica es el punto 3 sobre el eje cartesiano de las abscisas. Trabajando con la función es la variable x la que se le asigna el valor de3. Si 3 representa el valor de x en una igualdad entonces no puede tomar ningún valor distinto.

Comentarios:

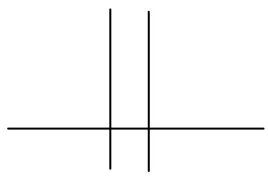
Coincido con mi colega en la selección de las respuestas a, b, d, y e. Me parece interesante la justificación que hace, aunque en el caso de la respuesta d, no la limitaría a casos geométricos sino a la representación gráfica de cualquier tipo de problema, y yo no hubiera elegido la opción f.

2. ¿Qué representa la expresión? $x = a$ ¿Puedes representarla con algunas de las respuestas que se proponen para la pregunta 1?

Justifica tu (tus) elecciones.

La expresión representa que a es un valor constante que puede tomar x, la puedo relacionar con la respuesta: el establecimiento del valor de la literal x
Comentarios:
Yo hubiera elegido también la respuesta d de la pregunta 1 además de la b. Pero me parece adecuada la justificación que usa. Yo lo definiría distinto, diría que es "forzar" a la variable x a tomar el valor constante a.

3. Ahora intenta representar por medio de un dibujo o de una gráfica la expresión $x + 1 = 0$ sin resolverla previamente (en el caso de que la estés viendo como ecuación).



Comentarios:
Si estamos considerándola como ecuación me parece adecuada la gráfica de mi compañero, podría también verse como la gráfica de una recta y=x+1, donde x+1=0 se referiría al punto (-1,0).

4. Cuando encuentras la expresión $2x - 1 = 3$:

s. **¿En qué piensas? ¿Es una ecuación o una igualdad? ¿Por qué?**

t. **¿Qué haces? ¿Resuelves una ecuación o describes lo que lees?**

Pienso que es una igualdad y trato de encontrar el valor de x que me permita tener como resultado 3
La primera reacción es resolver la ecuación.
Comentarios:
Yo por el contrario, diría que automáticamente la veo como ecuación e intento resolverla llegando al valor x=2

5. Considera la igualdad $x = 2$.

¿Qué pasa si multiplicas ambos términos por cinco y luego a ambos términos le restas tres?

¿Los dos miembros de la igualdad siguen siendo iguales? ¿Por qué?

Si multiplicamos y sumamos ambos términos estamos aplicando las propiedades de orden $5x - 3 = 7$ el valor de la variable x no cambia pero la igualdad que se obtiene es 7.
Comentarios:
Yo concuerdo con mi compañero, la igualdad o ecuación es distinta, pero el valor de x no cambia, aquí podríamos introducir un concepto de equivalencia.

6. ¿Qué quiere decir resolver la ecuación $2x - 3 = x - 5$?

No la resuelvas, sólo explica qué quiere decir resolverla.

Nota importante: está prohibido el uso del verbo "despejar" (y de sus derivados)

Resolver la ecuación es encontrar el valor de x que cumpla la igualdad
Comentarios:
Resolverla si es encontrar el valor de x como dice mi compañero, pero yo lo pensé más como el proceso de resolverla y diría que es realizar distintas operaciones a ambos lados del igual, de manera que se modifiquen las expresiones y se encuentre finalmente el valor de x.

7. ¿Qué significado le atribuyes a la palabra "despejar"?

e. **Sacar la *x*.**

f. **Aplicar unas reglas para obtener el resultado de la ecuación.**

g. **Encontrar el valor de la incógnita *x* que cumple la ecuación.**

h. **Aplicar las propiedades de la igualdad para aislar el valor de la incógnita *x*.**

Justifica tu (tus) elecciones.

Encontrar el valor de la incógnita x que cumpla la ecuación. Despejar no implica usar de manera extricta propiedades para encontrar su valor.
Comentarios:
Difiero de mi compañero si consideramos que las propiedades de la igualdad incluyen operar en ambos lados manteniendo siempre la equivalencia, de manera que se aísle la variable y se encuentre el valor al que equivale.

8. La ecuación de la pregunta 6 tiene como solución $x = -2$.

¿Qué relación hay entre este resultado y la ecuación original? Explica detalladamente.

Significa que x solo puede tomar el valor -2 para cumplir con la igualdad
Comentarios:
De acuerdo con mi compañero, -2 es el único valor que satisface dicha igualdad.

9. ¿Cómo piensas que se pueda construir una ecuación que tenga como solución $x = -1$? ¿Puedes hacerlo? En caso de respuesta afirmativa, hazlo y justifica cuidadosamente todos los pasos.

Se puede construir usando las propiedades de orden por ejemplo multiplicando por 3 y sumado 4
$\mathbf{3x + 4 = 1}$
Comentarios:
Se pueden construir una infinidad de ecuaciones con esa solución, realizando una vez más operaciones a ambos lados del signo de igual de manera que se respete la igualdad.

10. Determina el valor de *a* para que la ecuación $2(ax-1) - 3ax = 4$ tenga como solución $x = -1$.

Justifica cuidadosamente todos los pasos de tu resolución.

$2ax - 2 - 3ax = 4$ **Eliminando los paréntesis y reduciendo términos**
$-2 - ax = 4$
Aplicando propiedades de orden
$-2 - ax + 2 = 4 + 2$
$-ax = 6$
$-\frac{1}{x}(-ax) = -\frac{1}{x}(6)$
$a = -\frac{6}{x}$ **si x = -1**
$a = 6$ **por lo tanto**
$2(6x-1) - 18x = 4$ **seria nuestra ecuación sustituyendo el valor de a**
Comentarios:
Yo hubiera comenzado distinto, yo hubiera reemplazado de inicio el valor de x obteniendo:
2(a(-1)-1)-3a(-1)=4, resolvería hasta llegar a que a=6 igual que mi colega.

11. Resuelve la ecuación:

$$\frac{3-x}{2} = 1 + \frac{2x-3}{5}.$$

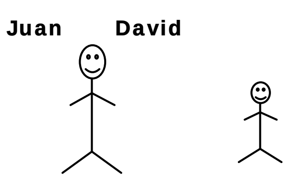
Justifica todos los pasos de tu proceso de resolución.

$\frac{3-x}{2} = \frac{5+2x-3}{5}$
$\frac{3-x}{2} = \frac{2x+2}{5}$
Aplicando las propiedades de orden
$(10)\frac{3-x}{2} = (10)\frac{2x+2}{5}$
$5(3-x) = 2(2x+2)$
$15 - 5x = 4x + 4$
$15 - 5x - 15 = 4x + 4 - 15$
$-5x = 4x - 11$
$-5x - 4x = 4x - 4x - 11$
$-9x = -11$
$\left(-\frac{1}{9}\right)(-9x) = \left(-\frac{1}{9}\right)11$
$x = \frac{11}{9}$
Comentarios:
La solución de mi compañero es la misma que yo hubiera usado, idéntica. Me parece interesante que en varias respuestas utiliza el término propiedades de orden con el que no estoy familiarizada.

Parte 2

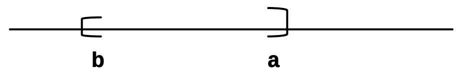
1. "Juan es más alto que David".

Representa dicho enunciado por medio de un dibujo y de una gráfica



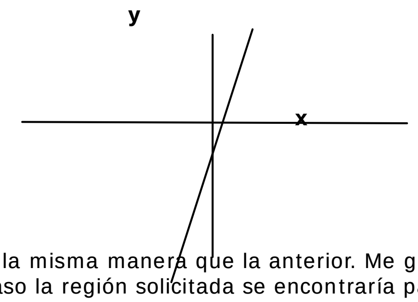
Comentarios:
Me parece que tanto el dibujo como la gráfica que realizó mi compañero representan de la mejor manera lo requerido.

2. $a > b$: ¿Qué quiere decir? ¿Quiénes son *a* y *b*? Intenta representar por medio de un dibujo.



Comentarios:
Me llama la atención que mi colega haga referencia a si los valores a y b son mayores o menores que cero, yo creo que independientemente de lo que representen, en la recta real a estará a la izquierda de b. Si se considera el eje ordenado, a estará siempre más arriba que b.

3. $x < y$: ¿Qué quiere decir? ¿Quiénes son *x* y *y*? Intenta representar por medio de un dibujo.

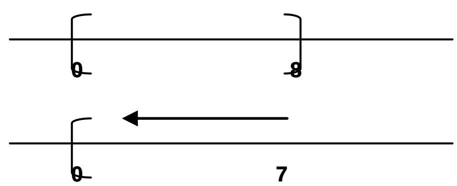


Comentarios:
Podría responderse de la misma manera que la anterior. Me gusta mucho la idea de mi compañero de utilizar la recta y=x, en ese caso la región solicitada se encontraría partiendo de esa recta hacia el lado izquierdo sin incluir la recta.

4. Representa por medio de una representación visual (dibujo, gráfica,…) las siguientes expresiones:

"Esta caja contiene 8 plumones"

"Esta caja contiene menos de 8 plumones"



Comentarios:
No concuerdo ahora si nada con mi compañero, yo dibujaría un conjunto de 8 elementos para la primera

* * * * * * * *

Y para la segunda si haría un intervalo en la recta que vaya desde cero incluyéndolo, hasta ocho sin incluirlo. [0,8)
Siento que la primera representación de mi colega da lugar a que la cantidad de plumones sea variable entre cero y ocho y no necesariamente ocho exactos ¿no es así?

5. Expresa por medio de un enunciado la siguiente expresión: $6 < 3x < 12$.

¿Cuál es el papel de la literal *x*?

Tres veces x debe ser mayor que 6 menor que 12
El papel de la literal x es representar los números que cumplen con esta desigualdad.

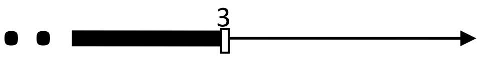
Comentarios:
El papel de la variable x es como dice mi colega representar los número que cumplen estas restricciones, pero no está aislado porque esto seguramente representa un problema de características tales que conviene expresarlo multiplicado tres veces.
Se expresaría como que el triple de x puede tomar valores mayores a 6 y menores a 12, o que x puede tomar valores entre 2 y 4

6. La expresión $x < 3$ representa:

- **a. una desigualdad**
- **b. una inecuación**

c. la solución de una inecuación cuya incógnita es *x*

d. el establecimiento del conjunto de valores que puede tomar la literal *x*

e. 

f. el hecho que *x* no puede tomar ningún valor mayor que 3

g. el hecho que *x* no puede tomar el valor de 3

Justifica tu (tus) elecciones.

Representa una desigualdad, debido a que hay valores de x que hacen cierta la desigualdad.
Comentarios:
Yo tomaría como válidas todas las respuestas menos d y g, porque aunque son parte de lo que representa, son ambiguas y no abarcan TODO el significado de x<3.
Me gustaría saber la razón que tuvo mi colega para descartar todas menos la a).

---

7. ¿Qué representa la expresión $x < a$? ¿Puedes representarla con algunas de las respuestas que se proponen para la pregunta 6?

Justifica tu (tus) elecciones.

Establece el conjunto de valores que puede tomar la literal x. Si a es un numero negativo o positivo los valores de x siempre tienden hacia la izquierda en la recta numérica
Comentarios:
Yo la contestaría igual que la anterior, me vuelve a surgir la curiosidad de qué justificación tiene mi compañero para descartar las demás respuestas, y además la duda de para qué hace referencia si toma valores positivos o negativos.

---

8. $2 < 3$.

i. ¿Qué pasa si: le sumo a ambos miembros 1? ¿Y si le resto 1?

j. ¿Y si multiplico ambos miembros por 3? ¿Y por -2?

Representa visualmente (dibujo, gráfica,…) cada situación e intenta explicarla con tus palabras.

Si le restamos y sumamos estamos cumpliendo con las propiedades de orden y la desigualdad no se altera.
Al multiplicar por 3 la desigualdad conserva el sentido, pero al multiplicarla por un número negativo la desigualdad se debe invertir.
Comentarios:
La respuesta de mi compañero me parece la adecuada, yo agregaría que visualizando en la recta, siempre 3 está a la derecha de 2, y se conserva esta relación con las primeras operaciones propuestas, pero en el caso de multiplicar por -2, quedaría -4>-6 y entonces -4 sería quien está a la derecha de -6.

---

9. Considera la desigualdad $x < 1$.
¿Qué pasa si multiplico ambos miembros por 2? ¿Y si les resto 3?

Se convierte en una inecuación ya que tiene al menos una incógnita en uno de sus lados.
Comentarios:
Mi compañero responde que "Se convierte en una inecuación ya que tiene al menos una incógnita en uno de sus lados.", pero entonces, ¿no sería una inecuación desde el inicio?
Yo más bien respondería que no pasa nada, que se respeta la relación que guardan entre sí los dos lados de la desigualdad.

---

10. ¿Qué quiere decir resolver la inecuación $2x - 3 < x - 5$?

No la resuelvas, sólo explica qué quiere decir resolverla.

Encontrar los valores que x que satisfagan la desigualdad.
Comentarios:
Lo primero que me viene a la mente es lo que responde mi compañero, pero añadiría que es encontrar el conjunto de valores que puede tomar x, es como encontrar un dominio.

---

11. ¿Cómo piensas que se pueda construir una inecuación que tenga como solución $x > -3$? ¿Puedes hacerlo? En caso de respuesta afirmativa, hazlo y justifica cuidadosamente todos los pasos.

Se le pueden aplicar las propiedades de orden
$\mathbf{2x > -6}$
$\mathbf{2x + 3 + x} > -6 + 3 + x$
$\mathbf{3x + 3} > x - \mathbf{3}$
Comentarios:

Insisto en que se aplica lo que mi colega llama las propiedades de orden, pero además de lo que él propone se pueden construir una infinidad de inecuaciones. Siempre teniendo cuidado de que si se multiplica por números negativos se aplique correctamente el signo de < o >.

12. Resuelve la inecuación

$\boldsymbol{x - 3 > 3x - 1.}$

Justifica cuidadosamente todos los pasos de tu proceso de resolución y representa gráficamente tu resultado.

Aplicando las propiedades de orden

$\mathbf{x - 3 + 3} > 3x - 1 + \mathbf{3}$

$\mathbf{x - 3 + 3 - 3x} > 3x - 3x - 1 + \mathbf{3}$

$\mathbf{-2x > 2}$

$\left(-\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)(\mathbf{-2x}) > \left(-\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)(\mathbf{2})$

Le desigualdad se invierte

$\mathbf{x < -1}$

Por lo tanto solo puede tomar valores menores que -1

Comentarios:

Yo haría lo siguiente:

$x - 3 > 3x - 1$

x-3+3>3x-1+3

x>3x+2

x-x-2>3x-x+2-2

-2>2x

-2/2>2x/2

-1>x

Gráficamente representaría en la recta el siguiente intervalo $(-\infty, -1)$

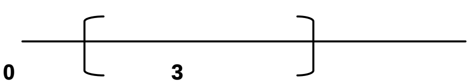
13. Resuelve la inecuación

$\frac{3-x}{x} > 0$

Ayúdate con una representación visual (gráfica, dibujo, ...)

Justifica detalladamente todos los pasos de tu proceso de resolución

X debe ser diferente de cero, también tiene la condición de ser menor que tres



0 **3**

Comentarios:

De acuerdo con mi colega que x debe ser distinto de cero, ya que es el denominador. Por otro lado para que el cociente sea >0, tanto el numerador como el denominador deben ser ambos positivos o ambos negativos, se consideran los dos casos. Esto da como resultado dos casos, el primero indica que x debe estar entre 0 y 3, el segundo indica que x debe ser menor que cero y mayor que tres que representa una contradicción por lo cual se descarta. En ese caso sería el intervalo que plantea mi compañero que es $(0,3)$. Me queda la duda si mi compañero se refiere a ese intervalo o a todos los números reales menores que tres, porque así lo redacta.

Otra manera de resolverlo sería graficar la curva $y = \frac{3-x}{x}$ y estudiar en qué valores es mayor que cero. Se encuentra de igual manera que en el intervalo abierto de cero a tres la gráfica está sobre el eje X.

COMENTARIO ADICIONAL.

A mi modo de ver este cuestionario plantea aspectos de las desigualdades y de las ecuaciones que no son los más ortodoxos, o no son las típicas maneras de preguntar por así decirlo. Me parece que nos hacen ver aspectos y propiedades que están más olvidados.

Pareja 12

Parte 1

1. La expresión $x = 3$ representa:

- **a. la sol de una ecuación cuya incógnita es x**
- **b. el establecimiento del valor de la literal x**
- **c. la cantidad de elementos de un conjunto que contiene tres manzanas**
- **d. el punto 3 sobre el eje cartesiano de las abscisas**
- **e. la variable x a la que se le asigna la valor 3**
- **f. el hecho que x no puede tomar ningún valor distinto de 3**

Justifica tu (tus) elecciones.

a) Verdadero pues $x-2=1 \to x=3$ es solución de la ecuación
e) Verdadero pues si $x=3 \to x+2=5$
f) Verdadero pues si $x=3 \to \nexists x / x \neq 3$

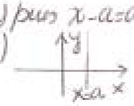
Comentarios:

La respuesta f indica que toma ese valor pero nada dice que es único. Esta opción no la hubiera considerado.
Agregaría a las respuestas atinadas de la Prof. Claudia , que la expresión $x = 3$ representa también
b-el establecimiento del valor de la literal x, pues podría estar valorizando un polinomio en x con dicho valor. En el código algebraico las letras representan números.
c-.la cantidad de elementos de un conjunto que contiene 3 manzanas o cualquier tipo de elementos, pues "3" es la propiedad que tienen en común todos los conjuntos ternarios.
d.el punto 3 sobre el eje cartesiano de las abscisas Si trabajamos en R (una sola dimensión) representa exactamente dicho punto.
Es decir, si determinamos el contexto en el cual nos estamos moviendo, la expresión x=3 adquiere la significación correspondiente a él; se deja de manifiesto la necesidad de indicar el conjunto referencial en cual se esté trabajando.

2. ¿Qué representa la expresión? $x = a$ ¿Puedes representarla con algunas de las respuestas que se proponen para la pregunta 1?

Justifica tu (tus) elecciones.

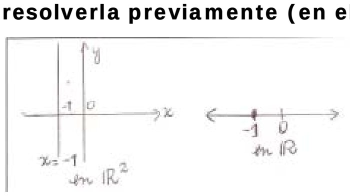
$x=a$ significa que $\forall x : x \in \mathbb{K} \to x=a$
Sí puedo representar $x=a$ con la opción (a) pues $x-a=0$
con la opción (e)



Comentarios:

La Prof. Claudia ha considerado la respuesta en R^2 según el gráfico que ha realizado.Podría considerarse en R y en R^3 también.
Considero que x=a es una generalización de x=3 ya que en el código algebraico, por convención, al utilizar letras como "a" "b" "k" (no atribuibles a las variables, como x,y,w, z), se considera que son representaciones de constantes.

3. Ahora intenta representar por medio de un dibujo o de una gráfica la expresión $x + 1 = 0$ sin resolverla previamente (en el caso de que la estés viendo como ecuación).



Comentarios:

La Prof. Claudia trabaja en R y en R 2 , yo hubiese agregado la solución en R^3. también, en caso de verla como una ecuación.
No podríamos contemplar acá que esa expresión corresponde al cardinal de un conjunto.

4. Cuando encuentras la expresión $2x - 1 = 3$:

a. **¿En qué piensas? ¿Es una ecuación o una igualdad? ¿Por qué?**
b. **¿Qué haces? ¿Resuelves una ecuación o describes lo que lees?**

a) Es una ecuación porque hay que hallar x/
$f(x) = 2x - 1 = 3$
Se verifica la igualdad para $x = 2$

b) Describo lo que leo ya que no me pidió resolver

Comentarios:

De hecho una ecuación es una igualdad bajo ciertas condiciones de los valores que puede tomar su incógnita, más precisamente satisfacer la igualdad.
La Prof. Claudia describe lo que ve pero no puede contenerse de resolver la ecuación.

5. Considera la igualdad $x = 2$.

¿Qué pasa si multiplicas ambos términos por cinco y luego a ambos términos le restas tres?

¿Los dos miembros de la igualdad siguen siendo iguales? ¿Por qué?

Si multiplicamos ambos miembros por cinco y luego le restamos tres a ambos se obtiene una ecuación equivalente porque se esta aplicando miembro a miembro la propiedad uniforme de la multiplicación y la adición
Una ecuación equivalente tiene el mismo conjunto solución

Comentarios:

Comparto el hecho de que aplicar propiedades válidas matemáticamente en ambos miembros , mantiene verdadera la igualdad y genera una ecuación equivalente a la dada.
Podríamos decir que cada vez que uno lee el "=" en estos desarrollos estaría preguntando su valor de verdad : " ¿es verdadero que el primer miembro tiene el mismo valor que el segundo miembro?"

6. ¿Qué quiere decir resolver la ecuación $2x - 3 = x - 5$?

No la resuelvas, sólo explica qué quiere decir resolverla.

Nota importante: está prohibido el uso del verbo "despejar" (y de sus derivados)

Resolver la ecuación $2x - 3 = x - 5$ quiere decir obtener el valor de x que la satisfaga, es decir el valor de la variable x que verifique la igualdad

Comentarios:

Ahí lo ha dicho la Prof. Claudia : " que verifique la igualdad" o sea, que la haga verdadera.

7. ¿Qué significado le atribuyes a la palabra "despejar"?

a. **Sacar la *x*.**
b. **Aplicar unas reglas para obtener el resultado de la ecuación.**
c. **Encontrar el valor de la incógnita *x* que cumple la ecuación.**
d. **Aplicar las propiedades de la igualdad para aislar el valor de la incógnita *x*.**

Justifica tu (tus) elecciones.

a) Verdadero, sacar la x en el sentido de hallar x
b) Verdadero, ya que el mal hábito de decir despejar tiene que ver con la aplicación de la propiedad uniforme de las operaciones
d) Verdadero en el mismo sentido que se justificó el item (b)

Comentarios:

Bueno, es totalmente subjetiva la respuesta a tal pregunta. Me inclino por las opciones b y d .Una cosa es despejar para mí y otra muy distinta es que ya haya obtenido el valor de la incógnita, o sea, puedo haber "despejado" la incógnita pero aún no haber resuelto las operaciones del otro miembro de la igualdad; es más quizá ni siquiera tenga solución en el conjunto en cual esté planteada la ecuación. Es muy importante dar el conjunto referencial tal como se aclaró en el punto 1.

8. La ecuación de la pregunta 6 tiene como solución $x = -2$.

¿Qué relación hay entre este resultado y la ecuación original? Explica detalladamente.

$x=-2$ es el valor de x que verifica la ecuación, es decir el valor que al ser asignado en la ecuación original da una igualdad. O sea si $x=-2$

Entonces $2x-3=x-5$
$2(-2)-3=-2-5$
$-4-3=-7$
$-7=-7$

Comentarios:

Así es como dice la Prof. Claudia.
Ese valor surge de aplicación de propiedades a ambos miembros de la igualdad, que permitieron aislar la incógnita y obtener el valor de la misma.

9. ¿Cómo piensas que se pueda construir una ecuación que tenga como solución $x = -1$? ¿Puedes hacerlo? En caso de respuesta afirmativa, hazlo y justifica cuidadosamente todos los pasos.

Para construir una ecuación que tenga como solución $x=-1$ planteo una expresión numérica tal que -1 aparezca en alguna operación y hallo el resultado. Luego en lugar de -1 escribo la incógnita x y queda así planteada la ecuación

$3.(-1)+12=9 \rightarrow 3.x+12=9 \rightarrow 3x+12-12=9-12$
$3x+0=-3$
$3x:3=-3:3$
$x=-1$

Comentarios:

Hubiese resuelto de una forma diferente a la Prof. Claudia, pues partiría de :

X= -1

Y a partir de esa igualdad, aplicaría propiedades miembro a miembro para ir generando la ecuación, es como" desandar" el camino de resolución. Por ejemplo, si sumo 6 a cada miembro:

X+6=-1+6

Multiplicando por 5 miembro a miembro

5.(X+6) = 5(-1+6)
5.(X+6) = 25

Y así podría seguir generando ecuaciones equivalentes, o sea , ecuaciones que mantengan invariante su solución.

10. Determina el valor de *a* para que la ecuación $2(ax-1)-3ax=4$ tenga como solución $x=-1$.

Justifica cuidadosamente todos los pasos de tu resolución.

$2(ax-1)-3ax=4$

$2ax-2-3ax=4$ Prop. Distributiva Multiplicación respecto a la Sustracción

$-1ax-2=4$ Prop Asociativa

$-1ax-2+2=4+2$ Prop Uniforme Adición

$-1ax=6$

Si $x=-1 \rightarrow -1\cdot a(-1)=6$ Por dato $x=-1$ es solución

$a=6$

Comentarios:

Comparto la resolución de la Prof. Claudia, aunque quizá para simplificar la expresión hubiese reemplazado primero el valor de la solución en la ecuación para solo trabajar con" a".

11. Resuelve la ecuación:

$\frac{3-x}{2}=1+\frac{2x-3}{5}$.

Justifica todos los pasos de tu proceso de resolución.

$\frac{3-x}{2}=1+\frac{2x-3}{5} \rightarrow \frac{1}{2}(3-x)=1+\frac{1}{5}(2x-3)$ Def. División en Q

$\frac{3}{2}-\frac{1}{2}x=1+\frac{2}{5}x-\frac{3}{5}$ Prop. Distributiva Multiplicación Respecto a la Sustracción

$\frac{3}{2}-1+\frac{3}{5}=\frac{2}{5}x+\frac{1}{2}x$ Prop Uniforme de Adición y Sustrac.

$\frac{15-10+6}{10}=\frac{4+5}{10}x$ Adición y Sustracción en Q

$\frac{11}{\cancel{10}}=\frac{9}{\cancel{10}}x$ Prop. Uniforme de la multiplicación

$\frac{11}{9}=x$ Prop Uniforme de la división y Definición de División en Q

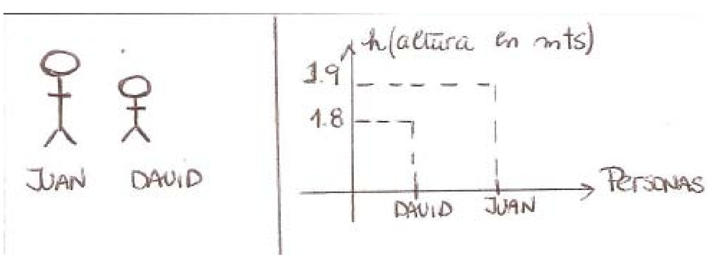
Comentarios:

Cuando dice: "definición de división en Q" ¿ a qué se refiere la Prof. Claudia?.
La aplicación de propiedades fundamenta el trabajo en la ecuación.

Parte 2

1. "Juan es más alto que David".

Representa dicho enunciado por medio de un dibujo y de una gráfica



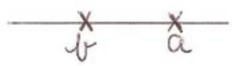
Comentarios:

La Prof. Claudia consideró en el gráfico la relación: "x tiene la altura y" , atribuyendo valores a la variable" y" para ejemplificar. Una vez definida la relación, podrá realizar la comparación de dichas alturas o sea , de valores de "y". Interpreto que ese el camino por el que transitó la Prof. Para resolverlo.

2. $a>b$: ¿Qué quiere decir? ¿Quiénes son *a* y *b*? Intenta representar por medio de un dibujo.

a>b quiere decir que en la recta real "a" esta a la derecha de "b"

Se entiende que $\forall a \in \mathbb{R}, \forall b \in \mathbb{R} : a > b$



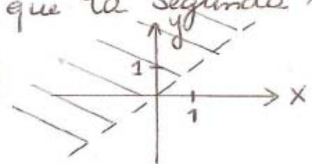
Comentarios:

El contexto, el referencial en el que se ha movido la profesora es R. De acuerdo al ejemplo de Juan y David, podría decirse que a>b es una generalización de esta relación de orden

3. $x < y$: ¿Qué quiere decir? ¿Quiénes son *x* y *y*? Intenta representar por medio de un dibujo.

En este caso entiendo que $x<y$ es el conjunto de puntos que verifican que su primera componente es menor que la segunda componente

$(x,y) \in \mathbb{R}^2 / x<y$



Comentarios:

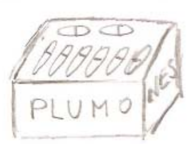
Aquí la Prof. Claudia cambia el conjunto referencial pues trabaja en R^2 y atribuye la representación al sistema cartesiano ortogonal de dos ejes.

¿Podría considerarse también que es una generalización más amplia de la expresión a < b?

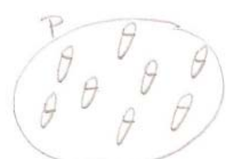
4. Representa por medio de una representación visual (dibujo, gráfica,…) las siguientes expresiones:

"Esta caja contiene 8 plumones"

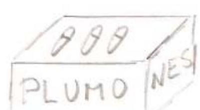
"Esta caja contiene menos de 8 plumones"



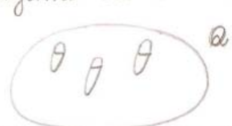
Esta caja contiene 8 plumones



La caja puede estar representada por un conjunto de 8 elementos



Esta caja contiene menos de 8 plumones



La caja que sigue representada por el conjunto tiene 3 elementos

Comentarios:

El enfoque conjuntista es muy importante, pues puede trabajarse con la cardinalidad de los conjuntos para luego comparar e introducir la relación de orden. Muy buena dibujante la Prof. Claudia!!

5. Expresa por medio de un enunciado la siguiente expresión: $6 < 3x < 12$.

¿Cuál es el papel de la literal *x*?

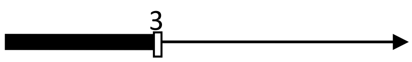
El triple de la literal x está comprendido entre 6 y 12.
En este caso "x" representa a cada uno de los valores de un intervalo real que cumplen con la condición de estar comprendida entre 2 y 4 pues su triple está comprendido entre 6 y 12

Comentarios:

Cómo hubieses enunciado en lenguaje coloquial un ejercicio con dicho planteo Prof. Claudia?.Recuerda que es un ejercicio de traducción del lenguaje coloquial al lenguaje simbólico.
Yo diría que un enunciado podría ser: "El triple de un número es mayor que seis pero menor que doce". O bien, "el triple de un número supera al seis pero no al doce".
El papel de x es el de variable que tomará sólo aquéllos valores que cumplan la doble condición.

6. La expresión $x < 3$ representa:

- **a. una desigualdad**
- **b. una inecuación**
- **c. la solución de una inecuación cuya incógnita es *x***
- **d. el establecimiento del conjunto de valores que puede tomar la literal *x***
- **e.**



- **f. el hecho que *x* no puede tomar ningún valor mayor que 3**
- **g. el hecho que *x* no puede tomar el valor de 3**

Justifica tu (tus) elecciones.

a) Verdadero porque si $x<3 \rightarrow x\neq 3$
b) Verdadero por definición de inecuación
d) Verdadero porque representa todos los valores que satisfacen la inecuación
e) Verdadero porque representa el conjunto de puntos (reales) menores que 3
g) Verdadero porque si $x<3 \rightarrow x\neq 3$

Comentarios:

no podría expresar la solución de una inecuación cuya incógnita es *x*?, si bien debe darse el conjunto solución, ¿esta desigualdad no podría considerarse así?.
¿Sólo dice que no puede tomar valores iguales a 3?
Hago observaciones semejantes al punto 1, depende el contexto en cual estemos trabajando, es importante definir el referencial.

7. ¿Qué representa la expresión $x < a$? ¿Puedes representarla con algunas de las respuestas que se proponen para la pregunta 6?

Justifica tu (tus) elecciones.

Representa $\forall x: x \in \mathbb{R} / x < a$
Sí. Se podría representar (a) es una desigualdad
(b) es una inecuación
(d) $x \in (-\infty; a)$
(e) 

(g) el hecho de que x no puede tomar el valor a

Comentarios:

7) Excluiría la opción g, pues dice más que eso, ¿qué es lo que nos dice?

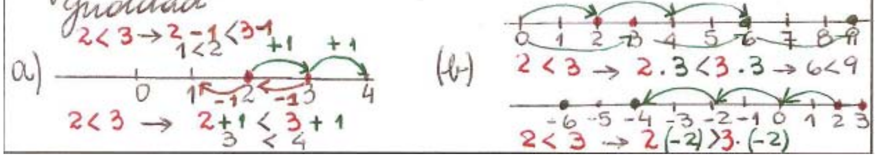
8. $2 < 3$**.**

a. ¿Qué pasa si: le sumo a ambos miembros 1? ¿Y si le resto 1?

b. ¿Y si multiplico ambos miembros por 3? ¿Y por -2?

Representa visualmente (dibujo, gráfica,…) cada situación e intenta explicarla con tus palabras.

a) Se obtiene otra desigualdad del mismo sentido
b) Al multiplicar miembro a miembro por un factor positivo no cambia la desigualdad
En cambio al multiplicar por -2 que es un factor negativo cambió el sentido de la desigualdad



Comentarios:

8)a) Del mismo sentido, ¿pero equivalente a la dada?. ¿Y si estamos en R^2 ó R^3?.
¿Por qué cambia el sentido la desigualdad si multiplicamos por un valor negativo?

9. Considera la desigualdad $x < 1$**.**

¿Qué pasa si multiplico ambos miembros por 2? ¿Y si les resto 3?

Se obtiene el mismo conjunto solución porque se están aplicando propiedades
Es decir se conserva el sentido de la desigualdad y se obtiene otra expresión equivalente

Comentarios:

Comparto totalmente el argumento.

10. ¿Qué quiere decir resolver la inecuación $2x - 3 < x - 5$**?**

No la resuelvas, sólo explica qué quiere decir resolverla.

Resolver la inecuación quiere decir hallar el conjunto de valores de x que la satisfagan en el sentido que verifiquen la desigualdad

Comentarios:

¿Aunque pudiera, en alguna desigualdad, ser vacío el conjunto solución?

11. ¿Cómo piensas que se pueda construir una inecuación que tenga como solución $x > -3$? ¿Puedes hacerlo? En caso de respuesta afirmativa, hazlo y justifica cuidadosamente todos los pasos.

Podría hacerse un procedimiento similar al ej. 9
Es decir multiplicar miembro a miembro por un factor positivo y sumar o restar un valor
Aplicando dichas propiedades nos aseguramos que no cambie el conjunto Solución de la inecuación

$x > -3 \to 2x > 2.(-3) \to 2x-3 > -6-3 \to 2x-3 > -9$

Se justifica por leyes de monotonía

Comentarios:

Seguiría una construcción análoga a la dada en el punto 9 de la parte 1, teniendo en cuenta cuando se invierte el sentido de la desigualdad.

12. Resuelve la inecuación

$\boldsymbol{x - 3 > 3x - 1}$.

Justifica cuidadosamente todos los pasos de tu proceso de resolución y representa gráficamente tu resultado.

$x - 3 > 3x - 1$

$x - 3 - 3x > 3x - 1 - 3x$ Restando miembro a miembro

$-2x - 3 > -1$ Asociando términos semejantes

$-2x - 3 + 3 > -1 + 3$ Sumando miembro a miembro

$-2x > 2$ Elemento neutro de adición

$-2x : (-2) < 2 : (-2)$ Dividiendo miembro a miembro por un divisor negativo

$x < -1$

Comentarios:

De acuerdo con una fundamentación paso a paso por propiedades. Digo ahora en R corresponde dicho gráfico, pero ¿si estuviésemos en R ^{2}?.

13. Resuelve la inecuación

$\frac{3-x}{x} > 0$

Ayúdate con una representación visual (gráfica, dibujo, ...)

Justifica detalladamente todos los pasos de tu proceso de resolución

Se resuelve a partir de $f(x) = \frac{3-x}{x}$

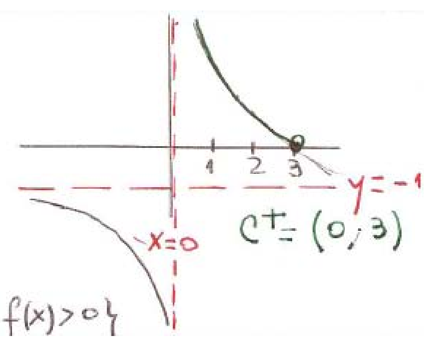
DOM $= \mathbb{R} - \{0\}$

$x = 0$ ASINTOTA VERT

$y = -1$ ASINTOTA HORIZ

$C_0 = \{3\}$ pues $f(x) = 0$ sii $3 - x = 0 \wedge x \neq 0$
$3 = x$

$C^+ = (0, 3)$ es decir $C^+ = \{x / f(x) > 0\}$



$C^+ = (0, 3)$

Comentarios:

Mis preguntas son:
a- ¿por qué estamos en R^2? Cuando te has movido en R en la mayoría de los ejercicios.

b-La necesidad de relacionarla con f(x), ¿por qué surge?.¿ Es posible resolverla sin trabajar con la función?

Pareja 13

Parte 1

1. La expresión $x = 3$ representa:

g. la sol de una ecuación cuya incógnita es x

h. el establecimiento del valor de la literal x

i. la cantidad de elementos de un conjunto que contiene tres manzanas

j. el punto 3 sobre el eje cartesiano de las abscisas

k. la variable x a la que se le asigna la valor 3

l. el hecho que x no puede tomar ningún valor distinto de 3

Justifica tu (tus) elecciones.

El punto (a) no es tan claro, pues *x* = 3 puede ser la solución de infinitas ecuaciones.
b) sí, claramente la expresión está indicando cual es el valor para *x*
d) en el contexto de la geometría analítica también podemos tomar esa información, pero no está bien definido, pues yo lo nombraría como el valor de la coordenada de la abscisa de un punto, así podría tomarse como la recta *x = 3*
e) totalmente de acuerdo con esta información, pues x = 3 me indica que a *x* (variable) en esta expresión se le está asignado el valor 3
f) igual a lo anterior la expresión x = 3 me dice que la variable *x* puede tomar solo el valor 3, ya que está en una relación de igualdad, por lo tanto *x es igual a 3*
Comentarios:

a) ¿Cómo sería la pregunta si nos remitiera a "infinitas ecuaciones"?
b) ¿Cuál sería el fin al establecer ese valor? ¿Para qué se establecería?
c) ¿Qué pasa si se piensa en x como "la cantidad de manzanas"?
d) Es posible que se esté pensando en el lenguaje estricto que aporta el profesor de matemáticas. ¿Y si tal expresión correspondiera a alumnos de primaria?
e) Como en el caso anterior, el lenguaje específico ha ganado terreno.
f) ¿La igualdad es exclusiva? ¿Sólo puede ser igual 3?

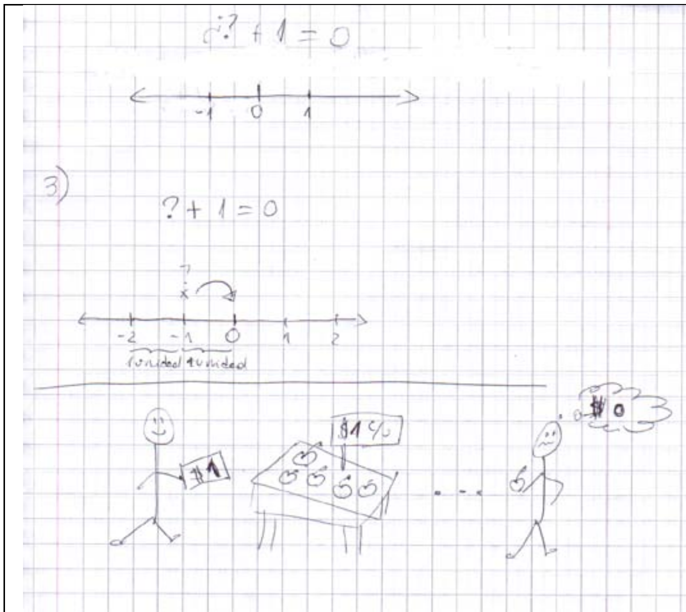
2. ¿Qué representa la expresión? $x = a$ ¿Puedes representarla con algunas de las respuestas que se proponen para la pregunta 1?

Justifica tu (tus) elecciones.

x puede ser tomada con una incógnita y a como una variable, entonces x depende del valor que tome a, entonces, la expresión x =a puede estar expresado que a x se le asigna el valor de a, por lo tanto, x puede tomar cualquier valor que represente a, esta expresión es una igualdad, ya que está describiendo que x es igual a a
Comentarios:

¿Podría considerarse que a es una constante? ¿Cambiaría la justificación si así fuera?

3. Ahora intenta representar por medio de un dibujo o de una gráfica la expresión $x+1=0$ sin resolverla previamente (en el caso de que la estés viendo como ecuación).



Comentarios:

La primera representación parece provenir de un intento oral (no presente en el texto, obviamente) por entender lo que se debe hacer. La segunda representación es bastante parecida a la primera, pero las flechas completan la expresión. Sólo quedaría preguntar si el conocimiento respecto de la ubicación de x en -1 es previo a la resolución (aún resolución mental) de x+1=0. Parece que la representación verifica más que resuelve.
La tercera representación parece complementar esa resolución, pero no parece mostrarla. Queda por ver cómo representar x+1=0 sin hacer uso del conocimiento previo sobre la solución.

4. Cuando encuentras la expresión $2x - 1 = 3$:

c. **¿En qué piensas? ¿Es una ecuación o una igualdad? ¿Por qué?**

d. **¿Qué haces? ¿Resuelves una ecuación o describes lo que lees?**

a) **Pienso en una expresión algebraica la que se relaciona a través de la igualdad con 3, por ser una igualdad que presenta incógnita pienso que es una ecuación.**

b) **Cuando me encuentro con tal expresión primero la leo y luego la resuelvo utilizando reglas que me permitan encontrar tal valor para *x***

Comentarios:

Es posible que se esté pensando en la definición conocida de ecuación, empleada en los cursos de secundaria.

5. Considera la igualdad $x = 2$.

¿Qué pasa si multiplicas ambos términos por cinco y luego a ambos términos le restas tres?

¿Los dos miembros de la igualdad siguen siendo iguales? ¿Por qué?

Si a la igualdad *x = 2* la multiplico (ambos términos) por 5 y luego a ambos términos le resto 3 no estaré cambiando la igualdad, ya que como es una igualdad y estoy operando en ambos términos la misma cantidad, esta igualdad se mantiene.
Pensemos en una balanza equilibrada, si amplifico el contenido de cada extremo en igual cantidad, el equilibrio se mantiene, así también si resto la misma cantidad, esto se debe a que desde un principio tengo una igualdad

Comentarios:

El ejemplo del equilibrio viene a aclarar estas propiedades que parecen teóricas y alejadas de una propuesta que permita al alumno hacerse de ellas y emplearlas. Queda claro, entonces, en qué oportunidades se emplea la ley o propiedad uniforme. Sería interesante basar en este tipo de preguntas y respuestas la enseñanza de la resolución de ecuaciones y no, simplemente, en las reglas de cocina (si está sumando, pasa restando; si está multiplicando, pasa dividiendo; etc)

6. ¿Qué quiere decir resolver la ecuación $2x - 3 = x - 5$?

No la resuelvas, sólo explica qué quiere decir resolverla.

Nota importante: está prohibido el uso del verbo “despejar” (y de sus derivados)

“resolver la ecuación *2x – 3 = x – 5*” quiere decir que debo encontrar un valor para la incógnita *x*

para que satisfaga la igualdad, es decir, debe existir algún valor que puede tomar *x*, de tal manera que la igualdad descrita sea verdadera
Comentarios:

¿Qué significa "encontrar"?

7. ¿Qué significado le atribuyes a la palabra "despejar"?

e. **Sacar la *x*.**

f. **Aplicar unas reglas para obtener el resultado de la ecuación.**

g. **Encontrar el valor de la incógnita *x* que cumple la ecuación.**

h. **Aplicar las propiedades de la igualdad para aislar el valor de la incógnita *x*.**

Justifica tu (tus) elecciones.

En el contexto de una ecuación "despejar", me quedo con la opción (d), ya que corresponde a "aislar" la incógnita para llegar a algo como *x*= ...
Al resolver una ecuación donde la incógnita se encuentra dentro de alguna expresión algebraica (como la pregunta anterior) debemos llevarla, a través de propiedades de la igualdad, a uno de los miembros para llegar a una expresión que me indique el valor que puede tomar tal incógnita para que se cumpla, como dije antes queremos una expresión (equivalente a la inicial) pero con la forma *x* =...
Comentarios:

Muchos docentes admiten -admitimos- cierto para-lenguaje a la hora de explicar cómo se ha resuelto una ecuación: sacar x, encontrarla, averiguar su valor, son expresiones frecuentes y repetidas por los docentes, muchas veces. Es posible que esta cuestión idiomática se vincule con aquella de descubrir-inventar. Sería interesante compartir con otros colegas esta tarea, y verificar que no todos estiman que d es la elección apropiada.

8. La ecuación de la pregunta 6 tiene como solución $x = -2$.

¿Qué relación hay entre este resultado y la ecuación original? Explica detalladamente.

Si x = -2, como solución significa que ese valor para la incógnita satisface la ecuación original, es decir, si ahora reemplazo ese valor en la ecuación obtendré una igualdad que es verdadera.
$2x-3=x-5$**, con x = -2 se tiene que la expresión se convierte en una igualdad**
2*(-2) -3 = -2 - 5
-4 - 3 = - 7
-7 = -7 esta igualdad es verdadera
Comentarios:

Sería interesante pensar, además, la ecuación en un contexto. ¿Qué respuesta se daría si x representara una estatura o un año o la cantidad de manzanas? ¿Sería la misma en cada caso o se modificaría según el contexto?

9. ¿Cómo piensas que se pueda construir una ecuación que tenga como solución $x=-1$? ¿Puedes hacerlo? En caso de respuesta afirmativa, hazlo y justifica cuidadosamente todos los pasos.

Si se puede construir una ecuación desde la solución, tendríamos que realizar los pasos al revés, es decir, podemos sumar, restar, multiplicar o dividir en la igualdad y en ambos miembros valores o expresiones, por ejemplo

$x=-1$ **/ sumemos 5x**

$x+5x=-1+5x$ **/ multipliquemos por (-2)**

$-2(x+5x)=-2(-1+5x)$ **/realizando la multiplicación algebraica se tiene**

$-2x-10x=2-10x$ **/arreglando un poco, (reduciendo términos semejantes),**

$-12x=2-10x$

Y ahora quedó una ecuación (las expresiones anteriores también eran ecuaciones), si se resuelve llegaremos a la solución planteada,
Hay que tener en cuenta que así podemos encontrar una infinidad de ecuaciones que nos entreguen tal solución
Comentarios:

¿Por qué elegir "sumemos 5x" y no "restemos 3x"? ¿Es esa la base de la variedad y de las infinitas ecuaciones?

10. Determina el valor de *a* para que la ecuación $2(ax-1)-3ax=4$ tenga como solución $x=-1$.

Justifica cuidadosamente todos los pasos de tu resolución.

Corresponde a una ecuación literal, ya que presenta 2 variables, pero solo una es la incógnita (según

- Realizamos la multiplicación algebraica en el primer miembro

- Reducimos términos semejantes, también se podrían haber factorizado los términos 2ax y -3ax

la solución pedida)

$2(ax-1)-3ax=4$

$2ax-2-3ax=4$

$-ax-2=4$

$-ax-2+2=4+2$

$-ax+0=6$

$-ax=6$

$-ax\cdot\frac{1}{-a}=6\cdot\frac{1}{-a}$

$1x=\frac{6}{-a}$

$x=\frac{6}{-a}$

Para que la ecuación tenga como solución x = -1 debemos encontrar un valor para *a*, de tal manera que $\frac{6}{-a}=-1$**, tenemos una nueva ecuación, ahora fraccionaria, que tiene como incógnita a *a*, entonces aplicamos otra vez las propiedades de la igualdad para encontrar tal valor**

$\frac{6}{-a}=-1$

$a\frac{6}{-a}=a\cdot(-1)$ Amplificamos la ecuación por a

$-6=-a$ Realizamos la multiplicación y luego la simplificación en el primer miembro

$-6\cdot(-1)=-a(-1)$

$6=a$

Entonces, para que la ecuación $2(ax-1)-3ax=4$ **tenga como solución *x =-1, a* debe tomar el valor 6**

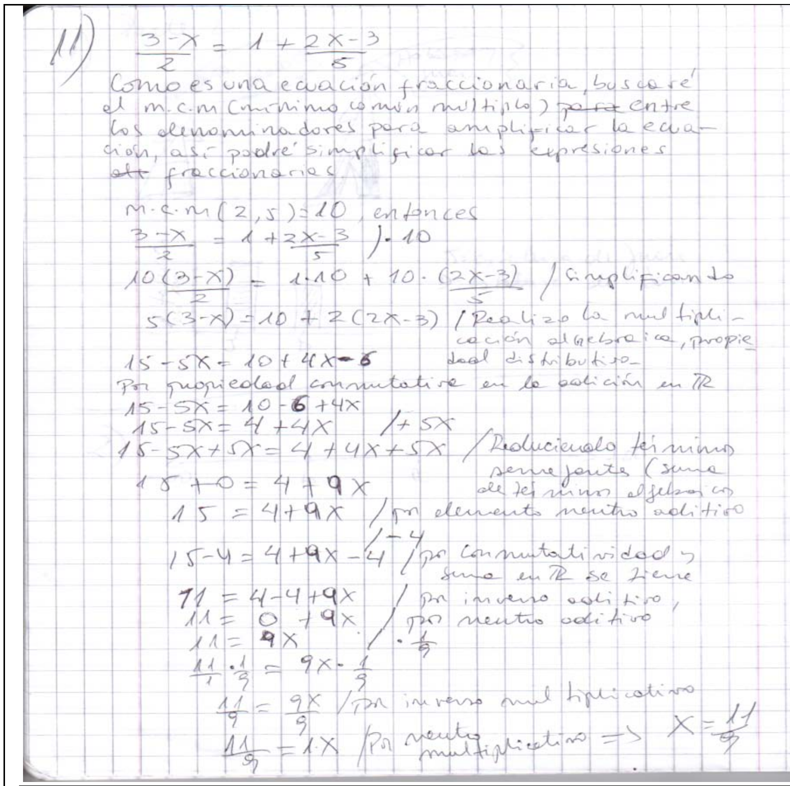
Comentarios:

Sería interesante ofrecer a los mismos alumnos las tareas 9 y 10, analizando las diferencias entre una y otra y, posteriormente, las diferencias en soluciones y cantidad de soluciones.

11. Resuelve la ecuación:

$\frac{3-x}{2}=1+\frac{2x-3}{5}$.

Justifica todos los pasos de tu proceso de resolución.



11) $\frac{3-x}{2} = 1 + \frac{2x-3}{5}$

Como es una ecuación fraccionaria, buscaré el m.c.m (mínimo común múltiplo) ~~para~~ entre los denominadores para amplificar la ecuación, así podré simplificar las expresiones ~~de~~ fraccionarias

m.c.m $(2,5) = 10$ entonces

$\left(\frac{3-x}{2} = 1 + \frac{2x-3}{5}\right) \cdot 10$

$\frac{10(3-x)}{2} = 1 \cdot 10 + 10 \cdot \frac{(2x-3)}{5}$ / simplificando

$5(3-x) = 10 + 2(2x-3)$ / Realizo la multiplicación algebraica, propiedad distributiva

$15 - 5x = 10 + 4x - 6$

Por propiedad conmutativa en la adición en $\mathbb{R}$

$15 - 5x = 10 - 6 + 4x$

$15 - 5x = 4 + 4x$ / $+5x$

$15 - 5x + 5x = 4 + 4x + 5x$ / Reduciendo términos semejantes (suma de términos algebraicos)

$15 + 0 = 4 + 9x$

$15 = 4 + 9x$ / por elemento neutro aditivo / -4

$15 - 4 = 4 + 9x - 4$ / por conmutatividad y suma en $\mathbb{R}$ se tiene

$11 = 4 - 4 + 9x$ / por inverso aditivo,

$11 = 0 + 9x$ / por neutro aditivo

$11 = 9x$ / $\cdot \frac{1}{9}$

$\frac{11}{1} \cdot \frac{1}{9} = 9x \cdot \frac{1}{9}$

$\frac{11}{9} = \frac{9x}{9}$ / por inverso multiplicativo

$\frac{11}{9} = 1x$ / por neutro multiplicativo $\Rightarrow x = \frac{11}{9}$

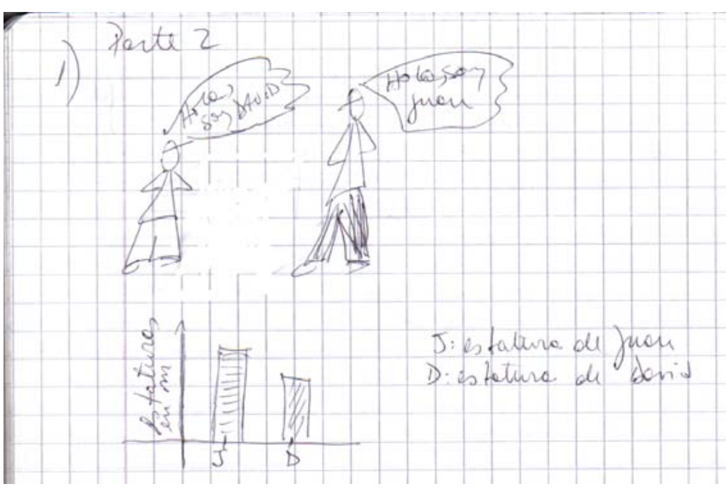
Comentarios:

¿Hay otras formas de resolver esta misma ecuación? ¿Qué haría un alumno que no es capaz de calcular el mcm entre dos números? ¿Obtendría la misma solución? ¿Por qué?

<u>Parte 2</u>

1. “Juan es más alto que David”.

Representa dicho enunciado por medio de un dibujo y de una gráfica



Comentarios:

¿Sería posible trabajar con la recta numérica?

2. $a > b$**: ¿Qué quiere decir? ¿Quiénes son *a* y *b*? Intenta representar por medio de un dibujo.**

Que a y b son variables que cumplen con que a es mayor que b, es decir, a representa un valor numérico que es mayor al valor numérico que representa b.
a y b son variables

Comentarios:

¿Cuál es el concepto de variable que se maneja?

3. $x < y$**: ¿Qué quiere decir? ¿Quiénes son *x* y *y*? Intenta representar por medio de un dibujo.**

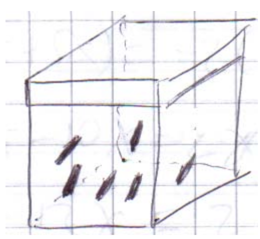
Que x e y son variables que cumplen con que x es menor que y, es decir, x representa un valor numérico que es menor al valor numérico que representa y.
x e y son variables

Comentarios:

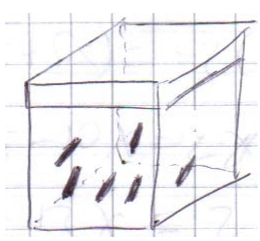
Viendo las respuestas dadas para 2 y 3, parece que se trata del mismo ejercicio. ¿Es, realmente, el mismo ejercicio?

4. Representa por medio de una representación visual (dibujo, gráfica,…) las siguientes expresiones:

"Esta caja contiene 8 plumones"



"Esta caja contiene menos de 8 plumones"



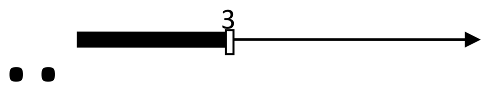
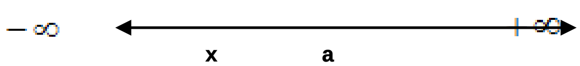
para esta expresión podrían haber 6 o 5 o 4 o 3 o 2 o 1 o 0 plumones

Comentarios:

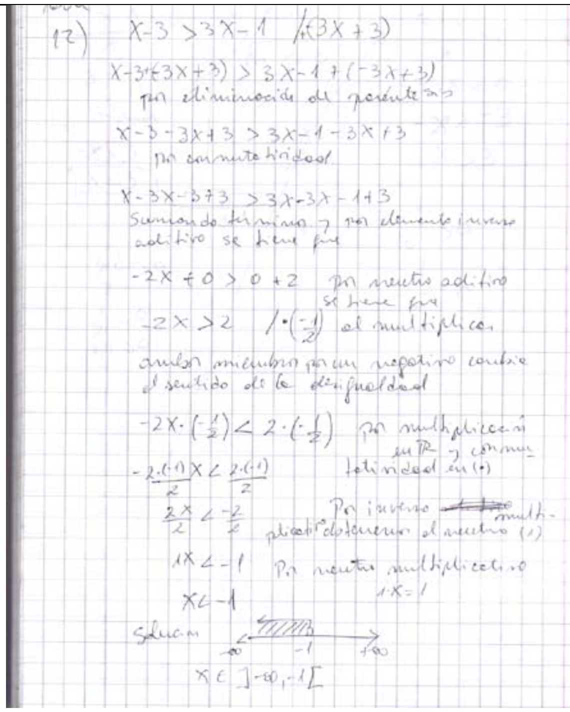
¿Podría ser la solución de la segunda expresión una caja opaca, en la que no se el contenido? Si bastara con una etiqueta, ¿qué diría la etiqueta?

5. Expresa por medio de un enunciado la siguiente expresión: $6 < 3x < 12$.

El triple de un número x está entre 6 y 12
El papel de la literal x corresponde a una incógnita que representa el valor de cierto número, que en

este enunciado cumple con que su triple está entre 6 y 12 **Comentarios:** Sería interesante pensar un enunciado en un contexto extramatemático.
6. La expresión $x < 3$ **representa:** **h. una desigualdad** **i. una inecuación** **j. la solución de una inecuación cuya incógnita es *x*** **k. el establecimiento del conjunto de valores que puede tomar la literal *x*** **l.**  **m. el hecho que *x* no puede tomar ningún valor mayor que 3** **n. el hecho que *x* no puede tomar el valor de 3** **Justifica tu (tus) elecciones.** **a) Si representa una desigualdad, ya que hay dos expresiones relacionadas por un símbolo de desigualdad, en esta expresión una tiene menor valor que la otra.** **b) También puede ser tomada como inecuación, pues la expresión presenta una incógnita.** **c) puede ser tomada como la solución de una inecuación, pues al resolver una inecuación obtenemos como solución expresiones de ese tipo.** **d) no estoy de acuerdo con que sea un conjunto, pues la expresión por si misma no define los elementos de dicho conjunto (pueden ser números naturales, enteros, reales, etc.)** **e) corresponde a la gráfica de la expresión x < 3, por lo que si estoy de acuerdo con tal representación.** **f) esta afirmación no corresponde, pues en esa afirmación se estaría tomando la posibilidad de que x puede tomar el valor 3 y en la expresión x < 3 no toma el 3, si dijera “el hecho que x no puede tomar ningún valor mayor o igual a 3” sería más correcto.** **g) al igual que el punto anterior, la afirmación no corresponde, ¿pues qué ocurre con los valores mayores a 3?** **Si (f) y (g) estuvieran fisionadas las tomaría como una buena representación de la desigualdad** **Comentarios:** Sería interesante ver cuál de todas las expresiones correctas es más adecuada para el caso, o analizar en qué contextos cada una es más adecuada.
7. ¿Qué representa la expresión $x < a$**? ¿Puedes representarla con algunas de las respuestas que se proponen para la pregunta 6?** **Justifica tu (tus) elecciones.** **Representa una desigualdad de dos términos, también una inecuación literal, donde el valor que representa x debe ser menor al valor que representa a**  **También representa que x puede tomar cualquier valor menor que a, así también que el valor de a siempre será mayor al que puede tomar x** **Comentarios:** Nuevamente, parece interesante pensar el caso en contexto.
8. $2 < 3$**.** **c. ¿Qué pasa si: le sumo a ambos miembros 1? ¿Y si le resto 1?** **d. ¿Y si multiplico ambos miembros por 3? ¿Y por -2?** **Representa visualmente (dibujo, gráfica,…) cada situación e intenta explicarla con tus palabras.** **2 < 3** **a) Si sumo a ambos miembros 1 ocurre que los términos cambiaran en un unidad, ahora serán una unidad mayor, ambos, pero la desigualdad se conservará. Lo mismo ocurre si a 2 < 3 le resto 1, cada miembro será una unidad menor, pero la igualdad se mantendrá.** **b) Si multiplico en ambos miembros por 3 estaré aumentando 3 veces el valor de cada miembro, la desigualdad se mantiene. Si multiplico cada miembro por -2 la desigualdad se invierte, esto ocurre porque al multiplicar cada miembro por un número negativo, estos**

cambian de signo, por lo tanto cambian de signo, esto en la recta numérica se aprecia en que el 6 está a seis unidades de distancia del cero, pero a la derecha (positivo) y el -6 está también a seis unidades de distancia del cero, pero a la izquierda (negativo) si multiplicamos estos número por un mismo número positivo cambiarán su valor absoluto, pero se mantendrán al mismo lado (izquierdo o derecho) del cero, pero si multiplicamos por un negativo cambiarán su valor absoluto (se amplificaron) y también su ubicación en la recta numérica, 6x un negativo se convertirá en -6x el valor absoluto de es negativo, lo mismo ocurre al multiplicar -6 por un negativo, se convertirá en un -6x(-1)x el valor absoluto del negativo. **Comentarios:** ¿Qué dibujo puede representar esa expresión? Nuevamente, sería interesante pensar el ejemplo en un contexto.
9. Considera la desigualdad $x < 1$. **¿Qué pasa si multiplico ambos miembros por 2? ¿Y si les resto 3?** **Si multiplico ambos miembros por 2 se amplifican por esta cantidad cada miembro, la desigualdad se mantiene, porque cada una será dos veces lo que era originalmente, pero la relación entre ellos seguirá con igual sentido.** **Si resto 3 cada miembro tendrá tres unidades menos que las que representan, la desigualdad se mantiene, porque como se restó la misma cantidad de unidades en cada miembro ahora cada uno será tres unidades menores que la inicial, pero entre ellas se mantendrá la relación.** **Comentarios:** ¿se modifica el conjunto solución? ¿Es el mismo? ¿Puede esto explicarse para cualquier contexto?
10. ¿Qué quiere decir resolver la inecuación $2x - 3 < x - 5$? **No la resuelvas, sólo explica qué quiere decir resolverla.** **Significa que debemos encontrar una cantidad de valores que cumplan con tal inecuación, esta cantidad de valores la podemos expresar como un conjunto de valores que satisfacen tal relación.** **Comentarios:** Sería interesante analizar si el uso de la palabra "encontrar" tiene las mismas implicancias que en casos anteriores.
11. ¿Cómo piensas que se pueda construir una inecuación que tenga como solución $x > -3$? ¿Puedes hacerlo? En caso de respuesta afirmativa, hazlo y justifica cuidadosamente todos los pasos. **Si se puede construir una inecuación desde la solución, tendríamos que realizar los pasos al revés, es decir, podemos sumar, restar, en ambos miembros valores o expresiones, también podemos multiplicar o dividir en la desigualdad, en ambos miembros valores o expresiones, pero debemos tener claras las propiedades de la desigualdad, ya que al multiplicar o dividir por un número negativo cambia el sentido de la desigualdad, por ejemplo** $x > -3$ **/ sumemos 5x** $x + 5x > -3 + 5x$ **/ multipliquemos por (-2), cambia el sentido de la desigualdad** $-2(x+5x) < -2(-3+5x)$ **/realizando la multiplicación algebraica se tiene** $-2x - 10x < 6 - 10x$ $-12x < 6 - 10x$ **/arreglando un poco, (reduciendo términos semejantes),** **Y ahora quedó una inecuación (las expresiones anteriores también eran ínecuaciones), si se resuelve llegaremos a la solución planteada,** **Hay que tener en cuenta que así podemos encontrar una infinidad de ecuaciones que nos entreguen tal solución** **Comentarios:** Sería interesante plantear esta situación a alumnos que resolvieron las comentadas en la Parte 1 (9 y 10). Es, por supuesto, una magnífica oportunidad para discutir la importancia de la multiplicación de ambos miembros por un número negativo.
12. Resuelve la inecuación $x - 3 > 3x - 1$. **Justifica cuidadosamente todos los pasos de tu proceso de resolución y representa gráficamente tu resultado.**



12) $X-3 > 3X-1$ / $+(-3X+3)$

$X-3+(-3X+3) > 3X-1+(-3X+3)$

por eliminación de paréntesis

$X-3-3X+3 > 3X-1-3X+3$

por conmutatividad

$X-3X-3+3 > 3X-3X-1+3$

Sumando términos y por elemento inverso aditivo se tiene que

$-2X+0 > 0+2$ por neutro aditivo se tiene que

$-2X > 2$ / $\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)$ al multiplicar ambos miembros por un negativo cambia el sentido de la desigualdad

$-2X\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) < 2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)$ por multiplicación en $\mathbb{R}$ y conmutatividad en $(\cdot)$

$-\frac{2\cdot(-1)}{2}X < \frac{2\cdot(-1)}{2}$

$\frac{2X}{2} < \frac{-2}{2}$ Por inverso ~~aditivo~~ multiplicativo obtenemos el neutro (1)

$1X < -1$ Por neutro multiplicativo $1\cdot X = 1$

$X < -1$

Solución

$X \in \left]-\infty, -1\right[$

Comentarios:

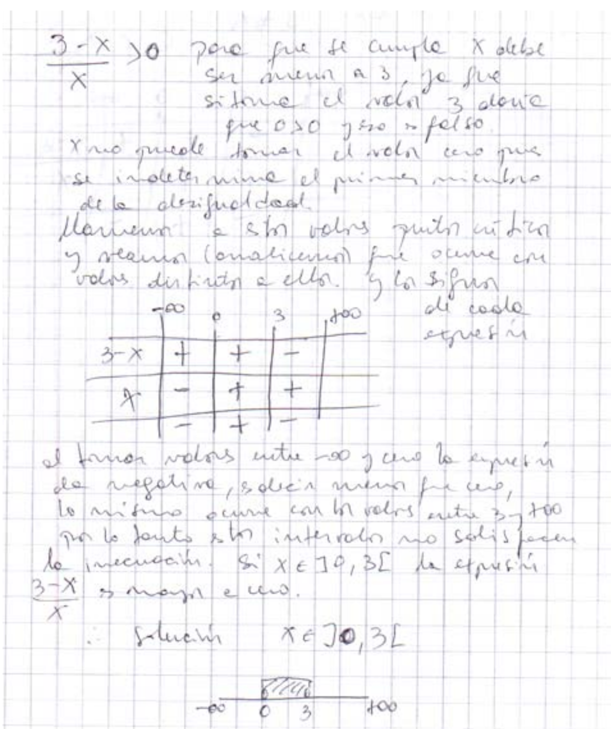
¿Existe otra forma de resolver esta inecuación? ¿Qué beneficios asisten a este formato de resolución?

13. Resuelve la inecuación

$$\frac{3-x}{x} > 0$$

Ayúdate con una representación visual (gráfica, dibujo, …)

Justifica detalladamente todos los pasos de tu proceso de resolución



$\frac{3-X}{X} > 0$ para que se cumpla X debe ser menor a 3, ya que si toma el valor 3 dará que $0 > 0$ y eso es falso.

X no puede tomar el valor cero pues se indetermina el primer miembro de la desigualdad.

Llamaremos a estos valores puntos críticos y veremos (analizaremos) que ocurre con valores distintos a ellos. y los signos de cada expresión

	$-\infty$ a 0	0 a 3	3 a $+\infty$
$3-X$	+	+	−
X	−	+	+
	−	+	−

al tomar valores entre $-\infty$ y cero la expresión da negativo, es decir menor que cero, lo mismo ocurre con los valores entre 3 y $+\infty$ por lo tanto estos intervalos no satisfacen la inecuación. Si $X \in \left]0, 3\right[$ la expresión $\frac{3-X}{X}$ es mayor a cero.

∴ Solución $X \in \left]0, 3\right[$

Comentarios:
Muchos alumnos “pasan” x al otro miembro, multiplicando. Es interesante analizar los conocimientos, y, especialmente, los desconocimientos, que tienen los alumnos que resuelven de esa manera. Incluso, es interesante proponerles esa forma de resolución con el fin de debatir las propiedades que se usan y se desestiman.

Conversaciones (chats)

1: ¿hola como estas?

2: estoy

2: estoy en un café Internet y el técnico esta tratando de habilitarme el audio. ¿Me esperas?

1: bueno

1: me avisas

1: ya

1: ya

1: ahora si

2: Me pareció muy bueno tu trabajo en general

1: tienes el documento a mano.

1: para ir contrastando las respuestas

1: por ejemplo, en la parte 1, pregunta 1, tú consideras que todas las respuestas son correctas, ¿por qué?

2: Si

1: la pregunta de la expresión $x=3$

2: Siempre que resuelves una ecuación y quieres expresar el valor de esa incógnita lo haces de esa manera

1: si, pero en este caso no sabemos si es una solución de una ecuación o no, solamente tenemos esa expresión, lo que yo creo

1: no viene dada a partir de una ecuación

2: Ah…comprendo, a lo que te refieres es que si solo nos presentan esa expresión eso es lo que indica. Si es así estoy de acuerdo.

1: estoy mirando el comentario de la pregunta 3. ¿Podrías especificarme mejor la idea de que el grafico o el dibujo de $x + 1 = 0$ es una recta paralela?

2: Si, tu dibujaste la recta $y = x + 1$ con pendiente 1 y ordenada al origen 1. Pero yo lo que considere es que solo hay que encontrar lo valores de x que sumados a 1 den cero y eso es la recta constante $x=-1$ paralela al eje de las ordenadas.

1: pero la expresión presentada no es una función, es una ecuación, por lo que el resultado gráfico es un punto. Como la idea era no despejar la incógnita de la ecuación, solamente considere la función $f(x) = x + 1$, puesto que, esta función

1: pasa por el punto pedido, solo basta encontrar en la gráfica la intersección con el eje x

1: que es el gráfico de la solución a la ecuación

1: tal vez me falto explicarlo de mejor forma y detallarlo mejor en el dibujo

2: En este caso, de considerar a $x+1 = 0$ como un punto de una función, si estoy de acuerdo

1: en la pregunta 6 de la parte 2, ¿por qué consideras que x menor que 3 es una inecuación?

2: ¿Una inecuación no es una desigualdad?

1: si una inecuación es una desigualdad, pero no toda desigualdad es una inecuación. La diferencia esta en que en una inecuación debes encontrar los valores de la incógnita que satisfacen la desigualdad. En esa expresión no tienes una incógnita, se deduce inmediatamente que x debe ser menor que 3.

2: Ah! comprendo, gracias por ilustrarme

1: ¿no se si tienes algún comentario que agregar?

2: Pus que he disfrutado mucho tener este Chat contigo, te felicito por tu trabajo y deseo que podamos continuar ambos en esta maestría con mucho éxito y conocimientos en bien de nuestros alumnos

2: Me despido deseándote muchos parabienes para ti y tu familia ***1:*** lo mismo digo, suerte a ti también en esta postulación, ojala terminemos con éxito, adiós.
1: hola Gloria, como andás 2: hola 2:bien. vos? 1: agradezco tengas esta conversación conmigo para poder finalizar mi tarea 2: faltaba mas, siempre es agradable participar de estas conversaciones 2: recibiste el archivo con mis comentarios? 1: me resultaron interesantes algunas de tus comentarios 2: queres que empecemos por los que te resultaron mas interesantes? vos decidi el orden 1: los que dan pie a seguir pensando el tema, por ejemplo en el uno me preguntas porqué descarto las otras opciones y realmente no puedo darte razones fundadas, es como que es la que es. Y me parece que esto es lo que hay que seguir pensando 2: no podria ser x=3 la solución de una ecuación? 1: es una cuestión de semántica? si digo que es el valor que toma la variable, podrá ser, pero volvemos a qué no se puede, o se complica, responder fuera del contexto 2: cierto, no se puede pensar fuera de contexto. pero cualquiera de todas esas afirmaciones -en un contexto determinado- puede ser correcta 1: es cierto, estaria bueno ver que contestaron los demás. 1: otra cosa es que tu comentario me llevó a buscar más justificaciones 1: por ejemplo en la 3 que decis que represento la recta porquese la solucion,ES CIERTO!!!!! 1: deberia haber fundamentado desde el dibujo de la función asociada 2: si, podria ser. creo que lo que nos pasa es que lo pensamos desde un aspecto, y no tenemos en cuenta todos los otros 1: anotala, porque esa es buena, tenemos que ver la forma de ampliar la mirada. 2: por ahi tiene que ver con el medio en el que nos movemos: dar clases en secundaria, en primaria, en el terciario, puede condicionar nuestras miradas 1: todos los "encontrar" que observas los entiendo como determinar. 1: por qué no te gustó la palabra? 2: si, yo comentaba ayer que en el profesorado me limitaron mucho con las palabras encontrar, hallar o similares: suenan a busqueda del tesoro, a indicacion con el dedo. Me he acostumbrado a que las ecuaciones se resuelven, calculando el valor de la incognita 1: para ir terminando, sabés en lo que noté la influencia del secundario, en la ecuación racional, porque mis alumnos no la resuelven buscando un denominador hasta que no operan con E.A.R. en 2do polimodal 2: cierto. yo di por hecho que la mayoria de los chicos intentaria proporciones o, simplemente, multiplicar ambos miembros 1: te gusta determinar, a mi calcular me suena a artimética 2: si, suena bien determinar 2: aunque determinar puede sonar a "decir que es este y no otro" y yo no digo: hago calculos para saber cual es. 1: otra cosa qué noté al hacer el trabajo, es que empecé cpn las rutinas de "despejar" y sólo cuando me pidieron construir una ecuación retomé lo de aplicar propiedades a ambos miembros. 2: deformacion laboral? 2: me paso lo mismo 2: con las primeras, despues empece a mirar con mas detenimiento lo que hacia 1: si, es deformacion laboral 1: con respecto a tu propuesta de darles a los alumnos algunos ejercicios, yo los dejo resolver las inecuaciones racionales pasando el denominador al otro miembro, después los acompaño en la verificación para que se den cuenta de que perdieron soluciones, son divinas las caras porque al principio no entienden por donde se les perdieron. 2: si, pensaba en eso: la posibilidad de resolver como si fuera ecuacion y caer en que algo no andaba bien. me parece la mejor manera de abordarlo 1: bien, de acuerdo en una, festejemos dando por terminada esta tarea. 1: muchisimas gracias por tu tiempo 2: no hay otro comentario que valga la pena abordar? me dpy cuenta de que muchos se parecian 2: por ejemplo, ayer recordaba el tema del equilibrio, pero tambien recordaba que en un momento lo desestimamos. por que fue? 1: los alumnos ya no conocen las balanzas de `latos, 1: de platos, no les sirve para entender la idea, ahora las balanzas son digitales 2: cierto 1: revisé los comentarios y ya te comentétodo, me encantó la solución de las cajas, una que no pueda verse, es el prblema que yo no contesté 2: se me ocurrio lo de las etiquetas a partir del nivel inicial: se etiquetan las cajas con el material, las cajas con temperas, todo. una buena actividad es ver que etiqueta poner a cada caja

2: justamente, es una actividad que empleamos en matematica y esto venia justo
1: una vez más gracias por tu tiempo, nos vemos
2: nos vemos en la proxima. Chau

Miriam Martinez Vazquez (Desconectado) Skype™ Chat

Añadir Gente · Herramientas · Más · Herramientas y opciones · Marcador

Miriam Martinez Vazquez no está en Skype en este momento. Tus mensaje de chat serán envíados cuando ambos estén conectados al tiempo.

10:25:25 a.m.
Hola

10:25:37 a.m.
Aquí estoy, se esta adjuntando el archivo

10:27:11 a.m.
No veo tu archivo, pero que te parece si comentamos las observaciones

10:27:25 a.m.
si,

10:28:19 a.m.
Perdoname por tardar tanto

10:29:16 a.m.
la entrevista la haremos escrita?

10:30:23 a.m.
Pregunta 1: La observacion fue: Mi compañera plantea situaciones en las que la expresión x= 3, procedería de una función, en función de x, lo cual implica la situación de que existe una segunda incógnita.
Aquí la frase "la sol. de una ecuación cuya incógnita es x", ¿Plantea el enunciado la existencia de otra incógnita?, ¿Por qué descartó las otras respuestas?

10:30:52 a.m.
La pregunta 3,5,6,8,9,10,11, de la parte 1 y la 1,2,3,4,7,8,9,10,11,12, creo que tenemos respuestas similares.

10:32:56 a.m.
La pregunta 1, tienes razón tenemos diferencia en el inciso f y creo que efectivamente no puede tomar valores distintos de 3, pues sería otra incógnita como x1 o x2

10:33:47 a.m.
Pregunta 2:

10:33:54 a.m.
Obervación: Sus aseveraciones las comparto. ¿Por qué descartar la respuesta f?

10:34:11 a.m.
La pregunta 2, creo que también puedes represtar un conjunto con la letra x y que tenga un elemento a.

10:34:34 a.m.
Y descarto la letra f, por la misma razón que la pregunta 1

10:35:55 a.m.
Con respecto a la pregunta 4, creo que una igualdad no puede ser una ecuación, pero una ecuación si puede ser una igualdad.

10:36:03 a.m.
Pregunta3: La forma en que represento la ecuación es correspondiente a una línea recta, la cual nos recuerda las distintas formas de representar a una línea recta. Utilizando tabla de valores, por medio de la forma de pendiente y ordenada al origen y mx+b, también su forma simétrica x/a+ y/b =1 (analizando las intersecciones con los ejes coordenados). +++++(Aquí te envio una imagen donde la grafique de la forma y=mx+b)

10:36:44 a.m.
Aquí no hay diferencias, coincidimos

10:37:05 a.m.
Pregunta 4. Valdría la pena agregar que es una ecuación porque esta igualada a otra expresión, sino no sería una ecuación.

10:37:13 a.m.
Tu comentario: Con respecto a la pregunta 4, creo que una igualdad no puede ser una ecuación, pero una ecuación si puede ser una igualdad.

10:37:14 a.m.
Creo que en la pregunta 3, tenemos lo mismo o semejante, pues tenemos la misma gráfica.

10:37:43 a.m.
La 4, no tenemos mucha diferencia

10:38:01 a.m.
Pregunta 5. Coincidimos también

10:38:42 a.m.
Pregunta 6. Especifica las características que se desean en una respuesta (al encontrar el valor de x)......Me gusta que especificaste las características de una respuesta deseable

10:39:43 a.m.
La pregunta 7, al despejar ocupamos propiedades,no teoremas, pero talvez sólo es problema de conceptos. y ¿Qué es despeje para tí?.

10:40:20 a.m.
Ya se fue el correo, checa si te llego

10:41:01 a.m.
Pregunta 7. Estas justificaciones las comparto, especifican claramente cada una de ellas, pero lleva a analizar más específicamente que es "despejar", ¿que implica?, ¿qué significa?, ¿qué representa?, ¿cómo se obtiene?, una respuesta que englobe todo el proceso.

10:41:49 a.m.
En mi caso: No necesariamente implica encontrar el valor de la incógnita, puedes despejar y dejar en función de otras incógnitas, que puedes conocer o no.

10:42:43 a.m.
Elegí sólo la respuesta d), porque para mí englobaba más características de lo que implica despejar.

10:43:15 a.m.
Y tú fuiste más específica en cada una del porque.

10:43:15 a.m.
o.k. Con respecto a la pregunta 5 de la parte 2, no entendí tu respuesta si en una desigualdad la respuesta o la solución es un valor o un conjunto de valores.

10:43:51 a.m.

ok, te quieres ir en orden, o nos vamos así como surjan?, ok te respondere:

10:44:24 a.m.

es un conjunto de valores

10:44:55 a.m.

Lo que pasa es que al principio te puse en las preguntas que coincidiamos y sólo hay que analizar en las que no coincidimos , como ves?.

Cesiah Lino Contreras dice: 10:44:58 a.m.

escribí "un rango de valores especificados", puesto que esta comparando contra 6 y 12

10:46:12 a.m.

Entonces en la pregunta 6 la respuesta g no la considero pues x no puee tomar el valor de 3, pero tampoco los valores mayores de 3, para mi estaría incompleta.

10:46:32 a.m.

Bueno y en otras que tendo preguntas para tí, si tu revisas las observaciones que realice, tengo unas preguntas, que me gustaría que me ayudaras a contestar, algunas son directas sobre lo que realizaste y otras ahondan más en el tema.

10:47:26 a.m.

L a pregunta 6 de la parte 2, me dices que no la consideras, pero si refleja una parte de lo que representa,

10:47:53 a.m.

el signo "<" si nos indica que no se puede tomar el valor de 3

10:48:40 a.m.

porqué en sí cada respuesta es complementaria, no refleja en su totalidad, como en el caso de la pregunta sobre lo que es despejar y las otras preguntas

10:49:35 a.m.

No la respuesta "g" de la pregunta 6 de la parte 2, Y también con respecto a la pregunta 6 conjeturo lo mismo que con las ecuaciones, creo que una desigualdad no puede ser una inecuación, pero una inecuación si puede ser una desigualdad, pues x<3, sólo es el resultado de una

10:50:06 a.m.

Si quieres terminamos de ver las diferencias y checo tu documento y comentamos de otras observaciones, o.k

10:50:34 a.m.

ok

10:52:22 a.m.

Y en la pregunta 13, realmente me equivoque, pues no comprobe correctamente y efectivamente tu respuesta es correcta.

Cesiah Lino Contreras dice: 10:53:41 a.m.

No te preocupes, en otras respuestas a mí me falto detallar más como tú. Es bueno revisar esto juntas.

10:54:13 a.m.

Ahora puedes decirme tus observaciones.

10:54:56 a.m.

Pregunta 8. Efectivamente establece el valor que satisface la ecuación.
Referente a la expresión: "es el punto donde toca al eje x", si la hiciéramos una función ya que una ecuación lineal representa a una línea recta, ¿Cuál sería su función? ¿Todos los puntos de esa recta, tienen su x=-2?

10:56:38 a.m.

Pregunta 9, Coincidimos. Pregunta 10. Sugerencia, utilizar otro signo de agrupación al momento de sustituir el valor de x=-1,

10:57:09 a.m.

Claro que sí, porque es una función constante, pregunta 8

10:57:45 a.m.

Pregunta 11. Es interesante el procedimiento de descomponer el 1 en quintos y como todo esta en el mismo denominador, representarlo en una sola fracción. Sólo falto especificar que significa la expresión 8/9=8/9 , se puede entender que es la comprobación, la observación de acuerdo a sólo atendiendo a la especificación solicitada: "Justifica todos los pasos de tu proceso de resolución".

10:57:45 a.m.

o.k, gracias, pregunta 10

10:58:34 a.m.

Un alumno me preguntaría ¿Maestra de donde saco esos 8/9?

11:00:26 a.m.

Así es hay muchos caminos para resolver una ecuación, al menos yo, hoy puedo usar uno y mañana otro, y efectivamente 8/9=8/9 es la comprobación, de hecho con mis alumnos casi no realizo comprobaciones aritméticas, sólo gráficas. Talvez es un error, no lo se.

11:01:13 a.m.

Si entre colegas sabemos y más cuando ya cada quién lo resolvió por separado.

11:01:55 a.m.

Parte 2, Pregunta 1, 2, coincidimos

11:02:15 a.m.

Pregunat 3, parte 2, Me gusta la manera en que lo represento, y además especifica la información extra que se debe de obtener de la expresión: "de que y es mayor que x"; Los objetos utilizados: con jarras de la misma capacidad, pero con contenido diferente. Esto también nos ayuda a reflexionar que esta comparación se puede realizar con muchas cosas, en nuestra vida cotidiana comparamos la mayor parte del tiempo, los precios, el tamaño, la calidad, muchas actividades diarias.

11:03:46 a.m.

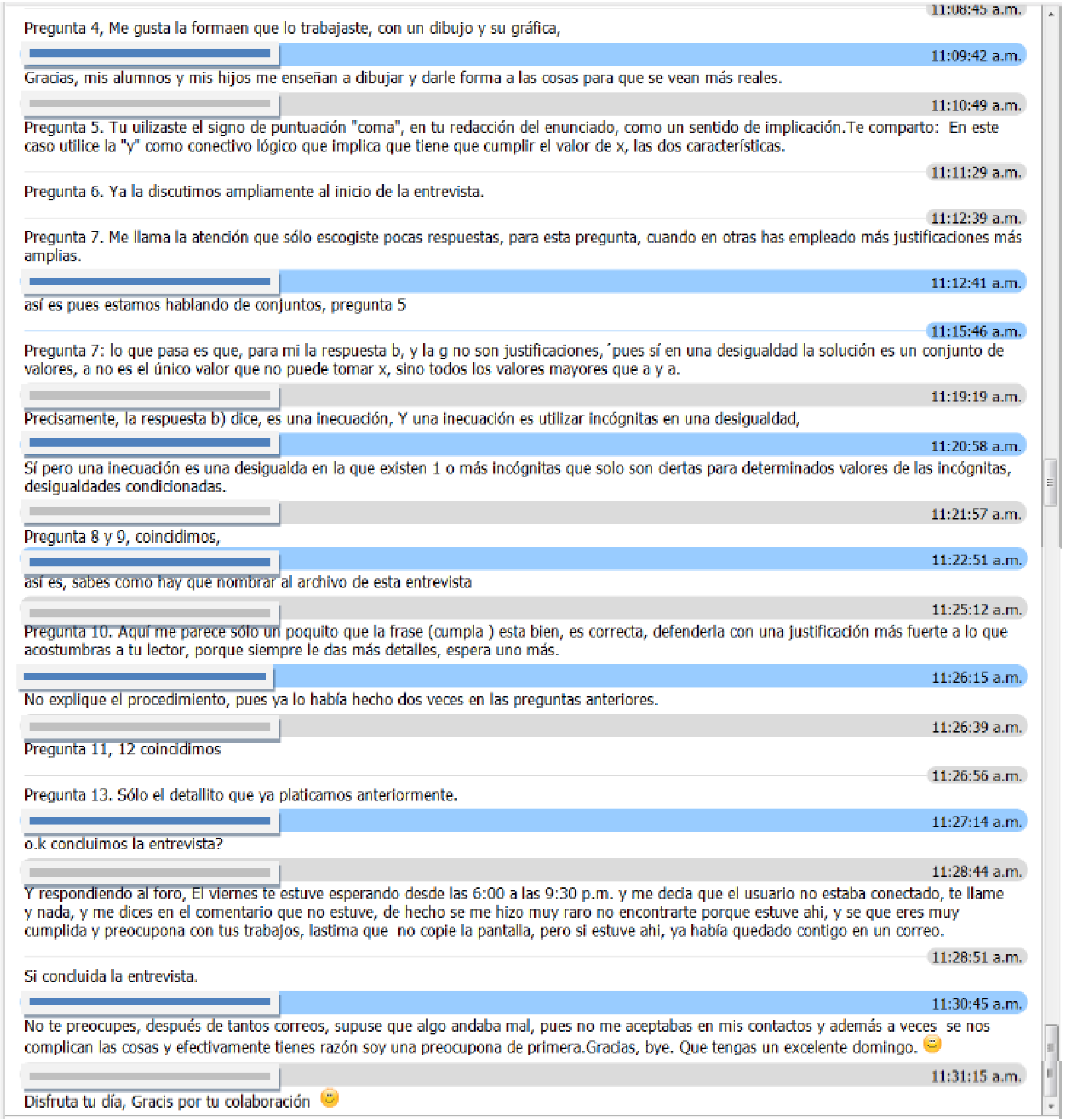
Sólo agrego que comparamos de acuerdo a algo especifico, los números de acuerdo a su valor posicional, en este caso los objetos que utilizamos, fueron por ciertas características como la capacidad y el tamaño.

11:07:15 a.m.

De hecho eso es lo que más te preguntan los chicos, "¿y para que me sirven las matemáticas en la vida, maestra?" y a veces el rechazo a las matemáticas, radica ahí en que no saben o no sabemos todas las aplicaciones que estas tienen y de hecho hay una pericula en forma de caricatura que a cierto nivel nos enseña para que funcionan y es muy ilustrativa "Donald en el país de las matemágicas, o algo así, o la película del hombre sin rostro con Mel Gibsón, que enseña al niño a aprender matemáticas con un problema físico de volúmen,(cavar hoyos).

11:08:03 a.m.

Exacto.



11:08:45 a.m.
Pregunta 4, Me gusta la formaen que lo trabajaste, con un dibujo y su gráfica,

11:09:42 a.m.
Gracias, mis alumnos y mis hijos me enseñan a dibujar y darle forma a las cosas para que se vean más reales.

11:10:49 a.m.
Pregunta 5. Tu uilizaste el signo de puntuación "coma", en tu redacción del enunciado, como un sentido de implicación.Te comparto: En este caso utilice la "y" como conectivo lógico que implica que tiene que cumplir el valor de x, las dos características.

11:11:29 a.m.
Pregunta 6. Ya la discutimos ampliamente al inicio de la entrevista.

11:12:39 a.m.
Pregunta 7. Me llama la atención que sólo escogiste pocas respuestas, para esta pregunta, cuando en otras has empleado más justificaciones más amplias.

11:12:41 a.m.
así es pues estamos hablando de conjuntos, pregunta 5

11:15:46 a.m.
Pregunta 7: lo que pasa es que, para mi la respuesta b, y la g no son justificaciones,´pues sí en una desigualdad la solución es un conjunto de valores, a no es el único valor que no puede tomar x, sino todos los valores mayores que a y a.

11:19:19 a.m.
Precisamente, la respuesta b) dice, es una inecuación, Y una inecuación es utilizar incógnitas en una desigualdad,

11:20:58 a.m.
Sí pero una inecuación es una desigualda en la que existen 1 o más incógnitas que solo son ciertas para determinados valores de las incógnitas, desigualdades condicionadas.

11:21:57 a.m.
Pregunta 8 y 9, coincidimos,

11:22:51 a.m.
así es, sabes como hay que nombrar al archivo de esta entrevista

11:25:12 a.m.
Pregunta 10. Aquí me parece sólo un poquito que la frase (cumpla) esta bien, es correcta, defenderla con una justificación más fuerte a lo que acostumbras a tu lector, porque siempre le das más detalles, espera uno más.

11:26:15 a.m.
No explique el procedimiento, pues ya lo había hecho dos veces en las preguntas anteriores.

11:26:39 a.m.
Pregunta 11, 12 coincidimos

11:26:56 a.m.
Pregunta 13. Sólo el detallito que ya platicamos anteriormente.

11:27:14 a.m.
o.k concluimos la entrevista?

11:28:44 a.m.
Y respondiendo al foro, El viernes te estuve esperando desde las 6:00 a las 9:30 p.m. y me decia que el usuario no estaba conectado, te llame y nada, y me dices en el comentario que no estuve, de hecho se me hizo muy raro no encontrarte porque estuve ahi, y se que eres muy cumplida y preocupona con tus trabajos, lastima que no copie la pantalla, pero si estuve ahi, ya había quedado contigo en un correo.

11:28:51 a.m.
Si concluida la entrevista.

11:30:45 a.m.
No te preocupes, despuès de tantos correos, supuse que algo andaba mal, pues no me aceptabas en mis contactos y además a veces se nos complican las cosas y efectivamente tienes razón soy una preocupona de primera.Gracias, bye. Que tengas un excelente domingo.

11:31:15 a.m.
Disfruta tu día, Gracis por tu colaboración

[23/11/2008 12:25:36 p.m.] 1: hola compañera
[23/11/2008 12:28:50 p.m.] 2: Hola que paso
[23/11/2008 12:29:08 p.m.] 1: aqui estamos
[23/11/2008 12:29:14 p.m.] 1: gracias por conectarte
[23/11/2008 12:30:35 p.m.] 1: ahora ya podré mandar mi tarea 3
[23/11/2008 01:32:30 p.m.] 2: Hola, ya lo revise.
[23/11/2008 01:36:05 p.m.] 1: hola
[23/11/2008 01:36:49 p.m.] 1: ¿qué te pareció?
[23/11/2008 01:38:54 p.m.] 2: Bien, ahora hay que comentarlo.
[23/11/2008 01:39:11 p.m.] 1: muy bien
[23/11/2008 01:39:19 p.m.] 1: ¿qué te pareció?
[23/11/2008 01:39:48 p.m.] 1: en general estuvo ben?
[23/11/2008 01:40:33 p.m.] 1: que te pareció mi trabajo?
[23/11/2008 01:40:49 p.m.] 2: Si, yo me sentí presionada por el tiempo.
[23/11/2008 01:40:55 p.m.] 1: manejas bien los gráficos e imágenes
[23/11/2008 01:41:25 p.m.] 1: sí se vió que te faltó tiempo
[23/11/2008 01:41:28 p.m.] 2: Que nos queda, tenemos que. Tú te manejas bien en las matemáticas.

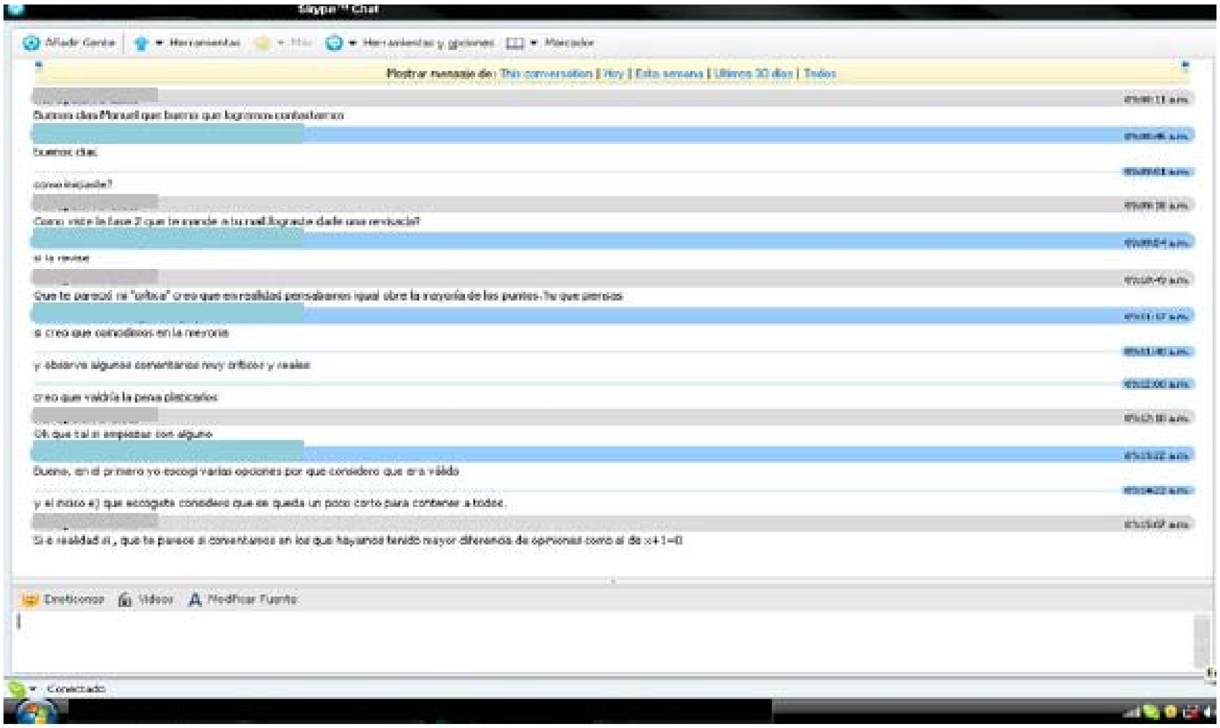
[23/11/2008 01:42:09 p.m.] 2: Me dí cuenta que tenía que haberlo entregado el 19 antes de las 21 y yo lo estaba checando a las 22:30
[23/11/2008 01:42:18 p.m.] 1: pues hago lo mejor que puedo. lo que más me gusta es el análisis
[23/11/2008 01:42:58 p.m.] 2: A mi me gusta, lo que se me hace más díficil es justificar los pasos.
[23/11/2008 01:43:07 p.m.] 1: Estamos para ayudarnos
[23/11/2008 01:43:22 p.m.] 1: Yo estoy para servirte
[23/11/2008 01:44:03 p.m.] 1: Oye. ¿Ahora qué sigue?
[23/11/2008 01:44:13 p.m.] 2: Gracias. Vi que en algunas respuesta coincidias en la forma de solucionarlos.
[23/11/2008 01:44:29 p.m.] 1: Sí. En casi todas
[23/11/2008 01:44:56 p.m.] 2: No se, dice que hay que comentar la resolución del cuestionario.
[23/11/2008 01:45:17 p.m.] 1: Pues en casi todo coincidimos
[23/11/2008 01:47:31 p.m.] 1: Pues el cuestionario estuvo interesante
[23/11/2008 01:47:59 p.m.] 2: Tú que piensas del uso de representaciones gráficas para plantear los conceptos de igualdad y desigualdad?
[23/11/2008 01:49:14 p.m.] 1: Tienen un gran valor didáctico
[23/11/2008 01:50:27 p.m.] 1: Sin embargo, son sólo una herramineta para cultivar el razonamiento matemático
[23/11/2008 01:51:27 p.m.] 2: Como en la Parte 2, el ejercicio 4 pedía un gráfica de esta caja tiene 8 plumones y esta tiene menos de ocho. Tú hubieras hecho lo mismo que yo?
[23/11/2008 01:53:01 p.m.] 1: Te felicito por las imágenes. Yo hubiera tratado de hacer lo mismo
[23/11/2008 01:53:36 p.m.] 2: Yo creo que el cuestionario es muy bueno para ayudar en el análisis.
[23/11/2008 01:55:20 p.m.] 1: Cierto. Las preguntas del cuestionario nos sirvieron para analizar y razonar, y no sólo calcular mecán¡camente
[23/11/2008 01:56:13 p.m.] 2: Tú cómo explicas a tus alumnos esta expresión que viene en el cuestionario a>b?
[23/11/2008 02:01:05 p.m.] 1: Que son dos números distintos, uno mayor que el otro. Gráficamente, si identificamos a loa reales como puntos sobre una recta dirigida, a y b serán dos números distintos cualesquiera donde b precede a a, de acuerdo a la dirección asignada a la recta. (Y no necesitamos identificar a los reales con rectas necesariamente, podrían ser curvas orientadas infinitas.)
[23/11/2008 02:02:46 p.m.] 1: hola?
[23/11/2008 02:03:02 p.m.] 1: ¿Aurora?
[23/11/2008 02:03:22 p.m.] 2: Hola, que paso?
[23/11/2008 02:05:29 p.m.] 1: ¿Ahora qué hacemos?
[23/11/2008 02:05:33 p.m.] 2: Muy bien, ya que permites el análisis matemático y visual.
[23/11/2008 02:06:04 p.m.] 2: Pues ahora hay que guardar el chat y subirlo a la plataforma. Ok. Me dio gusto realizar esta actividad contigo.
[23/11/2008 02:06:46 p.m.] 1: A mí también, Aurora. Muchas gracias, por tu apoyo. Seguimos en contacto
[23/11/2008 02:07:55 p.m.] 1: Adiós
[23/11/2008 02:08:26 p.m.] 2: Adios.

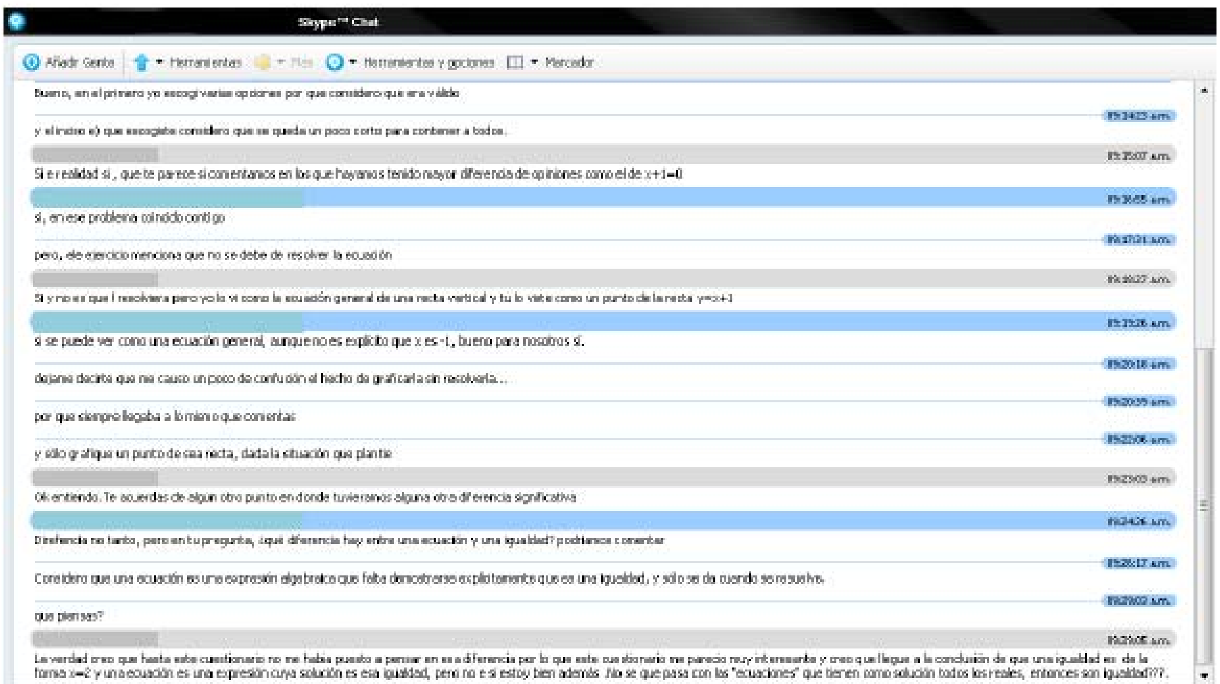
[02:47:17 p.m.] 1: hola
[07:02:29 p.m.] 2: hola
[07:02:36 p.m.] 2: por fin logramos coincidir
[07:02:39 p.m.] 1: hola que tal
[07:02:46 p.m.] 1: si por fin coincidimos
[07:02:54 p.m.] 2: pero muy a tiempo
[07:03:03 p.m.] 1: es cierto
[07:03:05 p.m.] 2: ¿cómo quieres que hagamos los coemntarios?
[07:03:17 p.m.] 2: puede ser que tú comentes y luego yo, o ir pregunta por pregunta
[07:03:45 p.m.] 1: que te parece si analizamos los puntos deonde tuvimos diferencia
[07:04:04 p.m.] 2:¡perfecto!
[07:04:20 p.m.] 1: la conversacion es por escrito?
[07:04:40 p.m.] 2: si, al final hay que copiarla en un archivo de word para entregarla
[07:04:48 p.m.] 1: ok
[07:05:40 p.m.] 2: en la primera pregunta encontré dos puntos en los cque no coincidimos.
[07:06:04 p.m.] 1: me dices que tomarias la opcion f
[07:06:36 p.m.] 2: no, al revés, creo que tú la elegiste y yo no la hubiera escogido,
[07:07:11 p.m.] 1: es cierto
[07:07:46 p.m.] 2: siento que x=3 da la opciónm a que tome ese valor, pero no significa que no pueda tomar otros
[07:07:52 p.m.] 1: yo elegi esta opcion pensando que solo era una igualdad
[07:08:31 p.m.] 2: pues si, puede considerarse o no, no creo que necesariamente sea cierta o falsa no crees?

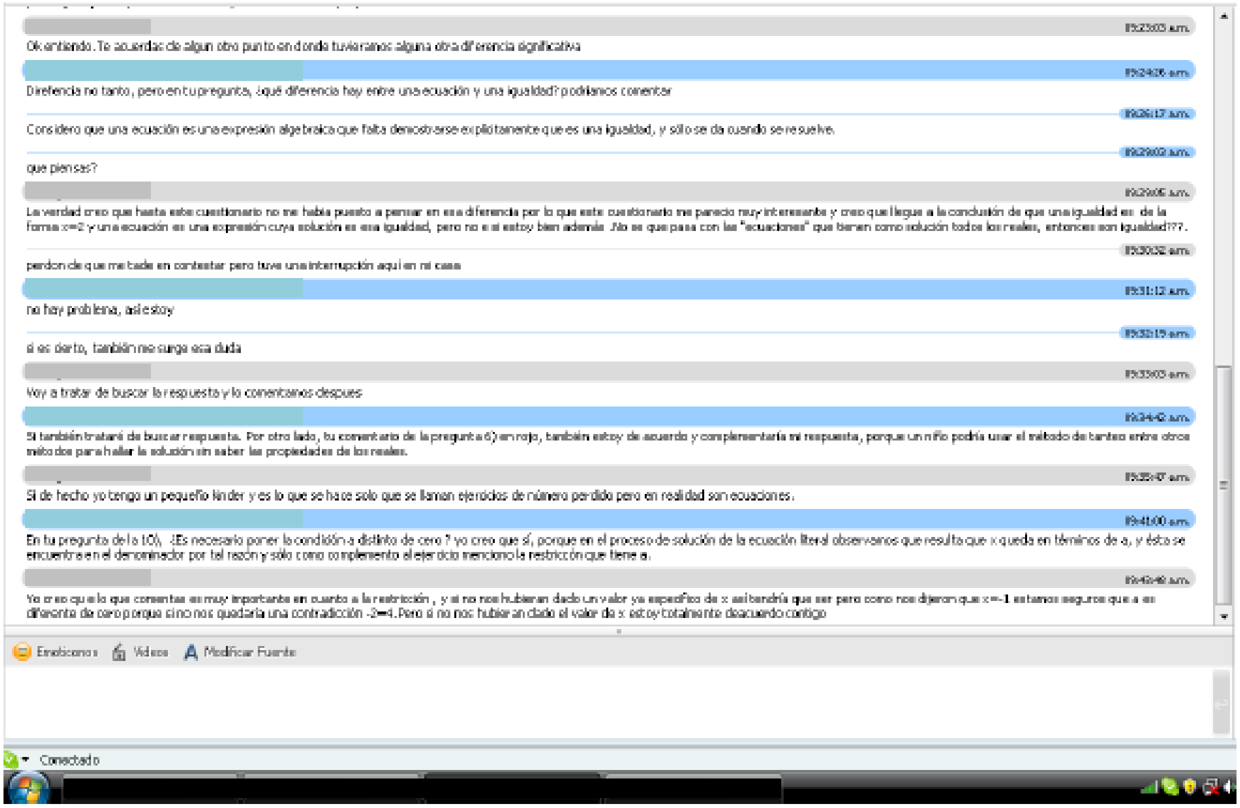
[07:08:55 p.m.] 1: si es cierto tu agumento porque si es una funcion esta puede tener mas valores en su dominio
[07:09:22 p.m.] 2: si lo tomas como función sí.
[07:09:28 p.m.] 1: si me parece bien tu argumento y yo tendria que descartar la opcion f
[07:09:39 p.m.] 2: En el inciso D la disyuntiva es perecida
[07:10:18 p.m.] 2: yo sí la consoderaría (d.el punto 3 sobre el eje cartesiano de las abscisas) correcta, pero tú comentas que en casos de Geometría,
[07:10:26 p.m.] 1: si tambien lntoeo analice y es verdad tu argum
[07:10:42 p.m.] 1: tambien se puede tomar la opcion d
[07:11:07 p.m.] 2: proque en una función de Cálculo se puede considerar el punto x=3 por ejemplo.
[07:11:24 p.m.] 2: Eso sería la pregunta uno, pero creo que en términos generales ya estamos de acuerdo.
[07:11:44 p.m.] 1: si s cierto estamos de acuerdo
[07:11:52 p.m.] 2: Me gustaría hacer un paréntesis y comentar algo sobre el funcionamiento de la tarea,
[07:12:01 p.m.] 1: ok
[07:12:35 p.m.] 2: hubiera sido mejor que ambos resolviéramos primero el cuestionario sin ver las respuestas del otro, porque yo a fin de cuentas cuando lo vi ya estaba respondido y mi papel fue sólo comentar tus respuestas
[07:14:17 p.m.] 1: opino lo mismo seria mas interesante y daria mayor claridad a las diferencias que tenemos
[07:14:30 p.m.] 2: y siento que ambos podríamos haber jugado los dos papeles, así me hubiera sentido más cómoda, si no fuera s´lo yo la que cometa tus respuestas.
[07:15:07 p.m.] 2: pero en fin, así está diseñada y de cualquier manera nos enriqueceremos los dos,
[07:15:13 p.m.] 2: si quieres seguimos con la 2.
[07:15:27 p.m.] 1: ok continuemos
[07:15:48 p.m.] 1: pasamos a la pregunta 4
[07:16:52 p.m.] 2: ok, considerando que la 2 y la 3 no las hubiérm,os resuelto exactamente igual pero tampoco es que no estemos de acuerdo.
[07:17:15 p.m.] 1: es cierto
[07:17:48 p.m.] 2: en la 4, preguntanque al ver la expresión en qué piensas, qué curioso, yo automáticamente la veo como ecuación y comienzo a resolverla, tú no por lo visto......
[07:17:57 p.m.] 1: sin embargo me brinque hasta la cuatro porque ahi hay una diferencia de conceptos
[07:18:27 p.m.] 1: yo la vi como una igualdad considerando que una ecuacion debe estar igualada a cero
[07:18:37 p.m.] 2: si, de acuerdo, vamos enfocándonos a diferencias de fondo y no de forma.
[07:19:23 p.m.] 2: pues sí, pero al manipularla un poco, ya no está igualada a cero y no deja de ser ecuación no?
[07:19:59 p.m.] 1: si tambien es cierto
[07:20:17 p.m.] 2: vamos a ver, no crees que una ecuación es una igualdad con ciertas características, entonces sería ambas cosas?
[07:20:32 p.m.] 1: podriamos igualarla a cero solo que niestro principal objetivo fue encontrar el valor de x
[07:20:37 p.m.] 2: una ecuación es una igualdad de expresiones que cuenta con una o más variables no?
[07:20:49 p.m.] 1: cierto
[07:21:44 p.m.] 2: yo creo que le das al clavo con eso del objetivo, ¿Qué es? es una igualdad, pero si mi objetivo es hallar el valor de x que la satisfaga, sería más útil verla como ecuación no?
[07:22:30 p.m.] 1: si, parece que no nos logramos poner de acuerdo
[07:22:48 p.m.] 1: cada quien tiene su propio concepto
[07:22:52 p.m.] 1: eso es bueno
[07:23:25 p.m.] 2: eso parece, aunque a mi me ayuda mucho tu manera de verla porque tiendo a irme a lo práctico y a resolver, y pierdo la esencia de ver las cosas por lo que son y detenerme en sus características.
[07:24:09 p.m.] 1: si es cierto, creo que la pregunta 6 y 7 podria ayudarnos
[07:25:38 p.m.] 1: por ejemplo tu mencionaste en la pregunta 6 que harias operaciones en ambos lados
[07:26:24 p.m.] 1: eso es lo mismo a lo que yo le llame propiedades de orden
[07:26:45 p.m.] 2: si, yo digo que RESOLVERLA es un proceso, y ese proceso implica operar en ambos lados para modificarla hasta encontrar un valor equivalente a x
[07:27:30 p.m.] 2: me encanta que menciones eso de las propiedades de orden, ¿qué son exactamente?
[07:28:34 p.m.] 1: es cierto, yo manejo el termino propiedades de orden porque cuando le decimos a los jovenes en la escuela la palabra despejar ellos rapidamente piensan que si esta sumando pasa restando al otro lado de la igualda
[07:29:19 p.m.] 1: y considero que este es un error y el joven se vuelve mecanico en la solucion
[07:29:32 p.m.] 2: claro, eso me suena muy muy familiar!
[07:30:06 p.m.] 1: hasta los mismos profesores manejamos si esta multiplicado pasa dividiendo
[07:30:39 p.m.] 2: de acuerdísimo, pero cómo las definirías? ¿por qué de ORDEN?
[07:31:02 p.m.] 1: considero que si le enseñaramos que la forma es multiplicar por una fraccion ambos lados nos ayudaria a que no fueran tan mecanicos
[07:32:12 p.m.] 1: de orden porque primero habria que resolver las sumas o restas y al final las multiplicaciones o divisiones
[07:32:23 p.m.] 2: claro, además con la fobia que hay en general hacia las fracciones...............,

[07:32:32 p.m.] 2: ah ya, ahí está el orden!!!!
[07:33:07 p.m.] 2: siento que con ese nombre queda muy claro cómo se opera, y rompe con aquelllo de pasar al otro lado que tanto les gusta
[07:33:42 p.m.] 1 :bueno tambien es un termino que se enseñaba solo que desparecio en las escuelas y en los libros solo hacen referencia como introduccion
[07:34:03 p.m.] 2: me encanta! me lo apropio a partir de ahora, gracias.
[07:34:41 p.m.] 2: volviendo a la respuesta 6, creo que la única diferencia que tenemos es
[07:35:22 p.m.] 2: que yo creo que RESOLVER LA ECUACION es el proceso de ir aplicando dichas propiedades de orden para hallar el valor, más que el hecho de hallarlo.
[07:36:03 p.m.] 1: si comparto tu aclaracion
[07:36:40 p.m.] 1: bueno en las preguntas 8 9 y 10 coincidimos que hay diferentes formas de resolver
[07:37:35 p.m.] 2: exacto, volvemos a que no son diferencias de conceptos,
[07:37:53 p.m.] 2: sino que hay maneras de resolverlo y eso es enriquecedor
[07:37:59 p.m.] 1: y reforzando tu cometario si los dos hubieramos resuelto est cuestionarion nos hubieramos dado cuenta que llegamos a la misma solucion por diferentes caminos
[07:38:21 p.m.] 2:claro, y en la once coincidimos completamente
[07:38:48 p.m.] 1:asi es tambien coincidimos en la 11
[07:39:26 p.m.] 1:en la segunda parte tenemos una diferencia en la pregunta 2
[07:39:57 p.m.] 2:si, yo no hubiera especificado si lops valores son mayores a cero o no
[07:40:41 p.m.] 1:esa respuesta la di observando la representacion grafica
[07:40:42 p.m.] 2:a>b es simplemente una relación que guardan entre ellos,
[07:40:55 p.m.] 1:ya que siempre colocamos primero a y despues b
[07:41:27 p.m.] 1:si estoy deacuerdo contigo, me parece más claro lo que tu escribiste
[07:41:29 p.m.] 2:sí, pero independientemente de dónde se ubiquen con respecto al cero,
[07:42:10 p.m.] 2:se coloca a siempre b a la izquierda de a y se podrían ir moviendo así en conjunto a lo largo de la recta numérica
[07:42:26 p.m.] 1:si de acuerdo
[07:42:53 p.m.] 1:la pregunta 4 me costo trabajo resolverla
[07:43:17 p.m.] 1:y tus argumentos me parecen excelentes
[07:43:58 p.m.] 2:entonces de acuerdo en ella?
[07:45:06 p.m.] 2:quería comentarte que en la pregunta 3, yo probablemente la hubiera respondido como la 2, y me encantó la manera en que utilizaste la gráica de la recta y=x para ubicar la región de puntos que cumplen con la desigualdad
[07:45:10 p.m.] 1: si, fijate que pense en colocar el intervalo como tu lo enviaste solo que me desconcerto que dijera dibujo o grafica
[07:46:35 p.m.] 2:claro, porque en realidad es un intervalo pero no es ni dibujo ni gráfica, en realidad ateniendonos a lo que nos pedían sólo el dibujito del conjunto de 8 elementos sería válido, pero de acuerdo ya estamos.
[07:46:57 p.m.] 1: si estamos de acuerdo
[07:47:35 p.m.] 1: en la pregunta 4, 5, 6, estoy de acuerdo contigo en adicionar las otras opciones
[07:47:57 p.m.] 2: solo por pensar que las expresiones pudieran no estar aisladas de un contexto...
[07:48:24 p.m.] 1: si correcto
[07:49:56 p.m.] 2: creo que la siguiente discrepancia de cobcepto es en la 9 no?
[07:50:06 p.m.] 2: o en la 7 y 8 hay algo que quieras comentar?
[07:50:27 p.m.] 1: si es cierto
[07:51:15 p.m.] 1: para mi no puede ser una inecuacion desde el principio porque ahi esta representando los valores que puede tomar en un intervalo
[07:51:31 p.m.] 1: y en una inecuacion todavia no los conocemos
[07:52:20 p.m.] 2:pero qué la hace ser inecuación, o de otro modo, ¿en qué momento se convierte o qué necesita para ser considerada ecuación?
[07:53:15 p.m.] 1: lo que hace que sea una inecuacion es que no conocemos el intervalo que puede tomar
[07:53:59 p.m.] 1: si observas la pregunta once quien diseño el cuestionario tampoco la considera como una inecuación
y tus argumentos me parecen excelentes
[07:55:10 p.m.] 2: entonces, si está definido un conjunto de valores que puede tomar la variable NO es inecuación,
[07:55:58 p.m.] 2: lo que no me acaba de ocnvencer es que las otras son equivalentes, es decir,
[07:56:33 p.m.] 2: indican lo mismo pero expresado de una manera distinta, entonces podría decirse que si una es inecuación la otra también no?
[07:57:19 p.m.] 1: si tambien puede ser
[07:57:40 p.m.] 2: lo que ya entendí perfecto es tu punto y el de quien diseñó el cuestionario de notar la diferencia cuando se especifica directamente el rango de valores de la variable
[07:58:17 p.m.] 1: ok
[07:59:03 p.m.] 2: pero me faltaría una diferencia que se puediera deifnir claramente entre una y la otra, el momento en que "se convierte" a inecuación, pero no la tengo, por lo que creo que me voy a su postura (pero no muy convencida jajaja)

[07:59:36 p.m.] 1: jajaja eso es bueno porque nos invita a investigar
[08:00:02 p.m.] 1: en la preguntas restantes parece que coincidimos
[08:00:21 p.m.] 2:si, ya tenemos más tarea
[08:00:28 p.m.] 2:en la trece creo que había algo no?
[08:01:39 p.m.] 1:si es acerca de la redaccion
[08:01:46 p.m.] 2:creo que es solo de cómo lo expresamos, pero si quería agregar que en este tipo de desigualdades es muy útil la gráfica.
[08:01:51 p.m.] 1:creo que es por el uso de los parentesis
[08:02:36 p.m.] 2:se grafica la función dada o las finciones dadas y en ese momento se ve en la recta los intervalos donde una está por encima del eje o por encima de la otra (si fuera el caso)
[08:03:07 p.m.] 1:si complementa lo que escribi
[08:03:35 p.m.] 2:pues me parece que esta conversación convierte esta tarea en algu muy enriquecedor,
[08:03:51 p.m.] 1:si, para mi tambien
[08:04:08 p.m.] 2:por un lado nos hace ver distintos aspectos de cada concepro, distintas formas de atacar problemas y nos aclara dudas o lagunillas que tuviéramos por ahí.
[08:04:43 p.m.] 1:si es una actividad enriquecedora
[08:05:08 p.m.] 1:bueno te agradezco los comentarios y observaciones
[08:05:33 p.m.] 2:además me encantó trabajar contigo, espero volver a coincidir en algún grupo y si no, ya estaremos en los foros, muchas gracias.
[08:06:05 p.m.] 1:fue un placer trabajar contigo
[08:06:06 p.m.] 2:al contrario, te agradezco a tí porque al leer tus respuestas aprendí mucho.
[08:06:24 p.m.] 2:¿quieres que yo mande la tarea? o no sé si los dos debemos mandarla por separado?
[08:06:35 p.m.] 1:nos vemos en los foros y en la maestria
[08:06:43 p.m.] 1:Hasta luego
[08:07:06 p.m.] 2:adiós


Skype™ Chat
Añadir Gente
Herramientas
Herramientas y opciones
Marcador
Mostrar mensaje de: This conversation | Hoy | Esta semana | Últimos 30 días | Todos
buenos dias
si la revise
si creo que coincidimos en la mayoria
y observe algunos comentarios muy criticos y reales
creo que valdría la pena platicarlos
Oh que tal si empezar con alguno
Bueno, en el primero yo escogi varias opciones por que considero que era válido
y el inciso e) que escogiste considero que se queda un poco corto para contener a todos.
Emoticonos
Videos
Modificar Fuente
Conectado


Skype™ Chat
Añadir Gente
Herramientas
Herramientas y opciones
Marcador
Bueno, en el primero yo escogi varias opciones por que considero que era válido
y el inciso e) que escogiste considero que se queda un poco corto para contener a todos.
si, en ese problema coincido contigo
pero, ele ejercicio menciona que no se debe de resolver la ecuación
si se puede ver como una ecuación general, aunque no es explicito que x es -1, bueno para nosotros si.
dejame decirte que me causo un poco de confusión el hecho de graficarla sin resolverla...
por que siempre llegaba a lo mismo que comentas
y sólo grafique un punto de esa recta, dada la situación que plantie
Ok entiendo. Te acuerdes de algun otro punto en donde tuvieramos alguna otra diferencia significativa
Considero que una ecuación es una expresión algebraica que falta demostrarse explicitamente que es una igualdad, y sólo se da cuando se resuelve.
que piensas?



09:23:03 a.m.
Ok entiendo. Te acuerdas de algun otro punto en donde tuvieramos alguna otra diferencia significativa

09:24:26 a.m.
Direfencia no tanto, pero en tu pregunta, ¿qué diferencia hay entre una ecuación y una igualdad? podríamos comentar

09:26:17 a.m.
Considero que una ecuación es una expresión algebraica que falta demostrarse explícitamente que es una igualdad, y sólo se da cuando se resuelve.

09:29:03 a.m.
que piensas?

09:29:05 a.m.
La verdad creo que hasta este cuestionario no me habia puesto a pensar en esa diferencia por lo que este cuestionario me parecio muy interesante y creo que llegue a la conclusión de que una igualdad es de la forma x=2 y una ecuación es una expresión cuya solución es esa igualdad, pero no e si estoy bien además .No se que pasa con las "ecuaciones" que tienen como solución todos los reales, entonces son igualdad???.

09:30:32 a.m.
pardon de que me tade en contestar pero tuve una interrupción aqui en mi casa

09:31:12 a.m.
no hay problema, así estoy

09:32:19 a.m.
si es cierto, tambiénme surge esa duda

09:33:03 a.m.
Voy a tratar de buscar la respuesta y lo comentamos despues

09:34:42 a.m.
Si también trataré de buscar respuesta. Por otro lado, tu comentario de la pregunta 6) en rojo, también estoy de acuerdo y complementaría mi respuesta, porque un niño podría usar el método de tanteo entre otros métodos para hallar la solución sin saber las propiedades de los reales.

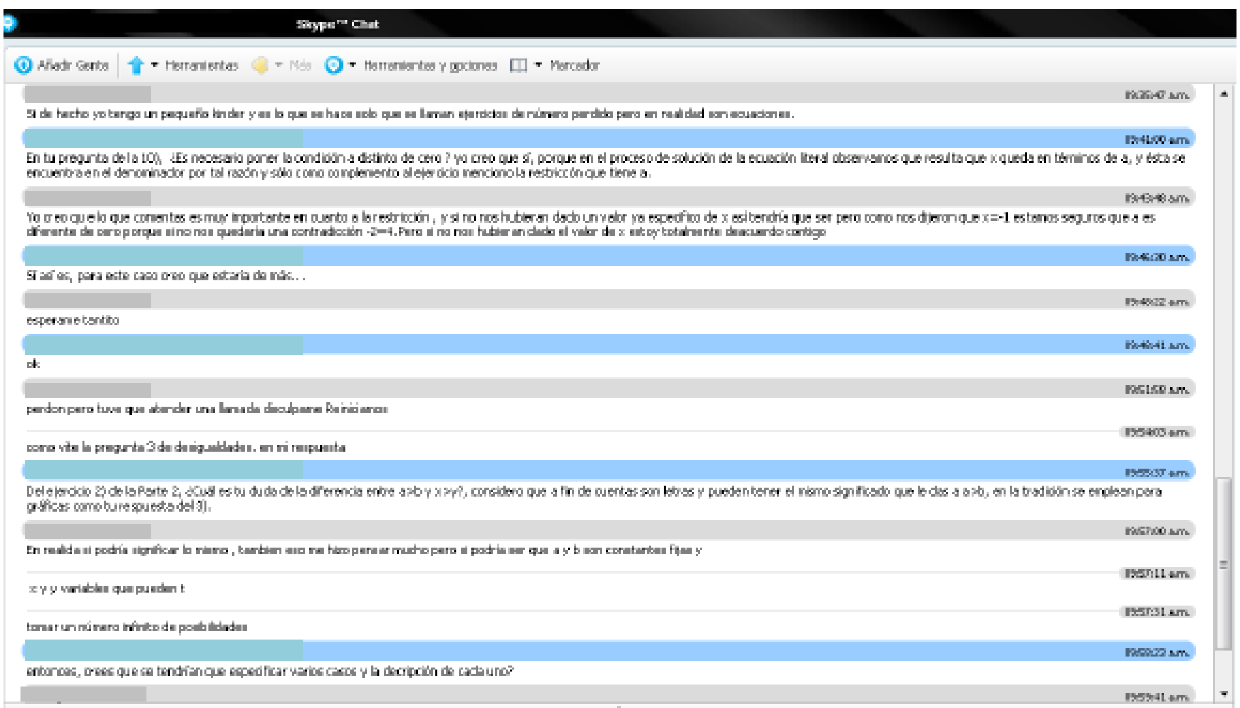
09:35:47 a.m.
Si de hecho yo tengo un pequeño kinder y es lo que se hace solo que se llaman ejercicios de número perdido pero en realidad son ecuaciones.

09:41:00 a.m.
En tu pregunta de la 10), ¿Es necesario poner la condición a distinto de cero ? yo creo que sí, porque en el proceso de solución de la ecuación literal observamos que resulta que x queda en términos de a, y ésta se encuentra en el denominador por tal razón y sólo como complemento al ejercicio menciono la restricción que tiene a.

09:43:48 a.m.
Yo creo que lo que comentas es muy importante en cuanto a la restricción , y si no nos hubieran dado un valor ya especifico de x asi tendría que ser pero como nos dijeron que x=-1 estamos seguros que a es diferente de cero porque si no nos quedaría una contradicción -2=4.Pero si no nos hubieran dado el valor de x estoy totalmente deacuerdo contigo

Emoticonos Videos Modificar Fuente

Conectado



Skype™ Chat

Añadir Gente Herramientas Más Herramientas y opciones Marcador

09:35:47 a.m.
Si de hecho yo tengo un pequeño kinder y es lo que se hace solo que se llaman ejercicios de número perdido pero en realidad son ecuaciones.

09:41:00 a.m.
En tu pregunta de la 10), ¿Es necesario poner la condición a distinto de cero ? yo creo que sí, porque en el proceso de solución de la ecuación literal observamos que resulta que x queda en términos de a, y ésta se encuentra en el denominador por tal razón y sólo como complemento al ejercicio menciono la restricción que tiene a.

09:43:48 a.m.
Yo creo que lo que comentas es muy importante en cuanto a la restricción , y si no nos hubieran dado un valor ya especifico de x asi tendría que ser pero como nos dijeron que x=-1 estamos seguros que a es diferente de cero porque si no nos quedaria una contradicción -2=4.Pero si no nos hubieran dado el valor de x estoy totalmente deacuerdo contigo

09:46:20 a.m.
Si así es, para este caso creo que estaría de más...

09:48:22 a.m.
esperame tantito

09:48:41 a.m.
ok

09:51:50 a.m.
pardon pero tuve que atender una llamada disculpame Reiniciamos

09:54:03 a.m.
como vite la pregunta 3 de desigualdades. en mi respuesta

09:55:37 a.m.
Del ejercicio 2) de la Parte 2, ¿Cuál es tu duda de la diferencia entre a>b y x>y?, considero que a fin de cuentas son letras y pueden tener el mismo significado que le das a a>b, en la tradición se emplean para gráficas como tu respuesta del 3).

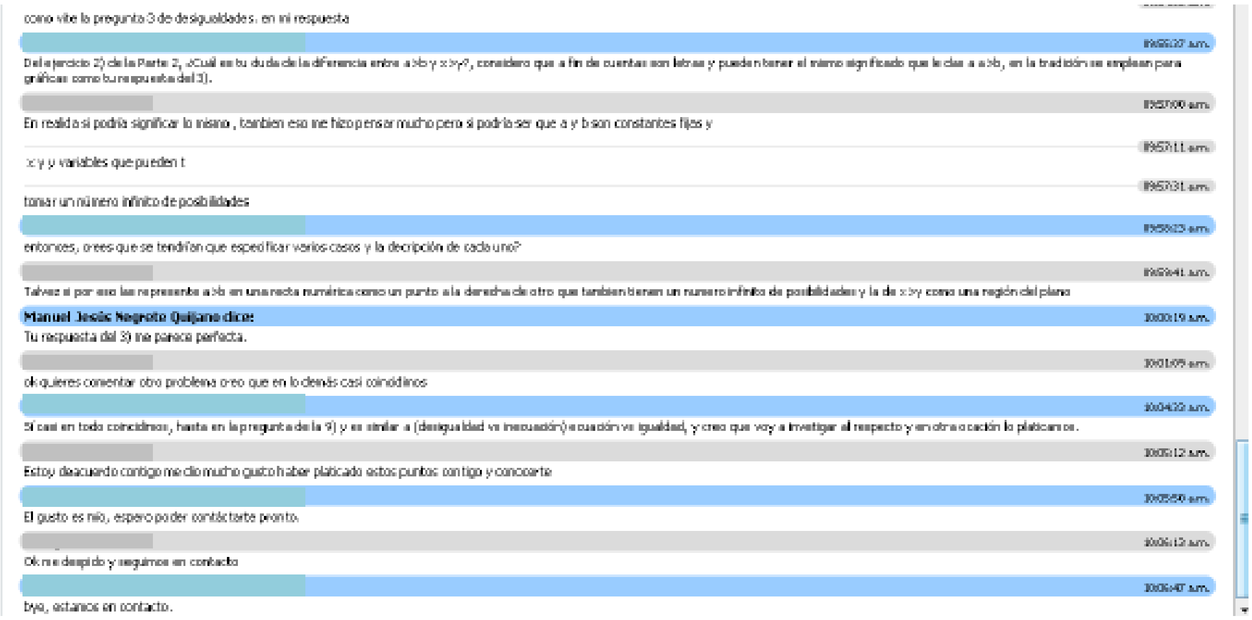
09:57:00 a.m.
En realidad si podría significar lo mismo , tambien eso me hizo pensar mucho pero si podría ser que a y b son constantes fijas y

09:57:11 a.m.
x y y variables que pueden t

09:57:31 a.m.
tomar un número infinito de posibilidades

09:59:22 a.m.
entonces, crees que se tendrían que especificar varios casos y la decripción de cada uno?

09:59:41 a.m.



como vite la pregunta 3 de desigualdades. en mi respuesta

09:56:37 a.m.

Del ejercicio 2) de la Parte 2, ¿Cuál es tu duda de la diferencia entre a>b y x>y?, considero que a fin de cuentas son letras y pueden tener el mismo significado que le das a a>b, en la tradición se emplean para gráficas como tu respuesta del 3).

09:57:00 a.m.

En realida si podría significar lo mismo , tambien eso me hizo pensar mucho pero si podría ser que a y b son constantes fijas y

09:57:11 a.m.

x y y variables que pueden t

09:57:31 a.m.

tomar un número infinito de posibilidades

09:58:23 a.m.

entonces, crees que se tendrían que especificar varios casos y la decripción de cada uno?

09:59:41 a.m.

Talvez si por eso las represente a>b en una recta numérica como un punto a la derecha de otro que tambien tienen un numero infinito de posibilidades y la de x>y como una región del plano

Manuel Jesús Negrete Quijano dice: 10:00:19 a.m.

Tu respuesta del 3) me parece perfecta.

10:01:09 a.m.

ok quieres comentar otro problema creo que en lo demás casi coincidimos

10:04:32 a.m.

Sí casi en todo coincidimos, hasta en la pregunta de la 9) y es similar a (desigualdad vs inecuación) ecuación vs igualdad, y creo que voy a invetigar al respecto y en otra ocación lo platicamos.

10:05:12 a.m.

Estoy deacuerdo contigo me dio mucho gusto haber platicado estos puntos contigo y conocerte

10:05:50 a.m.

El gusto es mío, espero poder contáctarte pronto.

10:06:12 a.m.

Ok me despido y seguimos en contacto

10:06:47 a.m.

bye, estamos en contacto.

[09:06:03 p.m.] 1: hola Francisco
[09:06:11 p.m.] 1: Finalemnte nos encontramos
[09:06:21 p.m.] 2: Si por fin, como estás?
[09:06:40 p.m.] 1: Todo bien
[09:07:08 p.m.] 1: Te pido disculpas por mis tardanzas, justo vine unoss días de vacaciones a Miami y eso me ha cambiado los ritmos
[09:08:28 p.m.] 2: Bueno no hay problema, como crees que debemos hacer el chat, punto a punto?
[09:09:13 p.m.] 1: Me parece que sería bueno. Para guardarlo en el word lo vamos copiando?
[09:10:22 p.m.] 2: Creo que sí,
[09:10:44 p.m.] 1: Ok Si querés empezando
[09:12:23 p.m.] 2: Parte 1 a. escribes que x=3 no procede de una ecuación, que tal si lo reescribimos como x-3=0?, ya es una ecuación ¿no te parece?
[09:12:58 p.m.] 1: Si pero me parece que no necesariamente debe proceder de una ecuación
[09:13:36 p.m.] 2: De qué otra situación podría proceder?
[09:14:21 p.m.] 1: Podría ser una relación
[09:14:51 p.m.] 2: ¿cómo cual por ejemplo?
[09:16:09 p.m.] 1: Una relación en la que decidís asignarle a un valor de variable x el valor. O asignarle a algo el valor constante 3, una cotización por ejemplo
[09:17:14 p.m.] 2: Bien, entonces no necesariamente puede proceder de una ecuación
[09:17:27 p.m.] 1:ok
[09:19:08 p.m.] 2: En el parte 1c. respondes Falso, que te parece si decidimos nombrar a X como el cardinal (número de elementos) de un conjunto?
[09:19:30 p.m.] 1: Sí en realidad puede ser
[09:20:06 p.m.] 2: Supongamos que A={manzana, manzana, manzana}, en este caso X=3 , qué piensas?
[09:22:40 p.m.] 1: En ese conjunto no diría que hay tres elementos, así escritos, salvo que los distinga de alguna manera: manzana1, manzana2, manzana3. En ese caso si X es el cardinal, x=3
[09:23:16 p.m.] 2: Buena observación
[09:24:27 p.m.] 2: Ahora Claudia si quieres podemos discutir algunos puntos que mencionaste en el correo, para cambiar un poco la dinámica
[09:24:56 p.m.] 1:Mejor. Estaba abriendo el archivo para mostrarte un poco más en detalle
[09:25:06 p.m.] 2: Muy bien
[09:25:15 p.m.] 1: Esta máquina no es la mía y tarda un poco
[09:26:27 p.m.] 1: Me llamó la atención que cuando hacía "dibujos" según lo pedido, lo observaste.
[09:26:31 p.m.] 2: No hay problema
[09:26:41 p.m.] 2: Si, así es
[09:28:36 p.m.] 2: ¿Encuentras alguna diferencia entre dibujo y gráfico entonces?
[09:28:37 p.m.] 1: En el problema 1 también me comentas acerca de la modelización del problema. Yo en este caso no lo pensé porque en realidad el planteo me pareció ajeno a un problema
[09:29:14 p.m.] 2: Volvamos al problema 1
[09:29:41 p.m.] 1: Me anoto para después dibujo- gráfico!
[09:30:33 p.m.] 2: ¿Estamos refieréndonos al problema 4, no?

[09:30:48 p.m.] 1: si
[09:31:42 p.m.] 2: Bien, podría tratare de una situación que conduzca a esta ecuación, aunque explícitamente no esté escrita
[09:32:59 p.m.] 2: Es una idea que se me ocurrió
[09:34:09 p.m.] 1: Sí, pero me centré más en el significado que en lo que se podía armar alrededor de la proposición. Inclusive más adelante, cuando te preguntas si un alumno también pensaría solamente como algo de lo que debo ver la validez, seguro que no.
[09:35:02 p.m.] 1: El alumno si busca un contexto, es cierto. Lo que me pasó es que no lo pensé como alumno.
[09:36:12 p.m.] 2: Tienes razón, debíamos centrarnos más en la información dada que en suposiciones alrededor
[09:36:50 p.m.] 1: En cuanto a lo de gráfico y dibujo, me parecen bien distintos
[09:37:17 p.m.] 2: Podemos discutir algunas diferencias?
[09:38:19 p.m.] 1: Sí. Me parece que en matemática el tema del gráfico tiene una connotación muy fuerte
[09:40:07 p.m.] 1: Me parece que cuando nos referimos a "dibujo" es para caracterizar una situación, justamente independiente de un gráfico
[09:41:16 p.m.] 2: En Matemáticas, un gráfico representa la relación entre datos, mientras que un dibujo es una representación más libre
[09:42:29 p.m.] 2: ¿Crees que en Matemáticas pasamos por dibujos y gráficos? ¿o solo por gráficos?
[09:43:01 p.m.] 1: Exacto. Por otra parte, cuando inclusive me comentas cómo relacionar la ecuación 2x-3=x-5 con la gráfica de la recta x=-2, que es la solución, tampoco encuentro la relación tan directa
[09:43:41 p.m.] 1: En matemática me parece que son igual de importantes los dibujos y los gráficos, independientemente de la edad de los alumnos
[09:44:25 p.m.] 1: Es tan claro usar a veces un dibujo para explicar un límite (la tortuga) como una gráfica
[09:45:25 p.m.] 2: Estoy de acuerdo. ¿Cómo ves la relación entre gráficos y software matemático?, ¿se complementan, se oponen?
[09:47:02 p.m.] 1: Me parece que se complementan. El hecho de graficar "o que sea" hace que los alumnos prueben y se entusiasmen
[09:47:24 p.m.] 1: Además la gráfica siempre es más fiel que la que podemos hacer en el pizarrón
[09:48:01 p.m.] 1: Sobre todo que nosotros en Argentina seguimos con la tiza y el pizarrón siempre tiene algún vestigio anterior
[09:48:57 p.m.] 2: Así es, por ejemplo programas dinámicos que permiten la interactividad del estudiante. por ejemplo geometría dinámica (Cabri, Geogebra) son muy atractivos para ellos y les permiten explorar
[09:49:28 p.m.] 1: También hay unos applets muy buenos para funciones trigonométricas
[09:50:01 p.m.] 1: En ese caso, que son siempre un problema, hasta les muestra la relación con la circunferencia trigonométrica
[09:50:41 p.m.] 2: Así es, hay unos muy ilustrativos. ¿Deseas que discutamos otros puntos?
[09:51:43 p.m.] 1: Bueno, Me comentabas porqué siempre usé suma y producto para el "armado" de las ecuaciones. Me pareció que no quitaba generalidad a la idea de "poder armar"
[09:54:28 p.m.] 1: Cuando me mandaste la corrección me di cuenta de que había hecho un error en el último ejercicio!!Qué vergüenza!! Creo que con el apuro ni verifiqué. Simplemente terminé para enviarlo!!
[09:54:34 p.m.] 2: Bien, ya que una resta es una suma y una división es una multiplicación, en términos generales, es decir dada una cantidad es equivalente es lo mismo dividirla entre cinco que multiplicarla por 1/5
[09:55:14 p.m.] 1: Claro. Siempre que tenga inverso aditivo. Creo que aclaré que no podía ser 0
[09:55:37 p.m.] 2: Muy buena la aclaración!
[09:56:30 p.m.] 2: Por lo del ejercicio no te preocupes, todos sabemos que el ritmo ha sido bastante intenso
[09:57:08 p.m.] 2: ¿Lo revisaste y pudiste encontrar el error?
[09:57:18 p.m.] 2: Eso es lo más importante
[09:58:29 p.m.] 1: En realidad no me traje aquí esas hojas. Traje lo de parábola y el archivo escaneado, que como bien observaste salió muy claro a pesar de haber escrito con birome negra
[09:59:08 p.m.] 1: Me queda pendiente para la vuelta que es el miércoles. Además Argentina es tan lejos que los tiempos de viaje son muy largos.
[10:00:08 p.m.] 2: Si revisas la parte 2 en el problema 3 x<y, la región que señalaste (por debajo de la recta y=x), no es la que corresponde
[10:00:52 p.m.] 1: Es verdad. Es la otra región
[10:01:05 p.m.] 2: si tomas un punto en esa región por ejemplo (4,-1) no se verifica que 4<-1
[10:02:44 p.m.] 2: Tu trabajo es muy bueno, explicas y das detalles precisos, las operaciones las explicas bien y paso a paso, algo importante
[10:02:45 p.m.] 1: Ese error es muy común por no verificar con un valor
[10:02:50 p.m.] 1: Gracias
[10:03:44 p.m.] 2: Si, lo de la verificación es algo que le recalco a mis estudiantes y obviamente la interpretación de las respuestas
[10:04:28 p.m.] 1: Y además el poder decidir si el resultado tiene sentido en una situación
[10:04:36 p.m.] 1: O poder aproximarlo

[10:04:53 p.m.] 2: Bien
[10:05:20 p.m.] 2: Creo que en general esos eran los aspectos a discutir, o tienes algo más que quieras que compartamos?
[10:06:15 p.m.] 1: No creo. Mejor enviemos esto que ya es tarde y te he hecho esperar. Espero que sigamos compartiendo trabajos, ya que es algo que nos enriquece
[10:06:43 p.m.] 2: La idea es que cuando tengas las observaciones en tus manos las podamos compartir
[10:07:47 p.m.] 2: Bueno, un placer haber compartido estas palabras, no olvides copiar y pegar en Word y marcar el archivo con tu nombre
[10:08:27 p.m.] 1: Si gracias y fue muy interesante y muy buena la corrección
[10:08:43 p.m.] 1: Las observaciones me hicieron repensar el trabajo
[10:08:58 p.m.] 2: Que disfrutes tus vacaciones y nos encontramos nuevamente después, saludos cordiales
[10:09:08 p.m.] 1: Saludos y hasta pronto

1: hola

2: Hola Andrés, buenas noches

1: hola como estas

1: estas ahí Jaime?????

2: muy bien, y a la espera de este Chat para discutir un poco sobre la actividad que nos plantearon nuestros tutores

1: Oye que te parece si te hago unas preguntas

1: para que comencemos este chat?

1: que opinas?

2: me parece bien y a medida que vayamos desarrollando la charla yo también te manifestare algunas inquietudes

1: perfecto

1: tienes tu cuestionario a mano?

2: si tengo mi cuestionario y tu comentario

1: perfecto....en la primera pregunta de la parte 1 afirmas que las opciones d y f son tus preferidas por guardar relación con el plano cartesiano ¿por qué es importante esa relación para tu elección?

2: a este respecto he tratado de clarificar no solo esta pregunta sino otras, que según tu comentario, relaciono con el plano cartesiano, pienso que trato de visualizar las cosas desde el punto de vista matemático para encontrarles mas sentido, además me parecían como las respuesta mas lógicas desde el punto de vista matemático.

1: en realidad es cierto, por lo que pude inferir tiendes a fundamentar tus respuestas desde un punto de vista formalmente matemático, ¿tuviste una formación matemática "dura"?. Ahora entiendo, pero al parecer te acomoda el registro gráfico para la representación de objetos matemáticos

2: Creo que si, soy físico y a mis estudiantes siempre le he inculcado el hecho de plantear las situaciones problemáticas primero de una forma grafica convencional y luego tratando de utilizar un sentido mas practico y valido tanto matemáticamente como físicamente.

1: excelente, bueno siguiendo el orden del cuestionario en la pregunta número 4 (parte 1) tu respuesta apunta a definir los conceptos de igualdad y ecuación uno a partir del otro. ¿Crees realmente que no hay diferencia entre igualdad y ecuación? o ¿la verdad es que son dos conceptos muy interrelacionados?

2: Bueno, precisamente este es un punto que quería aclarar, ya que en ningún momentos afirmo en mis respuesta que ecuación e igualdad sean, como tu dices en tu comentario, "indistinguibles", yo si las distingo y muy claramente, lo que sucede es que para mi las dos están íntimamente ligadas, tanto que no es posible separar la una de la otra, es mas pienso que no existe la una sin la otra. Una ecuaciones una igualdad, y para que la ecuación tenga sentido debe verificarse la igualdad. Cada una tiene sus características particulares, pero deben estar relacionadas simultáneamente.

1: eso me clarifica muchas cosas, entonces podemos decir que las ecuaciones tienen sentido a partir del concepto de igualdad....esto me permite hacerte las siguientes dos preguntas:

1: 1). ¿Qué es una ecuación?

1: 2). ¿Se podrá imaginar una ecuación como un "abuso" de la notación de igualdad? como lo es el caso de 1/2 = 0,5

2: como ya lo manifesté anteriormente es una igualdad entre dos expresiones, que involucran números y letras (llamadas variables) las cuales deberán conocerse para verificar la igualdad de la ecuación

2: No creo que sea un abuso sino otra forma de llamar a la misma expresión con diferentes nombres, y diferentes usos que podamos darle.

1: excelente, es entretenido esto...sigamos te pondré un extracto de la respuesta a la pregunta 5 (parte 1)

1: Siempre que se opere simultáneamente los dos lados de la igualdad con los mismos parámetros o constantes, esta se mantendrá idéntica en su significado matemático, su escritura puede cambiar pero el sentido operacional de igualdad se mantiene. El hecho de realizar la misma operación en cada lado hace que su estructura de identidad se mantenga.

1: en esta pregunta se pedía explicar el "por qué" la igualdad se mantiene al operar ambos lados de la ecuación. Ahora bien, como puedes apreciar tu respuesta describe muy bien el hecho de que las igualdad no se altera, pero no explica el "por qué". Yo intenté hacer el ejercicio de poder explicármelo, pero la verdad es que, como nunca me había cuestionado algo así, tampoco pude hacerlo de manera convincente. Que tal si discutimos eso un poco, ¿por qué (ya sabemos que sucede) la igualdad se mantiene?

2: Como tu manifiestas, son cuestiones aparentemente simples y triviales y por tal razón muchas veces las pasamos por alto. Pero tratando de resolver algo, pienso que la igualdad se mantiene pese las operaciones que se le hacen dado que su significado, cuantitativo o cualitativo, no cambia para nada. Te propongo el siguiente ejemplo, espero que se pertinente, si en tu casa tienes que pagar 10 dólares (hablamos de resta) para "cualquier cosa" y si a la vez que haces este pago, también recibes 10 dólares por un trabajo adicional que hayas hecho, (hablamos de suma) tu presupuesto seguirá igual que al inicio, e aquí una ecuación..

1: creo que es bastante pertinente el ejemplo, claramente grafica el sentido de "invariancia" que caracteriza a la ecuación cuando se opera en ella a sus dos miembros simultáneamente. Ahora la ecuación es algo así como tener en un solo objetos dos cosas simultáneamente, si afectamos a una claramente afectamos a la otra y el efecto es básicamente equivalente, pues ambas cosas son el mismo objeto. La verdad es que mi explicación no quedó tan buena como la tuya. Pero tampoco quise hacer referencia al archi empleado ejemplo de la balanza: "la ecuación es una balanza y para mantener el equilibrio.....etc.", pero fue la manera en que me lo explique

1: ahora poder discutir esa propiedad de "invariancia" puede darnos herramientas para dotar de significado al verbo ecuacional

1: despejar la incógnita

1: no lo crees??'

2: Creo que si, los verbos que utilizamos para denotar el proceso de determinar el valor que debe tomar las "variables" para satisfacer la ecuación, son el resultado de la manipulación mecánica que se le hace a una ecuación para resolverla

1: muy de acuerdo colega, la verdad es que en la pregunta 7, parte 1 no habría seleccionado ninguna de las opciones que ellos manifestaron. Me cuesta trabajo explicar el "por qué" la igualdad se mantienen, pero estoy convencido que lo más adecuado para "definir" en algo el verbo "despejar", debería ser: el proceso por el cual se anulan las operaciones ya realizadas sobre una magnitud y que nos brindaron un valor conocido, con el fin de visualizar el valor "original" de dicha magnitud.

1: esto sobre la base de creer que toda ecuación puede escribirse como (expresión con variables) = k, donde k es un número real

2: Estamos, de acuerdo.

1: ecuaciones ordinarias (no diferenciales por ejemplo)

1: agregarías algo a ese significado??

2: agregaría un comentario, el hecho de entender que los valores o respuestas que buscamos están inmersos en las estructuras matemáticas llamadas ecuaciones y lo que debemos enseñar a nuestros estudiantes es la forma de descifrar el código matemático y sacar a la luz lo que buscamos.

1: Ese comentario me gusto (muy pertinente observación por lo demás), pues puedo traer a colación la pregunta número 11, parte 1. Aquí aparece un ejemplo (con el que me identifique) de como nosotros manejamos ciertos significados y fundamentos (como el que acabas de darme), pero al momento de incluirlo en nuestro discurso en el aula no aparecen o lo hacen muy poco. Me refiero a la explicación que diste en esta pregunta 11, la forma en la que describes el proceso de resolución de la ecuación, me parece muy familiar en el discurso matemático del aula. ¿Qué opinas?

2: estoy de acuerdo, es la metodología usual, creo yo. Pero también creo que los apegos a lo convencional no son dañinos, sino que pueden llegar a ser constructivo dependiendo del manejo que nosotros les demos, y dependiendo de la relación que les encontremos con otros procesos mas cotidianos.

1: si creo que lo del "manejo de lo usual" es clave, por ejemplo como este cuestionario era para otro profesor no tiene mucha importancia la formalidad o minuciosidad con la que se describe el proceso. Pero si se tratara de clases con alumnos, tal vez yo he cometido el error de no controlar este "manejo de lo usual" y la verdad es que la palabra "pasan" (al referirse a los términos de la ecuación que parecieran "pasar" a "el otro lado"), por ejemplo, no tenga el efecto de significado que yo espero.

2: Lo importante es no caer en el abuso o en el mecanismo de los procesos, sino mas bien buscarles un significado mas practico y valido.

1: Es verdad. Jaime tengo tres dudas más relacionadas a la parte 2, luego de eso concluimos, a menos que tengas algunas preguntas para mí, te parece?

2: ok.

1: bueno, la primera guarda relación a las representaciones gráficas realizadas en las preguntas 1 y 4. Es interesante la idea de representar en un sistema cartesiano la expresión "Juan es más alto que David", pero ¿aparece un punto representado? eso no excluiría otros pares que también pueden representar la expresión, o como no aparecen coordenadas el punto es genérico y puede representar a cualquiera del plano

2: yo lo analice con la mirada de un físico, es decir, la altura medida en un momento determinado y no como un proceso de crecimiento durante un largo periodo, es por esto que solo marque un punto. Aunque tu punto de vista, en tu comentario, es muy acertado en el sentido de pintar una región, pero creo que justifico mi respuesta con lo que mencione anteriormente.

1: ha claro, es como una "fotografía" de un solo momento de Juan y David, claro en ese sentido sería solo un punto y el hecho de no aparecer coordenadas representaría que, si bien sabemos que Juan es más alto, no sabemos cuanto más alto.

1: mi siguiente pregunta se refiere a la respuesta de la pregunta 3

1: a>b, Representa una desigualdad entre dos parámetros (que pueden ser números, personas, objetos, etc.) de la misma clase. Para el caso particular de a y b, el significado atribuye una característica de mas grande o mayor al parámetro a, y en consecuencia b representa el parámetro mas pequeño o menor.

1: ¿por qué aquí las letras tienen estatus de parámetros y en las ecuaciones les das el estatus de variables?

2: si nos remitimos a la definición estricta de parámetro: Constante numérica cuyo valor caracteriza a un miembro de un sistema. Como función matemática, es una cantidad a la cual el operador puede asignarle un valor arbitrario, se distingue de variable, la cual puede tomar sólo aquellos valores que haga la función posible, creo que no es muy conveniente utilizar indistintamente estas palabras, yo lo hice asumiendo que podrían ser equivalentes, pero después de tu comentario decidí consultar mejor su significado y vale la pena aclararlo ahora.

1: Jaime tendré que reiniciar el pc me esperas un minuto, para que terminemos con esto?

2: Ok.

1: hola

1: estas ahí Jaime?

2: Si

1: perdón por el corte

2: no importa.

1: A en realidad existía una diferencia sustancial entre ambas cosas (variables y parámetro), la verdad es que yo hice el comentario más desde la intuición que del fundamento, pero tú ya se lo diste. Es curioso, ambas cosas son letras, pero en definitiva las cosas construidas en matemáticas solo tienen sentido si nosotros se lo damos. Esto me recuerda lo que salió en el texto de Gascón, eso de ver la didáctica como el hombre haciendo actividad matemática (antropológicamente).

1: bueno mi última pregunta, es en realidad un comentario

1: me agrado bastante el método por el cual resolviste la última desigualdad, no lo conocía y creo que lo voy a aplicar en mis clases

1: no se si tengas alguna pregunta o comentario que desees que compartamos

2: que buen, creo que este es el objetivo de toda esta actividad. Finalmente yo también quiero hacer un cometario.

1: estas ahí Jaime?

2: Como conclusión, este Chat me deja muchas cosas, todas ellas muy interesantes, como las siguientes:
1) el poder aclarar tus inquietudes frente a mis respuesta en el cuestionario
2) Compartir puntos de vista y darnos cuenta de las similitudes en nuestro que hacer docente.
3) Quedan inquietudes que nos llevarían mucho mas tiempo de análisis y otras que serán necesario resolverlas con el sustento de un marco teórico más apropiado, que es el que nos interesaría conocer.
4) El hecho de que no debemos subestimar la importancia de un tema o de un proceso matemático, así parezca lo más simple del mundo.
5) Es muy enriquecedor este tipo de charlas y muy agradable contar con personas como tú, que tienen muchas cosas en común y muchas expectativas frente a este proceso académico que estamos siguiendo, y que esperamos llevar a feliz termino.

1: No puedo estar más de acuerdo contigo

1: además yo rescataría lo heterogéneo de nuestro grupo que enriquece más estas actividades

1: tú eres físico (de formación), hay ingenieros, licenciados y, por último, profesores de secundaria como yo. Esto diversifica los puntos de vista.

2: estamos totalmente de acuerdo

1: Mira en tres días aprendí más contigo, tu cuestionario y este chat que en otras circunstancias, supuestamente, preparadas para formarte

1: Fue un verdadero placer conocerte y nos vemos en la maestría con la buena de Dios

2: Gracias, no quiero pasar por alto el hecho de anotar que el análisis que realizaste sobre mi cuestionario fue muy acertado.

1: gracias, pero las dos instancias fueron excelentes, nos vemos colega!!!!!!!

1: no olvides copiar esto en word

2: Ok. Saludos.

[15:51:20] 1: hola
[15:51:28] 1: cómo te va
[15:59:07] 2: hola, aqui trabajando en lo de la derivada
[15:59:12] 2: tu como estás
[15:59:34] 2: sabes cómo grabar una conversación de chat
[16:01:36] 1: pues nada mas copiar y pegar
[16:02:17] 1: ¿ qué te pareció la tarea?
[16:02:29] 2: Ok, pensé que podia guardarse un archivo a algo así, pero parece que en esta version no esta activada esa funcion
[16:03:06] 1: yo voy a copiar y pegar la conversación
[16:03:20] 2: Me pareció interesante, sobre todo el buscar maneras de expresar gráficamente expresiones que casi sólo trabajamos algebraicamente
[16:03:58] 2: Me refiero a intentar inventar formas de xpresion gráfica
[16:04:12] 1: a mi lo que más me llamó la atención fue que esta dinámica nos permite ver diferentes formas de resolver un problema
[16:04:37] 1: y asi vamos adquiriendo nuevas herramientas
[16:04:45] 1: tu ya habías hecho algo similar?
[16:04:55] 2: También me gustó aquello de "descubrir" lo de la reversibilidad cuando nos pedían reconstruir la ecuación o inecuación segun sea el caso a partir de su solución
[16:05:35] 1: si en tu tarea hice el comentario sobre ésto que comentas
[16:05:43] 1: a mi no se me hubiera ocurrido
[16:05:56] 2: Por supuesta, cada vez que uno se palntea abordar un tema de una manera no tradicional aprense a enfrentar y resolver los problemas de distinto modo
[16:06:00] 1: te quedó super esa explicación
[16:06:24] 1:t e pareció extensa la actividad?
[16:06:54] 2: No, no había hecho algo similar así sistemáticamente, pero parecido en ocasiones, cuando preparo una clase distinta o por primera vez
[16:07:01] 2: voy atrasada en los comentarios...
[16:07:29] 1: oye tu eres maestra de matemáticas o desempeñas otras actividades
[16:07:47] 2: No me pareció extensa, me complicó el tiempo, porque lo hice escribiendo en word..
[16:08:32] 2: Soy maestra de matemáticas, pero mi experiencia laboral mayoritaria (salvo ayudantías) es en enseñza básica (primaria para ti) eres de México ¿cierto?
[16:09:11] 1: si soy del distrito federal y trabajo en una empresa y doy calses
[16:09:39] 1: oye y cuál fue el ejercicio que más te llamó la atención?
[16:09:44] 2: A mí me gustó cuando buscaste el valor pedido en una ecuación y en una inecuación poniendo una constante para que la solución fuera la dada
[16:10:13] 2: Ok, ya entiendo qué haces
[16:10:46] 1: si ese ejercicio se me ocurrió resolverlo asi
[16:11:00] 1: regularmente yo doy clases de informática
[16:11:11] 1: y en ocasiones de matemáticas
[16:11:23] 1: se te ha complicado mucho el llevar asi la materia?
[16:11:27] 2: También me llamó la atención cuando quise graficar lo de las cajas de manera no tradicional, y en ese instante ni siuiera pensé que se podía hacer como lo hiciste tú
[16:12:02] 2: no, para nada, me ha resultado muy ameno, y muy provechosos desde el punto de vista del aprendizaje
[16:12:32] 2: El poder conversar de didáctica desde las matemáticas abre muchisimas posibilidades de reflexión
[16:12:42] 1: si es interesante y creo que una clave para el éxito es planear bien las cosas y ya
[16:13:04] 1: si la tareas han ido enfocadas mucho a la creatividad no crees
[16:13:08] 2: es lo que me ocurre cuando converso con algún compañero, hasta ahora me he conectado a diario y he conversado harto
[16:13:24] 1: la de parábolas que tenemos que entregar la próxima semana también está interesante
[16:13:35] 2: Sí, proponerse ser creativo no es fácil, pero aporta muchísimo
[16:13:54] 1: si ya viste la tarea de parábolas?
[16:14:08] 2: Sólo la bajé, pero hasta ahora no me he puesto a trabajar en ella pues estoy con derivadas
[16:14:25] 2: Pero sí, por lo que vi tb es interesante}
[16:14:43] 1: ah si trae buen nivel
[16:14:52] 1: ya es una de las últimas
[16:15:18] 2: Qué bueno, me gustan los desafiós, con lo derivadas he dado muchas vueltas y en cada uno se descubnre algo
[16:15:30] 2: qué queda despoués
[16:16:40] 1: si
[16:16:50] 1: es lo padre de este tipo de maestrías
[16:17:04] 1: piensas hacer el doctorado posteriormente
[16:17:45] 2: Sí, me encantaría poder seguir en esta línea, es lo que me interesa de lo que hago¿Tú has tenido la posibilidada de comentar con compañeros del propedeutico?

[16:18:19] 1: no
[16:19:01] 1: oye también lo que me gusto de tu forma de resolver la tarea fue la gráficas de columnas
[16:19:04] 2: Es decir, soloconversaste cuando hubo que grabar la llamada?
[16:19:06] 1: sobre la edad
[16:19:13] 2: ah, sí
[16:19:15] 1: si unicamente
[16:19:31] 1: no he tenido el gusto de conocer a alguien más
[16:19:44] 2: Por qué? A mí como que me salió natural, debe ser porque trabajo con chicos
[16:19:50] 1: por las escuelas y el trabajo
[16:20:17] 1: ahorita trabajo en tres universidades y en la empresa
[16:20:21] 2: entiendo, y te da el tiempo para hacer las tareas?
[16:20:25] 1: y ademas llevó dos materias en linea
[16:20:32] 1: y por eso luego se me junta
[16:20:37] 2: qué otra estás haciendo?
[16:21:08] 1: pues entre las universidades y la empresa soy el encargado de sistemas
[16:21:15] 1: pues tengo que planear muy bien todo
[16:21:45] 2: y qué materia llevas en línea aparte de esta?
[16:22:26] 1: ah pero en las otras materias soy el profesor no soy alumno
[16:22:37] 1: una materia es anivel maestría
[16:22:43] 1: es seminario de tesis
[16:22:56] 1: y la otra es anivel licenciatura y es herramientas computacionales
[16:23:42] 1: sabes también me encantó la forma en como diste solución al ejercicio 8 de la parte 2
[16:24:03] 1: el uso de los dibujos me permitirieron entenderlo perfectamente
[16:24:08] 2: Entiendo. Oye, volviendo al trabajo de desigualdades, otra cosa que me llamó la atención en tu comentario fue en la primera pregunta, cuando preguntan si x=3 representa la cantidad de elementos de un conjunto cartesiano y punto 3 en el eje de las abscisas.
[16:24:09] 1: te quedo super bien
[16:24:26] 2: espera que lo miro
[16:25:03] 1: pues segun yo si x=3 el dominio está en x y el rango en reales o no?
[16:25:07] 2: Ah, el de las balanzas
[16:25:16] 1: si las balanzas te quedaron super
[16:25:18] 2: es que así enseño yo las ecuaciones en 8°
[16:25:24] 1: pues te felciito
[16:25:28] 1: esta super bien
[16:25:43] 1: seguramente a lso profesores les va a agradar
[16:25:44] 2: ayuda a entender la nocion de igaauldad
[16:25:51] 1: es uan forma sencilla de explicarlo
[16:25:57] 1: te voy a robar el ejemplo
[16:26:06] 2: sí, generalmente la sencillez es gran aporte
[16:26:13] 2: todos los que quieras
[16:26:41] 2: Qué piensas de lo que te planteé sobre la 1 de la parte 1
[16:26:48] 1: si te quedo super bien
[16:26:56] 2: Es que no coincidíamos
[16:27:12] 1: pues yo pienso que si cumplen todas
[16:27:24] 2: a mi me faltaba el contexto, para poder interpretarlo como la cantidad de elementos de un conjunto
[16:27:45] 2: y los puntos tienen dos coordenadas (x,y) en el plano cartesiano
[16:27:46] 1: pues segun yo si se puede pero mm todas las tareas son de pensar
[16:27:59] 2: ahí solo dan la x
[16:28:14] 1: pues si yo espero que luego el prof nos de la retroalimentación para saber cual es lo correcto no crees
[16:28:28] 1: pero mm se puede sacar la imagen no?
[16:28:43] 1: es una recta vertical no
[16:28:52] 1: dominio 3
[16:28:57] 1: imagen reales
[16:28:58] 1: o no?
[16:29:07] 2: sí, pero también creo que el darle vueltas previamente puede permitir que descubramos cosas que no necesariamente nos dirá el profesor
[16:29:29] 1: si y al verdad trae muy buen nivel
[16:29:43] 2: Sí se puede imaginar la gráfica si representara una función, pero no dice que está en ese contexto
[16:30:04] 2:ahí habria que ver si es pertinente aimaginar el contexto o no, yo aún no lo sé
[16:30:06] 1: ah pues si mm
[16:30:20] 1: mm si tienes razón
[16:30:40] 1: pero lo que más me dejo la tarea fue que me permite ver otras formas de solución
[16:30:44] 2: Te fijas que ahí como que juega en contra lo que uno sabe?

[16:30:46] 1: y eso enriquece el conocimeinto de ambos
[16:30:55] 1: si
[16:30:57] 2: en el sentido de que no hacemos el esfuerzo de imaginar?
[16:31:05] 1: si tienes razón
[16:31:26] 1: pero en general me agrada el hecho de poder debatir los resultados
[16:31:37] 1: pro ejemplo a mi me agrado la balanza y las graficas de columnas
[16:31:39] 2: Hubo algo más que te llamara la atención?
[16:31:40] 1: para explicar
[16:32:11] 1: pues la balanza y las grafiacs de columnas me llamaron mucho la atencion porque es facil entender
[16:32:16] 1: la verdad de sacaste un diez
[16:32:27] 1: aveces nosotros complicamos la forma de explicar
[16:32:37] 1: y al verdad tu lo hiciste excelente
[16:32:55] 2: después, conversando con otra compañera sobre este trabajo descubrí que en un ejercicio con expresion racional (inecuación) ambos no reparamos en una cosa (al menos eso creo)
[16:33:09] 2: lo busco, espera
[16:34:10] 2: es la ultima de todo
[16:34:29] 1: mm
[16:34:55] 1: que el dominio debe ser distinto a cero?
[16:35:07] 2: ambos multiplicamos por x sin reparar en que es una inecuación, por lo tanto si no sabemos si x tiene valor positivo o negativo debemos calcular ambos casos, pues en el segundo cambia el sentido de la desigualdad
[16:35:22] 1: ah ya capte
[16:35:26] 1:si tienes razón
[16:35:59] 2: y lo otro que me llamó la atención fue en la utilización del concepto "sacar la x" ¿sacarla de adonde?
[16:36:38] 2: creo que despejar implica la utilización de una técnica para aislar la incógnita y conocer su valor
[16:36:40] 1: yo entiendo sacar como obtener la solución
[16:37:02] 2: tú también hicste eso, pero usaste la palabra sacar como sinónimo de despejar
[16:37:24] 2: Podríamos pensar en eso ¿no?
[16:37:33] 1: si por eso pense que se refeiere a sacar la solución
[16:37:40] 1: pues si
[16:37:51] 1: oye me tengo que ir fue un gusto platicar contigo
[16:37:58] 2: en como utilizamos términos que para nosotros pueden resultar familiares, pero que a nuestros estuduantes les pude implicar alguna conclusión
[16:38:10] 2: Ok, estamos al habla
[16:38:15] 1: tienes razón en ese punto de los alumnos
[16:38:20] 1: ok byee
[16:38:22] 1: fue un gusto
[16:38:27] 1: me llama de la oficina byee
[16:38:33] 1: buen día
[16:40:35] 2: Buen día para ti tambien que te vaya bien

1 22/11/2008 23:23:
Bueno, entonces podemos analizarlo. creo que se trata de que lo discutamos entre los dos, la actividad de desigualdades
1 22/11/2008 23:24:
luego que lleguemos a un punto lo escribimos en word y lo subimos a la plataforma
2:
1:
si pero bueno partamos mira mi idea es que yo parto con las preguntas y complementamos
1:
Te parece
2:
si
1:
Ok
2:
los dos tomamos nota y si quieres los subo a la plataforma, para que te vayas a dormir tranquilo
1:
de la primera pregunta estoy de acuerdo contigo en las alternativas, pero hay una que no me da vuelta, la cual es d, el punto 3 sobre el eje cartesiano de las abscisas

2:
porque?
1:
A mira es que para mi cuando ponemos un punto en el plano cartesiano lo realizo como par ordenado
2:
bueno eso si, entonces podemos decir que las otras alternativas están bien excepto esta.
1:
no si pero mi duda es como las trabajas tu pues para mi es algo nuevo tal vez yo no he visto esa forma si que si puedes tratar de explicarme
2:
la verdad es que como escribí en el cuestionario, solo que trabajemos es el plano (x,y) nos estaríamos refiriendo como x=3 al valor de la abscisas, pero en este caso, no lo definen solo escriben x=3
1:
Ah, ya capte
1:
si lo relacionaste como si fuera parte de un par ordenado si me lo imagine solo me quedo dando la vuelta por eso
2:
es solo una expresión, ahora podemos hacer una excepción no? y como no se hace referencia a esto pues podemos excluir este inciso
1:
no para nada tranquila
2:
como a que te refieres? la incluimos o no?
1:
si,
1:
ya mira la otra pregunta es mas bien pensando en la respuesta, de la pregunta dos cuando ves x=a, y me señalas ".. indica que la variable x puede tomar cualquier valor de a..." tu le das una restricción, en que pensabas en ese momento
2:
cuando x toma un valor a, puede ser dentro del campo de los números reales, mientras no te restrinjan con un intervalo
1:
Ah, ya, mira que buen no lo pensé por ese lado yo creí que te referías si es una ecuación puede tomar cualquier valor real
1:
que interesante
2:
1:
la siguiente pregunta es porque una línea segmentada en la numero tres eso tiene alguna connotación especial o solo es para que no se confunda con la línea del eje y
2:
después de que terminemos la primera parte haremos un análisis de esto te parece?, de aquí tomaremos las ideas importantes para la conversación
2:
la ecuación es x+1=0 así que si la graficamos, puse el plano cartesiano x y. la línea segmentada pasa por x=-1.ya que el valor de y siempre será constante, ahora que lo veo no debe ser segmentada por que no es una inecuación no?
2:
debería haber sido una línea continua. Bueno, ahí se tiene que corregir.
2:
disculpame escribi mal
1:
no hay problema
2:
cuando x toma siempre el valor de x=-1 o cual es constante y es la que va a variar
2:
si x=-1 y =5 o -4 ó -8
2:
eso es lo que indica la grafica
1:
Ok, entonces la línea segmentada es solo por una cosa de imagen
2:
no...
1:

pasando la numero cuatro mira para mi la diferencia entre una ecuación y una igualdad es que en la ecuación interviene una variable, estas ¿que opinas de esto?
2:
cuando graficas una desigualdad, si tienes < o > la recta que divide las dos zonas tiene que ser segmentada, pero sin es mayor o IGUAL o viceversa entonces la línea es continua
2:
que significa? en una igualdad no hay variable
2:
sabes que creo que igualdad es lo mismo que ecuación. por que ecuación en griego significa iqual= igual
1:
en un contexto especifico
2:
exacto,
1:
ok estamos en la misma idea
1:
pues me pasa que si se ve una diferencia entre estas debe ser algo demasiado sutil casi imperceptible
1:
o no???
2:
no hay diferencia, no puede haber algo sutil en las mate no ves que son exactas..
2:
bueno, que significa para ti resolver la ecuación
1:
mira para mi resolver la ecuación es encontrar el valor que satisfaga la igualdad
2:
si estoy de acuerdo
1:
que buena
1:
y cuando ves la expresión 2x-1=3, que te sucedió???,
1:
pues en mi inmediatamente la asocie a una ecuación y mi primera reacción fue resolverla
2:
si, lo que dije fue que el miembro derecho de mi ecuación es igual al lado izquierdo. así que también resolví y encontré el valor que debe tomar x para que subsista la igualdad
2:
un valor único de x. porque es una ecuación y no un conjunto de valores de x
1:
Sí, a mí me paso que fue casi un impuso irracional la necesidad de encontrar el valor de x
2:
Sí, es cierto, somos como los alumnos, no nos detenemos a analizar las ecuaciones o formulas, ni a leer los exámenes simplemente queremos resolver..
1:
Sí, es verdad
2:
y creo que se espera en esta maestría eso, que analices las situaciones didácticas,
1:
si
2:
Si, después seguro te enojas de que no hicieron lo que tu habías pedido
2:
en fin, que te pareció mi respuesta
1:
si es verdad
1:
bueno mira por eso mismo me gustaría complementar tu idea de la pregunta 5, con un ejemplo que aquí se trabaja en los textos de estudio con las ecuaciones , que es la balanza o pesa, que si se pone o saca algo de alguno de los lados se debe realizar lo mismo al otro manteniendo el equilibrio
2:
me parece muy bien
1:
A mí en particular ese ejemplo me gusta pues he visto colegas con implementos lúdicos trabajando las ecuaciones
1:
de esta manera

2:
lo mismo seria para la ecuación 2x-3=x-5, o como lo acompletarias??
2:
sabes que esto de la balanza esta muy bien cuando empiezas a trabajar el tema planteamiento de problemas
2:
cuando trabajo este tema le indico a mis alumnos o mejor dicho resalto que siempre debe permanecer la igualdad
1:
claro eso es importante y lo veía en el trabajo que mandaste
2:
supongamos que si la edad de pedro "P" es 5 años mas que la de luis "L"como quedaria la expresion?
2:
siempre hago hincapié en esto
1:
incluso en la pregunta 7 destaque la frase ".. debe quedar la igualdad."
2:
para que ellos tengan la misma edad que se tendría que hacer luis?
2:
pues ponerse mas edad no? o pedro quitarse esos 5 años...
2:
mas o menos con este tipo de ejercicio empiezan a analizar qué valor tiene el signo de igualdad. y de ahi las ecuaciones
2:
no solo era un ejemplo, entonces creo que con los niños me refiero en la secundaria tienes que hacer muchos ejercicios de planteamiento de problemas.
2:
mas que eso manejar el lenguaje algebraico
1:
si pues sin duda eso le amplia la mirada y relacionan la matemática con el lenguaje natural
2:
cierto
2:
que significa para ti despejar?
1:
aplicar las propiedades de la igualdad, para poder encontrar la solución a la incógnita
1:
en una ecuación
1:
mira cuando luego nos proponen ver el resulado x=-2 y La ecuacion 2x+3=x-5, a mi me parece que son dos formas de ver lo mismo es como que en una estas de forma deportiva y la otra estas con disfraz
1:
No se que opinas siempre cuando sepa que una es el resultado de la otra
2:
no se, es que cuando lo ves por separado no tiene relación
2:
si te dan la primera expresión y te indican que el resultado es x=-2
1:
si es verdad pero imagina que yo te digo que una es el resultado de la otra
1:
que te pasa
1:
si que te sucede????
1:
con esa afirmación como la relacionas?
2:
pues eso si tiene relación. pero si no esta dentro de un mismo contexto, pues no
1:
si es verdad
1:
el contexto es fundamental
2:
si están dentro del mismo contexto diría que para que esa igualdad persista entonces x debe tomar el valor de -2
2:
solo si y solo si x toma el valor de -2

1:
si totalmente de acuerdo
2:
entonces estamos que , debe haber un contexto que las relacione, sino estas dos igualdades no tiene nada que ver
1:
sip
1:
pero mira me paso que al ver tu respuesta en la pregunta 9 el ejemplo esta muy muy bueno, pero siento que se te olvido la pregunta del como
1:
Como piensas que se puede construir una ecuación que tenga como solución x=-????????1
2:
ah! pues es que lo pensé gráficamente
2:
me refiero a la cuadrática
1:
si
1:
ok
2:
entonces primero pensé que debe venir esa respuesta de un trinomio cuadrado perfecto
2:
porque si nos es perfecto debe tener dos raíces diferentes
2:
asi que los factores de esta ecuación cuadráticas son x+1 y x+1
1:
si es verdad
2:
pero también podría ser x(x+1)=0
2:
donde una raíz es x=0 y x=-1
1:
sip
1:
es verdad
1:
pero mira yo sentí con la pregunta que uno debía ver de que manera uno podía hacer una expresión equivalente a x=?-1 como por ejemplo dividirla por 5 y sumarle 9
1:
algo asi
1:
aunque el ejemplo me gusto mucho pues lo encontré innovador
1:
yo no lo hubiera hecho
2:
es que estaríamos adivinando para poder encontrara esa ecuación de primer grado no?
1:
sip
2:
entonces como lo entiendes tu?
1:
por ahí es la cosa la variación que se le puede realizar a x=-1
1:
para obtener una expresión equivalente
2:
si pero como llegas a esos resultados??
2:
o mejor dicho a esa expresiones?
1:
pero mira yo sentí con la pregunta que uno debía ver de que manera uno podía hacer una expresión equivalente a x=?-1 como por ejemplo dividirla por 5 y sumarle 9
2:
pero entonces esa seria una forma pero cuantas crees que existan?
1:
Ah, si, sin duda totalmente de acuerdo contigo

1:
hay un sin numero de formas
2:
podemos, trabajar con esa. y que podemos decir
1:
solo es que me pareció que la pregunta esta enfocada al como
1:
y eso es para mi aplicando las propiedades de la igualdad o operaciones a ambos lados de la igualdad
2:
chispas, como llegamos a ese resultado??
1:
jajajajaja
2:
si, pero intenta con otra,
2:
se me hace, que llegaste a esto empiricamente
2:
o como le hiciste???
1:
haber sumarle 3 y multiplicarlo por 9
1:
nose
2:
sumarle a quien??
1:
hay un sin fin de formas como incluso multiplicarlo por la incógnita para asi poder llegara al ejemplo que tu das
1:
a x=-1
2:
entonces que podemos poner en esto
2:
que aplicamos las propiedades de los números reales??
2:
pero en sentido inverso??
1:
que sin dudad hay un sin fin de formas posibles de tener una ecuacion que nos de x=-1 pero que sin duda estas de obtienen aplicando operatoria a ambos lados de la igualdad
2:
solo que en estos ejemplos que das son solo para ecuaciones de primer grado
1:
no pues si yo tengo x=-1 yo puedo multiplicar por x y luego sumar 5 y se da como resultado x^2+5=x+5
1:
o no
2:
ok. la pista es que deben trabajar con las propiedades de los números reales, en ambos de la ecuación. me parece correcto
1:
mientras que mantengamos el equilibrio
1:
muy bien me gusta eso
2:
cierto, tienes mucha razon
1:
muy bien con respecto ala primera parte alguna duda o algo que compartir
1:
para pasar a la segunda parte
2:
que me dices de la presunta 10, se aplica estas propiedades, para poder resolver la ecuación
1:
a yo pense primero en evaluar la expresión y luego "despejar" jajajaja a
2:
que pondras para acompletar esta parte, que te parecio?
1:
pero me gusto tu idea de resolver lo mas posible y simplifira antes de obtener a

2:
claro, es mejor manejar una expresion mas pequeña no crees?
2:
a que conclusion llegamos con esta primera parte?
1:
solo un detalle yo hubiese evaluado la expresion ya cuando obtuviste -ax=6 en ese momento pues siento que diste un paso que rebunda luego ya lo echo
1:
pero bien me gusto bastante el desarrollo
2:
yo senti que esta llevado a paso a paso, o me accedi
2:
porque que propiedad aplicas aqui
2:
en -ax=6
1:
no para nada solo diste un paso para mi de mas el ultimo pues como te decia podias ya evaluar en "-ax=6"
1:
pero lo anterior esta excelente me gusto
2:
si pero que propiedad?
2:
Porque lo mismo hago con la 11
1:
al igual que me gusto mucho en el ejercicio 11 cuando multiplicas por 10 pues yo hubiese multiplicado cruzado las igualdad de fracciones
1:
jajajajajajaja
1:
eso lo encontrre buenisimo
2:
otra vez ya estoy feliz
1:
jajajajaja
2:
bien, cuales son tus conclusiones
1:
me gusta eso de ir paso a paso en matemáticas sobre todo cundo uno parte con alguna materia pues sino uno le da paso a los actos "mágicos", esos que el alumno no entiende de donde saca que ?? y como hizo eso???
1:
por ende para mi es importante partir de forma "Larga", pues si no se da pues a los errores
2:
cierto, tu estas bien metido en tus rollos y crees que entendiendo tu, los demás ya entendieron
1:
si es verdad y sobre todo en esta disciplina es complejo pues uno siempre tiene a simplificar los procesos pues es lo que a uno le enseñaron
1:
pero sin duda si no sabes por que es asi de que sirve
2:
bueno, si pero imaginate que yo en mi clase de fisica donde veo operaciones con vectores, le este explicando a un chico como se despeja una variable de una ecuacion de primer grado
1:
nop eso ya es una "habilidad" que debiera estar resuelta
2:
te creo tal vez hasta de bachillerato todavía pero en carrera, pues no
1:
pero si es algo que uno como profesor de media o segundaria debe aplicar
2:
pues fijate que he tenido casos. y la verdad es que les digo que son unos inconcientes ellos, porque tiene que ver en el nivel que estan parados
2:
y que ellos por su cuenta no se prepararon..
2:
en fin regresando a nuestro dilema

2:
¿cuales seriasn tus conclusiones de esta primera parte?
1:
mira siento que en esta primera parte nos han tratado de entrar en dialogo con las ecuaciones esto de encontrara una y darle una solución y como se puede lograra desde una expresión llegara a otra como y porque con argumentos muy algebraicos y a veces algo grafico para entender o relacionar estos dos
1:
con palabras ten sencillas y cotidianas como "despejar"
1:
jajajajaja
1:
y tu que opinas
2:
ok
2:
entonces voy a escribir mi conclusion a ver que te parece.
1:
dale
2:
si espera que me voy a inspirar
1:
ok
2:
las variables pueden tomar valores siempre y cuando estén dentro del campo de los reales.
2:
por ejemplo x=c
2:
segundo punto
1:
muy bien
2:
podemos analizar una ecuación que sigue siendo una igualdad
2:
con la ayuda de graficas (visuales) y por medio del algebra
2:
bueno cuando tienes una expresión como x=2
2:
graficamente observaras que es una función constante,
2:
ahora si tienes una expresión mas compleja
2:
para que encontrar el valor de x debes resolverla, por medio de las propiedades de los números reales
2:
Apropiadamente hablando, debes decir resolverla en lugar de despejar
1:
sip
2:
las propiedades de los números reales nos ayudan resolver ecuaciones de primer grado
2:
y por ultimo muy importante: toda ecuación de primer grado va a tener una y solo una respuesta, o sino de lo contrario no estas la respuesta dentro del campo de los números reales
2:
que te parece?
1:
bastante buena
2:
le agregarias algo mas??
1:
no esta muy buena y en realidad te inspiraste
2:
gracias
1:
bueno pasando a la parte segunda parte
2:
muy bien, segunda parte, por favor...
1:

tengo duda cuando ver a>b y x<y, no pones el ¿que quieren decir?
1:
y el ¿que son ?
1:
me podrias orientar entera en eso?
2:
me pedian que por una grafica y un dibuja pusiera x<y
2:
en fin entonces, discúlpame la verdad es que si esta confuso
1:
sip pero tambien las preguntas
2:
cuales son las preguntas
1:
a>b y x<y, no pones el ¿que quieren decir? y ¿que son a, b , x e y ?
2:
la primera, por medio del dibujo digo que Juan, y, es mayor que David, representada por la letra x
2:
claro que eso me falto en el dibujo
2:
graficamente, la verdad creo que no esta bien
2:
no se como lo podrías explicar tu (gráficamente)
1:
pero sabes que son interesantes
2:
si es que parecen pinturas rupestres??
1:
jajajaja
1:
no para nada solo de niño a de primaria
1:
jajajajaja
2:
bueno, me tendré que meter a clase de pintura maternal 0
1:
para mi la primera pregunta ¿que quieren decir?, que es mas en una relación de desigualdad, en donde una cantidad es mayor o menos que la otra, en el caso del balanza esta inclinada a algún lado de esta
1:
y con respecto a la segunda ¿que son a, b , x e y ?, es la comparación de dos magnitudes
1:
solo eso pues los ejemplos me parecen bien
2:
si empezamos a trabajar con desigualdades
1:
sip
1:
es verdad
2:
y yo lo tomo estos ejemplos por que en la primera me piden la desigualdad de dos variables
2:
si son variables X y Y, pues se me ocurrió la variable altura
2:
pues esta con la edad ya variando
1:
si es bueno
2:
en el segundo caso las constantes a y b, no varian, entonces se me ocurrio hacer el ejemplo de las monedas pues estas no cambias de valor
2:
por cierto esas son monedas de $10 y de $5
1:
si que buena
2:
cual la moneda??
1:

me parece un argumento bueno y por eso los ejemplos
2:
ahhh
2:
o que te parece ya te convencí??
2:
disculpa por los dibujos
1:
sip es bueno ahora que lo veo con la explicación que me das mas claro
1:
no esta bien yo soy peor
1:
jajajajaja
1:
bueno ya para mi solo hay una última duda porque el argumento grafico "e" de la pregunta 6 no lo tomaste
2:
siempre que veo las letras x,y,z, las relaciono con variabilidad y si veo a,b,c con constantes o coeficientes. por eso puse esos ejemplos...
2:
chispas cual es???
1:
yo tambien jajajaja por eso el despejar en el ejercicio 4 primera parte
1:
jajajaja
1:
a los ejemplos en el primero son monedas valores que no cambian pero en la segunda la cantidad de agua esa varia
1:
y tiene relación con lo que me acabas de decir
2:
si
1:
hay queda claro como uno el inconsciente trabaja sobre sus ideas
1:
pero bueno retomando la pregunta que te realice, porque el argumento grafico "e" de la pregunta 6 no lo tomaste
2:
dice la expresion x<3 representa:
1:
saip
2:
bueno que me representa??
2:
Primer es una desigualdad o **inecuación**
1:
no es la represion grafica que para mio simboliza lo mismo que la expresion
2:
pero la representación grafica es una respuesta no??
2:
además esa representación creo que esta mal por esos puntos que lleva
1:
si pero no la tomaste por eso te preguntaba que era lo que pensabas de ella
2:
pues eso, creo que esta mal, porque esos puntos suspensivos , significan que va hacia el menos infinito??
2:
si es asi, entonces si esta bien, pero entonces hubieran puesto el signo de menos infinito, o no?
1:
si pero no hay restricciones
1:
asi que es valido o no?????????????
2:
no habia visto, esa clase de graficas, supongo que si esos puntos significan continuará. entonces siiiii
2:
pero para mi serian correctas estas que puse

1:
si supongo yo no me detuve a ver eso de los puntos pero si es raro jajaja
2:
ya ves!!
1:
y bueno por ultimo me gusto el argumento grafico que as ocupado en la pregunta 13 de la segunda parte pues es un argumento po trabajado
1:
pues es comun que uno trabaje el argumento algebraico de estas expresiones
2:
cual de todos??? jaja
2:
ah, crei que era la grafica
1:
si
2:
bueno es que si tienes razon para analizar esta grafica debi trabajar con lo algebraico
1:
el del ejercicio 13
2:
primero vi que era tipo racional
1:
no para nada es un argumento muy balido para mi
1:
es que es poco trabajado y para mi me gusto pues es algo que los chicos entiende muy rápido al verlo
2:
asi que empecé con analizar con que valor se indetermina mi función
1:
es por eso que es el comentario
2:
no si no me enoje eh??
1:
jajajaj
2:
cuando identifico este valor, entonces se que por este punto nunca va a tocar mi grafica
1:
sip
1:
pero bueno haber par concluir que piensas de esta parte de la secuencia
2:
bueno que las desigualdades no son meramente de primer grado
2:
despues trabajando , con las graficas puedes encontrar el conjunto de valores para los cuales se lleva esta desigualdad
2:
claro que esto lo hice gráficamente
2:
pero podemos aplicar las propiedades de las desigualdades también
1:
si es correcto
2:
como para fortalecer el análisis de las desigualdades
2:
por que te piden una grafica en este ejercicio no?
2:
te quedo claro como lo resolví o tienes alguna duda??
esta claro solo estaba revisando si me queda alguna duda
1:
y no solo eso a ti alguna duda o consulta
1:
¿que te parecio la actividad?
2:
me parece bien fíjate que aunque son preguntas sencillas, tu las puedes resolver tan complejo como quieras
2:
por ejemplo le puedes sacas mucho jugo al ultimo problema

1:
si es verdad
2:
que conclusiones tienes para esta parte???
1:
mira me gusto pues uno puede ver la diferencia de una solución única a una conjunto de soluciones , en donde
1:
se ocupan propiedades similares a las de las desigualdades
1:
y como el argumento grafico es capas de ayudarnos
2:
si excepto cuando multiplicas por -1 porque inviertes el signo de las desigualdad
1:
a resolver estos ejercicios
1:
sip es verdad
1:
sip es verdada
2:
bueno mejor para que te vayas a descansar
2:
mandame tus conclusiones via email
1:
y eso nos da un a pequeña pieta de porque sde pueden trabajar coimo ecuacioners a esepsion del -1
2:
si quieres yo tambien te mando la mia
1:
bueno cada uno por separado y la mandamos uno al otra para ver cual mandamos
1:
te parece
2:
entonces podemos contactarnos por la mañana por la hora para que lleguemos juntos a una sola idea
2:
bueno escoge tu como quieres trabajar
1:
ok como a las 10 de mexico te parece
2:
me parece muy bien..
2:
dulces sueños Pablo
1:
ok un abrazo grande y cuídate

[17:24:43] 1:hola Mercedes, como estas?
[17:25:57] 2:te estoy contestando el mensaje
[21/11/2008 18:44:44] 2:hola karem estas por ahí?
[10:38:53] 2:hola Karem estoy conectada paraque podamos
hacer la tarea
[13:19:00] 2:hola karem aquí sigo
[16:37:11] 2:hola karem
[17:24:43] 1:hola Mercedes, como estas?
[17:25:57] 2:te estoy contestando el mensaje
[17:28:07] 2:quiere comenzar con los comentarios?
[17:35:09] 2:comentarios de la parte uno
[17:38:24] 2:las respuestas que yo propongo de la by la e
representan lo mismp
[17:40:44] 1:bien, tambien estoy de acuerdo, es lo mismo solo que una
ganeraliza la respuesta y en una la particulariza como es la respuesta e
[17:42:54] 2:en la parte que me contestas de que puede
referirse a cuando se explica a prsonas que apenas comienzan sucontacto con el algebra
[17:43:21] 2:me refiero a un conjunto de 3 manzanas

[17:45:54] 2:creo que tienes razon cuando mencionas de que
una respuesta se generaliza porque igual se refiere a que puede tomar otros valores me
refiero al comentario de b y e
[17:47:38] 1:ok, si de hecho creo que esta respuesta la podemos separar
en dos partes, una como la definición de una variable(con su respectiva
representación), y otra como la literal que esta contenida en una ecuación se le ha dado
una solución(con su respectiva representación.
[17:48:34] 2:entonces esto se relaciona con la pregunat 2
[17:50:43] 1:pues yo pienso que si, simplemente lo unico que hace,
generaliza la expresión y entonces en un caso particular como la pregunta 1 es
exactamente lo mismo.
[17:51:17] 2:en la pregunta 3 creo que la conteste de manera
precipitada porque no me fije que es igual a cero
[17:53:40] 1:si, creo que es el punto que está despues (hacia la derecha)
de -x, para que el sumarle una unidad quede en cero, pero no se tu que piensas
[17:54:45] 2:entonces estoy de acuerdo con la representación
que tu propones solo que puede quedar despues de la x posiva
[17:55:35] 2:sin establecer una referencia de valores positivos
y negativos
[17:56:19] 2:perdón nos posiva sino positiva
[17:57:21] 1:ok, pasamos a la siguiente pregunta?
[17:58:57] 2:bien si puede ser igualdad si lo pensamos en ellas
como el valor que se asigna a la variable para que se mantenga la igualdad
[18:02:40] 1:Si, de hecho como lo menciona en los comentarios que te
hice, una de las definiciones de la ecuación es que es una igualdad de dos expresiones
en donde se manejan una o mas incognitas, entonces yo creo que son las dos cosas..
[18:07:28] 2:con respecto a la pregunta 5 y a las anteriores me
pregunto si es necesario que cuando lo enseñas en clasela igualdad y ecuaciones lo
manejes como sinónimos? porque al aplicar las propiedades de la igualdad a veces las
omitimos y entonces enseñamos por el método de operaciones inversos
[18:14:35] 2:en la pregunta 6 no se si deducir se relacione con
despejar porque dice que no usemos derivados de despejar y fue el lúnico que se me
ocurrió
[18:14:49] 1:si, si pasa esto, por que así nosotros tambien lo aprendimos,
pero de hecho, si los alumnos aplicaran las propiedades de de la igualdades, entonces,
yo creo que no sufririan tanto, por que es bien cierto que este tema aplicado en despejes
se les dificulta,
[18:16:16] 2:vaya que sí en tema que voy a empezar esta
semana así que estas preguntas me ponen a meditar sobre la forma en que debo
comenzar la explicación
[18:17:49] 1:si, en la 6, es despejar a x, para encontrar su valor y de esta
forma encontramos la solución, de hecho el termino despejar, es como una palabra muy
común utilizada por todos, paro se le puede dar una definición mas formal(matematica)
[18:20:24] 2:en la pregunta 7 me imagino que al hablar de
reglas se refiere a que "lo que está sumando pasa restando, etc" por eso la propongo
como respuesta
[18:21:15] 2:considerando como reglas no bien estableciadas
pero que se ha vuelto común su uso
[18:26:10] 1:si, por que las propiedades, sno que cuando le sumas o le
restas a cada lado de la ecuación no se altera, etc, de hecho creo que este tema de como
proceder a resolver implica entonces dos formas igual, resolverla de manera formal y
resolverla de manera común(como lo que tu dices aplicando reglas) pero que en esencia
es lo mismo, y claro, esas dos formas entonces confunden a los estudiantes, por que no
se si te paso, con estas preguntas, te llegas a confundir, y de pronto aterrizas tus ideas, y
entonces piuensas en u forma de dar clase, como lo abarcas, etc...
[18:29:07] 2:estaba revisando la pregunta 8 y 9 en cuanto a
construir una ecuacióna partir de la expresión x=-1 no me cabe la menor duda que las
propiedades de la igualdad son de tomarse siempre en cuenta aunque para resolver una
ecuación se recurra al método abreviado
[18:32:55] 1:si, yo creo que por eso nos piden resolver estas ecuaciones,
por que en realidad, nosotros damos toda una catedra de igualdades y a la hora de
aplicar esto no lo hacemos, y luego ahi estan las preguntas del para que vemos esto
profesor?, para que me va a servir.?, como ves?... si quieres pasamos a la siguiente
parte, claro si no quieres agragar algo a esto
[18:33:35] 2: no pasamos a la que sigue tienes razon el tu
solución de la pregunta 10, es que quería que me pusieras 10 ja ja

[18:36:54] 1:no, claro tu representación estuvo bien, pienso yo, solo que
queria acompletar tu información. y bueno aqui x, puede ser todo una conjunto de valores, dependiendo de lo que mida david verdad por que si es muy pequeño, el rango de valores puede ser muy grande o viceversa
[18:37:16] 2:la ecuación de la pregunta 11 creo que es de las
más complicadas para todos por eso de las fracciones es de los temas que más se nos complican no sólo a los estudiantes sino también a los maestros para explicar
[18:37:49] 2:la representació que e
[18:40:25] 2:perdón me equivoqué de tecla la representación
que te envié es porque no pude hacer el dibujo que como el que tu me enviaste y me parece más formal en su representación
[18:40:51] 2:y además ilustra muy bien el ejemplo.
[18:41:26] 1:creo que me salte a la pregunta 1 de desaigulaldedes, pero si
tienes razón yo le he dado matematicas a alumnos de cuatrimestres adelantaos y en este ttema si estan mal,... pero entonces ya vamos en la pregunta ?...
[18:41:45] 2:si en la pregunta 11
[18:42:16] 2:no es cierto en la 1 de desigualdades
[18:44:46] 1:con respecto a la pregunta 2, desigualdades, pues es
expresión matematica que representa el caso de david y juan, pero otra vez ganaralizando, no?..
[18:45:42] 2:ok. en la pregunta 2 de la segunda parte creo que
dije mal al decir de un valor debe decir un conjunto de valores que cumplen la expresión a>b
[18:49:32] 2:me parece que no es tan única(no se me ocurre
ahorita otra palabra) la solución como en el caso de igualdades
[18:50:11] 1:no si esta bien por que a y b ahí, expresan dos
cantidades(constantes) siempre y cuado a sea siempre mayor, y el en la pregunta tres entonces ahi a x se le puede asignar un conjunto de valores y a y otro cojunto de valores tal que al sustituirlos en la expresión dada se respeta la desigualdad...
[18:52:16] 2:entonces las desigualdades deberían ser más
sencillas de resolver y creo que a todos se nos complica entender que un conjunto de valores es mayor o menor que otros
[18:54:46] 1:si, de hecho, en probabilidad y estadistica se emplea mucho
esto, y los alumnos batallan muchisimos, por que es donde le encuentran sentido a las palabras palabras de: a lo mucho, a lo menos, cuanto mucho, etc, etc, como por ejemplo el ejercicio 4
[18:56:40] 2:en la pregunta 4 es muy ilustrativo el ejemplo y
creo que sería un muy buen punto de partida para explicar las desigualdades . hace mucho nos enseñaban teoría de conjuntos en la primaria y recuerdo que esto del mayor que y menor que quedaba bastante claro. bueno los ejemplos eran con cajitas como las que proponemos de ejemplo,
[19:00:20] 2:en la pregunta 5 que dificil expresar en lenguaje
algebraico o verbal una expresión y no porque a mi me cueste me refiero a los jóvenes siendo que ellos se envín mensajes con claves que hay que pensar como los traducimos creo que me sirve para entender que se siente cuando les pedimos que lo escriban de un modo a otro
[19:01:55] 1:si, este tema tambien se ve antes de entrar de lleno con
probabilidad y estadistica en una unidad, sin embargo de repente siento que al dar clase desconectamos algunos temas que ya cuando tiene su utilidad hay que segir retomando las ideas principales de esta toria de la que tu hablas.... y con respecto a lo que dices si es dificil, pues es como enseñarles a hablar en terminos matematica, enseñarles idioma matematica con todo y conceptos.
[19:04:09] 2: estoy de acuerdo creo que los maestros
deberíamos decir "te voy a enseñar a hablar en matemático. en la pregunta 6 no me quedo muy claro lo que puse lo voy a leer que pena si son mis respuestas.
[19:05:27] 1:no si estas bien solo se desecho la c, por que habla de una
sola solución...
[19:05:48] 2:si tienes razón
[19:06:51] 1: si y pues lo que queda decir que es la definición de una
desigualdad todos los demas puntos ,vamos con la 7 como ves?
[19:07:39] 2:en la número 7 retoma las respuestas de la 6 sólo
que ya es para cualquier literal que repesenta aun número
[19:11:06] 2:en cuanto a la solución de desigualdades es un
procedimiento muy parecido a las ecuaciones sólohay que tener cuidaddo cuando se multiplica por un número negativo de cambiar el sentido de desigualdad para que las soluciones sean ciertas

[19:12:01] 1:y bueno pienso yo que siguiendo esta secuencia de
preguantas de la 7 en adelante con respecto a desigualdes, es saber que tambien
podemos aplicar propiedades pero ahora las de desigualdesdes(las cuales si hay algunas
variaciones), buscandole una mejor interpretación grafica como analitica, y que pienso
yo que finalmente esto nos ayuda a reflexionar sobre la forma en que estamos dando
nuestras clases y...
[19:14:21] 2:creo que esta actividad nos lleva a meditar y tener
presente de donde partir para cuando no paramos frente a un grupo y empezar a plantear
los temas como los que nos proponen aquí
[19:17:24] 1:así es, así como confirmar algunos de nuestros conceptos
que teniamos sobre esta tema, y bueno creo que aqui terminamos esta descusión , si
quieres agragar algo, si no aqui me despido solo comentandote que me dio mucho
gusto llevar a cabo esta actividad contigo. gracias y saludos.
[19:18:52] 2:me parece concluimos y me agradó trabajar
contigo espero que podamos seguir en contacto y bueno si algo se te ofrece cuenta
conmigo. gracias y que tengas una buena semana

[18:41:33] 1: Hola Mariana
[8:42:6] 2: Hola Claudia, ¿cómo estás?
[8:42:58] 1: Bien y vos?
[8:43:34] 2bien , aquí en la casa tratando de encontrarnos en Skype para hacer la fase 3
[8:44:06] 1: Barbaro. Como te resulto esta actividad?
[8:44:4] 2Muy entretenida y por demás interesante; la dinámica me encantó
[8:45:06] 1: Es cierto. Es muy original y enriquecedora esta forma de trabajo
[8:45:47] 2Una pregunta al margen ¿ qué anda mal acá que funciona el skype pero dice que estás desconectada?
[8:46:7] 1: La verdad no se. Espera que reviso mi estado
[8:46:56] 1: Estoy conectada
[8:47:05] 1: Segun el estado que figura en archivo
[8:47:34] 2bueno, comencemos entonces, supongo que no habrá dificultad
[8:47:46] 2PARTE
[8:48:3] 2En la respuesta , según mi comentario, que has reevaluado ?
[8:49:30] 1: Estuve mirando mis respuestas a partir de los comentarios y acuerdo contigo que podria tambien x=3 representar el punto b y d
[8:49:44] 1: Pero no estoy de acuerdo que podria ser el c
[8:50:08] 1: Porque el cardinal de un conjunto apunta a la cantidad de elementos
[8:50:36] 2y acaso ¿no puedo llamar x en forma general al cardinal de un conjunto?
[8:50:55] 1: Seria para pensarlo
[8:5:6] 2o es una cuestión de convención de códigos??
[8:5:39] 1: Me parece que me hace tanto ruido justamente por esta convencion que vos mencionas
[8:52:4] 1: Pero honestamente me has planteado una duda
[8:53:00] 1: En otra de las actividades me aclaro mas tu pensamiento al respecto porque cuando se trata de x=- alli decis que no podria ser en ese caso el cardinal de un conjunto
[8:53:44] 2tenés razón, o sea que de ser válida debería ser PARA TODO ...no sólo a veces
[8:55:3] 1: Tal cual. Pero es bien intresante esta DUDA
[8:55:39] 1: Quizas podemos trabajar un poco mas el tema y retomarlo en la Cafeteria para socializarlo
[8:55:57] 2Excelente idea, en tanto sigamos avanzando y si surge algo más volvemos al punto si?
[8:57:0] 1: Del punto tambien se me paso con seguridd la d. En un todo de acuerdo contigo que tambien es una forma de representar x=3
[8:58:04] 2Bien, tal como digo, si estamos en un eje, o sea en una sola dimensión.
[8:58:07] 2Punto 2
[8:58:40] 2Surge nuevamente el tema del sistema de referencia : recta , plano o espacio
[8:58:52] 1: Completamente de acuerdo
[8:59:09] 1: Ya que el referencial le da signifcado a tal o cual respuesta
[9:00:05] 1: En este ejercicio al no aclarar en donde trabajaba fue que se presento la observacion tuya
[9:00:2] 2sí y en este punto se generaliza el anterior
[9:02:7] 2En R 2 sería una recta paralela al otro eje , o sea a "y" y en R3 un plano paralelo a los otros dos ejes , o sea, al "y" y al "z" , por lo que queda un plano paralelo al plano YZ
[9:03:29] 1: Me parece muiy buena la observacion ya que solo trabaje en R y R2
[9:03:50] 1: Y ademas la expresion solo la defini en R
[9:04:7] 1: Cuando la representacion la muesro sin referencial
[9:04:23] 2el punto 3 también tiene relación .Sabés que parece muy interesante?

[9:04:54] 2la relación de paralelismo que se va ampliando a medida que abarcás más dimensiones
[9:05:52] 1: Me parecen muy valiosos los ejercicios porque al ser tan potentes hace que uno lo pueda utilizar para distintas situaciones y para relacionar distintos conceptos
[9:06:4] Mariana Talamonti Baldasarre dice :sí, en esa libertad es donde se sacuden las neuronas :)
[9:07:5] 1: Y no hay mejor cosa en la educacion que plantear esta sacudida para activar las operaciones de pensamiento
[9:08:33] 2ni hablar, esas operaciones son las que se olvidan en la escuela
[9:09:0] 2y lo rescatable es brindar oportunidades para desarrollar el hábito de indagación reflexiva en el alumno
[9:0:0] 2a través del observar,comparar, analizar, hipotetizar, etc....lo cual le da autonomía y puede extrapolar esa "libertad" a la vida
[9:0:43] 1: Que lindo Mariana poder hacer realidad esa utopia en nuestras aulas
[9::55] 2Es la panacea de cualquier docente de vocación.Respecto al item 4
[9:2:0] 2una pregunta
[9:2:9] 2¿qué relación encontrás entre función y ecuación?
[9:2:52] 1: En un curso de las funciones a las ecuaciones o de las ecuaciones a las funciones
[9:3:44] 1: estuvimos reflexionando al respecto y veíamos que las pre-imágenes de las funciones se calculan a partir de las ecuaciones
[9:4:5] 2si, entonces?
[9:5:03] 1: Por eso mi referencia al concepto de la ecuación presentada como el hallar el valor de pre-imagen que haga verdadera la expresión 2x-=3
[9:6:28] 2Excelente, esa relación me parece que en la escuela la olvidamos cuando se desarrollan ecuaciones aisladamente y se entra en los automatismos que generan amnesia respecto del verdadero origen de los conceptos
[9:6:56] 1:Y que los alumnos reconocen solo las ecuaciones como los despejes.
[9:7:35] 1: Ya se eso va mas adelante, pero uno se sale de la vaina de poder hablar sobre todo el lenguaje de fabulas que se emplea en la escuela
[9:8:29] 2si, y de quien será la culpa???, suena feo nombrarlo así pero acuérdate aquello de "generamos en los niños muchas veces, la angustia de no comprender"
[9:8:50] 1: Tal cual!!!
[9:9:34] 1: Por eso volviendo al ejercicio 4 yo daba el valor de x en este caso x=2 que hace que esa expresión adquiera un valor de verdad "verdadero"
[9:20:4] 2si, para aclarar la diferencia entre igualdad y ecuación. Seguimos? las otras dos tiene referencia esto también, creo que la 5 y 6 pueden analizarse juntas
[9:2:42] 1: Si en ambas cuestiones tenemos coincidencia sobre que la ecuación es una igualdad que se verifica para ciertas condiciones tal como vos decís
[9:23:06] 2si, mis alumnos dicen "profe resolvemos la ecuación con magia o sin magia?", haciendo referencia a si despejan o si aplican propiedades
[9:24:34] 1: Y es inevitable hablar de despeje. A propósito como dice en el ejercicio 7: ¿Qué entendemos por despejar?
[9:24:43] 1: Porque descartas Sacar la x
[9:24:58] 2suena como "sacar un corcho"
[9:25:3] 1: Bueno es el sentido de poder hallar x
[9:25:6] 2de dónde "sacamos" la x???
[9:25:35] 1: Nuevamente estas abreviaturas que hacemos, como por ejemplo me llevo en la suma
[9:25:39] 2es demasiado desvirtuado el lenguaje de la disciplina
[9:26:5] 1: de acuerdo. Pero a lo mejor si se le da la significación de aislar la x, podría ser aceptable, no?
[9:26:23] 2siiiii, encima allí nos dedicamos a describir "físicamente" lo que hacemos, como el "le presto al compañero"
[9:26:54] 2no me gusta economizar el lenguaje en matemática, ya bastante lo hacemos usualmente
[9:3:4] 1: Perdón Mariana pero hubo un problemita con el teclado
[9:32:3] 2esta tecnología no tiene a mal traer!! Solucionaste por lo que veo
[9:33:29] 1: Si retomo el tema del lenguaje que no es menor para mi
[9:33:55] 1: Por eso que me parece bárbaro detenerse a pensar en estas cuestiones que parece que las tenemos incorporadas por rutina
[9:33:56] 2El lenguaje es expresión del pensamiento y se enriquecen mutuamente, si economizamos el lenguaje propio de la ciencia, qué dirá el pensamiento?
[9:35:09] 1: Y el pensamiento no va a estar nada contento ya que lo mutilamos y lo reducimos a una repetición memorística de algoritmos
[9:35:39] 2Bien Claudia!!!!!!!!!!!!!!!!
[9:36:40] 1: En las otras elecciones que hice para el significado e despejar tenemos acuerdo
[9:36:56] 2estaba mirando la c
[9:37:38] 2listo, me quedo con el comentario
[9:38:7] 1: Yo diría que encontrar el valor de la incógnita es mas bien resolver la ecuación
[9:38:48] 2si si, por eso me callé
[9:40:38] 2Claudia, te parece que cerremos por hoy el chat y continuamos mañana?

[9:4:20] 1: No hay problema; mañana podemos encontrarnos alrededor de la siete de la mañana?
[9:4:48] 2siii porque si te digo a las 3 de la mañana no creo tener quórum no?
[9:42:7] 1: No después de esta semana intensa de tareas
[9:42:28] 1: Please :)
[9:42:38] 2seguro!!!
[9:42:55] 2te dejo un beso grande y buen descanso este viernes!!!
[9:42:57] 1: Nos vemos mañana Mariana
[9:43:4] 1: Besos a vos también
[9:43:3] 2acuérdate que tenemos que guardar la conversación para no perderla
[9:43:36] 2byebye
[9:43:49] 1: Bien la copiamos en word?
[9:44:7] 2si

[7:6:42] 1: Hola Mariana
[7:6:47] 1: Buen día
[7:6:52] 2Hola Claudia, buen día!!!!
[7:7:04] 2¿Descánsate? ¿Lista para empezar?
[7:7:2] 1: Descanse muy bien ¿y vos?
[7:7:40] 2si!!! En condiciones ya para la tarea
[7:8:44] 2mate, termo y fase 3, bien argentino
[7:8:45] 1: Estuve pensando sobre el tema de x=3 y el la cantidad de elementos de un conjunto que contiene tres elementos
[7:9:9] 2algo distinto a lo que conversamos ayer?
[7:9:25] 1: Yo ya desayune mi cafecito con leche.
[7:20:0] 1: Como había quedado abierto me siguió dando vueltas
[7:20:0] 2¿Entonces?
[7:20:27] 2puede o no puede representar el cardinal?
[7:20:34] 1: Y creo que también hay una cuestión en el hecho de hablar de un conjunto que "contiene" tres elementos
[7:20:59] 2¿por la expresión misma, decís?
[7:2:06] 1: Porque en ese caso es un conjunto que tiene como elemento a otro conjunto
[7:2:22] 1: En cuyo caso el cardinal de ese conjunto seria uno. Que te parece?
[7:2:28] 2o sea, "contiene" se referiría a incluido
[7:2:48] 2y esa relación es entre conjuntos, salvo en conjunto de conjuntos
[7:22:25] 2sí, aunque quizá debería decir, en tal caso "contiene un conjunto de 3 manzanas"
[7:22:53] 1: Y en ese caso ya que x no seria variable sino constante
[7:23:04] 2O sea, si se refiere a incluido o a pertenencia de un conjunto como elemento, de un modo o de otro estaría erróneamente expresado
[7:23:3] 2¿por qué?
[7:23:55] 1: Creo que debería decir es la cantidad de elementos de un conjunto que tiene tres elementos
[7:24:6] 1: De cualquier forma no seria variable el cardinal
[7:24:23] 2bien, si es pertenencia "tiene"
[7:24:40] 2lo que querés decir es que si hablo del cardinal debería decir "3"
[7:24:48] 1: Siiiiiii
[7:24:50] 2no X=3?
[7:25:0] 2bien, esa observación me gusta
[7:25:3] 1: A mi también y me cierra mas la respuesta
[7:25:7] 2es un tema de lenguaje correcto y de la disciplina
[7:25:32] 1: el LENGUAJE. Que importante
[7:25:44] 2muyyy!!!
[7:25:53] 2te parece continuar con 8 y 9?
[7:26:00] 1: Me parece bárbaro
[7:26:5] 1: En el ejercicio 8 me gusto la observación que me hiciste
[7:27:08] 2a ver a ver, ¿por qué?
[7:27:46] 1: Porque es la forma de generar una ecuacion equivalente, asi lo hice despues con el de desigualdad
[7:28:] 2y no perder el significado de lo que estás haciendo
[7:28:23] 1: Y me parece que matemáticamente es mejor
[7:28:48] 2si, acuérdate lo que comentábamos por skype sobre Gascón
[7:28:53] 1: Quizás en una primera instancia se podría plantear desde lo particular
[7:29:02] 1: Y después seguís generalizando
[7:29:29] 1: En relación a
[7:30:05] 2en relación al sector de profesores que decía que uso de la calculadora quizá automatizaba al alumno
[7:30:38] 2y perdía el proceso de lo que está haciendo, una de las posturas que se leía en el texto

[7:30:43] 1: Tal cual, el tema de automatizar sin saber que se esta haciendo me parece muy peligroso
[7:3:3] 2Estaba mirando tu ejercicio 8, fíjate cuando verificás, ¿en qué se convierte la igualdad?
[7:3:48] 1: En una identidad
[7:32:33] 2siiiiiiiiiiiii, hay una interrelación entre los conceptos de igualdad, ecuación e identidad!!!
[7:32:44] 2me encanta!!
[7:32:49] 1: Buenísimo!!!!
[7:33:07] 1: Es importante del recorrido del ejercicio ir encontrando estas relaciones
[7:33:55] 2Fíjate en el 9, como las propiedades deben estar presente para mantener la equivalencia de ecuaciones
[7:34:29] 1: y también en el 0
[7:34:43] 2Mirá, en el 9 partiste de una identidad
[7:35:02] 1: Creo que la presencia de las propiedades es lo que da significación al famoso despeje del que hablamos ayer
[7:35:45] 2es la justificación de....En el 9, yo partí de una ecuación y vos de una identidad
[7:35:47] 1: Seguí en la línea de construcción que hablaba antes
[7:36:54] 2si, y en el 0, la necesidad de resolver la ecuación genera la necesidad de aplicación de propiedades
[7:37:49] 1: En ese caso se va generalizando lo que antes también se podía trabajar desde la identidad o ecuación indistintamente
[7:38:23] 1: Me parece interesante tu observación en el 0 de particularizar primero
[7:38:52] 2Quizá el hacer más simple la resolución me llevó a pensar en ello
[7:39:22] 1: Tal cual y los chicos seguro me parece que antes de trabajar con dos letras como ellos dicen
[7:39:36] 1: irían a particularizar y luego "despejar"
[7:40:2] 2totalmente de acuerdo. La cuestión para ellos es hacer simple la vida en definitiva y esto a veces les complica!!Pasamos al ?
[7:40:54] 1: En el lo trabaje justificando con las distintas propiedades
[7:4:4] 1: Cuando me decís a que me refiero con división en Q
[7:4:8] 2si, bien, y según mi comentario
[7:4:22] 2si
[7:4:44] 1: Me refiero a que en ese paso pensé (3-x):2
[7:4:56] 1: como (3-x)./2
[7:42:09] 2como producto
[7:42:5] 1: Es decir la multiplicación del reciproco del numero
[7:42:30] 1: Que aparece en la definición de División en Q
[7:42:40] 2ok
[7:43:2] 2porque al aparecer el producto digo, entonces la justificación de la división?
[7:43:4] 1: Nuevamente las propiedades en la fundamentación, es esencial
[7:43:34] 2De acuerdo al 00%
[7:44:7] 1: La división entre dos números es la multiplicación del dividendo por el reciproco del divisor en Q
[7:44:33] 1: Te contesto la pregunta que me haces
[7:44:54] 2mi duda es si es válido como definición
[7:45:3] 2o como propiedad o procedimiento
[7:45:42] 1: Yo diría que en la definición de división esta implícita la multiplicación
[7:46:06] 1: A ver en Q
[7:46:33] 2explícate please
[7:46:43] 1: Aceptamos como definición de división que a:b=c si y solo si a=b./C
[7:47:05] 2para b <>0
[7:47:] 2yo diría así
[7:47:3] 2mirá
[7:47:3] 1: Por supuesto para b distinto de cero
[7:48:22] 2a:b=c si c.b=a (para todo b<>0)
[7:49:9] 1: Mirando nuevamente mi definición en relación a la tuya
[7:49:3] 2algo anda raro
[7:49:33] 1: Yo quisiera rectificar en la mis
[7:49:48] 2creo que se mezcló la letra
[7:50:2] 1: Espera que escribo como no veo el lapicito
[7:50:26] 1: Yo escribí rápido y mezcle lo siguiente
[7:5:7] 1: A ver para todo a, b y c racional podría decir
[7:5:5] 1: que a:b=c si y solo si a./b=c
[7:52:0] 1: ¿Te parece?
[7:52:29] 2si, tal como lo habías puesto cuando me explicaste más arriba, si Clau, perfecto!!
[7:52:37] 2¿Pasamos a Claudia dibujante? ¿O algo más de la primera parte para agregar?
[7:52:55] 1: Vamos
[7:53:27] 1: A la parte 2
[7:53:32] 2¿por qué David es más cabezón que Juan?
[7:54:03] 1: Que poder de observación la profesora Mariana;)

[7:54:08] 2no, al revés. Sólo para darle un poco de humos a esta linda mañana....olvídalo
[7:54:4] 1: En realidad es igual de cabezón
[7:54:3] 2y...no sé vio
[7:54:32] 1: Solo quise hacer dos dibujitos mostrando la diferencia de altura
[7:54:50] 2bien, eso me gusta porque centraste en lo que pedía
[7:55:4] 2lo otro que comenté recién, sería analizar un atributo que no está en la consigna
[7:55:2] 1: Tal cual
[7:55:27] 2y comparar los posibles valores del mismo
[7:55:38] 1: En ese ejercicio me hubiese gustado encontrar otra representación
[7:55:44] 1: Pero no se me ocurría
[7:56:00] 2me parece acertada las que usaste
[7:56:50] 1: Siempre uno intenta a lo mejor una representación más matemática
[7:57:39] 1: La impresión que tuviste respecto del camino que transite es la acertada
[7:57:50] 1: A vos se te ocurre otra representación
[7:57:54] 2Clau es: re-presentación no olvides que los objetos matemáticos no se ven ni se tocan, solo que necesitamos el apoyo de la representación para aclarar
[7:58:5] 2simplemente re-presentar a Juan y a David como dos segmentos
[7:58:25] 2otra en realidad no se me ocurrió
[7:59:04] 1: Bárbaro y en esta secuencia hay varios lindos de re-presentación
[7:59:2] 2si, está muy bueno el trabajo
[7:59:24] 2sigamos
[8:00:55] 2estoy en el 2
[8:0:02] 1: En el 2 cuando hablas de la relacion de orden
[8:0:6] 2si
[8:0:3] 1: Hay una cuestión que me hace ruido
[8:0:37] 2cuál?
[8:02:00] 1: Porque en el caso de Juan y David represento en R2 y en el 2 represento en R
[8:02:4] 1: Lo podría tomar como generalización?
[8:02:27] 2si, ese comentario hice
[8:03:24] 2Juan y David tienen cierta altura, respecto de esas alturas puede establecerse un orden y determinar cuál es mayor o menor
[8:03:48] 1: De acuerdo
[8:04:00] 1: Solo me refería al contexto de los ejemplos y sus referenciales
[8:04:0] 2en definitiva no comparamos a Juan y David, sino a sus alturas
[8:04:36] 1: Vale la aclaración, ya que en ese caso no seria necesario pensar el referencial
[8:04:39] 2y luego de comparar sus alturas, diremos "fulano es más alto que..."
[8:05:00] 2sabés que?
[8:05:3] 2es que la altura es una dimensión, es longitud
[8:05:7] 2entonces debe ser R
[8:05:26] 1: Siiiiii
[8:05:32] 1: Estaba pensando justo en eso
[8:06:06] 1: Completamiento de acuerdo en la generalización entonces
[8:06:] 2distinto al gráfico cartesiano del punto que hiciste, porque allí, está estableciendo una relación entre dos conjuntos binarios
[8:06:23] 2si tomo sólo las dos alturas de los chicos
[8:06:48] 1: Estoy trabajando en R
[8:06:55] 2otra vez vemos como subyacen los conjuntos en todo esto
[8:07:03] 2en el
[8:07:7] 1: Imposible no hablar de conjuntos es lo estructural
[8:07:39] 2imposible!!
[8:07:50] 1: Que me decías del ?
[8:08:55] 2que si considero "y" como los reales posibles para una altura si, y si considero solo los dos valores correspondientes a las alturas de estos chicos, sería un conjunto de 2 elementos
[8:09:03] 2bien, bien.
[8:09:45] 1: Y entonces?
[8:0:00] 2sólo reflexionaba sobre lo mismo
[8:0:09] 2seguimos con el 3?
[8:0:42] 1: Me encanta el tema de repensar a partir de distintas miradas
[8:0:49] 1: Vamos al 3
[8::26] 1: Respecto de la pregunta que me haces si podría considerarse como una ampliación?
[8::36] 2si
[8::53] 1: Yo diría que en la medida que nosotros vamos explicitando en que referencial vamos trabajando
[8:2:08] 2de acuerdo
[8:2:33] 1: Seguro que podemos considerarlo también como una ampliación
[8:2:40] 2o sea que si considero de entrada los pares ordenados (a;b) estaríamos en una generalización cuando digo (x;y)

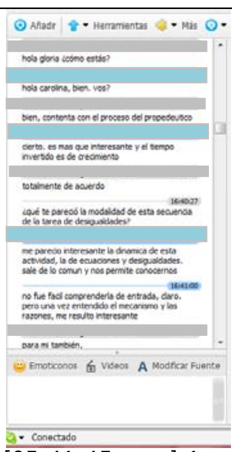
[8:3:47] 1: Y es la forma usual
[8:4:02] 1: Y estamos muy atravesados por las convenciones
[8:4:29] 1: Lo dije en ese sentido (x;y) como generalización de (a;b)
[8:4:44] 1: Cuantas convenciones sin aclarar
[8:5:04] 1: Esto que vos decías ayer que muchas veces con todo esto le generamos a los chicos
[8:5:06] 2siii y fíjate en el siguiente punto Clau
[8:5:] 1: LA ANGUSTIA DE NO COMPRENDER
[8:5:40] 2total!!!! Pobres alumnos lo que suelen padecer a veces...
[8:5:4] 1: Estoy en el 4
[8:5:57] 2en el 4 traigo a Bruner
[8:6:25] 2por las representaciones
[8:6:34] 1: Si
[8:7:04] 1: Siempre poder llevar a un lenguaje conjuntista aclara el panorama
[8:7:08] 2si estuviésemos fuera de internet ¿qué harías? directamente el dibujo de la caja?
[8:7:40] 1: Yo creo que dibujaría el conjunto
[8:8:2] 2y si tuvieras que explicárselo a un niño, empezarías así también?
[8:8:8] 1: No!!!!
[8:8:25] 2como?
[8:8:4] 1: Seguro que materializaría la caja y le haría poner in sito los plumones
[8:8:46] 2biennnnnnnnnnnnnnnnnnnnnnnnn
[8:8:57] 1: En ese caso recrearía el problema con el material concreto
[8:8:59] 2la REPRESENTACION ENACTIVA de Bruner
[8:9:0] 1: Muy Bien!!!!
[8:9:6] 2cuando se hace necesaria la acción
[8:9:29] 2y manipulación del material concreto
[8:9:48] 2luego pasar a la representación simbólica, los conjuntos
[8:20:04] 2perdón
[8:20:07] 2icónica
[8:20:22] 1: Es muy claro Bruner con sus representaciones
[8:20:24] 2pues son dibujos de la representación en activa
[8:20:59] 2si, en verdad la secuencia me gusta: en activa-icónica-simbólica
[8:2:33] 1: Además es la que me parece permite un mejor recorrido del tema
[8:22:2] 2si, y fíjate que para la representación simbólica debemos acudir a la convención del cardinal de un conjunto nuevamente
[8:23:0] 1: Y aparece el cardinal en el tapete de la conversación como el numero que permitirá establecer luego esa relación de orden
[8:23:2] 2siiiiiiiiiiiiiiiiiiiiii
[8:23:38] 2y el 5? otra vez.
[8:23:48] 2solo que con variable
[8:24:2] 1: Así agregando ejercicio a ejercicio un aspecto mas de generalización
[8:24:23] 1: Buenísimo
[8:24:39] 1: En el 5
[8:24:59] 2traducción...
[8:25:2] 1: Tengo alguna diferencia respecto al comentario
[8:25:7] 2lenguaje coloquial al simbólico
[8:25:2] 2decime
[8:26:04] 1: Cuando me haces el comentario lo estas pensando en términos de enunciado de un problema
[8:26:22] 2no en realidad
[8:26:33] 1: No me queda muy clara tu observación
[8:26:39] 2lo enuncio en lenguaje coloquial
[8:27:09] 1: Y si yo digo el triplo de la literal x esta comprendida entre 6 y 2
[8:27:24] 1: Por que no lo estaría enunciando en lenguaje coloquial?
[8:27:34] 2suelo hacer una diferencia entre "lectura" e "interpretación"
[8:27:44] 1: Ahí esta el punto
[8:28:04] 1: Cuando digo expresar por medio de un enunciado
[8:28:3] 2quizá ahí haya prestado la confusión
[8:28:6] 1: Puedo leer o interpretar=
[8:28:24] 2¿enunciar que significa?
[8:28:46] 1: Yo diría que es decir en otros términos
[8:28:57] 2es expresar la idea
[8:29:05] 2de una forma clara y simple a la vez
[8:29:6] 2fíjate
[8:29:8] 1: Eso no seria traducir
[8:29:26] 2permite un comentario si?
[8:29:58] 2puedo?
[8:30:9] 1: Si por supuesto

[8:30:49] 2supongamos que estás mirando un partido de fútbol en la TV ¿si?
[8:30:58] 1: ESTOY
[8:3:4] 2lectura visual, lectura de imágenes
[8:3:23] 1: SI
[8:3:49] 2¿qué esperás que el relator haga?¿que narre lo que sucede?¿o que interprete lo que sucede?
[8:3:5] 2o sea
[8:32:08] 1: Que narre para mi es que relate
[8:32:23] 1: lo mas objetivamente posible lo que esta sucediendo
[8:32:27] Mariana Talamonti Baldasarre dice:cuando el relator dice: "lleva la pelota el número 3 del equipazo que tiene Argentina......se la pasa al número 5 ......"
[8:32:38] 1: Si
[8:33:22] 2expresa en lenguaje "hablado" lo que leíste visualmente, o sea que para eso podés bajar el volumen del TV porque nada agrega a tu lectura visual
[8:33:44] 2¿ok?
[8:33:45] 1: de acuerdo
[8:34:22] 26<3x<2 está expresando en símbolos algo que puedo traducirlo en diferentes lenguajes
[8:34:57] 1: Si y yo puedo elegir diferentes formas de traducir
[8:35:44] 2no digo que esté mal lo que respondiste Clau, sino que distingo entre la lectura y la interpretación, entre el relato y la interpretación si se quiere
[8:36:6] 2porque cuando uno lee 3*x*, dice el triplo de ....allí estás interpretando porque no decís el producto entre 3 y *x*
[8:36:22] 1: Bien vale la aclaración
[8:36:38] 2y cuando decís "de la literal *x*" estás relatando
[8:36:45] 1: Ahhhhh
[8:36:47] Mariana Talamonti Baldasarre dice:sólo eso comentaba
[8:36:57] 1: Ya entiendo el comentario
[8:37:8] 1: Muy bien de paso me pareció muy interesante discutir entre interpretación y relato
[8:37:9] 2bien!!!!!!!!!!!!! sorry por haber sido tan confuso mi comentario
[8:37:44] 1: Siempre la mirada del otro aclarar mis pensamientos
[8:37:47] 2es un ejercicio que suelo hacer con los alumnos para que aprendan a ver más allá de la escritura
[8:38:03] 1: Y amplían también el espectro de posibilidades a las que uno se puede abrir
[8:38:6] 2lo mismo digo Claudia, me resulta muy valioso trabajar con vos la tarea
[8:38:7] 1: Enhorabuena que podamos tener estas observaciones
[8:38:32] 2totalmente de acuerdo
[8:38:46] 1: Marian puedo pedirte un impasse de quince minutitos
[8:38:55] 2si sra!!!!!
[8:39:08] 2que suene la campana en 5 min
[8:39:20] 1:Barbaro. Gracias En 5 minutitos de recreo estoy por acá
[9:0:46] 1: Holaaaa
[9:0:59] 2holaaaaaaaaaa
[9:02:30] 2sabés que miraba, no se acopló a la conversación de ayer
[9:02:45] 2así que vamos a tener que pegarla en word a la de ayer
[9:02:48] 1: Uy que lio Entonces
[9:03:0] 2sólo la pegamos debajo, quedó el saludo de despedida de ayer nomás
[9:03:9] 2menos mal que la guardamos por las dudas
[9:03:38] 1: Por lo menos le damos el arranque con el saludo
[9:03:48] 2siii
[9:03:5] 2sigamos
[9:03:59] 2punto 6
[9:04:45] 1: Estoy en el 6 respondiéndote tu comentario
[9:04:59] 2ok
[9:05:47] 1: Respecto de x<3 me decís ¿Solo dice que no puede tomar valores iguales a3?
[9:06:02] 1: Yo te diría no solo
[9:06:] 1: Seguro no puede tomar el 3
[9:06:7] 2sino mayores tampoco
[9:06:2] 2claro
[9:06:36] 1: Por eso respondí como verdadera la opción g
[9:07:7] 2en esa no estoy de acuerdo, salvo la aclaración de recién
[9:07:33] 1: ¿Por qué no estás de acuerdo?
[9:08:40] 2si, porque fíjate" la expresión x<3 representa el hecho que x no puede tomar el valor de 3"
[9:08:58] 2está bien, lo representa pero no sólo
[9:09:4] 1: En un todo de acuerdo
[9:09:2] 2"prohibida la venta de alcohol a menores de 8 años"
[9:09:22] 1: En ese sentido respondí esa opción
[9:0:0] 1: Entonces se prohíbe la venta de alcohol a los menores que no lleguen a dieciocho años

[9:0:2] Mariana Talamonti Baldasarre dice:si digo: representa el hecho de que si tu edad es 8 no te podemos vender alcohol"
[9:0:29] 1: Es un menor estricto
[9:0:32] 2suena raro así
[9:0:40] 1: No toma el 3 en el caso del ejemplo
[9:0:52] 2claro pero si comparamos es la misma cuestión
[9::03] 2análoga en realidad
[9::] 1: De acuerdo
[9::2] 2x<3 edad <8
[9::22] 1: Que te parece la opción f que yo oportunamente no la elegí
[9::42] 2a ver
[9:2:38] 2siendo exquisita con el lenguaje lógico hay una negación de otra negación
[9:2:48] 2pero no creo que hayan apuntado a eso
[9:3:0] 1: Entonces la afirmación resultado hace verdadera la expresión
[9:3:4] 2estamos en la misma situación, no considera el x=3
[9:3:29] 1: Por eso te ponía este ejemplo
[9:3:53] 1: Yo no la elegí porque para mi seria análoga a decir x> o igual a 3
[9:3:58] Mariana Talamonti Baldasarre dice:(ojo con el NO del No)
[9:4:05] 2exacto
[9:4:0] 1: Que no es lo que dice la expresión del enunciado 6
[9:4:27] 2entonces con ese criterio la ignoraría
[9:4:36] 1: Si
[9:4:47] 1: Y la distinción entre inecuación y desigualdad?
[9:4:49] 2falta una "parte" del complemento, por así decirlo
[9:5:08] 2allí hago un análisis similar al ejercicio parte
[9:5:50] 2toda inecuación es una desigualdad pero no toda desigualdad es una inecuación
[9:6:28] 1: Si vale la distinción esa como el caso de la ecuación y la igualdad
[9:7:0] 1: En este caso entonces seria una desigualdad si digo 2<3
[9:7:22] 2si. tal cual
[9:7:22] 1: pero si digo x<3 ser una inecuación?
[9:7:54] 2si considero que es válida sólo para valores que la cumplan si
[9:8:0] 2al ser x variable
[9:8:0] 1: De acuerdo al referencial en que se define
[9:8:40] 2digamos que si.
[9:8:57] 2pasamos a la 7?
[9:9:] 1: Si
[9:9:24] 2tiene que ver con todo esto
[9:9:4] 1: Si pero generalizado
[9:20:04] 1: Así que es coherente con lo que venimos hablando el comentario que me haces respecto a la opción g
[9:20:0] 2por eso no hay mucho que agregar, fuimos coherentes entre las respuestas que cada una dio al 6 y 7
[9:20:30] 2(ni que hubiésemos pensado lo mismo)
[9:20:38] 1: De acuerdo y en el 8 aparece la DESIGUALDAD
[9:20:52] 2si
[9:2:5] 2sólo da que hablar el cambio de sentido de la desigualdad
[9:2:3] 2y el referencial de nuevo
[9:2:4] 1: Justo te estaba preguntando eso
[9:22:04] 2aunque aquí no aparecen variables Clau
[9:22:9] 1: En la parte a) si cambiaria el referencial igual se cumplen las propiedades, ¿no?
[9:22:40] 2no hay relación de coordenadas, salvo como decíamos hoy si considero (a;b)
[9:23:0] 2me refería a situación gráfica
[9:23:6] 2más que nada
[9:23:6] 1: Si seria el mismo análisis que hicimos para ecuaciones pero en inecuaciones
[9:23:5] 2con la situación de relación de orden en el conjunto de valores negativos
[9:24:06] 2motivo por el cual se invierte el sentido de la desigualdad
[9:24:35] 1: ¿Qué te pareció el grafico que hice para representar esta situación?
[9:25:29] 2me gustó, porque allí se observa la relación entre negativos
[9:25:58] 2el valor absoluto juega un rol importante para definir esa relación de desigualdad
[9:26:02] 1: Queda claro que cuando se multiplica por un factor negativo cambia el sentido de la desigualdad?
[9:26:6] 1: Central la idea de valor absoluto
[9:26:24] 2esperá que lo miro de nuevo
[9:26:59] 2sí claro, están las flechitas para el otro lado
[9:27:07] 1: Cuando explico el tema de regla de signos desde este tipo de representación me parece que les queda clarito

[9:27:34] 2es fundamental Claudia, sino flor de matete pobres chicos!!!
[9:27:50] 2punto 9 si?
[9:28:09] 1: En este punto tenemos feliz coincidencia
[9:28:20] 2jajaja alguna tenía que darse!!!
[9:28:43] 2punto 0 entonces
[9:28:49] 1: Si
[9:29:2] 2espero respuesta al comentario
[9:29:7] 1: No entendí a que apuntaba tu comentario?
[9:30:3] 1: Si el conjunto solución es vacio, significa que no existen valores de x que satisfagan la inecuación
[9:30:3] 1: Por lo tanto también la estoy resolviendo
[9:30:5] 2al conjunto vacío, porque muchas veces los chicos creen que si el conjunto solución es vacío es como que no existe nada
[9:30:2] 2claro
[9:30:32] 1: Es justamente porque tiene cardinal 0
[9:30:4] 1: Y el cero para los chicos no es un numero
[9:30:5] 2es la NADA!!!
[9:3:04] 1:Y NADA ES NADA
[9:3:29] 1: Pero si volvemos al cardinal de conjunto me parece que justifica la situación
[9:3:3] 2PERO SI HAY NADA YA HAY ALGO
[9:3:42] 2bueno pasemos al 0
[9:3:54] 1: Al
[9:32:00] 2si, perdón
[9:32:36] 2igual aclaración que en el ejercicio semejante
[9:32:4] 1: Acá tal como vos decís en el comentario es análogo al ejercicio de ecuaciones
[9:32:45] 2si
[9:32:56] 2estamos felizmente de acuerdo nuevamente?
[9:32:57] 1: Y fíjate que acá la construcción la hice desde la forma que vos decías antes
[9:33:08] 1: Muy bien
[9:33:08] 2si, eso miraba recién
[9:33:7] 2el 2 nos está esperando
[9:33:44] 1: Claro nuevamente el Referencial
[9:34:03] 1: Acá no avise y trabaje tan fresco en R
[9:34:05] 2si, tomando R como referencial, partida terminada
[9:34:22] 2siii lo diste como supuesto
[9:34:35] 2las obviedades que manejamos por el uso habitual
[9:34:37] 1: Lo bueno es que cada vez que uno diga algo tenga claro todos los supuestos que esconde
[9:34:59] 2(en la vida real también???)
[9:35:06] 1: Creo que es muy rico este trabajo con docentes para ponerse a pensar en nuestra práctica en el aula
[9:35:6] 1: Y por supuesto en la vida reallllll
[9:36:00] 2en verdad me gustó mucho y la dinámica de resolverlo así es riquísima, aunque te digo que no nos perdonamos ni una en los comentarios...
[9:36:3] 1: Y así debe ser
[9:36:29] 2terminamos con el 3?
[9:36:42] 1: Por supuesto
[9:36:53] 2allí vamos
[9:37:09] 1: Respecto a tu comentario también surgió este tema en la parte de ecuaciones
[9:37:32] 1: Yo estoy muy acostumbrado a tener como eje Funciones y de allí desprende el conjunto de ceros y las ecuaciones
[9:37:50] 2si, la acotación que hiciste en el chat es muy valiosa para relacionarlo con las funciones
[9:37:5] 1: Y el conjunto de positividad y negatividad en relación a las inecuaciones
[9:38:8] 1: A mi resulta para que se puedan ir armando puentes y no ver una matemática descuartizada
[9:39:] 2sino se ven islotes sueltos y eso es terrible para unificar o aunar mejor dicho conceptos
[9:39:28] 2dame un segundo para analizar el gráfico de nuevo Clau
[9:40:02] 1: Y genera lo que el Profesor Palacios llama "el agujero de razono"
[9:40:5] 2uhhhh el agujero de razono... tendríamos que subir algo de eso al foro de cafetería
[9:40:57] 2listo, ya analicé
[9:45:03] 1: Ok
[9:45:8] 2se cortó??
[9:45:32] 1: No se algo paso en la conexión pero esta todo bien ahora
[9:45:54] 1: Que te parece el grafico para la resolución?
[9:46:0] 2después fíjate si te quedó el chat completo sino te lo mando por mail, no te aflijas si?
[9:46:6] 1: Quedo todo completo lo de hoy
[9:46:35] 2el gráfico está bárbaro y el análisis también, estaba analizando la asintoticidad
[9:47:03] 1: Que te hace ruido de la asintotitcidad?

[9:47:22] 2nada todo suena a música
[9:47:29] 2sabés que?
[9:47:35] 1: Hay que maravillosa observación
[9:48:0] 2esto de tomar los intervalos de positividad para responder está genial, excelente fundamento
[9:49:04] 1: No sabia si justificar el tema de asíntotas por límites
[9:49:24] 2no daba para la consigna
[9:49:4] 1: Cuando lo hacia pensaba en que nivel lo podía trabajar con los chicos
[9:50:06] 1: Y como son ejercicios tan ricos cabe trabajarlo cuando se da inicialmente función racional
[9:50:5] 1: Que en ese caso ni hablaría de límites
[9:50:24] 2claro, eso de pensar el auditorio es importante, va...en realidad no es auditorio porque el aula debe ser laboratorio
[9:50:34] 1: O cuando se trabaja el estudio de funciones desde la continuidad
[9:50:5] 2siii pero necesitas que estén avanzados en esos temitas
[9:5:04] 1: Pensar el aula como un laboratorio, implica acción, implica construcción
[9:5:20] 1: Cuanto se muestra de los principios del profesor con solo una palabra
[9:5:3] 2claro y pensarla en auditorio implica "es lo que yo digo, Ud calléese"
[9:52:4] 1: Pensaba en el Modelo de Clasificación del Profesor Palacios el aula como un creatorio
[9:52:28] 1: Perdón Profesor Palacios
[9:52:28] 2excelente!!!!!!!!!
[9:53:03] 1: Siempre es bueno traer a nuestros Maestros a la conversación
[9:53:39] 1: Tengo que contestarte la definición de Maestro de Alfredo Palacios que escribiste en la Cafeteria
[9:53:56] 2Ellos nos hacen ser lo que somos en la docencia y nos despiertan el quiere progresar día a día.
[9:54:03] 2si, claro, espero tu respuesta.
[9:54:3] 2Vamos cerrando esta fase entonces
[9:54:29] 1: Bárbaro
[9:54:34] 2agradezco tu interesante participación, me enriquecí mucho
[9:54:39] 1: Me pareció muy interesante este trabajo contigo
[9:54:46] 2Gracias Clau
[9:55:08] 2y adecuarte a mis horarios también te agradezco (mis niñas aún duermen)
[9:55:37] 1: Por favor estamos en una adecuación mutua así que Enhorabuena que compartimos esta actividad
[9:56:04] 1: Ahora que cerramos el chat
[9:56:] 2Bien, a enviarla a la plataforma entonces
[9:56:34] 2los tutores se han portado de maravillas, bien vale la pena trabajar así.
[9:57:03] 1: Es cierto esta actividad resultó muy organizada, y también eso permitió no tensionarse durante el proceso
[9:57:6] 1: Todo resulto en tiempo y forma y eso facilita la resolución
[9:57:9] 2si, fundamental
[9:57:29] 1: Muchas gracias a nuestros tutores en esta actividad
[9:57:47] 2adjunto mi agradecimiento al de Claudia.
[9:58:0] 2Nos estamos comunicando nuevamente en cualquier momento Clau
[9:58:6] 1: Ahora nos despedimos como corresponde en Argentina con nuestro típico
[9:58:25] 1: CHAU:)
[9:58:3] 2CHAU!!!



[05:41:45 p.m.] 1: así puedo reflexionar desde tú perspectiva mi desarrollo

[05:42:12 p.m.] 2: si, me pareció interesante esto de ver como lo habías resuelto y poder comparar con mis propias resoluciones
[05:42:47 p.m.] 2: fíjate que en países distintos, tenemos diferentes formas de resolver y nombrar las cosas más sencillas, esta bueno esto de ver como lo hace y lo explica alguien que no tiene tu mismo proceder
[05:43:15 p.m.] 1: si, eso me parece muy interesante, sobre todo lo que se da en los foros
[05:43:46 p.m.] 2: cierto! creo que participo poco en los foros. Veré de incorporarme a las conversaciones con más frecuencia
[05:44:28 p.m.] 1: a veces no participo, dedico tiempo a leer lo que pasa en otros equipos, y visitar la cafetería
[05:44:54 p.m.] 2: si, me pasa lo mismo. Trato de entrar varias veces en el día, pero leo más que escribir
[05:45:38 p.m.] 1:¿qué te pareció el cuestionario?
[05:46:04 p.m.] 2: yendo a las actividades de ecuaciones y desigualdades: la primera parte habla de igualdades y de ecuaciones, y la segunda de desigualdades e inecuaciones
[05:46:36 p.m.] 2: también noté que hay mucho lenguaje común: "sacar", "encontrar", etc.
[05:47:16 p.m.] 1: si, generalmente acá se pasa de ecuaciones de primer grado a las de 2° y después al tema de desigualdades e inecuaciones
[05:47:26 p.m.] 1: y concuerdo contigo en lo del lenguaje
[05:47:38 p.m.] 1: sobre todo con el "despejar"
[05:47:50 p.m.] 2: acá se trabaja ecuaciones de primer grado, inecuaciones de primer grado, después, ecuaciones de segundo grado y, no siempre, inecuaciones de segundo grado
[05:48:18 p.m.] 2: en estos tiempos, muy recientes, se ha sacado el tema de las ecuaciones del currículo del nivel primario (6-12)
[05:48:43 p.m.] 2: pero hasta aquí, ecuaciones era tema de primaria, lo cual complicaba bastante las cosas a la hora de trabajar el tema en secundaria
[05:49:21 p.m.] 1: la verdad es que acá el orden es: lenguaje algebraico, ecuaciones lineales, ecuación de la recta, sistemas 2x2, ecuaciones cuadráticas (y luego la función) y después desigualdades, inecuaciones, sistemas de inecuaciones, inecuaciones de 2° grado y problemas de programación lineal
[05:50:17 p.m.] 2: si, no mencione los sistemas
[05:50:34 p.m.] 2: se trabajan los sistemas de 2x2 y si el tiempo lo permite, nxn
[05:50:41 p.m.] 1: acá ocurre lo mismo, en educación básica, el último año los niños ya saben ecuaciones, pero cuando llegan a primer año de enseñanza media (secundaria) y se repasa todo desde el principio de álgebra, aparecen algunos vacíos
[05:50:49 p.m.] 1: así que es como empezar de nuevo
¿Revisemos la parte 1?
[05:51:25 p.m.] 2: eso mismo pasaba acá. Por eso, los autores del diseño curricular de primaria quitaron el tema. es interesante dar a secundaria la oportunidad de tomar el tema sin que se haya dado antes, pudiendo trabajarlo de cero
[05:51:28 p.m.] 2:si, adelante
[05:51:39 p.m.] 1: espera,
[05:51:52 p.m.] 1: acá también estamos en una reforma curricular y pasa lo contrario
[05:52:14 p.m.] 2: qué interesante!
[05:52:30 p.m.] 1: la idea, en cuanto a álgebra, es comenzar desde más pequeños, desde 5° básico, empezar con nociones de álgebra
[05:52:37 p.m.] 2: puedo enviarte por correo el diseño curricular de primaria vigente, si te interesa. Incluye orientaciones didácticas
[05:52:58 p.m.] 2: si, el trabajo con algebra, si, pero desde un lugar menos abstracto que antes
[05:53:04 p.m.] 1: el problema es que en ese nivel los profesores son de educación general básica, por lo que su preparación en matemática es más bien básico
[05:53:15 p.m.] 1: claro que si,
[05:53:39 p.m.] 1: sería interesante hacer el contraste con el diseño de ustedes
[05:53:52 p.m.] 2: si, esa es una buena razón para evitar trabajar ecuaciones. En general, los docentes del nivel primario, programan ecuaciones desde donde lo aprendieron, esto es, como una suma de reglas a cumplir
[05:54:18 p.m.] 1:si si
[05:54:25 p.m.] 2: bien, cuando terminemos esta tarea te lo remito por correo electrónico
[05:54:29 p.m.] 1: ok
[05:54:42 p.m.] 2: parte 1, entonces
[05:55:37 p.m.] 1: ok
[05:55:58 p.m.] 1: vamos por pregunta?
[05:56:29 p.m.] 2: Me pareció interesante este trabajo desde el caso numérico y la generalización, esta oportunidad de crecer en la respuesta desde otro lugar. también el manejo de otras variables didácticas, por ejemplo, la prohibición de usar la palabra "despejar" y sus derivados
[05:56:38 p.m.] 2: si, me parece bien hacer un paneo pregunta a pregunta
[05:57:34 p.m.] 1: ok, si, tu comentario anterior también lo comparto, en cuanto a buscar el significado de las expresiones y todo eso

[05:57:49 p.m.] 1: PARTE 1
[05:59:12 p.m.] 2: yo pensaba, al leer tu respuesta, que cada uno de los items podía considerarse cercano a lo correcto según se lo mirara
[06:00:12 p.m.] 2: efectivamente, si veo x=3 al final de un ejercicio, puede ser que sea la solución de una ecuación; también puede ser que me indiquen el valor de x para el ejercicio que sigue, o podría ser una forma de expresar que hay tres manzanas, etc.
[06:00:26 p.m.] 2: me parece que cada opción es correcta
[06:00:35 p.m.] 2: aunque depende del contexto en el que lo encuentre
[06:00:49 p.m.] 1: si, pero yo consideré que no me estaban planteando ningún contexto
[06:00:58 p.m.] 1: sólo informan que x = 3
[06:01:21 p.m.] 2: si, es correcto, definitivamente, lo que pusiste
[06:01:33 p.m.] 1: por lo tanto, si la vemos como la solución de una ecuación, también podría ser la solución de muchas otras
[06:01:39 p.m.] 2: pero yendo más allá, pensaba que según fuera el caso, todas las opciones podrían considerarse correctas
[06:01:48 p.m.] 2: es cierto
[06:02:10 p.m.] 1: si, si, pero cuando habla de la cantidad de elementos de un conjunto de 3 manzanas
[06:02:30 p.m.] 1: yo creo que si no está contextualizado no necesariamente es eso
[06:03:00 p.m.] 1: tal vez me encerré en la información misma que me entregaban
[06:03:26 p.m.] 2: creo, insisto, que tu respuesta es correcta, sin encierros. Lo que digo es que podría pensarse esto otro
[06:03:32 p.m.] 1: así habría que declarar que x corresponde al conjunto,
[06:03:40 p.m.] 2: cierto
[06:03:40 p.m.] 1: ahh, si,
[06:04:34 p.m.] 2: de hecho, carolina, yo tenía plena coincidencia con todas tus respuestas. Fue complicado encontrar que decir porque coincidía con cada comentario tuyo
[06:04:46 p.m.] 1: me llamó la atención el comentario sobre la opción (F)
[06:05:30 p.m.] 1: yo justifiqué diciendo que x puede tomar solo el valor 3
[06:05:51 p.m.] 1: y tú me preguntas si la igualdad es exclusiva
[06:05:57 p.m.] 1: esto todavía me hace pensar
[06:06:09 p.m.] 2: Si, fue uno de los mas difíciles: el tema es que me dice que x=3. Eso implica que, además, no podía ser igual a m o a el valor absoluto de 3 o -3 o a cualquier otra expresión? pensaba... si dicen que soy parecida a angelina jolie, acaso no puedo ser también parecida a mi vecina?
[06:06:09 p.m.] 1: comentémoslo?
[06:06:29 p.m.] 1: ok
[06:06:44 p.m.] 2: se entiende?
[06:06:47 p.m.] 1: si
[06:07:02 p.m.] 1: pero tu ejemplo dice "parecido", jaja
[06:07:27 p.m.] 2: bueh... angelina y yo no somos "dos gotas de agua", dejo cierto margen... digamos...
[06:07:38 p.m.] 1: es como cuando dicen, por ejemplo: "tienes el mismo carácter de tu madre" eso no significa que tengas el carácter además de otra persona
[06:08:07 p.m.] 2: eso mismo. Y las personas (tu madre y la otra) pueden no ser iguales entre sí, pero si iguales en ese contexto o para ese caso
[06:08:15 p.m.] 1: claro
[06:08:21 p.m.] 1: pero si me dicen que x es igual a 3
[06:08:24 p.m.] 2: entonces, x=3, pero podría ser x=2+1 o x=m
[06:08:32 p.m.] 1: yo creo que no puede ser igual a 5
[06:08:42 p.m.] 1: ahhhh
[06:08:46 p.m.] 1: ahora te copio
[06:08:56 p.m.] 1: claro que si
[06:09:06 p.m.] 1: no había visto ese punto
[06:09:13 p.m.] 2: eso mismo: no puede ser igual a 5, pero puede ser igual a otras cosas. Podría ser x=3 y x=m, claro que ahí seria que 3=m, pero es harina de otro costal
[06:09:24 p.m.] 1: claro
[06:09:33 p.m.] 1: totalmente de acuerdo
[06:09:55 p.m.] 2: creo que el ejercicio no es para hilar tan fino, pero por ahí podría servir para pulir el lenguaje específico, la elección de ejemplos, etc.
[06:09:56 p.m.] 1: algo más de la pregunta 1
[06:10:06 p.m.] 1: claro que si
[06:10:12 p.m.] 2: creo que está bien con lo conversado
[06:10:39 p.m.] 1: yo no tengo más que compartir sobre la 1, vamos a la 2
[06:10:44 p.m.] 2: en el caso de la pregunta 2, mi comentario apuntaba a que a me suena como constante
[06:11:04 p.m.] 2: y en ese caso, sería el mismo caso que el conversado en 1
[06:11:04 p.m.] 1: y a mí como variable
[06:11:19 p.m.] 1: eso propuse
[06:11:45 p.m.] 1: porque como no conozco el valor de a, entonces puede tomar cualquier valor

[06:12:05 p.m.] 1: y en ese caso, x =a,
[06:12:23 p.m.] 2: fíjate que interesante: eso debe tener que ver con lo regional. En argentina, consideramos que las primeras letras del alfabeto corresponden a constantes y las ultimas a variables. Es posible que eso no se cumpla en todos lados
[06:12:50 p.m.] 1: mmmm, tal vez yo me equivoqué
[06:12:59 p.m.] 1: tienes toda la razón
[06:13:06 p.m.] 2: son acuerdos, por ahí es regional, ojo
[06:13:15 p.m.] 2: convenciones
[06:13:15 p.m.] 1: no, no, tienes razón
[06:13:57 p.m.] 1: es que tomé a x como una constante que es igual al valor de a, y como no conozco el valor de a, entonces éste podía variar
[06:14:13 p.m.] 2: fuera de mi convención, eso es correcto
[06:15:07 p.m.] 1: tal vez quedé con el ejercicio 1, entonces x = a algo, así si es igual a "a" y no conozco "a" este podía variar su valor
[06:15:14 p.m.] 2: Cierto, es posible
[06:15:30 p.m.] 2: en la pregunta tres, estuve muy complicada para encontrar un dibujo o una representación
[06:15:43 p.m.] 1: yo también
[06:15:45 p.m.] 2: después, al ver los tuyos, me di cuenta de que se me ocurría lo mismo
[06:15:52 p.m.] 2: y no fui capaz de generar alguna otra forma
[06:15:52 p.m.] 1: copiona
[06:15:53 p.m.] 1: jaja
[06:15:55 p.m.] 2: jajajja
[06:16:22 p.m.] 2: si, no podía encontrar forma y cuando vi lo tuyo, me di cuenta que estaba regio. Después, empecé a buscar explicaciones y vi que no encontraba otra forma.
[06:16:23 p.m.] 1: no sabía cómo expresar la expresión, y ahora que la veo no le encuentro mucho sentido
[06:16:42 p.m.] 1: la de la recta
[06:16:49 p.m.] 1: y en cuanto a tu comentario
[06:16:54 p.m.] 2:siiiii!!!! Me paso lo mismo. Pero ojo: solo pude pensarlo después de ver tus intentos
[06:17:11 p.m.] 2: yo no pude armar ninguno
[06:17:30 p.m.] 1: la idea era no resolverla, pero como tú dices, tal vez jugó el cálculo mental
[06:17:58 p.m.] 2: por ahí estaría bueno, cuando haya pasado la fecha, compartir con los colegas el tema y ver si alguien encontró alguna manera
[06:18:11 p.m.] 1: así que igual resolví la ecuación y al final, como tu comentas, es como verificar
[06:18:34 p.m.] 2: no te voy a decir que no duermo por eso, pero me inquieta pensar que no sé cómo representar o dibujar la situación
[06:18:48 p.m.] 1: pero de repente se me ocurrió la del chico que va con 1 billete a comprar una manzana
[06:19:07 p.m.] 1:(te diste cuenta que soy mala para las caricaturas, jjaa)
[06:19:23 p.m.] 2: si, me pareció muy bueno eso, aunque necesitaría algo más que el dibujo para entender que es x+1=0
[06:19:25 p.m.] 1: pero en ningún lugar se ve el -1
[06:19:35 p.m.] 2: no creas, tus dibujos son muy buenos
[06:20:02 p.m.] 1:(pero en la caja con plumones me equivoqué, copié 2 veces la misma)
[06:20:08 p.m.] 2:si?
[06:20:37 p.m.] 1: hasta el momento no pienso en otra representación para la expresión x + 1 = 0
[06:20:55 p.m.] 2: cierto, me pasa lo mismo
[06:21:22 p.m.] 1: entonces pasamos a la 4?
[06:21:26 p.m.] 2: vamos a la 4
[06:21:36 p.m.] 1: ahí tuve dificultades
[06:21:48 p.m.] 1: en el sentido estricto de la definición
[06:22:08 p.m.] 2: a mí me pegaba perfecto: es una igualdad, en la que hay una incógnita.
[06:22:10 p.m.] 1: pues, para mí una igualdad está relacionadas con números ej: 3+2 =5
[06:22:17 p.m.] 2: entiendo
[06:22:22 p.m.] 1: y una ecuación es una igualdad que presenta incógnita
[06:22:34 p.m.] 2: para mí, una igualdad es solo dos miembros que se dice que son iguales
[06:22:41 p.m.] 1: ok
[06:22:46 p.m.] 2: eso mismo que dijiste es lo que yo decía, no veo diferencia
[06:23:12 p.m.] 1: y en la parte (b) preguntan si la resuelvo o describo lo que leo
[06:24:11 p.m.] 1: qué te ocurrió a ti con esa pregunta
[06:24:25 p.m.] 2: la primera parte, coincidencia con lo tuyo: me remito a la definición
[06:24:54 p.m.] 1:(tal vez no deberíamos ir tan al detalle, o si no terminaremos a media noche ¿qué opinas?)
[06:24:58 p.m.] 2: en la segunda parte, depende de la situación: si se me presenta, resuelvo. Si estoy en clase con alumnos de secundaria básica, es posible que describa lo que leo
[06:25:06 p.m.] 2: si, coincido con el tema del detalle
[06:25:30 p.m.] 1: claro que sí, a mi me ocurre lo mismo

[06:25:45 p.m.] 2: supongo que es el ser y el deber ser
[06:25:59 p.m.] 2: tenemos más alma de resolutoras que de descriptoras
[06:26:09 p.m.] 1::)
[06:26:21 p.m.] 2: el tema es... un profesor de matemática debe saber resolver o saber enseñar? el mismo tema del foro... no?
[06:27:25 p.m.] 1: claro, yo pienso que debe conocer los contenidos, apropiarlos y luego conocer la forma adecuada para "traspasarlos" a los estudiantes, así ellos le tomen sentido
[06:27:35 p.m.] 2: cierto
[06:27:48 p.m.] 2: alguien decía: "el maestro que sabe a medias, enseña a medias"
[06:28:00 p.m.] 1: si, estoy de acuerdo
[06:28:09 p.m.] 2: ese saber tiene tanto que ver con la matemática, como con la forma de enseñarla
[06:28:19 p.m.] 1: claro que si
[06:28:46 p.m.] 2: que otra pregunta nos parece importante de abordar acá (para no ir pregunta por pregunta, que nos faltarían mas de veinte?
[06:29:18 p.m.] 1: tu comentario en la pregunta 5 sobre mi propuesta de la balanza en equilibrio, dice que aclara las propiedades de la igualdad
[06:29:36 p.m.] 1: tú también tratas ese tema en forma similar?
[06:29:44 p.m.] 2: hubo un tiempo en que si
[06:29:54 p.m.] 2: en general, ofrezco ese ejemplo a los estudiantes del profesorado
[06:30:12 p.m.] 2: creo que el tema del equilibrio es un modelo interesante para las ecuaciones, aunque fuera de contexto, claro
[06:30:37 p.m.] 2: creo que permite a los futuros profesores, terminar de entender el espíritu de las ecuaciones y de su resolución
[06:31:03 p.m.] 1: mm, si
[06:31:13 p.m.] 2: lo trabajas así con los chicos de la secundaria?
[06:32:20 p.m.] 1: si, porque como te dije antes, ellos han aprendido ecuaciones antes y vienen con la onda del "despeje, pasando sumando o restando, pasando multiplicando o dividiendo", entonces se pierde lo de las propiedades de la igualdad
[06:32:38 p.m.] 1: y creen que el juego es encontrar x = algo
[06:32:50 p.m.] 2: si, me parece una muy buena opción
[06:33:16 p.m.] 1: entonces la idea es, como tú dices, reconocer las propiedades de la igualdad
[06:33:24 p.m.] 2: cierto
[06:34:16 p.m.] 1: entonces yo les digo "tengo 1 kg de arroz y 1 kg de azúcar ¿cual pesa más?
[06:34:47 p.m.] 2: muy bueno. Yo he llegado a dibujar las balanzas (como las viejas del mercado, las de equilibrio en dos platillos)
[06:35:00 p.m.] 1: y dicen que pesan lo mismo, entonces jugamos con ver la igualdad, y qué ocurre si al kg de arroz le agrego algo
[06:35:08 p.m.] 2: para los estudiantes del profesorado complemento con la lectura de algebra en el mercado, de Carraher
[06:35:46 p.m.] 1: ahí se va viendo eso de que ya no tienen iguales pesos y que se perdió la igualdad, entonces vemos qué hay que hacer para mantener la igualdad entre los pesos
[06:36:01 p.m.] 1: ok, no sé cuál es
[06:36:09 p.m.] 1: después me das el dato ok
[06:36:42 p.m.] 2: es un libro bastante popular acá, "En la vida 10, en la escuela 0", es un libro de unos brasileros, un interesante trabajo en el marco de la etno-matemática
[06:36:56 p.m.] 1: qué opinas tú sobre ¿qué quieres decir resolver la ecuación? (preg 6)
[06:36:59 p.m.] 1: qué interesante
[06:37:03 p.m.] 1: lo buscaré
[06:37:26 p.m.] 2: uno de los capítulos se vincula con el algebra que se cumple en las ventas en el mercado. ahí aparece un interesante caso vinculado con las ecuaciones
[06:37:41 p.m.] 1: y la 7 sobre el significado de "despejar"
[06:37:54 p.m.] 2: preguntas 6 y 7 de la primera parte?
[06:38:16 p.m.] 2: coincido en que resolver no es lo mismo que despejar
[06:38:32 p.m.] 2: despejar solo es una regla de cocina, que oculta el uso de varias propiedades
[06:38:34 p.m.] 1: si, es que todavía estoy pegada en eso, tú me preguntas sobre mi respuesta y la palabra "encontrar"
[06:38:56 p.m.] 2: pero resolver una ecuación es determinar el valor que puede o debe asumir la incógnita para mantener esa igualdad
[06:39:20 p.m.] 2: si, eso tiene que ver con la edad. En mi época de estudiante, me decían "no encontrás, no hallás, calculás"
[06:39:31 p.m.] 1: claro, y yo propongo "encontrar", para responder a tu pregunta: me refiero a localizar, determinar... un valor para x que satisfaga la ecuación
[06:40:16 p.m.] 2: encontrar seria como revolver en un bote lleno de números y decir "este es el que estaba buscando"; pero la idea es "dar" con el número correcto. Y eso no se hace encontrando, se hace calcular con determinar un valor
[06:40:45 p.m.] 1: ok

[06:40:56 p.m.] 2: se hace con calcular, con determinar un valor (perdón, me olvide de algunas palabras)
[06:42:09 p.m.] 2: es posible que tenga que ver con modas. Como te decía, en mi época me decían eso, así como me decían que dos segmentos, por ejemplo, no son iguales a menos que sean coincidentes. Eventualmente, son congruentes. Con el tiempo, el Dr.Santalo dijo que estaba bien decir iguales, y la moda cambio. Es posible que solo sea eso
[06:42:12 p.m.] 1: y qué me comentas de las preguntas 8 y 9
[06:42:23 p.m.] 1: en tu devolución me propones el contexto
[06:43:07 p.m.] 1: pero en el ejercicio presentado no hay contexto, solo hay una ecuación y luego una solución
[06:43:17 p.m.] 2: si, sigo pensando que una expresión del tipo x=-2 (como en x=3 del principio) debe ser analizada en el contexto. Fuera del contexto, nuestras respuestas están incompletas
[06:43:42 p.m.] 2: y en x=-2 más todavía, considerando que es válida para algunos contextos y poco apropiada para otros
[06:43:42 p.m.] 1:y ahí creo, estamos de acuerdo en que se calculó un valor para x que hace verdadera la igualdad
[06:43:47 p.m.] 1: que satisface la ecuación
[06:43:59 p.m.] 2: cierto
[06:44:25 p.m.] 2: pero entonces, la ecuación solo tendría valor en sí misma, no como herramienta para resolver algo en un mundo normal. Sería como la planilandia de los números
[06:44:36 p.m.] 2: donde todo tiene una vida diferente y abstracta
[06:44:57 p.m.] 1: claro, esa es la dificultad
[06:45:27 p.m.] 1: yo estoy de acuerdo contigo en cuanto al contexto, a los chicos les da más sentido
[06:45:36 p.m.] 2: si, coincido
[06:45:59 p.m.] 1: y en cuanto a la construcción de una ecuación a partir de su solución, tú me comentas que
[06:46:18 p.m.] 1: por qué sumé 5x y no otro
[06:46:19 p.m.] 2: pero, aun así, esta bueno que nosotros lo analicemos desde lo abstracto: una vez que se cuales son los ejemplos y los casos que quiero analizar, matemáticamente hablando, los contextualizo. ahí empieza a tener sentido para el alumno
[06:47:28 p.m.] 1: del anterior mensaje... tú me comentas por qué elegí ese y no otro y luego agregas sobre la infinidad de ecuaciones que propuse en el ejercicio 1
[06:47:32 p.m.] 1: a eso me refiero
[06:47:36 p.m.] 1: me entiendes?
[06:47:40 p.m.] 2: si
[06:47:58 p.m.] 1: cómo trataste esta pregunta?
[06:48:31 p.m.] 2: en el primer ejercicio pones que x=3 es la solución de infinidad de ecuaciones. Acá seria la oportunidad de hacer ver al alumno por qué decíamos que podían ser infinitas ecuaciones. De hecho, en un salón de clases, cada alumno generaría una ecuación diferente
[06:49:04 p.m.] 1: claro
[06:49:05 p.m.] 2: lo pensé desde las conclusiones que puede obtener un alumno a partir de eso. ¿Qué sentido tiene hacerle producir ecuaciones a partir de un resultado? justamente, esta podría ser una razón
[06:49:44 p.m.] 1: claro, porque utilizando las propiedad de la igualdad podrían formar una ecuación
[06:50:01 p.m.] 2: justamente. Me gusta pensar en la posibilidad de hacer reversible cada ejercicio
[06:50:23 p.m.] 1: a mi también
[06:50:25 p.m.] 2: cada propuesta, verla desde un lado y desde el otro: doy esto, sirve para esto otro. Si no cierra todo, es posible que pierda sentido trabajarlo
[06:50:39 p.m.] 1: me gustó tu propuesta de pasarle a los estudiantes la pregunta 9 y 10
[06:50:52 p.m.] 1: para nosotras no es difícil justificar
[06:51:33 p.m.] 2: lo mismo pasa con los propuestos en la segunda parte. Cierto
[06:51:34 p.m.] 1: pero mi corta experiencia me ha mostrado que a ellos les cuesta, además propuesto de esta manera para ellos no tiene sentido y volvemos al tema del contexto
[06:51:42 p.m.] 2: cierto
[06:52:11 p.m.] 1: pero tú hiciste el 10
[06:52:20 p.m.] 2: vamos! ninguna experiencia es corta! es intensa o poco interesante. pero corta, nunca. seguro que tu experiencia es intensa
[06:52:30 p.m.] 2: si, lo resolví
[06:52:31 p.m.] 1: eso si
[06:52:43 p.m.] 1: y las justificaciones van por donde mismo supongo
[06:52:50 p.m.] 2: si
[06:53:03 p.m.] 2: palabras más o palabras menos
[06:53:05 p.m.] 1: es solo aplicar "reglas"- propiedades
[06:53:25 p.m.] 2: en el 11 encontré que teníamos diferentes formas de resolver
[06:53:47 p.m.] 1: cuando lo estaba haciendo (en word) por estar pendiente de que quedara bien, no me di cuenta de que había multiplicado mal, por suerte lo revisé
[06:53:53 p.m.] 1: a, veamos eso
[06:54:09 p.m.] 1: si, si, me comentaste sobre el mcm

[06:54:33 p.m.] 1: me preguntas qué ocurre con estudiante que no sabe o que olvidó lo del mcm ¿Cómo lo resuelve?
[06:54:38 p.m.] 1: pienso que
[06:54:57 p.m.] 1: Podría sumar las expresiones del segundo miembro y luego trabajar aplicando la propiedad fundamental de las proporciones, luego encontraría una ecuación lineal, y aplicando propiedades daría con la solución.
[06:55:02 p.m.] 2: cierto
[06:55:14 p.m.] 2: o podría multiplicar ambos miembros por 2
[06:55:42 p.m.] 2: a partir de ahí, la resolución seria bastante diferente
[06:55:56 p.m.] 1: claro, llegando a la misma solución
[06:56:18 p.m.] 1: pero si luego multiplica por 5 ¿o no?
[06:56:25 p.m.] 1: estamos en sintonía?
[06:56:35 p.m.] 2: si, podría primero multiplicar por 2
[06:56:42 p.m.] 1: claro
[06:56:42 p.m.] 2: después restar 2 a ambos miembros
[06:56:51 p.m.] 1: ya...
[06:56:53 p.m.] 2: y después, multiplicar ambos miembros por 5
[06:57:01 p.m.] 2: también podría multiplicar por 5 antes, claro
[06:57:12 p.m.] 1: o podría restar 1 ambos miembros y luego multiplicar por 2 y luego por 5
[06:57:17 p.m.] 2: la idea es que se quede sin denominadores, para evitar esas complicaciones
[06:57:26 p.m.] 1: esa es la idea
[06:57:44 p.m.] 1: para ellos es fantástico ese truco, como no les gusta trabajar con fracciones
[06:58:03 p.m.] 1: yo siempre les hablo de "trucos" o "truquillos" o "secretos"
[06:58:28 p.m.] 1: y quedan fascinados
[06:58:57 p.m.] 2: cierto, es el gran secreto para que los adopten
[06:59:23 p.m.] 1: eeee pasamos a la PARTE 2, pero en conclusión de la 1 pienso que estamos en la misma onda, compartimos lo de la contextualización
[06:59:31 p.m.] 2: completamente
[06:59:37 p.m.] 2: parte 2, entonces
[06:59:41 p.m.] 1: ok
[07:00:04 p.m.] 1: en las primeras preguntas pienso muy similar a las primeras de la parte 1
[07:00:11 p.m.] 2: si, coincido
[07:00:23 p.m.] 1: espera, iba primero la estatura de Juan y David
[07:00:43 p.m.] 1: tú me comentas sobre la recta numérica
[07:00:51 p.m.] 2: creo que todo es bastante parecido, pero me gusta este juego de ya no pensar en lo exacto, en el único punto, sino en la diversidad de un conjunto más amplio en la solución. No sé si soy clara
[07:01:38 p.m.] 2: si, se me ocurrió que podía ubicarse en la recta numérica la estatura de Juan y la de David
[07:01:53 p.m.] 2:---------------/--------------------------/-------------
[07:02:01 p.m.] 2:   david   juan
[07:02:03 p.m.] 1: ok
[07:02:20 p.m.] 2: ¿se entiende? la idea de ver que los más a la izquierda o más a la derecha son mayores o menores
[07:02:33 p.m.] 1: si, se entiende perfecto
[07:02:46 p.m.] 1: en ese momento no se me ocurrió, pero es muy buena la idea
[07:03:08 p.m.] 2: lo de los plumones me encanto. Yo había mirado como hacerlo en la recta. Tu dibujo me devolvió a la realidad
[07:03:21 p.m.] 1: jaja
[07:04:02 p.m.] 2: si, viste que algunas veces nos vamos por la tangente o buscamos soluciones difíciles a problemas sencillos. Creo que este fue el caso. Una tirada de pelo que me puso en mi sitio. Así lo sentí
[07:04:12 p.m.] 1: oye, en la 2 sobre a>b , también utilice "variables" y por lo que tú me comentas caí en el mismo error, pero a tu comentario justifico con:
[07:04:39 p.m.] 1:2) ¿Cuál es el concepto de variable que se maneja?
Que varía su valor, en la expresión no nos están indicando el valor de a y b, solo establecen la relación entre ellos, por lo tanto a y b pueden variar su valor
[07:04:53 p.m.] 1: entonces pueden ser variables
[07:05:09 p.m.] 2: si, coincido con tu comentario. Mi pregunta iba para el lado de si eran variables o reemplazaban a un número en particular en el análisis
[07:05:25 p.m.] 1: pero con la aclaración anterior pienso que son constantes que se relacionan
[07:05:29 p.m.] 1:>
[07:05:41 p.m.] 1: aaaa, ok
[07:05:45 p.m.] 2: si, me parece que esta bueno pensar así
[07:06:06 p.m.] 1: pero cuando estaba desarrollando la secuencia el pregunta ahora cambian a x e y
[07:06:15 p.m.] 2: pero depende de si se ha asumido una convención. Creo que si hablas con un docente argentino o que haya tenido a mis profesores, lo vera así
[07:06:18 p.m.] 1: entonces pensé " es la misma cuestión"

[07:07:11 p.m.] 1: pero insisto en que no caí en la convención, que creo es mundial :O
[07:07:32 p.m.] 2: Veo en mis comentarios que hay más menciones al contexto que en las ecuaciones. Parece que relaciono la enseñanza de las inecuaciones con la enseñanza contextualizada
[07:07:45 p.m.] 1: ahora, para ambas preguntas piden representar por un dibujo, y yo hice la recta, qué fome
[07:08:03 p.m.] 2: si, también se me ocurrió la recta en mi resolución
[07:08:19 p.m.] 2: recién después, al elaborar los comentarios, me di cuenta de la necesidad del contexto
[07:08:32 p.m.] 1: pero es muy matemática la cosa, hay muchas maneras de representar la relación
[07:08:43 p.m.] 2: cierto
[07:08:58 p.m.] 1: claro que habría que identificar las variables-constantes (jaja) con algo
[07:09:10 p.m.] 1: por ejemplo la estatura de Juan y David
[07:09:17 p.m.] 2: eso!
[07:09:29 p.m.] 2: estaba escribiendo eso! que pienso en el ejemplo de Juan y David casi todo el tiempo!
[07:10:52 p.m.] 1: bueno, ya hablamos de la caja con plumones
[07:10:56 p.m.] 2: eso
[07:11:12 p.m.] 1:te dije que me equivoqué en la primera y copié el mismo mono para las dos afirmaciones
[07:11:15 p.m.] 1: pero son detalles
[07:11:27 p.m.] 2: no lo había notado. Si no me lo decías, pasaba
[07:11:47 p.m.] 2: creo que ya hablamos de todos los ejercicios de la segunda parte, ¿verdad?
[07:12:13 p.m.] 1: ahora, la duda es, como comenté en el desarrollo, si la segunda caja tiene menos de 8 plumones se podían dibujar 7 o 6 o 5 o 4 o 3 o 2 o 1 o 0
[07:12:24 p.m.] 1: ¿qué piensas de eso?
[07:12:41 p.m.] 1: todas son correctas?
[07:13:08 p.m.] 2: yo pensé en la caja opaca, sin que se vea adentro. Se pondría una etiqueta, que diga "menos de 8 plumones" o "0,1,2,3,4,5,6 ó 7 plumones"
[07:13:35 p.m.] 2: creo que si la dibujamos con 4, estamos diciendo x=4 y no necesariamente x<8.
[07:14:14 p.m.] 2: a menos que con x=4 estemos entendiendo x<5, x<6, x<7, x<8, etc
[07:14:36 p.m.] 1: claro
[07:14:38 p.m.] 1: esa es mi duda
[07:14:44 p.m.] 1: cómo quedaría más claro
[07:14:54 p.m.] 2: apunto a la etiqueta, como en el kinder
[07:15:05 p.m.] 1: porque, como dices, la caja tiene 7 plumones
[07:15:12 p.m.] 1: si, de acuerdo
[07:15:26 p.m.] 2: claro, exactamente, 7, y no es eso lo que se busca
[07:15:34 p.m.] 1: sip
[07:16:40 p.m.] 1: en la expresión 6<3x<12, me comentaste que yo atiné al enunciado matemático
[07:16:54 p.m.] 1: pues pensé por ejemplo en: el valor de tres lápices está entre 6 y 12 pesos, si se quiere resolver podríamos hacer la pregunta ¿Cuál es el valor de cada lápiz?
[07:17:11 p.m.] 2: buenísimo ese ejemplo!
[07:17:25 p.m.] 2: yo había pensado en un ejemplo vinculado con las medidas
[07:17:30 p.m.] 1: también
[07:17:44 p.m.] 2: donde 6 y 12 fueran metros. Me gustó el del precio de los lápices
[07:17:47 p.m.] 2: me parece más claro
[07:17:55 p.m.] 2: el contexto del dinero es más claro siempre
[07:17:56 p.m.] 1: es que es común pensar en el matético, en las medidas y el los precios
[07:18:02 p.m.] 1: no te ocurre eso?
[07:18:14 p.m.] 2: si
[07:18:20 p.m.] 2: lo intra-matemático nos tira mas
[07:18:26 p.m.] 1: siiiiii
[07:18:44 p.m.] 2: yo doy clases a docentes de nivel primario, y es todo lo contrario: cuesta que piensen en ejemplos en contexto intra-matemático
[07:19:00 p.m.] 1: si, ellos
[07:19:07 p.m.] 1: son más prácticos
[07:19:53 p.m.] 2: es lo necesario en el nivel. Pero estamos incorporando contexto intra-matemático en lugares donde no estaba (proporcionalidad, por ejemplo) y quitándolo de donde reinaba (orden de los números naturales en primer grado)
[07:20:22 p.m.] 1: la pregunta 6 es similar a las primeras de la parte 1
[07:20:24 p.m.] 1: ok
[07:20:32 p.m.] 2: si
[07:21:00 p.m.] 1: a mí me costó, y como tú comentase, habría que analizar cuál es la más adecuada
[07:21:18 p.m.] 2: cierto. Es que todas son correctas
[07:21:26 p.m.] 2: creo que tiene que ver con las percepciones que vamos teniendo
[07:21:29 p.m.] 1: es que ahora no estoy tan segura
[07:21:38 p.m.] 2: viste? me paso lo mismo
[07:22:02 p.m.] 2: una vez que me decidí por una, pensé por que descartar las otras, y me gano la

inseguridad
[07:22:22 p.m.] 2: creo que son ejercicios en los que lo más valioso es la justificación y no sólo la elección
[07:22:23 p.m.] 1: por que como definimos ecuación a una igualdad que presenta incógnita, entonces tomar x<3 ¿sería una inecuación?
[07:23:03 p.m.] 2: ¿por qué no? el hecho de no tener que pasar términos a un lado y al otro, de no multiplicar o de no operar en ambos miembros le resta condición de inecuación?
[07:23:10 p.m.] 2: seria como decir que quien no ha tenido hijos no es mujer
[07:23:16 p.m.] 1:claro que no
[07:23:33 p.m.] 1: estoy de acuerdo contigo, no se me había ocurrido
[07:23:36 p.m.] 2: no se si es buen ejemplo, pero sería algo así, como limitar el concepto de ecuación o inecuación a "lo que debe resolverse por pasaje de términos"
[07:25:44 p.m.] 1: en la pregunta 7 vuelves al tema del contexto
[07:26:40 p.m.] 1: estoy de acuerdo, ver las expresiones así pierden un poco el sentido
[07:27:05 p.m.] 2: es la misma cuestión que la 6 y con las de la primera parte: ¿por qué no podría ser una u otra?
[07:27:18 p.m.] 1: es como responderían los estudiantes: ¿qué puede decir de x<a? y responden que x es menor que a
[07:27:20 p.m.] 2: según en qué contexto me fije, seguro que cada una es apropiada
[07:27:21 p.m.] 1: plop
[07:27:31 p.m.] 2: cierto
[07:27:35 p.m.] 1: si, de acuerdo
[07:27:52 p.m.] 2: cerramos la parte 2?
[07:28:03 p.m.] 1: no, faltan como 5 preguntas
[07:28:07 p.m.] 2: si?
[07:28:11 p.m.] 1: pero quería preguntarte sobre la 8
[07:28:39 p.m.] 1: cómo explicas que si multiplicas por un negativo la inecuación cambia de sentido la desigualdad
[07:28:43 p.m.] 1:?????
[07:29:27 p.m.] 2: hay un ejemplo conocido, como el de -.-=+
[07:29:43 p.m.] 1: yo propuse que cambian los signos,
[07:29:54 p.m.] 1: y acabo de releer y puse algo absurdo
[07:29:57 p.m.] 1: mira:
[07:30:12 p.m.] 1: Si multiplico cada miembro por -2 la desigualdad se invierte, esto ocurre porque al multiplicar cada miembro por un número negativo, estos cambian de signo, por lo tanto cambian de signo
[07:30:28 p.m.] 1: puse: estos cambian de signo, por lo tanto cambian de signo
[07:30:30 p.m.] 1: jajja
[07:30:36 p.m.] 1: ¿qué estaba pensando??
[07:30:53 p.m.] 2: básicamente, ahora, que no recuerdo el ejemplo en contexto, se me ocurre, simplemente plantear una expresión tipo 2<3; multiplicar ambos miembros por un numero negativo, -2, por ejemplo, y dar oportunidad de ver que -4<-6 no es verdadero, por ejemplo
[07:31:08 p.m.] 1: a, si
[07:31:26 p.m.] 1: si yo misma hace poco puse un ejemplo numérico así
[07:31:56 p.m.] 2: paso desapercibido tu error: creo que al leerlo vi que cambiaba de signo la desigualdad
[07:31:57 p.m.] 1: entonces podría explicarse que la expresión debe seguir siendo verdadera por eso debemos cambiar el sentido de la desigualdad
[07:32:04 p.m.] 2:si, asi seria
[07:32:41 p.m.] 2: fíjate que 9 y 10 aportan en ese sentido
[07:33:05 p.m.] 2: no, perdón: 8 y 9
[07:33:09 p.m.] 1: bueno, la 9 y la 10 corresponden a lo que ya habíamos hablado sobre resolver una ecuación, pero ahora en una inecuación ¿algo que decir de eso? o las pasamos
[07:33:23 p.m.] 2: creo que las mismas consideraciones que antes, que vale pasarlo
[07:35:39 p.m.] 1: la 11 es lo mismo, sobre la construcción de una inecuación a partir de la solución
[07:35:49 p.m.] 2: cierto
[07:36:05 p.m.] 1: y concluyo lo mismo que tú en tu comentario
[07:36:23 p.m.] 1: que sería interesante ver los aportes de los mismos estudiantes para este caso de ejercicio
[07:36:46 p.m.] 1: vamos a los 2 últimos, resolver inecuaciones
[07:36:58 p.m.] 2: en cuanto a la 13, me parece interesante que los alumnos vean como se resolvió en el caso de ecuación y como en el caso de inecuación
[07:37:07 p.m.] 2: sería bueno el trabajo con propiedades, no?
[07:37:25 p.m.] 1: si,
[07:37:32 p.m.] 1: pero un comentario antes
[07:37:36 p.m.] 1: en cuanto a la 13
[07:38:04 p.m.] 1: en el examen de matemática para la postulación uno de los primeros era una inecuación fraccionaria ¿te tocó a ti también?
[07:38:17 p.m.] 2: si

[07:38:17 p.m.] 1:bueno, y yo lo resolví como una ecuación
[07:38:24 p.m.] 1: de los puros nervio creo
[07:38:43 p.m.] 1: me di cuenta después de terminado el examen
[07:38:45 p.m.] 2: yo estuve rato largo, porque me había olvidado de una opción y tuve que rehacerlo un par de veces
[07:39:10 p.m.] 2: me entretuve mucho con ese, y después tuve que pasarlo en limpio. Un horror. Me puse terriblemente nerviosa
[07:39:18 p.m.] 2: por el tiempo perdido
[07:39:42 p.m.] 2: creo que las inecuaciones resultan tan fuera de contexto, que generan eso en los alumnos
[07:39:53 p.m.] 1: claro, yo dije "este es muy fácil" y por apurona lo hice mal
[07:40:00 p.m.] 2: me pareció interesante verme en el brete de contar opciones como de estudiante
[07:40:01 p.m.] 1: puede ser
[07:40:13 p.m.] 2: y encontrarme con el mismo problema que en esa época
[07:40:27 p.m.] 1: bueno, con la 12 no hay problemas, en cuanto a las justificaciones creo que estamos de acuerdo
[07:40:36 p.m.] 2: de hecho, intente una forma de resolución que no solía usar, una distribución diferente
[07:40:49 p.m.] 1: para la 12 o 13?
[07:41:09 p.m.] 2: para la de nuestra evaluación de admisión
[07:41:14 p.m.] 1: ok
[07:42:05 p.m.] 1:...
[07:42:25 p.m.] 2: si?
[07:42:35 p.m.] 1: cuál vemos, la 12 o la 13
[07:42:42 p.m.] 2: la que vos digas
[07:42:53 p.m.] 1: te comenté que creo que en la 12 estamos de acuerdo con la justificación
[07:42:59 p.m.] 2: si, coincido
[07:43:18 p.m.] 1: y en la devolución me preguntas por otra forma de resolverla
[07:43:28 p.m.] 1: qué hay sobre eso
[07:43:57 p.m.] 2: si, creo que es interesante pensar que hay alumnos que pueden restar x en ambos miembros, y otros pueden restar 3x, también, en ambos miembros
[07:44:14 p.m.] 2: es interesante pensar que esto podría generar buenas discusiones en el aula
[07:44:21 p.m.] 1: ahh, ok, si estoy de acuerdo,
[07:44:50 p.m.] 1: a veces entre ellos se revisan y discuten sobre cuál es mejor, si dejar la incógnita a la derecha o a la izquierda
[07:44:56 p.m.] 2: cierto
[07:45:16 p.m.] 2: y hasta lo proponen sin que se haya discutido antes, es verdad
[07:45:30 p.m.] 1: en cuanto a tu comentario de la 13
[07:45:45 p.m.] 1: yo no justifiqué en mi desarrollo la tablita
[07:46:23 p.m.] 2: cierto, me sorprendió porque no la había visto así antes. Pero creo que habla por si sola
[07:46:45 p.m.] 1: y me parece interesante tu comentario pues, la idea es analizar los signos que tendrá la expresión fraccionaria
[07:47:18 p.m.] 2: claro. y la de idea de la comparación con la ecuación, me parece muy buena
[07:47:42 p.m.] 2: también me parece buena la idea de presentar este tipo de resoluciones (la de la tablita) para que puedan hacerse de otros procedimientos y otras formas de pensar
[07:47:56 p.m.] 1: si
[07:48:32 p.m.] 1: cuando yo lo trato con los estudiantes ellos se dan cuenta del análisis necesario
[07:48:37 p.m.] 1: y les gusta
[07:49:07 p.m.] 2: si, creo que no es bueno indicar el camino a seguir con todas las letras, pero me parece bueno presentar otras opciones a las que ellos usan.
[07:49:30 p.m.] 1: creo que terminó (sweat)
[07:49:36 p.m.] 2: jajaja
[07:49:37 p.m.] 2: si
[07:49:43 p.m.] 1: te agradezco tu tiempo
[07:49:47 p.m.] 2: me parece que sería bueno cerrar con un comentario sobre la segunda parte
[07:49:55 p.m.] 2: ¿no? así hicimos con la primera parte
[07:49:56 p.m.] 1: y todas las reflexiones que surgieron
[07:50:08 p.m.] 1: si, si
[07:50:20 p.m.] 2: muchísimas!
[07:50:58 p.m.] 2: creo que una de las cuestiones más fuertes, fue la del contexto y la importancia de presentar las inecuaciones en algún marco para, después, salir de él.
[07:51:19 p.m.] 2: otra cuestión que me pareció interesante, también, es la de ofrecer a los alumnos otras alternativas de resolución
[07:51:38 p.m.] 1: si, es más apropiado contextualizar
[07:51:44 p.m.] 2: cierto
[07:51:47 p.m.] 1: le da sentido a la matemática
[07:51:55 p.m.] 1: como desarrollo de las necesidades humanas

[07:51:55 p.m.] 2: si
[07:52:06 p.m.] 1: perdón
[07:52:35 p.m.] 1: como herramienta que se desarrolló gracias a las necesidades de la evolución del hombre
[07:52:47 p.m.] 1: yo siempre les comento esto a los estudiantes
[07:53:08 p.m.] 1: les digo que no se inventaron por que sí (o por molestarlos, como ellos creen)
[07:53:14 p.m.] 2: coincido plenamente
[07:53:39 p.m.] 1: se desarrollaron por las propias necesidades de la humanidad, para dar explicaciones a las mismas
[07:54:06 p.m.] 2: coincido